

전단지연 이론을 이용한 단섬유 형태의 SMA 보강 고분자 복합재료의 열변형 거동 해석

정 태 헌* · 이 동 주**
(1998년 8월 31일 접수)

Thermo-Mechanical Behavior of Short SMA Reinforced Polymeric Composite Using Shear Lag Theory

Tae-Heon Jeong and Dong-Joo Lee

Key Words : Shape Memory Alloy(SMA,형상기억 합금), Shear Lag Theory(전단지연 이론), Aspect Ratio(종횡비), Array(배열), Thermal Expansion(열팽창), Short Fiber(단섬유)

Abstract

Thermo-mechanical behavior of discontinuous shape memory alloy(SMA) reinforced polymeric composite has been studied using modified shear lag theory and finite element(FE) analysis with 2-D multi-fiber model. The aligned and staggered models of short-fiber arrangement are employed. The effects of fiber overlap and aspect ratio on the thermomechanical responses such as the thermal expansion coefficient are investigated. It is found that the increase of both tensile stress(resistance stress) in SMA fiber and compressive stress in polymer matrix with increasing aspect ratio is the main cause of low thermal deformation of the composite.

1. 서 론

단섬유(short fiber) 또는 미립자(particle) 보강 복합재료는 구조용 재료로 연속섬유 복합재료가 사용될 수 없는 복잡한 기계 구조물 등에 사용된다. 또한 제조과정에서 단섬유는 기지 재료와 쉽게 혼합이 되며 사출(injection), 압축(compression) 성형 등의 방법으로 복잡한 형상을 가진 구조물로서 경제적인 생산이 가능하다.

이론 및 유한요소를 이용하여 단섬유 보강 복합재료의 기계적 특성을 정확하게 결정하지 못하고 있으나 미소역학(micromechanical) 관점에서 단위격자 구조를 이용하여 불연속 섬유 보강 복합재료에 대한 많은 모델^(1~7)이 제시되었다. 이중 가장 대표적인 것은 Cox 모델⁽¹⁾이며, 전단지연 이론(shear lag theory)으로 발전하여 연구가 수행되

었다. 또한 가상 섬유(fictitious fiber)를 이용하여 섬유단부 효과(end effect)를 고려한 모델 및 Eshelby의 타원 형태로 보강된 단섬유 복합재료의 탄성계수 및 항복응력을 구한 문헌이 보고되었다.^(2,3)

일반적으로 단섬유 보강 복합재료의 기계적 특성은 기지와 섬유의 물성비(E_f/E_m), 섬유의 종횡비(aspect ratio; l/r), 그리고 체적비(V_f) 등에 의해 결정된다. 이와 같이 인자(parameter)에 의한 물성치 결정은 낮은 섬유 체적비에서 잘 일치되나, 체적비가 증가할수록 실험 결과와 큰 오차를 보였다. 이것은 체적비가 낮은 경우 인접한 섬유의 상호작용을 무시할 수 있으나, 체적비가 증가할수록 무시할 수 없기 때문이다. 이와 같은 이유에서 단위격자 모델의 해석보다는 Multi-fiber 모델의 유한요소를 이용한 기계적 특성 연구에 많은 문헌이 보고되고 있으며,^(4~7) 열변형 거동의 연구로서 Self-consistent Field 및 Eshelby 모델을 이용한 단섬유 복합재료의 열팽창계수에 대한 문헌이 있다.^(8,9)

재료설계(design-of-material) 개념을 바탕으로 한

* 회원, 경도대학교 자동차과

** 회원, 영남대학교 기계공학부

형상기억 합금(SMA) 연구로는 SMA의 역학적 특성 및 피로 특성 평가, Actuator System, 열 센서 등에 적용하는 연구가 있다. SMA의 이론 모델은 응력과 변형률의 역학적 특성 및 온도 변화에 따른 운동학적 변태 특성을 포함하고 있으며, 가장 일반적인 SMA 거동 모델은 Tanaka-based 모델, Ivshin-Pence 모델, Boyd-Lagoudas 모델 등이 있다.⁽¹⁰⁾ 위의 모델은 일차원 모델이며, Tanaka-based 모델을 기초로 한다. 최근 SMA 보강 복합재료 연구는 Lagoudas,⁽¹¹⁾ Taya⁽¹²⁾ 등에 의해 미소 역학적 거동이 연구되었으며, SMA 보강 AI 복합재료의 기계적 특성 과 진동 특성 및 SMA의 고유한 특성에 따라 파괴지연 이론 등에 적용이 되고 있다.^(14,15)

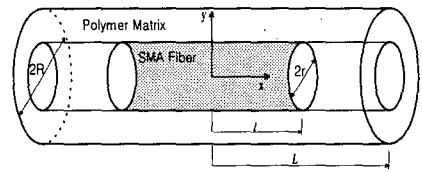
저자들은 이미 연속섬유 형태의 SMA가 보강된 모델의 열변형 거동을 이론 및 유한요소(FE) 해석을 수행, 그 결과를 바탕으로 복합재료를 제작하여 초기변형률, SMA 체적비 및 물성비에 따른 열변형 거동 및 기계적 특성을 보고하였다.^(16,17) 본 연구에서는 연속 SMA 보강 고분자 복합재료 결과를 바탕으로 단섬유의 배열, 중형비 및 체적비에 따른 해석 모델을 제시하여 열변형 거동을 예측하였다. Tanaka 모델⁽¹³⁾을 따르는 단섬유 SMA 보강 복합재료의 열변형 거동을 전단지연 이론(shear lag theory)을 도입하여 이론 및 FE 해석을 수행하였다.

2. 이론적 해석

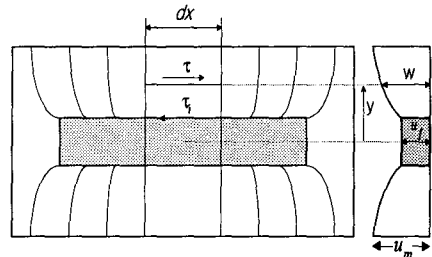
2.1 전단지연 이론

기지와 섬유와의 응력 전달에 의한 강화 기구(strengthening mechanism) 및 섬유 보강 효과(reinforcing effect)를 해석하기 위해 탄성체내에 탄성 거동을 하는 단섬유로 보강된 단위격자 모델이 Cox(1952)에 의해 제안되어 전단지연 이론으로 발전하였다. 먼저 Fig. 1은 단섬유 형태로 SMA가 규칙적으로 배열된 단위격자 모델이며 Cox 모델을 기본으로 전체 모델비가 L/R 일 때 중형비(s)가 $1/r$ 인 단섬유가 보강된 형태이다.

Fig. 1에서 온도를 ΔT 만큼 상승시키면 기지와 섬유는 열팽창 계수 차이에 의해 기지 부분에 압축응력, 섬유 부분에 인장응력이 발생한다. 먼저 x 방향으로 미소 거리 dx 에 대한 섬유 인장력의 변화량은 섬유 계면 전단력과 같다는 평형 방정식은 식 (1)과 같이 표현된다.



(a) Short SMA fiber polymeric composite



(b) Deformed shape of SMA/polymer

Fig. 1 Shear lag model for aligned short fiber reinforced composite.

$$\pi r^2 d\sigma_f = -2\pi r dx \tau_i \tag{1}$$

여기서 σ_f 는 섬유의 축방향 응력, τ_i 는 계면 전단응력을 나타낸다. 식 (1)을 다시 정리하면

$$\frac{d\sigma_f}{dx} = -\frac{2\tau_i}{r} \tag{2}$$

로 표현된다. 또한 y 방향의 임의 위치에서 전단력은 SMA 섬유 표면($y=r$)에서 계면 전단력과 같다는 전단지연 이론(shear lag theory)에 의해

$$2\pi y r dx = 2\pi r dx \tau_i \tag{3}$$

로 표현된다. 식 (3)을 다시 정리하면

$$\tau = r\tau_i/y \tag{4}$$

로 표현된다. 전단응력과 변형률 관계식에 식 (4)를 대입하면

$$\frac{dw}{dy} = \frac{\tau}{G_m} = \frac{r_i r}{G_m y} \tag{5}$$

로 표현된다. 여기서 w 는 y 만큼 떨어진 지점에서 기지의 변형량을 나타내며 G_m 은 기지의 전단계수이다.

식 (5)의 양변을 적분하면

$$\int_{u_r}^{u_f} dw = \frac{r_i r}{G_m} \int_r^R \frac{dy}{y} \tag{6}$$

이다. 여기서 r 은 SMA의 반경, R 은 모델 반경을

나타낸다. 식 (6)을 계산하여 정리하면 계면 전단 응력(τ_i)은

$$\tau_i = \frac{D_m(u_R - u_f)}{2(1 + \nu_m)r \ln(R/r)} \quad (7)$$

로 정리된다. 여기서 u_R 은 기지 선단에서 변형량, u_f 는 섬유 변형량, D_m 은 기지의 탄성계수, ν_m 은 기지의 포아송비를 나타낸다. 다시 식 (7)을 식 (2)에 대입하면 SMA의 축응력 변화량은

$$\frac{d\sigma_f}{dx} = - \frac{D_m(u_R - u_f)}{(1 + \nu_m)r^2 \ln(R/r)} \quad (8)$$

이다. 여기서 섬유 변형량, u_f 는 SMA의 축응력에 의해 계산되는 변형량이다. 그래서 섬유 변형률, du_f/dx 는 SMA의 거동 형태에 따라 구분된다. 즉 SMA는 역변태 전에 탄성 거동, 역변태 후에 쌍일차 등경화 소성거동(bilinear isotropic work hardening behavior)을 할 경우^(16,17)

탄성영역 : $\frac{du_f}{dx} = \frac{\sigma_f}{D_f}$ (9)

소성영역 : $\frac{du_f}{dx} = \frac{\sigma_f}{A_f} - \frac{\sigma_{fy}}{A_f} + \epsilon_{fy}$ (10)

로 구분된다. 여기서 첨자 f 는 섬유, m 은 기지, y 는 항복점, D 는 탄성계수, A 는 경사계수(tangent modulus)를 의미한다. 실험적으로 경사계수는 탄성계수의 1%미만이다.

또한 du_R/dx 는 기지 선단에 발생하는 변형률을 나타낸다. 일반적인 전단지연 이론 모델에서는 x 방향으로 외력이 가해지는 경우 선단 부분의 변형률은 기지 변형률, $du_R/dx = \epsilon_m = \epsilon_c$ 로 가정하였다.⁽⁴⁾ 그러나 본 해석에서는 역변태 후 기지와 SMA의 열팽창계수 차이가 증가함으로 기지 선단에서 변형률은 기지와 섬유의 상호작용에 의해 발생하는 변형률이며, $du_R/dx \neq \epsilon_m$ 인 경우이다. 그래서 du_R/dx 는 본 연구에서 구해야 할 미지수이다.

먼저 식 (8)을 미분하여 식 (10)을 대입하면 전단지연 이론에 따른 지배 방정식은

$$\frac{d^2\sigma_f}{dx^2} - \frac{\beta^2}{r^2}\sigma_f = - \frac{D_m}{r^2(1 + \nu_m)\ln(R/r)} e^* \quad (11)$$

의 2차 미분 방정식으로 표현된다. 여기서

$$\beta^2 = \frac{D_m}{A_f(1 + \nu_m)\ln(R/r)}, \quad e^* = \frac{\sigma_{fy}}{A_f} - \epsilon_{fy} + \frac{du_R}{dx}$$

다. 또한 식 (11)에서 $A_f = D_f$ 이면 SMA의 거동이 탄성거동을 하는 경우, 즉 식 (9)를 식 (8)에 대입하는 경우이다.

식 (11)의 해는

$$\sigma_f = A_f e^* + R \sinh(\beta x/r) + S \cosh(\beta x/r) \quad (12)$$

이다. 여기서 R 과 S 는 경계 조건에 의해 결정되는 상수이다. $x=l$ 과 $x=0$ 에서 $\sigma_f=0$ 인 경계조건을 이용하면 SMA의 응력을 계산할 수 있다.

$$\sigma_f = A_f e^* \left[1 - \frac{\cosh(\beta x/r)}{\cosh(\beta s)} \right] \quad (13)$$

여기서 섬유 종횡비, $s=l/r$ 을 나타낸다. 이 때 SMA의 평균 유효 응력은

$$\sigma_{f \text{ avg.}} = \frac{1}{l} \int_0^l \sigma_f dx = A_f e^* \left[1 - \frac{\tanh(\beta s)}{\beta s} \right] \quad (14)$$

이다. 또한 열변형 거동 해석 모델의 평형 방정식은 아래와 같다.

$$\sigma_m V_m + \sigma_f V_f = 0 \quad (15)$$

여기서 V 는 체적비를 의미한다. 식 (14)를 식 (15)에 대입하여 정리하면, 기지의 평균 유효 응력은

$$\sigma_{m \text{ avg.}} = - A_f e^* \left[1 - \frac{\tanh(\beta s)}{\beta s} \right] \frac{V_f}{V_m} \quad (16)$$

이다. 단섬유 형태로 보강된 복합재료 내부 응력(식 (14,16))은 종횡비, 물성비 그리고 체적비의 함수로 표현된다.

2.2 SMA 단섬유 보강 복합재료의 열변형률

Fig. 1에서 모델 내에 발생하는 열변형률은 혼합 법칙에 의해

$$\epsilon_c = \epsilon_m V_m + \epsilon_f V_f \quad (17)$$

로 표현된다. 기지의 변형률(ϵ_m)과 SMA의 변형률(ϵ_f)은 식 (14)와 식 (16)의 응력에 의해 발생하는 변형률과 단순 열팽창에 의해 발생하는 변형률의 합으로 표현된다. 즉

$$\epsilon_m = \frac{\sigma_m}{D_m} + \alpha_m \Delta T \quad (18a)$$

$$\epsilon_f = \epsilon_{fy} + \left(\frac{\sigma_f - \sigma_{fy}}{A_f} \right) + \alpha_f \Delta T \quad (18b)$$

이다. 여기서 α_m 은 기지의 열팽창계수이며, α_f 는 SMA의 형상기억 효과에 의해 발생하는 열변형

계수이며, 즉 마르텐사이트 체적비, 가해진 초기 변형률의 함수로 표현된다.^(16,17) 식 (16)을 식 (18a)에 대입하면 기지 부분의 열변형률을 계산할 수 있다.

$$\epsilon_m = -\frac{A_f}{D_m} \left[1 - \frac{\tanh(\beta s)}{\beta s} \right] e^* \frac{V_f}{V_m} + \alpha_m \Delta T \quad (19)$$

또한 식 (14)를 식 (18b)에 대입하면 SMA 부분의 열변형률을 구할 수 있다.

$$\epsilon_f = \epsilon_{f_0} - \frac{\sigma_{f_0}}{A_f} + \left(1 - \frac{\tanh(\beta s)}{\beta s} \right) e^* + \alpha_f \Delta T \quad (20)$$

식 (19)와 식 (20)에서 중형비가 무한대로 접근 ($\beta \rightarrow \infty$)하면 단섬유 형태의 SMA 보강 모델은 연속섬유 형태로 보강된 복합재료의 모델로 근접함을 알 수 있다. 즉 $\left(1 - \frac{\tanh(\beta s)}{\beta s} \right) \approx 1.0$ 일 때는 연속섬유가 보강된 모델인 $\epsilon_c = \epsilon_m = \epsilon_f$ 의 경우이다.

즉 식 (11)에서 미지수 e^* 를 결정하기 위해 $\beta \rightarrow \infty$ 이면 식 (19)와 식 (20)은 같다. 여기서 SMA가 소성 거동을 할 경우

$$e^* = \frac{(\alpha_m - \alpha_f)\Delta T - \epsilon_{f_0} + \frac{\sigma_{f_0}}{A_f}}{1 + \frac{A_f V_f}{D_m V_m}} \quad (21a)$$

로 결정할 수 있으며 SMA가 탄성 거동할 경우, $A_f = D_f$ 이며

$$e^* = \frac{(\alpha_m - \alpha_f)\Delta T D_m V_m}{D_m V_m + D_f V_f} \quad (21b)$$

로 표현된다.

식 (19)과 식 (20)을 식 (17)에 대입하여 정리하면 단섬유 형태의 SMA 보강 복합재료의 열변형률을 결정할 수 있다.

$$\epsilon_c = \epsilon_c^- + \sigma_{f_0} \left(\frac{1}{D_f} - \frac{1}{A_f} \right) V_f + \left(1 - \frac{A_f}{D_m} \right) \left(1 - \frac{\tanh(\beta s)}{\beta s} \right) e^* V_f \quad (22)$$

여기서 $\epsilon_c^- = (\alpha_m V_m + \alpha_f V_f) \Delta T$ 이다. 또한 식 (22)에서 $\beta \rightarrow \infty$ 이면

$$\epsilon_c = \frac{\sigma_c^- + \sigma_{f_0} \left(\frac{1}{D_f} - \frac{1}{A_f} \right)}{A_f V_f + D_m V_m} \quad (23)$$

이다. 여기서 $\sigma_c^- = (\alpha_m D_m V_m + \alpha_f D_f V_f) \Delta T$ 이다. 식 (23)은 연속섬유가 보강된 모델과 같다.^(16,17)

또한 식 (22)에서 SMA가 탄성 거동($A_f = D_f$)을 하면

$$\epsilon_c = \epsilon_c^- + \left(1 - \frac{D_f}{D_m} \right) \left(1 - \frac{\tanh(\beta s)}{\beta s} \right) e^* V_f \quad (24)$$

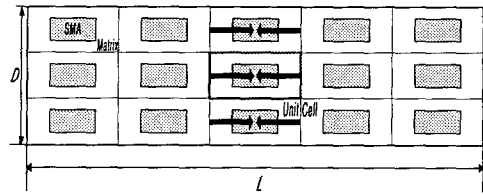
로 표시된다. 여기서 e^* 는 식 (21b)가 된다. 식 (22)에서 $\beta \rightarrow 0$ 이면

$$\epsilon_c = (\alpha_m V_m + \alpha_f V_f) \Delta T \quad (25)$$

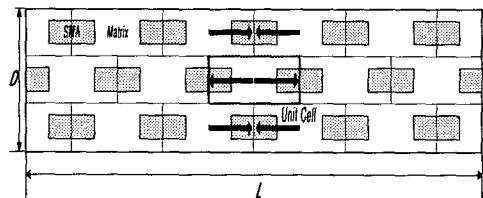
로 중형비, $s < 0$ 인 경우 횡방향 거동에 인접함을 알 수 있다. 전단지연 이론을 이용하여 식 (22), 식 (24)와 같이 단섬유 복합재료의 열변형률을 결정하였다.

3. 유한요소 해석 모델

인접한 섬유의 상호작용, 섬유 분포 및 배열의 영향을 예측하기 위해 단위격자(unit cell) 개념을 바탕으로 2가지의 Multi-layer 모델 형태를 제시



(a) Aligned array



(b) Staggered array

Fig. 2 Schematic of discontinuous SMA reinforced polymer composite model.

Table 1 Mechanical properties of SMA.

D_M	D_A	ν	M_f
10GPa	30GPa	0.33	5°C
M_s	A_s	A_f	
20°C	34°C	60°C	

D_M : elastic modulus of martensite, D_A : elastic modulus of austenite, ν : poisson's ratio
 M_f : finish temperature of martensite, M_s : start temperature of martensite
 A_s : start temperature of austenite, A_f : finish temperature of austenite

하였다. Fig. 2는 유한요소 해석 모델을 나타냈다. (a)는 규칙적 배열(aligned array), (b)는 엇갈린 배열(staggered array)의 형상이다.

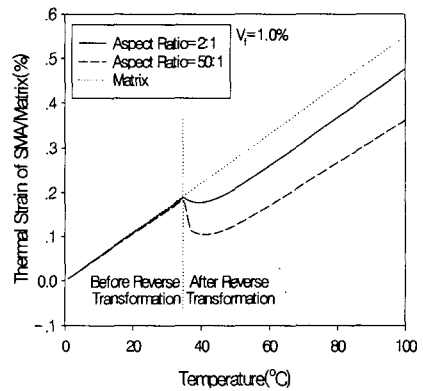
먼저 규칙적 배열은 단섬유 중심이 위/아래 위치가 일치하는 모델이며 가열에 의해 형상기억 효과가 발생하면 단위격자내 국부적으로 SMA의 왼쪽 부분은 인장 거동(extension)을 하며, 오른쪽 부분은 압축 거동(shrinkage)을 예상할 수 있다. 또한 (b)의 엇갈린 배열의 경우 SMA의 중심이 1/2 이동된 형태이다. 또한 역변태 후 모델의 변형 분포가 규칙적 배열과 달리 위 단과 아래 단이 반대 방향임을 알 수 있다. 즉 종횡비(aspect ratio;s)가 증가할수록 엇갈린 배열은 중첩(overlap)이 발생하며, 중첩이 복합재료 거동에 미치는 영향을 예측할 수 있다.

전체 모델의 종횡비는 5:1이며 보강되는 SMA 종횡비를 1:1~200:1로 변화시키며 해석하였다. 기본적인 해석은 연속 SMA 보강 모델^(16,17)과 같으며 초기변형률(pre-strain)은 4%이다. 온도를 기준 온도에서 100°C까지 증가시키며 해석하였다. 해석은 상용 코드인 ANSYS5.3을 이용하였으며 기본적인 SMA 물성은 Table 1^(13,16)과 같다.

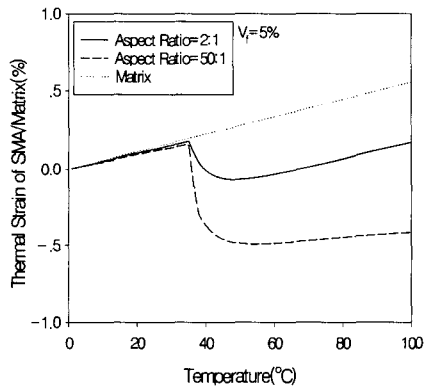
또한 에폭시의 탄성계수는 인장 실험으로 구하였으며 SMA와 에폭시의 물성비(D_f/D_m)는 20°C에서 4.35이고 80°C에서 15.72로 증가하였다. 이것은 온도가 증가할수록 강도 및 탄성계수가 증가하는 SMA의 특징 때문이다. SMA와 고분자 기지 각 요소의 응력과 변형률은 아래와 같다.

$$\sigma_i = [D] \epsilon_i^{ei}, \quad \epsilon_i = \epsilon_i^{th} + [D]^{-1} \sigma_i \quad (26)$$

여기서 $\epsilon_i^{ei} = \epsilon_i - \epsilon_i^{th}$, $\epsilon_i^{th} = \alpha_i \Delta T$, 즉 각 요소의 열팽창계수에 의한 열변형률을 나타내며, 첨자 i 는 각 요소를 나타낸다. 기지 및 섬유에 발생하는 유효 응력(effective stress)과 유효 변형률(effective strain)은 요소의 평균값을 취하였다. 또



(a)



(b)

Fig. 3 Theoretical prediction of average thermal strain for short SMA/matrix composites as a function of aspect ratio with volume fraction 1%(a) and 5%(b) when the applied pre-strain is 4%.

한 모델의 구속 조건은 $x=0$ 에서 $u_x=0$, $y=0$ 에서 $u_y=0$ 이다. 기지와 SMA에 발생하는 응력과 변형

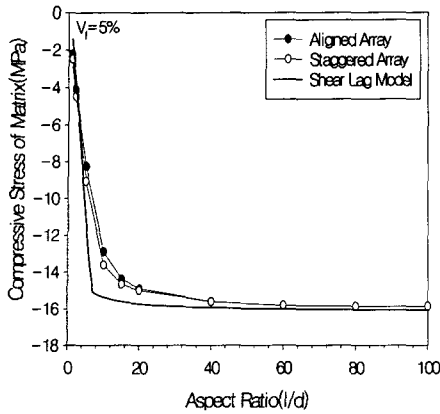


Fig. 4 Comparison of axial stress in matrix region between shear lag model and FE model with pre-strain 4% and temp. 65 °C.

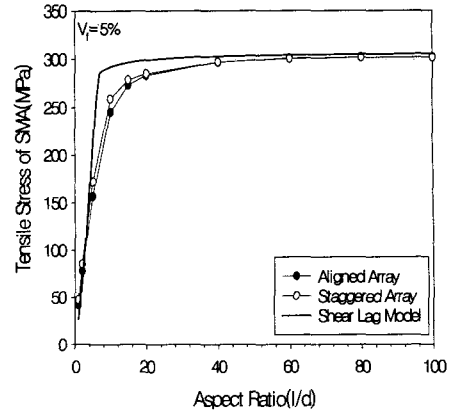


Fig. 5 Comparison of axial stress in SMA region between shear lag model and FE model with pre-strain 4% and temp. 65 °C.

를 계산한 후 혼합법칙(rule of mixture)을 이용하여 전체 복합재료의 유효 응력 및 유효 변형률을 계산하였다.

4. 결 과

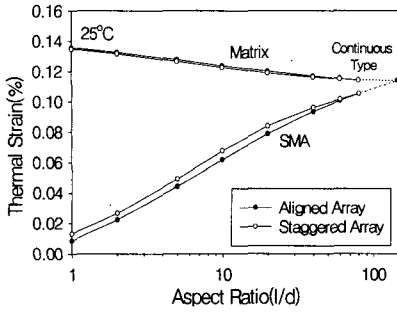
Fig. 3은 SMA 체적비가 1%와 5%에서 종횡비가 2:1, 50:1일 때 온도 변화에 따른 복합재료의 유효 열변형률(effective thermal strain)을 나타냈다. 역변태 전에는 종횡비에 따른 열변형률 차이가 매우 적었으며 역변태 후에는 종횡비가 증가할수록 열팽창이 억제되는 현상을 보였다. 또한 SMA 체적비가 1%일 때는 전체 열변형률이 역변태 후에도 인장방향 거동을 보였으며 체적비가 5%일 때는 압축방향 거동을 보였다.

Fig. 4는 이론 및 유한요소 해석에서 SMA 체적비가 5%일 때 기지 부분에 발생하는 압축응력을 나타냈다. 종횡비가 20:1 이하에서는 엇갈린 배열에서 압축응력이 크게 나타났으며, 종횡비가 증가할수록 배열에 관계없이 같은 결과를 보였다. 이것은 엇갈린 배열이 규칙적 배열보다 형상기의 효과에 의해 하중 전달이 뛰어나고 형상기의 효과에 의한 SMA의 모상(parent phase)으로 회복을 억제할 것으로 예상된다. 또한 엇갈린 배열에서 압축응력이 크다는 것은 식 (15)에서 SMA 부분의 인장응력이 크다는 것과 같다.

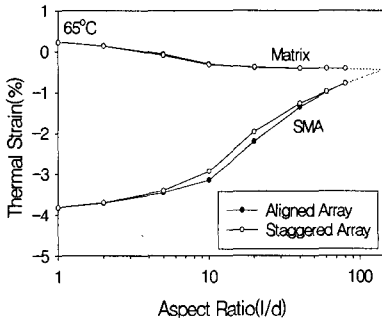
Fig. 5는 SMA 부분의 인장응력을 나타냈다. 이

인장 응력을 형상기의 효과에 대한 저항응력^(16,17)으로 정의할 때, 일정한 체적비에서 종횡비가 작으면 SMA의 저항응력이 작다. 이것은 초기변형률만큼 쉽게 회복됨을 의미하며, 저항응력이 증가할수록 SMA의 모상으로 회복 억제 효과가 뛰어나는 것을 예상할 수 있다. 종횡비가 증가할수록 SMA의 인장응력이 항복응력에 인접하였다. 즉 종횡비가 작으면 SMA 거동은 탄성 열변형 거동을 하며 종횡비가 증가할수록 탄소성 열변형 거동을 의미한다. Figs. 4, 5에서 종횡비가 매우 증가하면 배열에 관계없이 같은 응력을 보였다. 이것은 식 (22,24)에서 $\beta \rightarrow \infty$ 인 연속섬유가 보강된 복합재료의 거동과 같아지기 때문이다. 또한 전단지연 이론과 유한요소 해석은 근접된 결과를 보였으며 종횡비가 5:1이하와 50:1이상에서는 잘 일치함을 보였다. 보강되는 SMA의 압축응력이 소성영역 근방에 근접할수록 해석 결과에 오차를 보였다. 이와 같이 해석 결과에 차이를 보이는 것은 단위격자와 Multi-fiber 모델의 경계조건 차이 및 전단지연 이론에서 섬유 선단에서의 섬유 단부 효과(end effect) 및 인접한 섬유의 상호작용, 열팽창계수 차이에 의한 압축 잔류응력 등으로 예상된다.

Fig. 6은 SMA 체적비가 5%일 때 종횡비에 따른 기지와 SMA 부분 열변형률의 유한요소 해석 결과를 나타냈다. 역변태 전의 온도(25°C)에서는 고분자 기지의 열팽창 계수 영향에 의해 SMA에



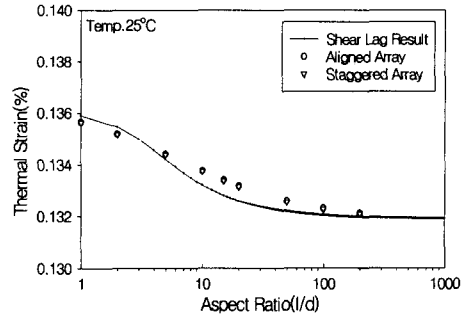
(a)



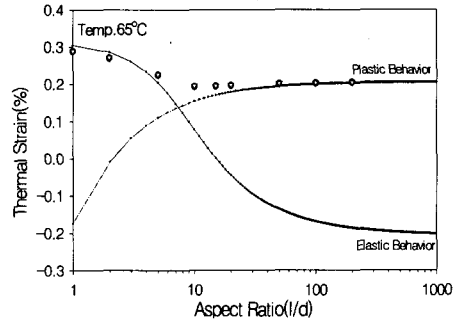
(b)

Fig. 6 FEA prediction of thermal strain in matrix and SMA fiber as a function of fiber aspect ratio with $V_f=5\%$, pre-strain 4% and temp. 25°C (a) and 65°C (b) for aligned (●) and staggered (○) arrays.

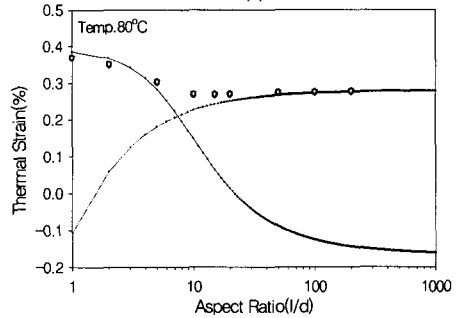
열변형이 발생하며 종횡비가 증가할수록 기지 부분의 열팽창은 줄어들고 섬유 부분은 증가하였다. 또한 종횡비가 증가하면 기지와 섬유의 열변형률이 같아졌다. 즉 거동이 $\epsilon_c = \epsilon_f = \epsilon_m$ 인 연속 섬유가 보강된 모델에 인접하였다. 또한 엇갈린 배열일 때는 SMA 부분의 압축 방향 열변형률이 작게 나타났으며, 이것은 섬유 부분의 인장응력 및 기지 부분의 압축응력이 규칙적인 배열보다 크며 기지와 섬유의 하중 전달이 뛰어나기 때문이다. 역변태후의 온도(65°C)에서는 종횡비가 작은 경우 SMA가 초기변형률(4%) 만큼 거의 수축(shrinkage)되었으며 종횡비가 증가하면 열수축이 억제되며 기지의 열팽창도 억제됨을 알 수 있다. 이것은 Fig. 5에서 종횡비가 작은 경우 SMA부분의 저항응력 감소가 원인이다. 또한 종횡비가 작은 경우($s < 5$) 배열에 관계없이 열변형률이 같은 것은 보강된 섬유의 축방향으로 인접한 섬유사이의 간격이 커 하중 전달이 잘되지 않기 때문이



(a)



(b)



(c)

Fig. 7 Comparison of thermal strain in short SMA/polymer composite between analytical and FEM results as a function of fiber aspect ratio with $V_f=1\%$ and pre-strain 4% at temperatures of (a) 25°C, (b) 65°C and 80°C.

다. 종횡비가 증가할수록 엇갈린 배열이 규칙적인 배열보다 섬유 저항응력이 커 SMA의 열수축을 억제하고, 기지의 열팽창을 감소시키는 원인이 되었다. 또한 종횡비가 증가하여 연속섬유의 거동에 인접할수록 배열효과가 줄어들었다.

Fig. 7은 SMA 체적비가 1%이고 온도가 25°C, 65°C, 80°C일 때 종횡비에 따르는 복합재료의 열변형률을 이론(-) 및 FEM(○) 결과를 각각 나타

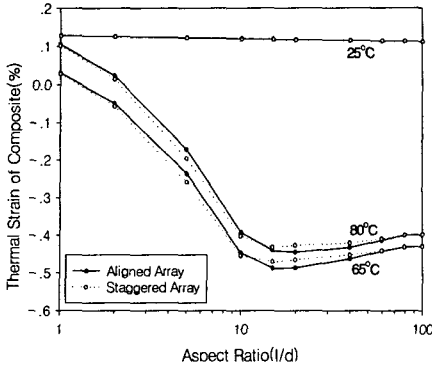


Fig. 8 Thermal strain of SMA/polymer as a function of fiber aspect ratio and temperature with SMA $V_f=5\%$ at aligned(●) and staggered array(o).

났다. 온도에 관계없이 열변형률이 이론 및 FEM 결과가 일치됨을 보였다. 먼저 역변태 전의 온도인 25°C 경우는 형상기억 효과가 없이 기지와 섬유와의 단순 열팽창 계수 차이에 의해 발생하는 열변형률 거동이며, 종횡비가 증가할수록 열변형률이 감소하였다. 이것은 일반 복합재료의 열변형률 거동을 나타낸 것이다. 또한 역변태 후의 온도인 65°C 및 80°C일 때는 종횡비가 증가할수록 급격히 열변형률이 감소하였으며 종횡비가 10:1 근방에서부터 다시 증가하였다. 역변태 후의 온도인 65°C 및 80°C 결과는 크게 2가지의 형태로 구분된다. SMA의 거동이 열탄성 거동인 종횡비가 10:1 보다 낮은 경우($s < 10$)와 완전 열소성 거동 경우($s > 10$)로 구분된다. 종횡비가 10:1 근방에서는 SMA의 저항응력(resistance stress)이 탄성에서 소성으로 바뀌는 영역을 나타낸다. 종횡비가 작을수록 SMA의 저항응력이 작아 가해진 초기변형률만큼 쉽게 회복되며 기지 부분의 응력 전달이 줄어들어 전체 복합재료의 열변형률이 높게 나타나는 원인이 되었다. 또한 종횡비가 증가할수록 SMA의 저항응력이 증가하여 기지의 열팽창 및 섬유의 열수축을 억제하였다.

또한 65°C에서 기지 열변형률인 $\epsilon_m = 0.3575\%$, 80°C에서는 0.44%이며 체적비가 1%, 온도가 65°C에서 복합재료의 열변형률은 s (종횡비)=1이면 $\epsilon_c = 0.288\%$, $s=100$ 이면 $\epsilon_c = 0.203\%$ 이고, 80°C에서는 각각 $\epsilon_c = 0.369\%$, $\epsilon_c = 0.275\%$ 이다. 동일온도에서 ϵ_m 과 비교하면 형상기억 효과에 의해 복합재료

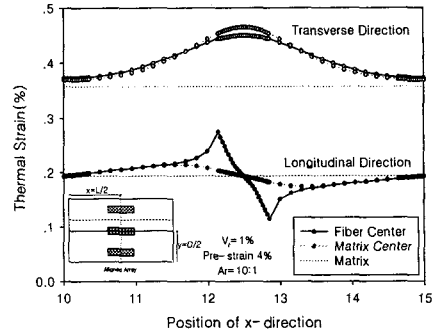


Fig. 9 Longitudinal and transverse thermal strain along x-direction in SMA/polymer with aligned array.

의 열변형 억제 효과가 매우 뛰어났다. 특히 $V_f=5\%$ 일 때 기지는 열팽창 하지만 복합재료의 거동은 종횡비에 따라 큰 차이를 보였으며 체적비가 증가할수록 종횡비의 따라 열변형 억제 효과가 증가하였다.

Fig. 8은 배열에 따른 SMA의 강화 효과를 예측하기 위해 체적비가 5%일 때 종횡비 변화에 따라 복합재료의 열변형률을 나타냈다. 종횡비가 증가할수록 압축방향의 열변형률이 증가하였으며 10:1 근방에서부터 다시 열변형률이 줄어들었다. 또한 종횡비가 10:1 이하에서는 엇갈린 배열, 10:1 이상에서는 규칙적인 배열이 열변형률이 낮게 나타났다. 또한 종횡비가 50:1 이상에서는 종횡비에 관계없이 일정한 열변형률을 나타냈다. 종횡비가 작을 경우 엇갈린 배열이 SMA 부분의 저항응력 및 기지 부분의 압축응력이 크기 때문이며 종횡비가 증가할수록 엇갈린 배열이 열변형률이 높게 나타나는 것은 인접한 섬유 사이 간격이 줄어들어 엇갈린 배열의 특징인 중첩에 의한 상쇄 효과 때문이다.

또한 배열에 관계없이 80°C일 때가 65°C일 때보다 압축방향의 열변형률이 작게 나타났다. 이것은 완전히 역변태 끝나는 온도($A_f=60^\circ\text{C}$) 이후의 거동에서 SMA의 형상기억 효과는 발생하지 않으며 기지의 열팽창계수 영향에 의해 압축 방향의 열변형률이 줄어드는 원인이 되었다.

Fig. 9는 3단 규칙적인 배열에서 종횡비가 10:1, 온도가 65°C일 때 SMA 중심($y=D/2$)과 기지 중심($y=2D/3$)에서 종방향과 횡방향에 발생하는 복합재료의 변형률은

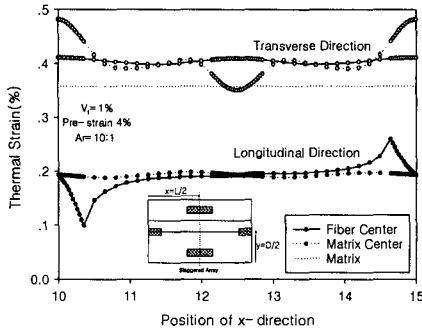


Fig. 10 Longitudinal and transverse thermal strain along x-direction of SMA/polymer with staggered array.

$$\epsilon_i = \frac{\delta_i}{p_i} \quad (27)$$

로 나타냈다. 여기서 첨자 i 는 각 절점(node)을 나타내며, p 는 x 또는 y 방향의 기준 위치를 나타낸다. δ 은 기준 위치에서 변형량을 나타낸다. 먼저 종방향 변형률은 형상기억 효과에 의해 변형 억제 효과가 뛰어났으며 종횡비가 증가할수록 열수축이 더욱더 증가하였다. 형상기억 효과에 의해 SMA의 변형률 분포는 SMA 선단에서 최고와 최저의 변형률을 나타낸다. 또한 x 좌표의 위치에서 지지 중심인 $x=10, 15$ 와 SMA 중심인 $x=12.5$ 에서는 y 방향 좌표의 위치 변화에 관계없이 동일한 열변형률을 보였다. 이것은 SMA 중심 부분에서는 형상기억 효과의 상쇄 때문이다. 또한 SMA에 인접된 기지는 형상기억 거동에 직접적인 영향을 보이며 종횡비가 증가할수록 SMA부분의 저항응력이 증가하여 섬유의 최저/최고 변형률은 줄어들며, 평균 변형률은 증가하였다. 또한 횡방향의 열변형 거동은 종방향으로 가해진 초기 변형률(pre-strain)의 영향에 의해 지지만의 열변형 보다 더욱더 증가된 변형률을 보였다.

Fig. 10의 엇갈린 배열 경우는 규칙적인 배열보다 좀 더 복잡한 거동을 보였다. 먼저 종방향 거동에서 $x=10, 15$ 와 $x=12.5$ 에서 좌우 대칭에 의해 규칙적 배열과 같이 동일한 열변형률을 보였으며 섬유 중심(fiber center)에서 열변형률은 규칙적인 것과 거의 같았으며, 지지 중심(matrix center)의 거동은 규칙적인 배열과 다른 거동을 보였다. 즉 x 방향 위치에 관계없이 거의 일정한 열변형률을 보였다. 이것은 Fig. 2에서 위 단(upper layer)과

아래 단(lower layer)의 SMA가 반대 방향으로 변형하기 때문에 인접한 지지 부분의 열변형 거동은 응력 상쇄가 발생하였기 때문이다. 또한 횡방향 거동은 규칙적인 배열과 다른 거동을 보였다. 섬유 중심($y=D/2$)에서 거동은 상쇄효과에 의해 일정한 열변형을 보였으며 지지 중심($y=2D/3$)의 열변형은 인접한 SMA의 위치에 따라 열변형 거동이 증/감되는 거동을 보였다. Fig. 9와 Fig. 10에서 보강되는 SMA의 위치에 따라 국부적인 열변형 거동에 큰 영향을 보였으며, SMA의 체적비가 증가할수록 배열의 보강 효과가 증가하였다.

5. 결론

형상기억 합금이 보강된 고분자 복합재료의 열변형 거동 해석에 전단 지연 이론을 이용한 이론 해석 및 Multi-fiber 모델을 이용한 유한요소 해석을 수행하였다. 해석 결과 비교는 종횡비에 따른 내부에 발생하는 응력 및 변형률은 근접된 결과를 보였다. 종횡비가 증가할수록 복합재료의 열변형률이 감소한 후 다시 증가하여 연속 섬유 형태의 SMA 보강 모델의 열변형 거동에 인접하였다. 종횡비가 작은 경우($s<10$) 역변태 후 SMA는 단성 거동, 종횡비가 증가할수록 탄소성 거동을 하였다. 종횡비가 증가할수록 SMA의 저항응력(인장응력)이 증가하여 기지의 열팽창을 억제하고 SMA의 초기변형률 만큼 수축을 억제하였다. 또한 엇갈린 배열이 SMA의 저항응력, 기지의 압축응력이 높게 나타났으며 종횡비 낮은 경우 엇갈린 배열, 증가하면 엇갈린 배열의 중첩 효과에 의해 규칙적 배열이 열변형률이 낮게 나타났다.

후 기

본 연구는 1997년도 교육부 기계공학 연구지원 과제(과제번호: 97-018-E00112) 연구비에 의하여 수행되었으며 본 연구에 도움을 주신 분께 감사 를 드립니다

참고문헌

(1) Cox, H. L., 1952, "The Elasticity and Strength

- of Paper and Other Fibrous Materials," *British J. of Applied Physics*, Vol. 3, pp. 72~79.
- (2) Taya, M. and Arsenault, R. J., 1987, "A Comparison between a Shear Lag Type Model and an Eshelby Type Model in Predicting the Mechanical Properties of Short Fiber Composite," *Scripta Metallurgica*, Vol. 21, pp. 349~354.
- (3) Nair, S. V. and Kim, H. G., 1992, "Modification of the Shear Lag Analysis for Determination of Elastic Modulus of Short Fiber Reinforced MMC," *ASME J. of Applied Mechanics*, Vol. 59, No. 2, pp. s176~s182.
- (4) Piggott, M. R., 1980, *Load-Bearing Fibre Composite*, Pergamon Press, pp. 83~99.
- (5) Tvergaard, V., 1990, "Analysis of Tensile Properties for a Whisker-Reinforced Metal Matrix Composite," *Acta Metall. Mater.*, Vol. 38, pp. 185~194.
- (6) Gibson, R. F., 1994, *Principles of Composite Material Mechanics*, McGraw-Hill, pp. 156~189.
- (7) Kim, H. G. and Grosse, I. R., 1994, "Finite Element Mesh Refinement for Discontinuous Fiber Reinforced Composite," *Transactions of ASME*, Vol. 116, pp. 524~532.
- (8) Schapery, R. A., 1968, "Thermal Expansion Coefficients of Composite Materials Based on Energy Principles," *J. Composite Material*, Vol. 2, p. 380.
- (9) Whitney, J. M., 1990, *Delaware Composite Design Encyclopedia (Micromechanical Materials Modeling)*, Technomic Publishing, Vol. 2, pp. 49~90.
- (10) Brinson, L. C., and Huang, M. S., 1996, "Simplification and Comparisons of Shape Memory Alloy Constitutive Models," *J. of Intelligent Syst. and Struct.*, Vol. 7, pp. 108~114.
- (11) Lagoudas, D. C., Boyd, K. G. and Bo, Z., 1994, "Micromechanics of Active Composites With SMA Fibers," *J. of Engineering Material and Technology*, Vol. 116, pp. 337~347.
- (12) Furuya, Y., Sasaki, A. and Taya, M., 1993, "Enhanced Mechanical Properties of TiNi Shape Memory Fiber/Al Matrix Composites," *Materials Transactions JIM*, Vol. 34, No. 3, pp. 224~227.
- (13) 田中喜久昭, 1993, 形状記憶合金の機械的性質, 養賢堂, pp. 62~122.
- (14) Lagoudas, D. C. and Tadjbakhsh, I. G., 1992, "Active Flexible Rods with Embedded SMA Fibers," *Smart Mater. Struct.*, Vol. 1, pp. 162~167.
- (15) Baz, A., Imam, K. and McCoy, J., 1990, "Active Vibration Control of Flexible Beams Using Shape Memory Actuators," *J. of Intelligent Syst. and Struct.*, Vol. 3, pp. 437~456.
- (16) 정태현, 이동주, 김홍건, 1997, "형상기억 합금을 이용한 지능형 고분자 복합재료의 개발," 대한기계학회 논문집(A), 제21권, 제10호, pp. 1609~1618.
- (17) Lee, D. J. and Jeong, T. H., 1997, "Smart Polymeric Composite with Shape memory Alloy for Low Thermal Deformation," *Proc. of the 18th Riso Int. Sympto. on Materials Science*, pp. 397~403, Denmark.