

확장된 Born 근사법에 의한 시추공간 3차원 전자탐사 모델링

조인기¹⁾ · 최경화²⁾

3-D Crosshole EM Modeling by the Extended Born Approximations

Cho, In Ky and Choi, Kyoung Hwa

요 약 : 확장된 Born 근사법에 의한 반무한 공간에서의 전자탐사(EM) 3차원 모형반응 알고리즘을 개발하였다. 이 근사법의 정확성을 검토하기 위하여 수직 자기쌍극자(VMD, vertical magnetic dipole)원을 사용하여 자기장의 수평 및 수직성분에 대한 확장된 Born 근사법의 결과를 적분방정식법의 결과와 비교하였다. 그 결과 확장된 Born 근사법과 적분방정식법은 송신원의 주파수가 20 kHz보다 작고 전도도비가 1:10이하에서 정확한 결과를 보였다. 이보다 더 큰 전도도비를 갖는 경우 확장된 Born 근사법의 결과는 적분방정식법의 결과와 약간의 차이를 나타낸다. 따라서, 확장된 Born 근사법의 정확한 결과를 얻기 위해서는 전도도비가 1:10보다 작은 범위에 있어야 한다. 그러나 20 kHz부터 100 kHz의 송신원의 주파수 범위에서는 두 값의 차가 비교적 작기 때문에 확장된 Born 근사법은 EM 3차원 모형반응 알고리즘으로 사용 가능한 것으로 판단된다.

주요어 : 3차원 모델링, 적분방정식, 확장된 Born 근사법

Abstract : Three-dimensional electromagnetic modeling algorithm in homogeneous half-space was developed using the extended Born approximation to an electric field integral equation. To examine the performance of the extended Born approximation algorithm, the results were compared with those of the full integral equation results. For a crosshole source-receiver configuration, the agreement between the integral equation and the extended Born approximation was remarkable when the source frequency is lower than 20 kHz and conductivity contrast lower than 1:10. Beyond this conductivity contrast, the simulated results by the extended Born approximation exhibit a difference with respect to those by the integral equation. Therefore, the limit of accuracy lies below contrast of 1:10 in the extended Born approximation. Since for the source frequency range from 20 kHz to 100 kHz, however, the difference is relatively small, the extended Born approximation could be used for a reasonable 3-D EM modeling algorithm.

key ward : 3-D EM modeling, integral equation, extended Born approximation

서 론

최근 물리탐사 분야에서 관심 및 수요가 급격히 증대되고 있는 파쇄대나 균열대의 발달 및 분포에 대한 조사는 지하공간의 활용을 위한 지하구조물의 위치선정 또는 핵폐기물 처리 부지선정 등의 공학적 문제 뿐만 아니라 쓰레기 매립지 부지선정 및 오염의 감시와 같은 환경문제에 있어서 사전 및 사후에 면밀히 이루어져야 한다. 이를 위해서는 분해능이 매우 높은 정밀 물리탐사 기술의 필요성이 대두되고 그에 따라 시추공을 이용한 물리탐사 기술이 매우 빠르게 발달하고 있다. 특히 전자탐사(EM) 토모그래피는 탄성파, 레이더 및 전기비저항 토모그래피법과 함께 매우 중요한 정밀물리탐사 기술로 토목 및 환경 분야의 적용을 위하여 다양한 연구가 지속되고 있다

(Alumbaugh and Morrison, 1995; Torres-Verdin and Habashy, 1994; Wilt *et al.*, 1995; Zhou *et al.*, 1993).

EM 토모그래피는 수 Hz에서 수 MHz까지의 주파수를 사용할 수 있으며, 송·수신 시추공 간격, 시추공 사이의 평균 전기전도도, 주변의 잡음수준 등 다양한 탐사조건에 따라 적정 주파수를 선정하여 사용하게 된다. EM 토모그래피는 전기비저항 토모그래피와 동일하게 조사 대상지역의 전기전도도 분포에 관한 정보를 얻게 되지만, PVC 케이싱이 설치된 시추공에서도 자료의 획득이 가능하며, 전기비저항 토모그래피의 적용이 어려운, 전도도가 매우 높은 환경에서도 효과적으로 적용 가능하다. 또한 시추공에 공내수가 없을 경우에도 측정이 용이하다는 점도 빼 놓을 수 없는 EM 토모그래피의 장점이다. 한편 현재 해상도가 가장 뛰어난 것으로 알려진 레이더 토모그

*1999년 6월 8일 접수

1) 강원대학교 자연과학대학 지구물리학과 조교수

2) 강원대학교 대학원 지질학과

래피의 경우 수십 MHz 이상의 고주파수를 사용하기 때문에 전도성 매질에서 감쇠가 극심하므로 시추공 간격이 넓은 경우에는 적용이 어렵게 된다. 이러한 경우 EM 토모그래피는 매우 훌륭한 대안이 될 수 있다.

그러나 EM 토모그래피법은 전자기파의 복잡한 분산특성 때문에 아직 확실한 해석기술이 개발되어 있지 않으며, 현재 대부분의 해석은 주로 2차원 역산에 의존하고 있어 3차원적 해석이 요구될 경우 적절한 해석기술이 없는 실정이다. EM자료의 3차원 역산을 위해서는 효과적인 모형반응 계산 알고리즘의 개발이 필요하다. 일반적으로 3차원 EM 탐사의 모형반응 계산방법으로 적분방정식법, 유한차분법 및 유한요소법 등이 사용되고 있다. 그러나 이들 방법은 지하를 여러 개의 요소로 분할하여 수치해를 구하는 과정에서 대형 행렬방정식을 풀어야 한다는 문제점이 있다. 특히 3차원 모형반응 계산에서는 조사 대상지역 전체를 매우 많은 수의 요소로 분할해야하므로 행렬방정식이 커지게 된다. 따라서 이의 해를 구하기 위해서는 계산시간이 많이 소요되며, 대용량의 컴퓨터가 요구된다.

현재 EM 토모그래피 기술의 개발을 위해서 가장 필요한 부분은 계산시간이 빠른 모델링 알고리즘이다. 본 연구에서는 계산시간이 매우 짧은 것으로 알려진 확장된 Born 근사법을 사용하여 3차원 EM 모델링 알고리즘을 개발하고, 그 결과의 정확성을 검토하기 위하여 3차원 적분방정식법(integral equation method)의 결과와 비교하였다. 확장된 Born 근사법에 의한 3-D EM 모델링에 관한 연구가 최근 발표된 바 있으나(Tseng et al., 1996; 이성근, 1998) 모두 무한공간에 대한 해이다. 본 연구에서는 반무한 균질 매질(homogeneous half-space)을 가정하였다. 연구 결과 확장된 Born 근사법에 의한 3차원 EM 모형반응 결과는 모암과 이상체간의 전도도 비가 비교적 큰 경우와 넓은 주파수 대역에서의 주파수에 대해서도 적분방정식법의 결과와 비교적 좋은 일치를 보여 향후 3차원 역산시 적용할 수 있는 효과적인 모형반응 알고리즘으로 기대된다.

이 론

Fig. 1에서와 같이 전도도 σ_b 인 반무한 공간내에 전기전도도 이상체가 존재할 경우 전기장은 다음과 같이 제2종 Fredholm 방정식으로 주어진다(Hohmann, 1975; Hohmann, 1988; 조인기, 정승환, 1997).

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_P(\mathbf{r}) + \int_V \hat{\sigma}(\mathbf{r}') \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}') dv' \quad (1)$$

(1)식에서 \mathbf{E}_P 는 송신원에 의한 1차장, $\hat{\sigma}(\mathbf{r}) = \sigma(\mathbf{r}) - \sigma_b$, $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 는 반무한공간에 대한 그린텐서로

$$\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \left[k_b^2 \mathbf{I} + \frac{1}{\sigma_b} \nabla \nabla \right] g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (2)$$

로 주어진다. 무한공간에서 스칼라 그린함수 $g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 은

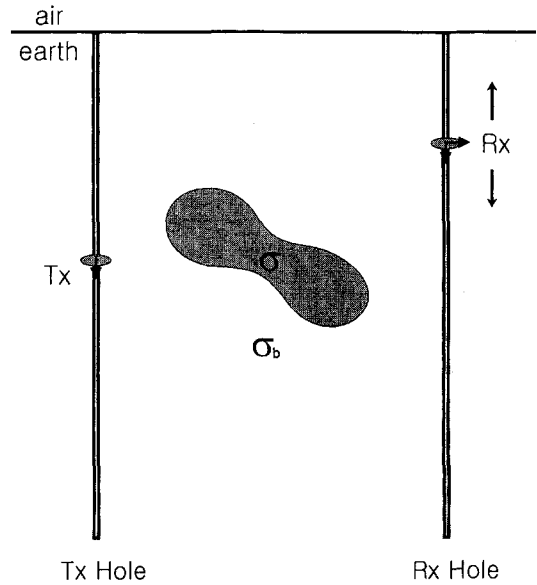


Fig. 1. Source and receiver geometry in crosshole EM.

$$g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{e^{-ik_b R}}{4\pi R} \quad (3)$$

이며, $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$, $k_b^2 = -i\omega\mu\sigma_b$ 으로 전도성 매질에서의 전파상수이다. 반무한 공간에 대한 스칼라 그린함수는 더욱 복잡하며 (3)식에 지표면에 의한 영상원(image source)이 추가되어야 한다.

(1)식의 해를 구하기 위해서는 우선 이상체를 여러 개의 미소 육면체로 나눈 다음 각 미소체에서의 전기장을 계산해야 한다. 미소체내에서의 전기장이 일정하다고 가정하면 (1)식은

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_P(\mathbf{r}) + \sum_{n=1}^N \hat{\sigma}_n \Lambda(\mathbf{r}, \mathbf{r}_n) \cdot \mathbf{E}_n \quad (4)$$

로 단순화 되며, (4)식에서

$$\Lambda(\mathbf{r}, \mathbf{r}_n) = \int_{V_n} \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dv' \quad (5)$$

(5)식은 $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$ 인 경우 발산하게 되므로 주의가 필요하다. (5)식에 주어진 그린텐서의 적분은 부록 A에, (4)식에 주어진 일차 전기장은 부록 B에 기술하였다.

이제 각 요소에서의 전기장을 계산하기 위하여 (4)식을 선형방정식의 형태로 표현하면

$$\sum_{n=1}^N [\delta_{mn} - \hat{\sigma}_n \Lambda_{mn}] \cdot \mathbf{E}_n = \mathbf{E}_{Pm} \quad (6)$$

(6)식에서

$$\delta_{mn} = \begin{cases} \mathbf{I} & \text{for } m = n \\ \mathbf{0} & \text{for } m \neq n \end{cases}$$

이다. 이 때 \mathbf{I} 및 $\mathbf{0}$ 는 단위 및 0 텐서이다. (6)식으로부터 각 요소에서의 전기장을 계산한 후, 자기장은 다음의 관계식을 이용하여 간단하게 계산할 수 있다.

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_p(\mathbf{r}) - \frac{1}{i\omega\mu} \nabla \times \int_V \hat{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{r}') \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}') dV' \quad (7)$$

(6)식을 이용하여 각 미소체내에서의 전기장을 계산하는 방법을 적분방정식법이라 하며 이 방법은 거의 이론해에 가까운 정확한 모델링 방법이다. 이 적분방정식법은 모양과 전도도가 다른 이상체만을 요소분할하게 되므로 3차원 모델링에 매우 효과적인 방법으로 알려져 있다. 그러나 최근의 모델링 알고리즘은 역산에 사용되는 경우가 많으며 이 경우 적분방정식법은 대상 영역 전체를 요소분할해야 한다. 따라서 3차원 역산시에는 요소의 수가 급증하게 되고 (6)식에 주어진 선형방정식의 크기가 커져 계산시간이 너무 많이 소요된다는 치명적인 약점을 갖게된다. 이러한 이유로 최근에는 정확성은 떨어지지만 계산시간이 짧고 이론이 간단한 Born 근사법, 이의 약점을 보완한 확장된 Born 근사법이 도입되었다.

(1)식의 해를 구하는 방법 중 가장 간단한 방법은 이상체내에서의 전기장을 이상체가 없을 경우의 일차 전기장으로 가정하는 Born 근사법이다. 즉

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_p(\mathbf{r}) + \int_V \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \hat{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}_p(\mathbf{r}') dV', \mathbf{r} \in V \quad (8)$$

따라서 Born 근사법이 정확한 해를 나타내기 위해서는 이상체내에서의 전기장이 이상체가 없을 경우의 전기장과 같아야 한다. 그러나 Born 근사법은 이상체와 주변 매질간의 전도도차가 너무 크거나, 이상체의 크기가 클 경우에 매우 부정확한 것으로 알려져 있다. 이러한 문제점의 해결을 위하여 도입된 방법이 확장된 Born 근사법이다(Habashy *et al.*, 1993).

확장된 Born 근사법에서는 이상체 내부에서의 전기장을 다음과 같이 근사한다.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) \approx \Gamma(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}_p(\mathbf{r}), \quad \mathbf{r} \in V \quad (9)$$

여기서 $\Gamma(\mathbf{r})$ 은 탈분극(depolarization) 텐서라 불리며(Habashy *et al.*, 1993).

$$\Gamma(\mathbf{r}) = \left[\mathbf{I} - \int_V \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \hat{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{r}') dV' \right]^{-1}, \quad \mathbf{r} \in V \quad (10)$$

로 주어진다. (9)식의 확장된 Born 근사가 정확한 결과를 나타내기 위해서는 일차 전기장이 오차항에 비하여 매우 커야 한다. 즉

$$\left| \mathbf{E}_p(\mathbf{r}) \right| \gg \left| \int_V \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \hat{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}') - \mathbf{E}(\mathbf{r}) dV' \right|, \quad (\mathbf{r} \in V) \quad (11)$$

의 조건을 만족하고, 내부 전기장이 $\mathbf{r}=\mathbf{r}'$ 부근에서 매우 완만하게 변화하며 $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 이 급속하게 감소한다면 (9)식의 확장된 Born 근사는 적절한 근사법이 된다. 이 방법은 이상체와 주변 매질간의 전기전도도 차이가 상당히 클 경우에도 비교적 정확히 각 요소에서의 전기장을 근사할 수 있는 것으로 보고된바 있다(Torres-Verdin and Habashy, 1995; 조인기, 심현미, 1998; 조인기 등, 1999).

결과 및 고찰

본 연구에서는 확장된 Born 근사의 정확성을 검토하기 위하여 Fig. 1과 같이 반무한 공간내의 일 점에 수직 자기쌍극자(VMD)원을 위치시키고 확장된 Born 근사에 의해서 2차 자기장의 수평 및 수직성분의 값을 구한 후 이를 적분방정식법에 의해 구한 결과와 비교하였다. 또한 사용 송신원의 주파수 및 모양과 이상체의 전도도비에 따른 반응양상을 분석하였다.

Fig. 2는 송신 시추공의 50 m지점에 수직 자기쌍극자(VMD)를 고정시키고, 송신 시추공으로부터 50 m 떨어진 수신 시추공을 따라 자기장의 수평 및 수직성분의 반응양상을 살펴보았다. 사용된 3차원 이상체는 10 m×10 m×10 m 크기의 정육면체이고, 모양의 전기전도도는 0.01 S/m, 이상체의 전기전도도는 0.1 S/m이며 사용주파수 대역은 1 kHz(표피심도, $\delta \approx 158$ m)이다. 이상체는 송·수신 시추공의 중앙에 위치하며, 이상체 중심의 심도는 50 m이다. 수직, 수평성분 모두 2차 자기장의 허수성분이 실수성분보다 크게 나타나고 있으며, 2차 자기장의 수평 성분의 경우 (b) 확장된 Born 근사법 및 적분방정식법 모두 이상체의 중심심도인 50 m에서 2차 자기장값이 0을 통과하고, 수직성분의 경우 (c)는 두 값 모두 중심심도에서 최대 이상을 나타내고 있다. 2차 자기장의 수평과 수직성분 모두 적분방정식법과 확장된 Born 근사법의 결과가 전반적으로 매우 잘 일치하고 있으며, 본 논문에 나타내지는 않았으나 이상체의 크기가 큰 경우에도 비교적 좋은 일치를 보였다.

Fig. 4는 주파수의 변화가 2차 자기장에 미치는 영향을 알아보기 위하여 Fig. 3에 주어진 모델 및 송수신 배열에 대하여 자기장의 수평 및 수직성분의 변화를 살펴보았다. 물성치는 Fig. 2(a)와 동일하게 설정하였으며 송신 시추공의 50 m지점에 수직자기 쌍극자(VMD)를 고정시키고, 송신 시추공으로부터 50 m떨어진 수신 시추공내의 심도 10 m 지점에서의 2차 자기장을 계산하였다. 이상체의 크기는 10 m×10 m×10 m이며, 송수신 시추공의 중앙에 위치한다. 이때 이상체의 중심심도는 30 m이다. 주파수는 100 Hz에서 100 kHz 까지 사용하였다. 반응양상을 살펴보면 2차 자기장의 수평, 수직성분 모두 100 Hz에서 20 kHz 정도까지는 확장된 Born 근사법과 적분방정식법이 잘 일치하였으며, 그보다 큰 주파수에서는 약간의 차이를 보이고 있다. 그러나 전반적으로 확장된 Born 근사법에 의한 해와 적분방정식법에 의한 해가 매우 잘 일치함을 확인할 수 있었고 실수성분보다는 허수성분이 더 잘 일치하고 있다.

이상체와 모양간의 전기전도도차에 따른 2차 자기장의 변화양상을 알아보기 위하여 모양의전기전도도, 송수신기의 위치, 사용주파수, 이상체의 크기는 Fig. 3과 동일하게 설정하고 이상체와 모양간의 전기전도도비를 10^{-4} 배에서 10^4 배까지 변화시키면서 반응양상을 계산하였다(Fig. 5). 수평, 수직성분 모두 확장된 Born 근사법의 경우 이상체의 전기전도도가 모양의 전기전도도보다 낮은 부도체의 경우에는 거의 적분방정식법의

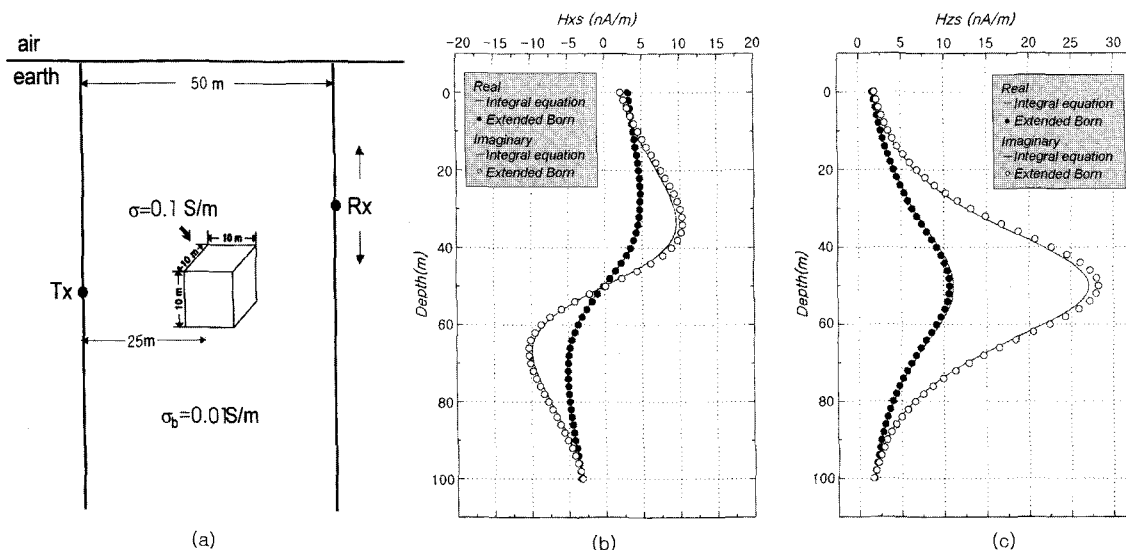


Fig. 2. Secondary magnetic field curves simulated by the integral equation and by the extended Born approximation. (a) 3-D model, (b) horizontal component and (c) vertical component.

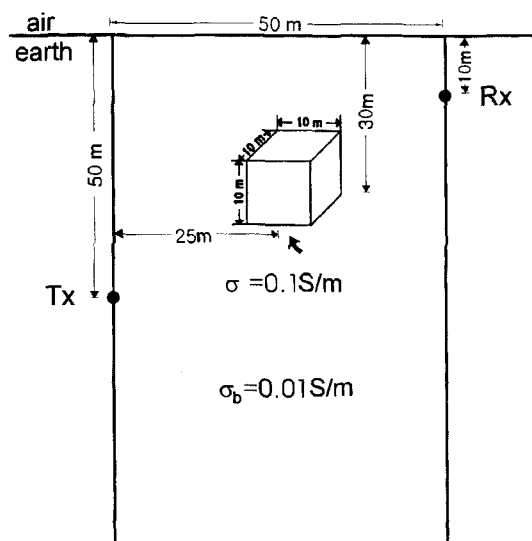


Fig. 3. Source and receiver geometry and 3-D cube model.

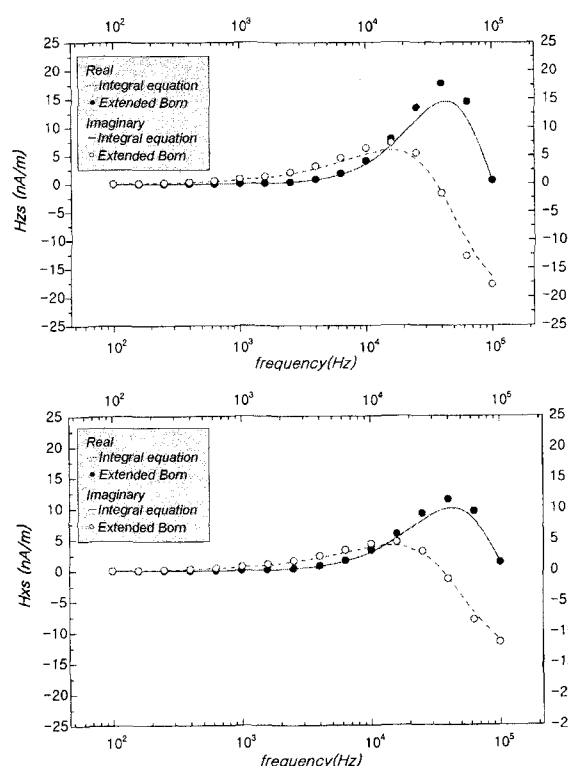


Fig. 4. Secondary magnetic field (H) plotted as a function of frequency for a model in Fig. 3. (a) Horizontal component and (b) vertical component.

결과와 일치하고 있다. 한편 전도체의 경우에는 이상체와 모양 간의 전기전도도비가 수평성분의 경우 16정도, 수직성분의 경우 10까지는 적분방정식의 결과와 잘 일치하다가 그 보다 커 지게 되면 점차 그 차이가 증가함을 알 수 있다. 이는 전도도 차가 커지게 되면 식 (11)의 우변에 주어진 오차항이 증가하기 때문에 나타나는 현상으로 해석되며 이는 확장된 Born 근사법의 한계로 생각된다. 그러나 전반적으로 볼 때 확장된 Born 근사법은 전도도차가 비교적 클 경우에도 적분방정식법의 결과와 잘 일치하고 있어, 효과적인 모델링 방법으로 보인다.

또한 확장된 Born 근사법 모형반응의 계산시 대형 행렬방정식을 풀지 않아도 되므로 계산시간이 짧으며, 역산과정에서 가장 중요한 Jacobian 행렬의 계산도 용이하므로(Torres-Verdin and Habashy, 1994; 조인기, 심현미, 1998) 3차원 역산에 필요

한 모형반응의 계산 알고리즘으로 효과적일 것으로 판단된다.

결론 및 토의

확장된 Born 근사법에 의한 전자탐사 3차원 모형반응 계산 알고리즘을 개발하고 그 정확성을 검토하였다. 반무한 공간내

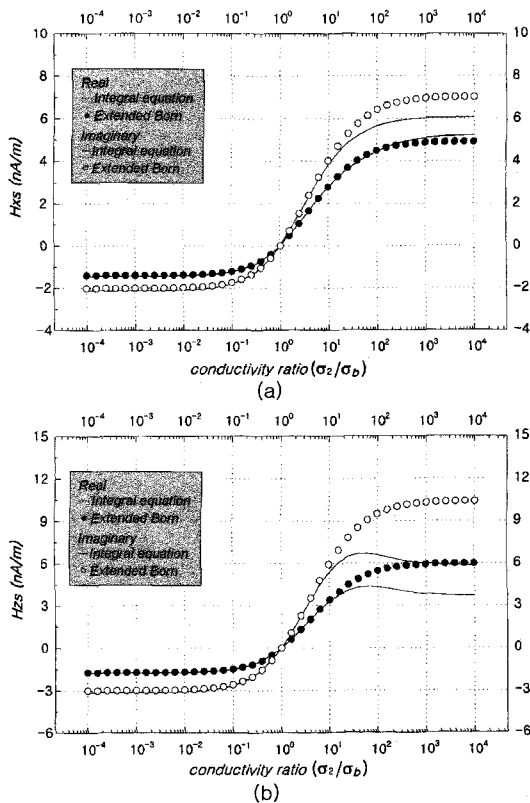


Fig. 5. Secondary magnetic field (H) plotted as a function of conductivity ratio for a model in Fig. 3. (a) Horizontal component and (b) vertical component.

의 한점에 수직 자기쌍극자(VMD)원을 위치시키고 적분방정식법 및 확장된 Born 근사법을 사용하여 2차 자기장의 수직 및 수평성분을 계산하고 이 두 방법에 의한 결과를 비교 분석하였다. 또한 송신 주파수, 모암과 이상체간의 전도도비에 따른 2차 자기장의 변화양상을 검토하였다.

연구 결과 2차 자기장의 수평 및 수직성분 모두에서 확장된 Born 근사법과 적분방정식법의 결과가 비교적 잘 일치하였다. 수신 시추공을 따라서 계산한 2차 자기장은 수평성분의 경우 두 방법 모두 이상체의 중심심도인 50 m에서 0을 통과하고 수직성분의 경우는 두 값 모두 중심심도에서 최대 이상을 나타내었다. 주파수를 변화시킨 경우의 확장된 Born 근사와 적분방정식에 의해 구한 2차 자기장 값은 넓은 주파수 대역에 대해서도 좋은 일치를 보이고 있다. 특히 100 Hz에서 20 kHz 정도의 주파수 대역에서 두 방법의 결과가 거의 일치하고 있으며 그 이상의 주파수 대역에서는 약간의 차이를 보이고 있으나 전체적인 반응 곡선의 변화 양상은 상당히 유사하게 나타났다. 모암과 이상체의 전도도비를 변화시키며 확장된 Born 근사와 적분방정식에 의해 구한 2차 자기장 값은 이상체가 부도체인 경우는 두 값이 잘 일치하고 있으며, 이상체가 전도체인 경우는 전도도비가 10보다 작을 때 좋은 일치를 나타내었다.

이상에서 확장된 Born 근사법은 전반적으로 적분방정식법의 결과와 잘 일치하고 있어 비교적 정확한 모델링 알고리즘

인 것으로 판단되며, 계산시간이 짧고 역산시 Jacobian 행렬의 계산이 용이하다는 장점이 있다. 따라서 확장된 Born 근사 방법은 향후 전자탐사자료의 3차원 역산에 효과적인 모델링 기법으로 사용 가능할 것으로 보인다.

감사의 글

본 논문은 학술진흥재단의 대학부설연구소(강원대학교 부설 자원개발연구소)과제인 '석회암지역의 지하구조 및 수리특성에 관한 연구의 일부입니다. 연구비를 지원해준 재단에 감사드립니다.

참고문헌

- 송윤호, 1992, 2중 Hankel 변환을 이용한 관상전도체의 적분방정식 전자탐사 모델링: 서울대 학교, 공학박사 학위논문.
- 이성근, 김희준, 서정희, 1998, 확장 Born 근사에 의한 시추공간 3차원 전자탐사 모델링: 대한자원환경지질학회, 한국자원공학회, 한국지구물리탐사학회 춘계 공동학술발표회 논문집, 74-76.
- 정승환, 조인기, 김정호, 전정수, 1990, 적분방정식에 의한 전자탐사법의 3차원 모델링-탐사 기술 개발연구: 한국동력자원연구소 연구보고서, KR-90-2E, 137-167.
- 조인기, 정승환, 김정호, 송윤호, 1997, 전기비저항 토모그래피에서의 전극배열 비교: 한국자 원공학회지, **34**, 18-26.
- 조인기, 심현미, 1998, 확장된 Born 근사에 의한 EM 토모그래피: 물리탐사, **1**(3), 155-160.
- 조인기, 서백수, 김진호, 1999, 확장된 Born 근사에 의한 전기비저항 3차원 모델링: 한국자원 공학회지, **36**, 119-124.
- Alumbaugh, D. L. and Morrison, H. F., 1995, Theoretical and practical considerations for crosswell electromagnetic tomography assuming a cylindrical geometry: *Geophysics*, **60**, 846-870.
- Anderson, W. L., 1984, Computation of Green's tensor integrals for three dimensional electromagnetic problems using fast Hankel transforms: *Geophysics*, **49**, 1754-1759.
- Habashy, T. M., Groom, R. W. and Spies, B. R., 1993, Beyond the Born and Rytov approximation: A nonlinear approach to electromagnetic scattering: *Journal of Geophysical Research*, **98**, 1759-1775.
- Harrington, R. F., 1968, *Field computation by moment methods*: Macmillan Co.
- Hohmann, G. W., 1975, Three-dimensional induced polarization and electromagnetic modeling: *Geophysics*, **40**, 309-324.
- Hohmann, G. W., 1983, Three-dimensional EM modeling: *Geophys. Surv.*, **6**, 27-53.
- Hohmann, G. W., 1988, Numerical modeling for electromagnetic methods of *Geophysics*, in Nabighian, M. N. Ed., *Electromagnetic methods in applied geophysics-theory*, Vol. 1: Soc. Expl. Geophys., 312-363.
- Torres-Verdin, C. and Habashy, T. M., 1994, Rapid 2.5 dimensional forward modeling and inversion via a new nonlinear scattering approximation: *Radio Sci.*, **29**(4), 1051-1079.
- Torres-Verdin, C. and Habashy, T. M., 1995, A two-step linear

inversion of two-dimensional electrical conductivity: IEEE Trans. Ant. Prop., 43(4), 405-415.

Tseng, H. W., Lee, K. H., and Becker, A., 1996, An improved numerical technique for 3-D electromagnetic modeling: 66th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. geophys., Expanded Abstracts, 249-252.

Van Bladel, J., 1961, Some remarks on Green's dyadic for infinite space: Inst. Radio Eng., Trans. Ant. and Prop., 9, 563-566.

Ward, S. H. and Hohman, G. W., 1988, Electromagnetic theory for geophysical applications, in Nabighian, M. N., Ed., Electromagnetic methods in applied geophysics- theory, Vol. 1, Ch. 4: Soc. Expl. Geophys.

Wilt, M., Alumbaugh, D. L., Morrison, H. F., Becker, A., Lee, K. H. and Deszcz-Pan, M., 1995, Crosswell electromagnetic tomography: System design considerations and field result: Geophysics, 60, 871-885.

Zhou, Q., Becker, A. and Morrison, H. F., 1993, Audio-frequency electromagnetic tomography in 2-D: Geophysics, 58, 482-495.

부록 A. 그린텐서의 적분

전자탐사에서 그린텐서의 적분은 전류원(current source)과 전하원(charge source)에 의한 텐서의 합으로 주어진다(Harrington, 1968). 즉

$$\Lambda = \Lambda_A + \Lambda_V \quad (A1)$$

이 텐서는 다음의 관계식(VanBladel, 1964)

$$\int_V \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dv' = \int_S \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds' \quad (A2)$$

을 이용하면 각각

$$\Lambda_A = k_b^2 \int_{V_n} g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds' \mathbf{I} \quad (A3)$$

$$\Lambda_V = \sum_{j=1}^3 \sum_{l=1}^2 (-1)^l \int_{S_j} \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{u}_j ds' \quad (A4)$$

주어지며

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r}_n + (-1)^j \frac{\Delta_{jn}}{2} \mathbf{u}_j, \quad j = 1, 2, 3$$

반무한 공간에 대한 그린함수는 무한공간에 대한 일차장과 지표면에 의한 영상효과와의 합으로 나타내야 한다. 편의상 (A3), (A4)식의 피적분함수를 \mathbf{G}_A , \mathbf{G}_V 라 하면, (2) 식에 주어진 그린텐서는

$$\mathbf{G}_A = \mathbf{G}_A^P + \mathbf{G}_A^S \quad (A5)$$

$$\mathbf{G}_V = \mathbf{G}_V^P + \mathbf{G}_V^S \quad (A6)$$

이 된다. (A5), (A6)식에서 윗첨자 P는 무한공간에 의한 일차장, S는 지표면에 의한 영상효과를 나타낸다. (A5), (A6)식을 텐서형태로 나타내면

$$\mathbf{G}_A^P(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{e^{-ik_b R}}{4\pi R} \mathbf{I} \quad (A7)$$

$$\mathbf{G}_A^S(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \beta_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{u}_1 + \beta_2 \mathbf{u}_2 \mathbf{u}_2 - \frac{e^{-ik_b R_s}}{4\pi R_s} \mathbf{u}_3 \mathbf{u}_3 \quad (A8)$$

$$\mathbf{G}_A^P(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \beta_2 \begin{bmatrix} (x-x')\mathbf{u}_1\mathbf{u}_1 & (x-x')\mathbf{u}_1\mathbf{u}_2 & (x-x')\mathbf{u}_1\mathbf{u}_3 \\ (y-y')\mathbf{u}_2\mathbf{u}_1 & (y-y')\mathbf{u}_2\mathbf{u}_2 & (y-y')\mathbf{u}_2\mathbf{u}_3 \\ (z-z')\mathbf{u}_3\mathbf{u}_1 & (z-z')\mathbf{u}_3\mathbf{u}_2 & (z-z')\mathbf{u}_3\mathbf{u}_3 \end{bmatrix} \quad (A9)$$

$$\mathbf{G}_A^P(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \begin{bmatrix} \beta_3(x-x')\mathbf{u}_1\mathbf{u}_1 & \beta_3(x-x')\mathbf{u}_1\mathbf{u}_2 & \beta_4(x-x')\mathbf{u}_1\mathbf{u}_3 \\ \beta_3(y-y')\mathbf{u}_2\mathbf{u}_1 & \beta_3(y-y')\mathbf{u}_2\mathbf{u}_2 & \beta_4(y-y')\mathbf{u}_2\mathbf{u}_3 \\ \beta_4(z-z')\mathbf{u}_3\mathbf{u}_1 & \beta_4(z-z')\mathbf{u}_3\mathbf{u}_2 & \beta_4(z-z')\mathbf{u}_3\mathbf{u}_3 \end{bmatrix} \quad (A10)$$

여기서

$$\beta_1 = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \frac{u-\lambda}{u+\lambda} e^{-u(u+z')} J_0(\lambda \rho) d\lambda$$

$$\beta_2 = (1 + ik_b R) \frac{e^{-u(z+z')}}{4\pi R}$$

$$\beta_3 = \frac{1}{4\pi \rho} \int_0^\infty \left(2 - \frac{\lambda}{u}\right) e^{-u(z+z')} \lambda J_1(\lambda \rho) d\lambda$$

$$\beta_4 = (1 + ik_b R_s) \frac{e^{-ik_b R_s}}{4\pi R_s}$$

$$u = \sqrt{\lambda^2 - k_b^2}$$

$$\rho^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2$$

$$R^2 = \rho^2 + (z-z')^2$$

$$R_s^2 = \rho^2 + (z+z')^2$$

이며 J_0, J_1 은 Bessel 함수이다. β_1, β_3 의 Hankel 변환은 Anderson(1984)의 프로그램을 이용하여 계산할 수 있다.

이제 (5)식에 주어진 체적적분도 (A5), (A6)식에서와 마찬가지로

$$\Lambda_A = \Lambda_A^P + \Lambda_A^S \quad (A11)$$

$$\Lambda_V = \Lambda_V^P + \Lambda_V^S \quad (A12)$$

우선

$$\Lambda_A^P = k_b^2 \int_{V_n} \mathbf{G}_A^P(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dv' \quad (A13)$$

로 주어진다. (A13)식의 계산은 미소체적의 형태에 크게 좌우되지 않으므로 육면체 요소를 동일체적의 구형요소로 근사하여 그 값을 계산하면 다음과 같다(Hohmann, 1975).

$$\Lambda_A^P = \mathbf{I} \begin{cases} (ik_b a + 1) e^{ik_b a} - 1 & \text{if } \mathbf{r} = \mathbf{r}' \\ \frac{e^{ik_b R}}{k_b R} [\sin(k_b a) - k_b a \cdot \cos(k_b a)] & \text{if } \mathbf{r} \neq \mathbf{r}' \end{cases} \quad (A14)$$

영상에 의한 항을 점원(point source)로 가정하면

$$\Lambda_A^S = k_b^2 \mathbf{G}_A^S(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \Delta_{xn} \Delta_{yn} \Delta_{zn} \quad (\text{A15})$$

한편 전하원에 의한 그린텐서의 적분은 (A4)식에 주어진 바와 같이 상당히 복잡하다. 즉 (A4)식에 대한 적분이 불가능하므로 피적분 함수를 Taylor 급수전개하여 해를 구하는 방법(Hohmann, 1975; 정승환 등, 1990)이 사용되었으나 고차항을 무시할 경우 상당한 오차가 나타나는 것으로 보고된 바 있다(송윤호, 1992). 본 연구에서는 포텐셜에 대한 차분근사식(Hohmann, 1983; Hohmann, 1988)을 이용하였다. 이 경우

$$\begin{aligned} \Lambda_V^P = & \frac{1}{\Delta_{jn} \Delta_{im}} \left(\int_{n-} g\left(\mathbf{r}_m + \frac{\Delta_{im} \mathbf{u}_p, \mathbf{r}'}{2}\right) dv' + \int_{n+} g\left(\mathbf{r}_m + \frac{\Delta_{im} \mathbf{u}_p, \mathbf{r}'}{2}\right) dv' \right. \\ & \left. + \int_{n-} g\left(\mathbf{r}_m - \frac{\Delta_{im} \mathbf{u}_p, \mathbf{r}'}{2}\right) dv' + \int_{n+} g\left(\mathbf{r}_m + \frac{\Delta_{im} \mathbf{u}_p, \mathbf{r}'}{2}\right) dv' \right) \mathbf{u}_i \mathbf{u}_j \end{aligned} \quad (\text{A16})$$

로 주어진다. (A17)식에서 $n-$ 와 $n+$ 는 n 번째 요소에서 $\pm \Delta_{jn}/2$ 만큼 떨어진 위치에 있는 동일 크기의 가상 미소체이다. 이 방법은 무한공간에 대한 그린함수의 체적적분이므로 (A13)식의 적분과 동일하므로 (A14)식의 결과를 그대로 이용할 수 있다는 장점이 있다. 또한 그 정확도에 있어서도 매우 뛰어난 것으로 알려져 있다. 마지막으로 영상효과에 대한 적분은 전류원에서와 같이 점원으로 가정하면 (A14)식으로부터 다음과 같이 주어진다.

$$\Lambda_V^S = \begin{bmatrix} \beta_3 \Delta_{yn} \Delta_{zn} (x-x') \mathbf{u}_1 \mathbf{u}_1 & \beta_3 \Delta_{xn} \Delta_{zn} (x-x') \mathbf{u}_1 \mathbf{u}_2 \\ \beta_3 \Delta_{yn} \Delta_{zn} (y-y') \mathbf{u}_2 \mathbf{u}_1 & \beta_3 \Delta_{xn} \Delta_{zn} (x-x') \mathbf{u}_2 \mathbf{u}_2 \\ \beta_4 \Delta_{yn} \Delta_{zn} (z-z') \mathbf{u}_3 \mathbf{u}_1 & \beta_4 \Delta_{xn} \Delta_{zn} (x-x') \mathbf{u}_3 \mathbf{u}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A17})$$

$$\begin{bmatrix} \beta_4 \Delta_{xn} \Delta_{yn} (x-x') \mathbf{u}_1 \mathbf{u}_3 \\ \beta_4 \Delta_{xn} \Delta_{yn} (y-y') \mathbf{u}_2 \mathbf{u}_3 \\ \beta_4 \Delta_{xn} \Delta_{yn} (z-z') \mathbf{u}_3 \mathbf{u}_3 \end{bmatrix}$$

부록 B. 일차 전기장의 계산

균질 반무한 지하 공간내의 한점에 수직 자기 쌍극자원이 존재할 경우 전기장은 대칭성에 의해 수평성분만이 존재하므로 TE 장이 된다. 따라서 TE 벡터 포텐셜은 수직성분만이 존재하며 다음과 같이 주어진다.

$$F_z(\rho, z) = \frac{\hat{z}_1 m}{4\pi} \int_0^\infty [e^{-u_1|z-z'|} + \gamma_{TE} e^{-u_1|z+z'|}] \frac{\lambda}{u_1} J_0(\lambda \rho) d\lambda \quad (\text{B1})$$

여기서 m 은 자기 쌍극자 모멘트, $\rho^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2$, $u_1^2 = \lambda^2 - k_1^2$, $\gamma_{TE} = \frac{u_1 - \lambda}{u_1 + \lambda}$, $\hat{z}_1 = i\omega \mu$, $k_1^2 \approx -i\omega \mu \sigma_b$ 이다.

TE 벡터 포텐셜에 의한 전기장은

$$\mathbf{E} = -\nabla \times \mathbf{F} \quad (\text{B2})$$

이므로(Ward and Hohmann, 1988), 원통 좌표계에서 회전을 구하면 전기장은

$$F_\phi = \frac{\hat{z}_1 m}{4\pi} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\int_0^\infty [e^{-u_1|z-z'|} + \gamma_{TE} e^{-u_1|z+z'|}] \frac{\lambda}{u_1} J_0(\lambda \rho) d\lambda \right) \quad (\text{B3})$$

로 주어진다. 한편 Somerfield 적분

$$\int_0^\infty e^{-u_1|z|} \frac{\lambda}{u_1} J_0(\lambda \rho) d\lambda = \frac{e^{-ik_1 R}}{R}, \quad \text{where } R^2 = \rho^2 + (z-z')^2 \quad (\text{B4})$$

을 이용하면, (B3)식의 일차 전기장은

$$F_\phi = \frac{\hat{z}_1 m}{4\pi} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{e^{-ik_1 R}}{R} + \int_0^\infty \gamma_{TE} e^{-u_1|z+z'|} \frac{\lambda}{u_1} J_0(\lambda \rho) d\lambda \right) \quad (\text{B5})$$

이 된다. (B5)식의 일차 전기장은 무한공간에서의 E_ϕ^P 와 지표 경계면에 의한 E_ϕ^S 의 합으로 나누어 생각할 수 있다. 즉 (B5)식은

$$F_\phi^P = \frac{\hat{z}_1 m}{4\pi} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{e^{-ik_1 R}}{R} \right) = \frac{\hat{z}_1 m}{4\pi R^2} (1 + ik_1 R) e^{-ik_1 R} \quad (\text{B6-1})$$

$$F_\phi^S = \frac{\hat{z}_1 m}{4\pi} \frac{\partial}{\partial \rho} \int_0^\infty \gamma_{TE} e^{-u_1|z+z'|} \frac{\lambda}{u_1} J_0(\lambda \rho) d\lambda \quad (\text{B6-2})$$

이 된다. (B6-2) 식의 적분은 이론해가 존재하지 않으나 수치 적분을 통하여 그 해를 구할 수 있다.

이제 (B6-1) 및 (B6-2)식을 직각 좌표계로 변환하면

$$E_x^P = \frac{\hat{z}_1 m (y-y')}{4\pi R^2} (1 + ik_1 R) e^{-ik_1 R} \quad (\text{B7-1})$$

$$E_y^P = \frac{\hat{z}_1 m (x-x')}{4\pi R^2} (1 + ik_1 R) e^{-ik_1 R} \quad (\text{B7-2})$$

$$E_x^S = \frac{\hat{z}_1 m (y-y')}{4\pi \rho} \int_0^\infty \gamma_{TE} e^{-u_1|z+z'|} \frac{\lambda^2}{u_1} J_1(\lambda \rho) d\lambda \quad (\text{B7-3})$$

$$E_y^S = \frac{\hat{z}_1 m (x-x')}{4\pi \rho} \int_0^\infty \gamma_{TE} e^{-u_1|z+z'|} \frac{\lambda^2}{u_1} J_1(\lambda \rho) d\lambda \quad (\text{B7-4})$$

를 얻을 수 있다.