「0의 발견」이 이룬 현대문명

수학은 고대·근대·현대에 이어지는 문명의 발달과 함께 성장하고 탈바꿈해 왔다. 그리스 기하학은 고대수학으로, 수·양·함수 등은 근대수학으로, 그리고 현대엔 연산작용(演算作用) 등의 수학적 구조로 변천해 왔다. '0의 발견'으로 새로운 세계를 연 수학은 기록용이던 숫자가 계산용으로 바뀌었으며 0은 컴퓨터의 발명에 이르기까지 인류사회에 큰 영향을 미쳤다.

金容雲
〈수학문화연구소장/한양대 명예교수〉

고대 기하학의 도형서 출발

〈수학의 발전과정〉 수학은 원시이래 문명의 발달과 함께 발맞추어 성장해 왔으며 지금 이 순간에도 새로운 문명단계에 어울리는 수학이 등장하고 있다. 바꿔 말하면 시대적 문화사조와 수학 패러다임은 대응하는 것이다.

수학의 대상도 고대, 중세, 르네상스, 17세기, 18세기, 19세기, 그리고 현대에 이르는 사이에 달라졌다. 그리스 기하학은 고대 수학(오리엔트)을 처음으로 도형을 대상으로 하는 논리적 체계로 갖추었다. 근대 수학은 기호로써 상징되는 수(數), 양(量), 함수 등의 추상적 실체로서의 수학으로 탈바꿈했으며, 현대수학은 여러 대상 사이에 성립하는 고도로 추상화된 관계, 즉 연산작용(演算作用) 등의 수학적 구조가 그 실체이다. 컴퓨터시대에는 정적인 수학적 구조보다는 역동적(力動的)인 현상을 중심으로 하는 카오스적인 대상을 취급하게 되었다.

이와 같은 수학적 대상의 변화는 그에 대응해서 수학적인 방법도 변화시켰다. 즉, 기하학적 대상에 관한 논증적 방법, 그리고 수, 양, 함수 등 수량적인 측면에 초점을 맞춘 기호적인 방법에 이어, 마침내 현대수학은 공리주의적인 형태를 갖추게 되었다. 이에 발맞추어 일찍이 근대수학에서는 볼 수 없었던 추상적인 기호법을 채택하고 있다. 이제는 컴퓨터가 중심이 되어 4색(色)문제, 사이버네틱스, 카타스트로피, 카오스이론 등에서 현상을 분석한다.

수학사는 변혁이 곧 새 패러다임의 형성을 의미함을 입증하고 있다. 서양과학에서 말하는 발전은 단순한 지식의 누적이 아닌 새 패러다임의 형성이다. 새 패러다임의 등장은 명확히 대상과 방법 및 진리관 등을

통해 변혁의 의미를 인식케 한다.

그리스 기하학과 그 조형미술과의 관계의 연장선 상에 근세 기하학이 존재함을 볼 수 있다. 또한 서양 근세의 기하학과 조형미술(造形美術)에는 공통된 근세의 공간관인 원근법적(遠近法的) 사고가 있다. 고대 그리스의 범패러다임(문화 전반의 패러다임)은 서양 근세의 범패러다임으로 이어졌고, 또 그것은 현대의 범패러다임으로 이어져 있다. 가령 뉴턴이 '프린키피아'(자연철학의 수학적 원리)를 발표했을 때, 거의 동시에 영국의 경제학자 페티(William Petty, 1623~1687)는 「정치산술(政治算術)」(1690)을 출판했다. 자연과학과 사회과학이 동일한 시대에(17세기 초) 영국의 범패러다임 속에서 태어난 것이다. 우리는 각 시대의 범패러다임과 수학 패러다임의 관계를 생각키로 한다.

〈수학의 시작〉 수의 발견에 관하여 B. 러셀은 의미심장한 말을 남기고 있다.

"두 개의 돌멩이와 두 마리의 새 사이에는 직접적인 관계가 전혀 없다. 그러나 '돌'과 '새'라는 구체적인 사물을 무시하여 이들 사이에 1대 1 대응이 성립한다는 사실을 깨닫고 '2'라는 수를 추상해 내는 단계에서 인류문명의 서광이 비치기 시작했다"

수란 본래 지각적 대상은 아니며 눈에 보이는 사물의 대상에서 추상하는 것이다. 가령, 눈 앞에 보이는 새들의 집합에서 다른 사물에 대해서도 1대 1 대응이라는 방법으로 수를 추상해서 이들 집합의 수로써 2(어떤 수라도 좋다)를 인식하는 것이다. 말하자면 자연적인 상태에 있는 임의의 집합이 그대로 수를 나타내는 것은 아니며, 여러 집합을 총합적으로 관찰하고 이들에게 공통적인 수를 추상해 낸다. 인류가 수 개념을 확립하기 위해서는 헤아릴 수 없는 오랜 세월이 필요했다. 지금도 남미의 정글지대에 사는 족속이나 아프리카, 뉴기니아 오지 등에서 사는 부족사회에서는 1, 2, 3 정도의 수를 셈할 뿐 그 이상의 수에 대해서는 모두 "많다"라고만 표현한다. 그것은 마치 유아가 큰 집합에 대해 수로써 말하지않고 그저 '많다', '무지무지하게 많다'라는 식으로 표현하는 것과 같다.

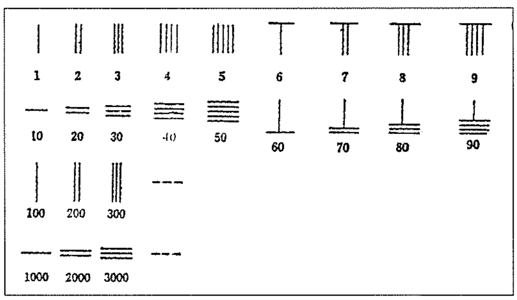
손가락을 셈의 자료로 이용

새끼의 매듭(quipe)과 칼자국(tally)은 원시 사회의 일반적인 수 표시였음을 알 수 있다. 영어의 tally(부합시키다), calculate(계산하다)의 어원도 이 사실을 암시하고 있다. tally는 '자르다'는 뜻이 있고, calculus에는 '작은 돌멩이'라는 뜻이 내포되어 있다. 이것은 칼자국과 돌을 이용하여 사물의 집합과 1대1 대응하는 것이다.

손가락을 셈의 자료로 이용하는 것은 세계 공통이며 한국어의 '다섯'이 손바닥을 펼친 후 손가락을 하나씩 꼽아 주먹을 쥐었을 때의 상태이며, '열'은 주먹진 손가락을 하나씩 펴서 완전히 열었을 때의 상태를 나타내는 말로 쓰이고 있다. 손가락셈은 자연히 5를 집합 단위로 삼게 한다.

〈숫자〉 가장 원시적인 수(數) 표시는 tally와도 관련이 있음을 알 수 있다. 한 숫자의 一, 二, 三, 五는 획의 개수와 일치하는데, 그것은 곧 막대로 흙에 자국을 내어 가축이나 물건의 수를 셈했을 때의 tally의 방법과도 같다. 또한 한 숫자는 산목(계산용의 약 10센티 가량의 막대)의 모양과도 같다. 산목(算木)에 의한 수표시는 다음과 같다.

고대 이스라엘인, 또 희랍인은 알파벳으로 수를 대신하였다.



산목배열

〈영의 발견〉 0이 발견되기 이전의 이들 숫자는 계산용이 아니라 기록용이며 수가 커질수록 일일이 새로운 단위의 수를 정하고 그 명칭과 기호를 만들어야 한다. 가령 한국의 수체계는 중국 것을 이어받아 一, 十, 百, 千, 万으로 한 단위씩 올라갈 때마다 새로운 명칭이 붙고, 그보다 큰 수는 十万, 百万, 千万, 一億, 十億, 百億, 千億, 一兆 ....

여러 나라의 기수법

라는 식으로 4자리마다 새로운 명칭을 주며 兆 이상은 京, 穰, 溝, 澗, 正, 載, 極, 恒河沙, 阿僧祇, 那由他, 不可思議, 無量大數로 나타낸다.

1恒河沙＝1,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000

「0의 수학」 인도서 아라비아로

이런 번거로움을 해결한 것이 인도의 0의 발견이었다. 정확한 연대에 대해서는 알 수 없으나 이미 6세기경 인도인은 0을 수체계에 도입했다. 이 방법으로 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 아홉개의 숫자와 0을 합한 10개의 숫자로 어떤 수든지 쓸 수 있게 되었다. 뿐만 아니라 계산도 자유롭게 할 수 있게 되었다.

이것이 훗날 아라비아에 이어지며 전 세계에 보급되고 현재는 간단히 아라비아 숫자로 일컬어진다. 0의 발견은 계산을 용이하게 했으며 상업 활동을 자극했으며, 컴퓨터의 발명에 이르기까지 막대한 영향을 끼쳤다. 그 발견이 없었다면 현대 문명이 없었을 것이라는 지적이 있을 정도이다.

〈오리엔트의 수학〉 이집트는 무더운 날씨가 연중 계속되었고, 비가 적기 때문에 사막지대가 되기 쉽다. 그러나 이 나라의 중심지에 나일강이라는 큰 물줄기가 흐르고 있어서 해마다 일정한 계절에 주기적으로 상류로부터 물이 흘러와서 이 지방 일대에 큰 홍수가 터진다. 이 대홍수 덕분에 상류지방의 기름진 흙이 쓸려 온다. 이 물이 빠진 후에는 거름을 주지 않아도 농사는 저절로 잘 된다. 그러나 해마다 있는 나일강의 범람은 수학과 관련된 여러 가지 문제를 야기시켰다. 첫째, 이집트 전체가 물바다가 되기 때문에 광범위한 준비를 해야 하고, 따라서 사전에 이 시기를 알고 있어야만 했던 것이다. 둘째로는 홍수가 지나간 다음의 농토정리의 문제가 발생하였고, 셋째로는 나일강을 다스리기 위한 여러 가지 토목, 즉 운하를 파고, 수문을 만들고, 둑을 쌓는 등의 일이었다. 이러한 사업을 위해서 삼각형, 원, 간단한 다각형, ... 등에 관한 문제를 계산해야 했고, 간단한 측량법, 분수문제, 원주율의 값 등에 관한 지식이 필요했다.

실제로 기하학을 뜻하는 'geometry'는 'geo(토지)'와 'metry(측량)'의 합성어로 그 어원은 이집트이다. 이러한 사정은 이집트에 못지않게 오랜 수학의 역사를 가진 바빌로니아의 경우에도 마찬가지였다. 메소포타미아 평원으로 흐르고 있는 티그리스, 유프라테스 두 강의 홍수와 그 유역에서 일어난 문명에는 이집트의 것과 거의 같은 수준의 수학이 있었다. 그리스 이후에도 아주 오랫동안 이집트나 바빌로니아의 수학은 제 구실을 하였을 뿐만 아니라 그리스 수학에 실제로 영향을 미쳤다. 특히 그리스 초기의 수학자는 모두 예외없이 이집트, 바빌로니아, 그리고 지중해 연안의 아시아의 나라들을 두루 다니면서 수학을 익히고 그 지식을 자기 나라 사람들에게 옮겼다.

이들과는 별도로 중국계의 수학이 있다. 중국 문명은 황하유역에서 발달했으며 중국 역대 왕조는 황하를 다스리는 토목공사를 해야 했다. 필연적으로 오리엔트와 같은 류의 수학이 형성되었다. 또한 중국 왕조의 관료체제는 행정상의 필요로 회계, 시장 관리를 위한 수학이 필요했다. 이것이 「구장산술」에 집대성되어 있다. 그 내용은 방정식을 중심으로 하는 산술적인 것이다. 피타고라스 정리로 알려진 삼평방의 정리, 연립방정식, π의 계산에 관한 지식이 있었다. 또한 천문의 기본 서적으로는 「주비산경」이 있다. 노몬(gnomon)을 이용하는 천문적 수학이다. ST