Journal of the Korean Institute
of Industrial Engineers
Vol.24, N0.4, December, 1998

다구찌의 손실함수를 이용한 다망목특성을 가지는 의사결정문제의 최적 선호대안 결정

The Optimal Preferred Alternatives for MNDM Problems using the Taguchi's Loss function

이강인*

Kang In Lee*

Abstract

The purpose of this paper is to propose an interactive method, which is designed to select the optimal preferred alternatives for the MNDM(Multi-N type Decision- Making) problems with the-Nominal-the-best characteristics.

The basic idea of the paper is essentially to eliminate inefficient alternatives based on the concept of the loss function and the cutting range instead of using the utility/value function on the group of attributes that can be considered as important by the decision-maker.

As a result, the method proposed in the paper for MNDM problems can be significant in that the change of characteristics is transformed into the size of loss, which can be relatively easy to understand by decision-makers.

1. 서론

일반적으로 경영 및 공공의 의사결정문제에 있어서 직면하는 다속성 의사결정(Multi- Attribute Decision-Making: MADM) 문제는 자원의 제약으로 인하여 여러 가지의 속성 간에 아주 많은 상충(conflict) 요인이 발생하기 때문에 다양한 판단기준에 입각하여 주어진 대안들 간의 선호순서를 결정하거나 최적 혹은 일부의 선호대안을 선정하게 된다[4,15].

이러한 MADM 문제에서의 속성(attributes)은 주어진 대안들 간의 선호비교에 있어서 절대적인 영향을 미치는 것으로 다구찌 방법(Tagu-chi method)[6,10,11]에서의 특성(characteristics)에 해당된다.

이러한 측면에서 위의 MADM 문제에 대한 선호결과에 영향을 미칠 수 있는 품질특성치는

① 망소특성(the-Smaller-the-better: S type)

상한규격(upper specification)을 가지며 제품의 불순물 함량, 균열, 소음, 진동, 회전체의 불균형량, 진원도, 유해성분량 등 특성치가 작으면 작을수록 좋은 특성

② 망대특성(the-Larger-the-better: L type)

하한규격(lower specification)을 가지며 제품의 순도, 경도, 강도(인장, 압축, 전단, 비틀림, 휨), 수량, 출력, 내구성 등 특성치가 크면 클수록 좋은 특성

③ 망목특성(the-Nominal-the-best: N type)

* 전주대학교 산업공학과 조교수

상 · 하한 규격(lower and upper specification)을 가지며 제품의 길이, 무게, 두께, 직경, 부피, 치수, 속도, 전압, 전류, 가소성, 적정 재고수준 등 특성치의 값이 미리 주어진 목표값에 가까울수록 좋은 특성의 세 가지로 구분할 수 있다.

우선 위와 같은 망목특성을 속성으로 가지는 MADM 문제를 다망목특성 의사결정(Multi-N type Decision-Making: MNDM)이라 하기로 한다.

일반적인 MADM 문제와 마찬가지로 위의 MNDM 문제에서도 상 · 하한 규격치를 고려한 다수 속성간의 상충문제가 적절히 상쇄되지 않으면 안 된다. 이러한 문제에서 고려해야 할 대안과 속성의 수가 많아지면 많아질수록 문제해결을 더욱 복잡하게 할 것이다. 만약, 이들을 GAIA[8]에서와 같이 기하학적 의미의 유클리디안 공간(euclidean space)상에 표현하려면 속성 수만큼의 차원을 갖는 공간이 필요할 것이다. 이것은 인간의 인지능력과 표현 가능성을 고려해 볼 때 3차원 이상이 되면 큰 의미가 없다.

한편, 이러한 문제를 해결하기 위한 기존의 접근방법에서는 여러 개의 속성이 가지는 상호작용(interaction)을 효용/가치함수(utility/value function)를 이용하여 하나의 스칼라 값(a scalar index)으로 변환(trans- formation)한 후 주어진 대안간의 선호비교를 하고 있다. 그러나 이들의 함수가 가지는 형태가 매우 다양[13,15]하기 때문에 의사결정자의 선호구조(preference structure)를 정확히 반영하는데는 여전히 한계[7,9, 14]가 있을 뿐만 아니라 의사결정과정을 이해하기 어렵다.

더욱이 대부분의 MADM상황하에서 선택 · 평가하고자 하는 시스템은 점차 복잡 · 거대해지기 때문에 주어진 모든 대안과 속성들을 고려하여 의사결정을 한다는 것은 그리 쉬운 일이 아니다.

따라서 본 연구에서는 매우 많은 대안과 속성을 가지면서 이들의 속성이 망목특성으로 주어지는 MNDM 문제에 대하여 기존의 연구결과[1,2,3]에서와 같이 주어진 전체 속성을 중요도와 유사성에 의해 소수개의 하위 그룹속성으로 분할한 후, 이들을 단계적으로 고려하면서 다구찌 방법(Taguchi method)에서의 손실함수(loss function) 개념에 의해 대안의 수를 점차 감소시키는 과정에서 좀더 빠른 해의 수렴(converg- ence)을 위한 절단범위(cutting range)의 폭을 조정할 수 있도록 하여 최종의 선호대안(final prferred alternatives)을 구할 수 있도록 하였다.

이러한 측면에서 다구찌방법의 손실함수 개념은 주어진 대안의 선호비교에 있어서 특정의 속성이 규격을 벗어남으로써 재작업(rework)이나 폐기(scrap) 또는 할인판매(discaunts) 비용 등과 같은 의사결정자가 비교적 인식하기 쉬운 손실(loss)의 크기로 변환가능하기 때문에 위의 어려운 문제점을 상당부분 해결할 수 있을 것이다.

2. 기호정의 및 선호대안의 선정

2.1 기호정의

본 연구에서는 MNDM 문제의 상충문제를 보다 효율적으로 해결하기 위한 대화형 접근방법을 개발하기 위하여 다음과 같이 기호를 정의하기로 한다.

n_0: 원문제에서 고려할 전체 속성의 수

m_0: 원문제에서 고려할 전체 대안의 수

a_i: 원문제의 i 번째 대안 $i=1,\cdots,m_0$

z: n_0개의 전체 속성을 상호 독립적인 소수의 그룹으로 분할했을 때의 그룹수

p: 단계를 의미하며 $p=1,2,\cdots,z\leq n_0$

n_p: 단계p에서 추가로 고려하는 속성의 수, $n_0\geq n_1+n_2+\cdots+n_z$

m_p: 단계p에서 실행 가능한 대안의 수로 전 단계 p-1에서 제거시키고 남은 대안의 수 $m_0\geq m_1\geq\cdots\geq m_z$

c_j^p: 단계p에서 고려하는 j번째 속성c_j

G_p: 단계p에서 고려하는 그룹속성으로 $G_p=\{c_1^p,c_2^p,\cdots,c_{n_p}^p\}$, 단, $c_j^p=G_p$의 속성$c_j(j=1,2,\cdots,n_p)$

A_0: 원문제에서 주어진 전체 대안들의 집합으로$A_0=\{a_1,a_2,\cdots,a_{m_0}\}$

A_p: 단계p에서 제거하고 남은 대안들의 집합으로 $A_0\supseteq A_1\supseteq\cdots\supseteq A_z$

ω_p: 10점법에 의한 그룹속성G_p의 가중치로 그룹의 순위는 중요도를 의미하기 때문에 $\omega_1\geq\omega_2\geq\cdots\geq\omega_z\geq 0$

λ_p: ω_p를 벡터정규화(vector normalization)한 가중치로 역시 $\lambda_1\geq\lambda_2\geq\cdots,\lambda_z\geq 0$이고 $\sum_{p=1}^{z}\lambda_p=1$

$m_{\cdot j}$: 속성c_j의 목표치(target value), 기준치 혹은 공칭치수(nominal dimension)

$\Delta_{\cdot j}$: 속성 c_j에 대한 허용차(tolerance)의 한계로 속성 c_j의 상한과 하한의 규격은 $m_{\cdot j} \pm \Delta_{\cdot j}$

$x_{i,j}$: 대안a_i의 속성c_j에 대한 평가치($i=1,2,\cdots,m_n$, $j=1,2,\cdots,n_0$)

$L_p(x_{i,j})$: 단계p에서 대안a_i의 속성c_j에 대한 손실함수로 $x_{\cdot j}=m_{\cdot j}$이면 $L_p(x_{i,j})=0$

$L_p(a_i)$: 단계p까지의 대안a_i의 손실함수 값으로 이전의 단계p-1에서 얻은 손실함수 값$L_{p-1}(a_i)$에 위의 $L_p(x_{i,j})$과 그룹속성별 가중치λ_p를 곱하여 이를 합산한 손실함수값으로 $L_0(a_i)=0$의 초기조건에 대해 $L_p(a_i)=L_{p-1}(a_i)+\lambda_p \cdot \sum_{j=1}^{n_p} L_p(x_{i,j})$.

a_*^p: 단계p까지의 최적 선호대안(current optimal preferred alternative)

C_p: 단계p에서 최적대안을 가능한 한 보장하기 위한 절단범위(cutting range)

C_p': 의사결정자가 조정한 절단범위이며$C_p' \geq C_p$

2.2 손실함수에 의한 선호대 안의 선정

일반적으로 다구찌방법[6,10,11,12]은 제품의 특성치가 목표값(target value)에서 벗어나면 벗어날수록 손실이 많이 발생하는 것을 고려한다. 여기서 대안a_i의 속성c_j에 대한 품질특성치$x_{\cdot j}$가 목표값$m_{\cdot j}$와 일치하는 경우에 품질손실$L(x_{\cdot j})=0$이며, $x_{\cdot j}$가$m_{\cdot j}$보다 크거나 작음에 따라 2차 함수(quadratic function) 형태의 손실이 발생한다. 만약, 주어진 대안의 망목특성에 대한 목표값이 규격의 중심에 위치하여 허용차 의 한계가$\pm\Delta_{\cdot j}$인 경우 품질특성치가$m_{\cdot j}+\Delta_{\cdot j}$를 초과하거나$m_{\cdot j}-\Delta_{\cdot j}$에 미달되는 대안의 선택이 이루어졌다면 해당 제품의 재가공, 폐기 또는 할인판매에 따른 비용이나 손실$A_{\cdot j}$가 발생할 수 있을 것이다.

이때 속성c_j에 대한 품질특성치$x_{\cdot j}$와 목표값$m_{\cdot j}$에 대해 손실함수$L(x_{\cdot j})$의 테일러 급수(Taylor's series expansion)를 전개하면

$$
\begin{aligned}
L(x_{\cdot j}) &= L(m_{\cdot j}+x_{\cdot j}-m_{\cdot j}) \\
&= L(m_{\cdot j})+L'(m_{\cdot j})(x_{\cdot j}-m_{\cdot j})/1! \\
&\quad +L''(m_{\cdot j})(x_{\cdot j}-m_{\cdot j})^2/2!+\cdots
\end{aligned}
\tag{1}
$$

이다. 여기서$x_{\cdot j}$가$m_{\cdot j}$와 일치하는 경우 $L(x_{\cdot j}-m_{\cdot j})=L(0)=0$이므로 이 조건으로부터 $L(m_{\cdot j})=0$이다. $x_{\cdot j}=m_{\cdot j}$에서 손실함수가 최소가 되므로 $L'(m_{\cdot j})=0$이 된다. 따라서 위의 손실함수$L(x_{\cdot j})$에서 처음 두 항은 없어지고, 테일러 급수 3차 이상의 고차항을 무시하면 손실함수

$$
\begin{aligned}
L(x_{\cdot j}) &\cong (m_{\cdot j})(x_{\cdot j}-m_{\cdot j})^2/2! \\
&= k(x_{\cdot j}-m_{\cdot j})^2
\end{aligned}
\tag{2}
$$

로 근사한다. 여기서 k는 상수(constants)이다. 만약, $\Delta_{\cdot j}$가$m_{\cdot j}$를 중심으로 한 허용차 한계$x_{\cdot j}=m_{\cdot j}\pm\Delta_{\cdot j}$일 때 $L(x_{\cdot j})=A_{\cdot j}$의 손실비용이 발생하므로 k값은

$$
A_{\cdot j}=k\,\Delta^2_{\cdot j} \;\; \forall \;\; k=A_{\cdot j}/\Delta^2_{\cdot j}
\tag{3}
$$

이다. 이러한 결과는 여러 개의 특성값을 가지는 일상적인 MNDM 문제에 적용할 경우 이들 특성값의 변화에 의해 단위제품에 대한 막대한 손실로 이어질 수 있다. 그러나 다구찌방법에서는 주로 단일특성의 문제를 분석대상으로 삼고 있다[6]. 위의 단위제품당 평균변동은 변동 $(x_{\cdot j}-m_{\cdot j})^2$에 기대값을 취해 $E[(x_{\cdot j}-m_{\cdot j})^2] = MSE(x_{\cdot j})$로 나타낼 수 있으며 특성치의 변동에 따른 단위 제품당 기대손실은

$$
E\{L(x_{\cdot j})\} = kE(x_{\cdot j}-m_{\cdot j})^2=kMSE(x_{\cdot j})
\tag{4}
$$

이 된다.

이러한 측면에서 우선 매우 많은 대안과 속성을 가지는 MNDM 문제에 대하여 주어진 속성간의 손실비용이 선형성(linearity)과 가법성(ad- ditivity)을 만족하면서 궁극적으로 효용/선호독립(utility/preferential independence)이라고 가정한다. 그러면 단계p($p=1,2,\cdots,z\leq n_0$)를 거치면서 주어진 그룹속성G_p와 그룹내의 속성간에 있어서

$$
L_p(a_i)=L_{p-1}+\lambda_p \cdot \sum_{j=1}^{n_p} L_p\,(x_{i,j})
\tag{5}
$$

이 될 것이다. 그러나 주어진 그룹속성간에 선호독립을 만족하면서 그룹내의 속성간에 선호종속(preferential dependence)을 가정[1,2]하면

$$L_p(a_i)=L_{p-1}+\lambda_p \cdot L_p(x_{i,1}, x_{i,2}, \cdots x_{i,n_p}) \tag{6}$$

이 될 것이다. 이러한 문제의 해결은 [1,2]를 참고할 수 있으며, 정성적 속성과 정량적 속성을 혼합속성으로 가지는 경우 [3]을 참고할 수 있다.

위의 선형성, 가법성과 선호독립성이 만족되는 경우에 기존의 접근방법인 효용함수(utility function) 모형을 이용하기 위해서는 선형가법모형(혹은 단순 가중치 모형)을 이용할 수 있다. 그러나 이 접근방법은 위의 성질 외에도 속성간 발생하는 상충문제에 따른 직접 선형보정성(the direct linear compensation)을 가정한다. 이러한 문제해결을 위해서는 처음 주어진 문제에 대하여 각 속성별로 반드시 벡터정규화(vector nor- malization)를 해야한다. 왜냐하면, 어느 주어진 속성이 소요시간 측면에서 초, 분, 시간, 일, 주, 월, 년 등으로 주어지는 경우 정규화를 하지 않으면 전혀 다른 대안이 선정될 수 있기 때문이다. 이러한 측면에서 본 연구의 손실함수(loss function) 개념에 의한 접근방법은 기존의 연구결과 보다 훨씬 유리한 방법일 것으로 보인다.

따라서, 본 연구에서는 매우 많은 대안과 속성을 가지는 문제를 해결하기 위하여 단계p를 거치면서 우선적으로 의사결정자의 입장에서 중요하다고 생각되는 그룹속성을 고려하여 손실함수 개념에 의해 이들의 값이 최소가 되는 최종의 최적 선호대안a_*^z를 선정하기 위한 접근방법을 제시하고자 한다. 여기서, 단계p가 증가함에 따라 대안의 차별화를 효율적으로 하기 위하여 $i \neq k$일 때 $a_i, a_k \in A_{p-1}$에 대해 손실함수$L_p(a_\cdot)$에 의한 대안a_i와 대안a_k간의 선호관계는

$$\begin{aligned}
&\sum_{p=1}^{z} L_p(a_i) < \sum_{p=1}^{z} L_p(a_k) \ \ \forall \ a_i \succ a_k \\
&\sum_{p=1}^{z} L_p(a_i) = \sum_{p=1}^{z} L_p(a_k) \ \ \forall \ a_i \sim a_k \\
&\sum_{p=1}^{z} L_p(a_i) > \sum_{p=1}^{z} L_p(a_k) \ \ \forall \ a_i \prec a_k
\end{aligned} \tag{7}$$

가 됨을 알 수 있다. 위의$a_i \succ a_k$는 대안a_i를 대안a_k보다 선호(prefer)함을 의미하고,$a_i \sim a_k$는 무차별(indifference)함을 의미한다. 이러한 개념에 의해 구해지는 단계별 최적 선호대안과 해당 단계에서의 나머지 대안간의 손실함수 값이 의사결정자 입장에서 볼 때 어느 정도 이상인 열등대안(inferior alternatives)을 가능한 한 제거하고자 할 것이다. 이것은 의사결정자가 시간적으로 촉박한 의사결정을 해야하는 상황에서 막연히 열등대안일 것으로 생각되는 임의의 대안이 제거된다면 커다란 손실로 이어질 수 있을 것이다. 이를 방지하기 위해서 단계p를 거치면서 구해지는 절단범위(cutting range)는 벡터정규화를 이용하는 접근방법 [1,2]과는 달리 다양한 값을 가질 수 있지만 본 연구에서는 주어진 대안들로부터 얻은 평균손실함수

$$C_p' = \sum_{i=1}^{m_p} L_p(a_i) / m_p \tag{8}$$

를 이용하기로 한다. 그러면 이러한 결과로부터 열등대안을 제거시킬 수 있을 것이다. 여기서 의사결정자가 단계 p 이후의 추가적인 속성을 고려하여 조정가능한 절단범위 $C_p'=\rho\, C_p$를 통해 다시 열등대안을 제거할 수 있을 것이다. 위의ρ 는C_p를 조정하기 위한 상수(constant)가 되는데 $\rho=1.0$이면$C_p'=C_p$이기 때문에 절단범위는 평균손실함수와 동일한 값을 갖는다. 한편, MNDM 문제에서 여러 가지의 속성 중에 망소특성인 비용측면의 특성을 가진다면 이것은 동질의 가법성질(simultaneous additivity)에 의해 가산할 수 있을 것이다.

3. MNDM 접근방법의 제시

3.1 절차

본 연구에서 제시하고 있는 접근방법의 절차는 다음과 같다.

단계 1: p=1로 하고 주어진 모든 대안a_i에 대하여 $L_0(a_i)=0$을 초기화한다.

단계 2: 모든 $i=1,2,\cdots,m_p$와 $j=1,2,\cdots,n_p$에 대하여$m_p \times n_p$ 행렬의 $x_{i,j}$를 입력한다.

단계 3: G_p의 가중치λ_p를 결정한다.

단계 4: 주어진 모든 속성c_j에 대하여 목표치와 허용차 $m_{\cdot j} \pm \Delta_{\cdot j}$를 입력한다.

단계 5: 속성c_j로 발생할 수 있는 손실의 크기$A_{\cdot j}$를 입력한다.

단계 6: 상수$k=A_{\cdot j}/\Delta_{\cdot j}^2$를 계산한다.

단계 7: 단계p에서 주어진 모든 대안a_i에 대하여 $L_p(x_{i,j})=k(x_{i,j}-m_{i,j})^2$를 계산한다.

단계 8: $L_p(a_i)=L_{p-1}(a_i)+\lambda_p \sum_{j=1}^{n_p} L_p(x_{i,j})$를 계산한다.

단계 9: 모든 대안a_i에 대하여 $\min L_p(a_i)$을 가지는 대안을 구한다.

단계 10: 단계p에서의 최적 선호대안a_*^p를 구한다. 즉, $a_*^p=\min_{m_p} L_p(a_i)$이다.

단계 11: $C_p=\sum_{i=1} L_p(a_i)/m_p$를 계산한다.

단계 12: C_p를 이용해 열등대안을 제거한다.

단계 13: C_p를 만족하면$C_p'=C_p$로 하고 그렇지 않으면 $C_p'=\rho\, C_p$에 대해ρ를 조정하여$C_p' \geq C_p$가 되도록 한다.

단계 14: C_p'에 따른 대안을 제거한다.

단계 15: 선정 대안의 집합이 하나의 원소이거나n_0개 속성을 모두 고려했으면 단계 16으로 가고, 그렇지 않으면$p=p+1$로 하고 단계 2로 간다.

단계 16: $a_*^z = \min L_p(a_*^p)$하는 최종의 최적 선호대안을 선정한다.

단계 17: 종료한다.

3.2 접근방법의 모형화

본 연구에서는 단계$p(p=1,2,\cdots,z \leq n_0)$를 거치면서$m_p$개의 대안과$n_p$개의 속성으로 구성된 그룹속성$G_p$를 가지는 MNDM 문제의 해결을 위하여 다음과 같이 목적함수와 제약조건식을 제시하기로 한다.

$$\underset{a_i \in A_{p-1}}{minimize}\; L_p(a_i) = L_{p-1}(a_i) + \lambda_p \sum_{j=1}^{n_p} L_p(x_{i,j}) \tag{9}$$

$$s.t.\; L_p(x_{i,j}) \geq 0 \tag{10}$$

$$L_p(a_i) \geq 0, \tag{11}$$

$$L_0(a_i)=0 \tag{12}$$

$$i=1,2,\cdots,m_p,\; j=1,2,\cdots n_p \tag{13}$$

$$\lambda_p \in [0,1] \tag{14}$$

$$p=1,2,\cdots,z \leq n_0 \tag{15}$$

위의 식 (9)는 단계p까지의 손실함수 최소화를 통한 최적 선호대안 선정을 의미하는 것으로 이것은 단계p-1까지의 대안a_i의 손실함수에 주어진 그룹속성의 중요도를 가지는 폐구간[0,1]의 가중치λ_p와 단계p에서 구한 손실함수$L_p(x_{i,j})$를 곱한 값을 더하여 이들의 합이 최소가 되는 최적 선호대안a_*^p를 선정함을 의미한다. 여기서$i=1,2,\cdots,m_p$와$j=1,2,\cdots,n_p$일 때식 (10)의$L_p(x_{i,j}) \geq 0$은 평가치$x_{i,j}$로부터 얻은 손실함수가 0보다 크거나 최소한 동일함을 의미하고, 식 (11)$L_p(a_i) \geq 0$은 단계p까지의 손실함수값이 최소한 0보다 커야함을 의미한다. 그리고 식 (12)의$L_0(a_i)=0$은 처음 주어진 단계$p=0$에서의 모든 대안의 손실함수는 0임을 의미한다. 한편, 식 (15)의$p(p=1,2,\cdots,z \leq n_0)$는 원문제에서 주어진 속성의 수 n_0보다 최소한 적은 유한단계z를 거치면서 최종의 최적 선호대안이 선정되어야 함을 의미한다.

3.3 수치 예

다음의 표 1은 15개의 대안과 9개의 속성을 갖는 MNDM 상황을 나타낸 것이다[3]. 이러한 문제의 적용을 위해서는 주어진 대안에 대하여 망목특성(the-Nominal-the-best: N type)을 가지는 속성 즉, 길이, 무게, 두께, 직경, 부피, 적정 재고수준 등으로 주어지는 경우에 가능하다.

이러한 표 1에 대해 어느 의사결정자로부터 속성별 중요성과 유사성에 의해$G_1=\{c_1^1, c_2^1, c_3^1\}$, $G_2=\{c_1^2\}, G_3=\{c_1^3, c_2^3\}$, $G_4=\{c_1^4, c_2^4\}, G_5=\{c_1^5\}$와 이들 그룹속성의 가중치를 10점법에 의해 $\omega_p=[\omega_1,\omega_2,\omega_3,\omega_4,\omega_5]^T=[10,5,3,2,1]^T$를 얻었다면 $\lambda_p=\omega_p/\sum_p \omega_p$에 의해 λ_p=[0.476190476, 0.238095238, 0.142857143, 0.095238095, 0.047619048]^{T}가 된다.

참고로 표 1에서 15개의 대안과 9개의 속성을 가지는 MADM 문제에 관하여 각 속성에 대해 벡터정규화(vector normalization)하여 등가중치λ_j=1/9로 하고 선형성을 만족하는 입장에서 LINMAP[5]의 해를 구하면 최적 선호대안은a_6임을 알 수 있다. 이것은 본 연구에서 제시한 접근방법과 비교하여 볼 때 단계p=0으로 한정하여 해를 구한 것이다.

여기서 단계p에 따른 속성$j=1,2,\cdots,n_p$를 고려한 각 대안의$L_p(a_i)$를 계산한 결과는 다음의 표 2와 같다. 이들의 결과에 대해 단계p=1일 때 대안a_i의$L_1(a_i)$는λ_1과 그룹속성 c_1^1, c_2^1와 c_3^1을 고려하여 얻은 손실함수의 곱이다. 즉, p=1일 때 주어진 모든 속성$j=1,2,\cdots,n_1$를 고려한$\lambda_p \cdot L_1(x_{i,j})$를 구하여 주어진 대안에 대한 손실함수$L_p(a_i)$를 구한 것이다.

현재 단계에서 얻을 수 있는 최소의 손실함수값 $L_1(a_6)$=2,063,618이고 최대의 손실함수값

$L_1(a_9)$=73,618,614이다. 따라서 단계 p=1에서의 최적 선

표 1. MNDM 문제상황의 수치예[3]

그룹 / 속성 / 대안	G_1			G_2	G_3		G_4		G_5
	c_1^1	c_2^1	c_3^1	c_1^2	c_1^3	c_2^3	c_1^4	c_2^4	c_1^5
a_1	113,270,000	60.4	8	7	28.5	1	24.98	251,000	1
a_2	111,130,000	37.2	6	10	23.4	9	29.97	260,000	6
a_3	117,050,000	71.8	8	6	24.8	3	19.70	283,000	5
a_4	114,470,000	10.4	8	5	26.0	7	29.50	226,000	4
a_5	111,350,000	40.6	1	3	26.1	9	24.98	274,000	10
a_6	113,990,000	90.3	9	2	23.4	4	24.50	283,000	2
a_7	112,310,000	52.3	5	7	30.1	2	24.50	253,000	2
a_8	115,080,000	66.8	0	3	22.6	5	29.68	301,000	0
a_9	110,990,000	10.4	10	5	29.9	6	24.93	281,000	4
a_{10}	111,070,000	32.3	9	9	24.8	0	29.79	265,000	9
a_{11}	111,190,000	10.8	7	6	27.4	8	23.96	225,000	0
a_{12}	113,710,000	20.4	6	0	21.8	2	24.99	200,000	4
a_{13}	119,990,000	51.4	4	4	27.0	9	24.91	224,000	4
a_{14}	119,440,000	70.2	3	5	20.0	10	29.22	246,000	7
a_{15}	116,230,000	43.8	8	8	23.7	1	24.39	238,000	4
$m_{\cdot j} \pm \Delta_{\cdot j}$	113,000,000 ±2,500,000	80.0±15.0	5.5±2.0	7.5±3.5	25.5±3.4	5.0±2.0	25.4±0.5	250,000 ±5,000	6.4±2.8
$A_{\cdot j}$	8,000,000	6,000,000	4,000,000	7,000,000	4,000,000	3,000,000	2,000,000	1,000,000	500,000
k	0.00000128	26,666.67	1,000,000	571,428.6	346,020.8	750,000	8,000,000	0.04	63,775.51

호대안은 a_6임을 알 수 있다.

이 때 의사결정자가 시간적으로 긴급한 의사결정을 해야하는 상황에서 막연히 열등대안일 것으로 생각되는 대안을 제거시키지 않도록 하기 위해 단계 p에 대하여 주어진 대안 a_i로부터 얻을 수 있는 다양한 값들 중에 평균손실함수 값을 절단범위로 하고 $\rho=1.0$에 대해 $C_p^{\prime}=C_p$로 가정하여 이에 따른 대안이 제거되는 과정을 고찰해 보면 다음의 표 3과 같다.

여기서 계속적인 단계 p를 거치면서 제거되는 대안은 $p=1$에서 $a_5,a_9,a_{10},a_{11},a_{12},a_{13}$, $p=2$에서 $a_2,a_4,a_8,a_{14},a_{15}$, $p=3$에서 a_1,a_7, $p=4$에서 a_6임을 알 수 있다. 이러한 결과와 동일한 맥락에서 의사결정자가 ρ 의 조정에 의한 절단범위 $C_p^{\prime}$를 C_p보다 더욱 크게 설정함으로써 해에 더욱 빨리 수렴할 수 있을 것이다. 이러한 개념에 의해 단계 $p=1,2,3,4,5$를 거치면서 구해지는

대안집합의 선호순위는

$$A_1 = \{a_6 \rangle a_1 \rangle a_7 \rangle a_3 \rangle a_4 \rangle a_8 \rangle a_2 \rangle a_{15} \rangle a_{14} \rangle a_5 \rangle a_{10} \rangle a_{13} \rangle a_{12} \rangle a_{11} a_9\}$$

$$A_2 = \{a_6 \rangle a_1 \rangle a_7 \rangle a_3 \rangle a_4 \rangle a_8 \rangle a_{15} \rangle a_2 \rangle a_{14} \rangle a_5 \rangle a_{10} \rangle a_{13} \rangle a_{12} \rangle a_{11} a_9\}$$

$$A_3 = \{a_6 \rangle a_1 \rangle a_7 \rangle a_3 \rangle a_4 \rangle a_8 \rangle a_2 \rangle a_{15} \rangle a_{14} \rangle a_5 \rangle a_{10} \rangle a_{13} \rangle a_{12} \rangle a_{11} a_9\}$$

$$A_4 = \{a_1 \rangle a_6 \rangle a_7 \rangle a_{15} \rangle a_4 \rangle a_5 \rangle a_3 \rangle a_2 \rangle a_{14} \rangle a_8 \rangle a_{13} \rangle a_{10} \rangle a_{12} \rangle a_{11} a_9\}$$

$$A_5 = \{a_1 \rangle a_6 \rangle a_7 \rangle a_{15} \rangle a_4 \rangle a_5 \rangle a_3 \rangle a_2 \rangle a_{14} \rangle a_8 \rangle a_{13} \rangle a_{10} \rangle a_{12} \rangle a_{11} a_9\}$$

이다. 위의 결과에서 알 수 있는 바와 같이 단계 p를 거치면서 구해지는 단계별 최적 선호대안은 $a_*^1=a_6, a_*^2=a_6, a_*^3=a_6, a_*^4=a_1$

표 2. 단계별로 구해진 손실함수$L_p(a_j)$의 변화

구분	$p=1$		$p=2$		$p=3$		$p=4$		$p=5$	
	$L_1(a_j)$	최적 대안	$L_2(a_j)$	최적 대안	$L_3(a_j)$	최적 대안	$L_4(a_j)$	최적 대안	$L_5(a_j)$	최적 대안
a_1	7,898,853		7,932,867		10,092,036		10,230,246	a^4_*	10,318,803	a^5_*
a_2	25,511,981		26,362,321		28,294,600		44,587,857		44,588,343	
a_3	13,827,747		14,133,870		14,586,662		43,489,520		43,495,472	
a_4	18,179,025		19,029,365		19,470,294		34,472,199		34,489,692	
a_5	31,014,818		33,769,920		35,502,002		37,830,687		37,870,046	
a_6	2,063,618	a^1_*	6,179,265	a^2_*	6,504,401	a^3_*	11,270,115		11,328,910	
a_7	10,152,619		10,186,633		12,196,890		12,848,318		12,907,113	
a_8	19,254,380		22,009,482		22,425,201		46,290,649		46,415,042	
a_9	73,618,614		74,468,954		75,533,092		79,362,349		79,379,842	
a_{10}	36,996,356		37,302,479		40,005,271		55,545,919		55,566,449	
a_{11}	63,876,492		64,182,615		65,325,349		69,286,187		69,410,579	
a_{12}	45,533,159		53,186,220		54,827,224		64,479,109		64,496,602	
a_{13}	41,239,629		42,906,296		44,731,803		47,489,974		47,507,467	
a_{14}	29,474,894		30,325,234		34,499,110		45,678,081		45,679,175	
a_{15}	25,975,820		26,009,834		27,884,278		29,210,068		29,227,561	

과 $a^4_*=a_1$이기 때문에 단계$p=4$에서 변화됨을 알 수 있다. 이러한 결과는 다음과 같이 설명할 수 있을 것이다. 즉, $p=3$까지의 그룹속성을 고려한 대안 a_1과 대안 a_6에 대한 각각의 손실함수$L_3(a_1)=10,092,036$과 $L_3(a_6)=6,504,401$에 대하여 단계 $p=4$에서 추가적으로 고려하는 대안 a_1의 $x^4_{1,1}=24.98$과 $x^4_{1,2}=251,000$을 대안a_6의 $x^4_{6,1}=24.50$과 $x^4_{6,2}=283,000$에 비교하여 주어진 허용차 $m_{\cdot j}\pm\Delta_{\cdot j}$가 25.4 ± 0.5와 $250,000\pm5,000$이므로 이때 발생한 손실함수$L_4(x_{1,j})=138,210$과$L_4(x_{6,j})=4,765,714$이므로 단계$p=4$에서 고려하는 그룹속성의 손실비용 측면에서 대안a_1이 대안a_6보다 유리하므로 $L_4(a_1)=10,230,246$과$L_4(a_6)=11,270,115$가 되기 때문에 결국 최적 선호대안이a_6에서a_1으로 바뀌었다. 즉, 단계$p=3$까지 대안a_6이 대안a_1보다 손실함수 측면에서 유리한 점을 단계 $p=4$에서 추가적으로 고려하는 그룹속성에 의해서 이를 상쇄하기 때문에 선호순위가 바뀐 결과이다.

이러한 과정을 반복하여 단계$p=5$까지 주어진 모든 속성을 고려하여 최적 선호대안과 함께 선호순서를 결정할 수 있다. 여기서 대안a_1이 최종의 최적 선호대안(final optimal preferred alternatives)이 된다.

만약, 위의 수치예의 문제와 같은 MNDM 상황에 직면하여 시간적으로 촉박한 의사결정을 해야하는 경우 단계 $p=1$에서 얻어진 대안a_6을 최종의 최적 선호대안으로 선택하고자 한다면$L_1(a_6)$과 다른 임의의 대안$(a_j\neq a_6)$으로부터 얻은 손실함수값의 차이에 대하여 다음 단계$p=2$ 이후에 추가적으로 고려할 그룹속성의 가중치와 손실함수값의 관계로부터

$$L_1(a_j)-L_1(a_6) > \sum_{p=2}^{z}\lambda_p\sum_{j=1}^{n_p}L_p(x_{i,j}) \tag{16}$$

이라면 임의의 대안a_j를 열등대안(inferior alternatives)

표 3. 평균손실함수 값을 절단범위로 한 경우의 대안제거의 변화

구분	p=1		p=2		p=3		p=4		p=5	
	$L_1(a_j)$	대안제거	$L_2(a_j)$	대안제거	$L_3(a_j)$	대안제거	$L_4(a_j)$	대안제거	$L_5(a_j)$	대안제거
a_1	7,898,853		7,932,867		10,092,036		10,230,246	a_*^4	10,318,803	a_*^5
a_2	25,511,981		26,362,321	제거	—	—	—	—	—	—
a_3	13,827,747		14,133,870		14,586,662	제거	—	—	—	—
a_4	18,179,025		19,029,365	제거	—	—	—	—	—	—
a_5	31,014,818	제거	—	—	—	—	—	—	—	—
a_6	2,063,618	a_*^1	6,179,265	a_*^2	6,504,401	a_*^3	11,270,115	제거	—	
a_7	10,152,619		10,186,633		12,196,890	제거	—	—	—	—
a_8	19,254,380		22,009,482	제거	—	—	—	—	—	—
a_9	73,618,614	제거	—	—	—	—	—	—	—	—
a_{10}	36,996,356	제거	—	—	—	—	—	—	—	—
a_{11}	63,876,492	제거	—	—	—	—	—	—	—	—
a_{12}	45,533,159	제거	—	—	—	—	—	—	—	—
a_{13}	41,239,629	제거	—	—	—	—	—	—	—	—
a_{14}	29,474,894		30,325,234	제거	—	—	—	—	—	—
a_{15}	25,975,820		26,009,834	제거	—	—	—	—	—	—
$C_p=\sum_{j=1}^{m_p} L_p(a_j)/m_p$	29,641,200.4		18,018,763.4		10,844,997.3		10,750,180.5		10,318,803	

으로 제거시킬 수 있을 것이다. 그러나 이값을 실제로 얻는다는 것은 벡터정규화를 하는 경우[1,2]보다 더욱 어려울 것이다.

지금까지의 분석결과를 통하여 의사결정자가 최종의 최적 선호대안을 얻는데 필요한 시간과 정신적 노력이 과다하다고 생각되어 최적 선호대안이 보장되지 않더라도 신속히 만족할 만한 해를 얻고자 하는 경우[1,2,3]에는 단계별 대안 제거를 위하여 절단범위의 폭을 조정할 수 있도록 하여 빠른 시간 내에 해에 도달하게 함으로써 의사결정자의 입장을 좀더 현실적으로 반영할 수 있도록 하였다. 위의 예제의 분석결과는 단계p=1,2,3,4,5에 걸쳐서 절단범위를 평균손실함수의 크기까지 증가시켜도 최적 선호대안을 보장하는데 큰 문제가 발생하지 않는다.

따라서 본 연구에서 제시한 것과 유사한 MNDM 문제가 주어지면 의사결정자가 어느 정도 합리적인 범위에서 절단범위를 상향조정하여 빨리 해에 도달하고자 하는 경우, 최적 선호대안에는 큰 영향을 주지 않으면서 전체적인 계산량이나 요구정보량을 더욱 줄일 수 있음을 알 수 있다.

4. 결론

일반적으로 다속성 의사결정(Multi-Attribute Decision-Making: MADM) 문제에서 상충(conflict) 요인을 가지는 속성의 수가 매우 많을 경우 이것들을 모두 고려하여 선호대안을 선정한다는 것은 시간적으로나 정신적으로 많

은 어려움이 따를 수 있다. 본 연구에서는 이러한 MADM 문제에서 위의 상충요인들이 다구찌 방법(Taguchi method)에서 제시하고 있는 망목특성(The-Nominal-The-Best: N type)을 가지는 경우의 문제를 MNDM(Multi-N type Decision-making)이라고 하였다. 이러한 측면에서 도입한 손실함수(loss function)의 개념은 기존 MADM 문제해결을 위한 효용/가치함수(utility/value function) 개념보다 훨씬 이해하기 쉽다. 특히, 이들의 함수를 이용하기 위해서는 주어진 평가치의 수리적인 통합을 위한 방편으로 속성별 벡터정규화(vector normalization)를 반드시 해야하는데 이 점이 의사결정자들의 실제 문제해결을 위한 과정과 동일하지 않다는 것이다[15].

한편, 지금까지의 주요한 연구 · 개발된 기법들 중 수리적 방법들은 주어진 문제에 대한 모형이나 선호구조에 제약을 가하여 최적 선호대안(optimal preferred alternatives)을 구할 수 있지만 의사결정자의 입장을 거의 반영할 수 없으며, 이를 개선하기 위한 기존의 대화형 접근방법 역시 전체의 주어진 대안과 속성의 수가 많으면 많을수록 쌍비교(pair-wise comparisons) 등으로 발생하는 경우의 수가 기하급수적으로 많아져서 의사결정자가 제공해야 하는 정보의 양이 매우 많아진다는 어려움을 내포하고 있다. 한편, 일상적으로 발생할 수 있는 중요한 소수 개의 속성을 우선적으로 고려하여 의사결정을 하는 경우[1,2,3]에는 위의 연구결과를 이용한다는 것이 매우 어려울 것이다.

따라서, 본 연구에서는 이러한 문제점을 좀더 현실적인 입장에서 보완하기 위하여 대안과 속성의 수를 많이 포함하는 MNDM 문제를 속성의 그룹화를 통해 이해하기 쉬운 손실함수(loss function)와 절단범위(cutting range) 개념에 의해 최적 선호대안일 가능성이 적은 대안을 점차적으로 제거시킴으로써 의사결정자에게 도움을 줄 수 있도록 하였다. 특히, 여기서 제시한 접근방법은 여러 가지 속성을 가지는 MNDM 문제에서 특성치의 변화를 재작업(rework), 폐기(scrap)나 할인판매(discaunts) 비용과 직접적으로 연결시켜 의사결정자가 이해하기 쉬운 손실함수 값으로 변화하여 선호비교를 하였다는 점에서 의의가 있다고 할 수 있을 것이다.

그러나 본 연구에서의 절단범위 개념은 속성별 정규화를 이용하는 기존의 MADM 문제에서는 비교적 쉽게 설정[1,2]되는 것과는 달리 해당 단계의 평균손실함수 값으로 설정하는 문제는 의사결정자에게 막연하게 열등대안일 것으로 생각되는 대안을 제거시키지 않기 위한 안내 역할을 하고 있는데 이에 대한 좀더 깊이 있는 연구가 필요하다 하겠다.

참고문헌

[1] 이강인, 조성구, 선호종속을 허용하는 다속성 의사결정문제의 대화형 접근방법", 한국경영과학회지, 제20권, 제2호, 1995, PP.61～76.

[2] 조성구, 이강인, "퍼지 Choquet적분을 이용한 다속성 의사결정문제의 최적 선호대안 결정", 대한산업공학회지, 제23권, 제4호, 1997. PP.635～643.

[3] 이강인, 이진식, "혼합 다속성 의사결정문제에서 선호설비의 선정", 대한설비관리학회지, 제3권, 제1호, 1998. PP.243～255.

[4] Barron, H., and Schmidt, C. P.(1988), "Sensitivity Analysis of Additive Multi-attribute Value Models", *Operations Res- earch*, Vol.36, PP.122～127.

[5] Hwang, C. L., and Yoon, K. S.(1981), "Multiple Attribute Decision Making", *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Springer-Verlag, New York.

[6] Kackar, R. N.(1985), "Off-Line Quality Control, Parameter Design, and the Taguchi Method", *Journal of Quality Technology*, Vol.17, PP.21～29.

[7] Korhonen, P. J.(1986), "A Hierarchical Interactive Method for Ranking Alternatives with Multiple Qualitative Criteria", *European Journal of Operational Research*, Vol.24, PP.265～276.

[8] Mareschal, B., and Brans, J. P.(1988), "Geometrical Representations for MCDA", *European Journal of Operational Research*, Vol.34, PP.69～77.

[9] Olson, D. L.(1996), *Decision Aids for Selection Problems*, Splinger-Verlag, New York.

[10] Peace, G. S.,(1993), *Taguchi Method*, Addison-Wesley, Inc. Australia.

[11] Taguchi, G.(1986), *Introduction to Quality Engineer-*

ing, Asian Production Organization, Tokyo.

[12] Roy, R.(1990), *A Primer on the Taguchi Method*, Van Nostrand Reinhold, Inc. New York.

[13] Vansnik, J. C.(1986), "On the Problem of Weights in Multiple Criteria Decision Making(The Noncompensatory Approach)", *European Journal of Operational Research*, Vol.24, PP.288~294.

[14] Yang, J. B., and Singh, M. G.(1994), "An Evidential Reasoning Approach for Multiple-Attribute Decision Making with Uncertainty", *IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics*, Vol.24, No.1, PP.1~16.

[15] Zeleny, M.(1982), *Multiple Criteria Decision Making*, Mcgraw-Hill Book Company, New York.

98년 10월 최초 접수, 98년 12월 최종 수정