

## 유한차분법에서 열손실 정확도에 미치는 Node 개수의 영향

### The Effect of the Number of Nodes on the Exactness of Heat Loss in the Finite Difference Method

전 전 우\*

Jeon, Jeon-Woo

강 형 석\*\*

Kang, Hyung-Suk

#### ABSTRACT

The effect of the number of nodes on the heat loss from a rectangular fin for a finite difference method is studied. There are two ways for selecting nodes for the upper half fin in this finite difference method. In the first place, all the  $\Delta x$  are the same and all the  $\Delta y$  are the same for the entire upper half fin. Incremental length of  $x$  (i.e.  $\Delta x$ ) is divided by two near the fin tip while all the  $\Delta y$  are the same for another way. The results show that 1) About 30 nodes are enough to obtain the satisfactory exact analysis (relative error < 5%) on the heat loss for a given range of Biot number in case of short fin (i.e.  $L \leq 2$ ). 2) Under usual circumstances ( $Bi < 0.1$ ), the relative error of heat loss between using 30 nodes and 90 nodes is within 4% for given range of non-dimensional fin length. 3) The relative error of the calculated heat loss (the number of node=90) as compared to the expected exact heat loss is less than 1.5% for  $Bi=0.1$  and  $L=10$  while that is over 13% for  $Bi=1.0$  and  $L=10$ .

키워드 : 열손실, 비오토 수, 노드 개수, 상대오차

Keywords : Heat Loss, Biot Number, The Number of Node, Relative Error

#### 1. 서 론

熱傳達현상은 여러 가지 産業 및 環境문제 分野에서 중요한 역할을 한다. 예로서 핵분열 또는 핵융합, 화석연료의 연소, 유체 역학적 프로세스, 지구열 에너지 사용에 의한 電力 발생 등에서 풀려져야 할 많은 热傳達 문제들이 있다. 이 문제들은 전도, 대류 그리고 복사들을 포함하여 보일러, 응축기 및 터빈과 같은 시스템의 설계에 연관되어 있다. 그 중에서도 热交換機의 性能을 向上시키기 위해서 fin이 많이 利用되고 있다. Fin이 있는 热交換裝置에서의 열 전달 形狀은 매우 복잡하며, fin의 幾何學的 형상이나 열 전달 특성 등에 크게 영향을 받는다. Fin에 대한 연구는<sup>[1-6]</sup> 공학분야의 발전과 더불어 상당히 進展되었으며 fin이 있는 평판이나 원판에서의 열 전

달에 관한 연구는 실험적으로나 수치적으로 많은 논문들이 다루어 왔다. 수치적 방법들 中에서 유한 차분 법은 컴퓨터의 급속한 발전과 함께 형상과 환경 조건이 복잡한 문제에서 열 전달 분야[7,11]나 유체 역학[12] 분야에서 널리 사용되고 있다.

Fin에 대한 수치해석에는 여러 가지 방법들이 많이 쓰여 왔으며, 각 방법들을 크게 두 分類로 나눈다면, 첫째 경계조건을 만족하는 지배 방정식을 변수 분리법을 이용하여 푸는 해석적인 방법과, 둘째 원하는 영역의 경계와 그 내부를 여러 node 개수로 나누어, 각 node 개수를 위한 식과 해를 갖는 유한차분법과 유한誘導法이 있다. 각 방법들로 푸는 해는 완전히 정확 할 수는 없으며, 근사적인 해를 갖게 된다. 특히, 유한차분법의 경우 잡아주는 node 개수가 해석 결과의 정확도에 상당히 영향을 미칠 것으로 생각된다, 따라서 본 논문에서는 정상상태에 있는 사각 fin에 대하여 node 개수를 달리하면서 fin으로부터의 열

\* 정회원, 강원대학교 대학원 기계공학과 석사과정

\*\*정회원, 강원대학교 기계공학과 부교수

손실을 기준으로 node 개수의 변화에 따른 값들을 비교하여 정확도에 미치는 영향을 알아본다. 기준의 연구결과에 의하면 fin내의 온도분포를 유한차분법과 해석적인 방법으로 각각 구했을 때 그 상대오차는 fin끝으로 갈수록 커짐을 보여주었다.[5,6] 따라서 본 논문에서 node 개수를 fin끝 부근에서 fin 길이 방향으로 한번더 나누어주는 경우와 등 간격으로 잡아주면서 node 개수를 늘리는 경우에 대해 각각 그 영향을 알아보았다. 변화되는 node 개수의 범위는 fin 위쪽 반에 대해서 등 간격으로 잡아주는 경우는 30개부터 90으로 늘려가며, fin끝 부분에서 fin 길이 방향으로 한번 더 나누어주는 경우는 36개의 node 개수를 잡아서 30개의 경우와 비교한다. 또한 계산의容易함을 위하여 fin 바닥의 온도, fin周圍의 열 대류계수와 fin 재질의 열 전도율은 모두 상수로 가정한다.

## 2. 이론해석

### 2.1 가정 및 해석 모델

본 연구 대상으로 사각형 단면을 가진 평판으로부터 fin의 2차원 열 전달 문제에 대하여 이론 해석을 간편히 하기 위하여 무 차원 변수들을 도입 유한차분법을 적용하였으며, 사각 fin의 형태는 Fig.1에 나타냈으며, 다음과 같은 가정 하에 기초를 두고 전개하기로 한다.

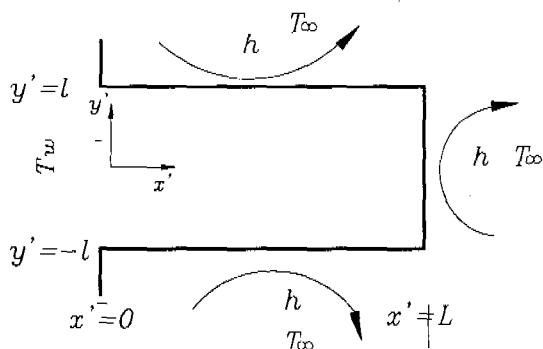


Fig.1 Geometry of a rectangular fin

- ① Fin과 벽의 재질은 균일하다
- ② Fin과 벽 사이는 완전히 접촉되어 접촉 열 저항은 없다
- ③ Fin 전체의 열 흐름과 온도 분포는 시간에 무관하다.
- ④ 정상 상태에서 재료의 물리적 성질은 일정하다.
- ⑤ Fin에서 복사열 전달은 무시한다.
- ⑥ Fin 내부의 발생 열은 없다.

⑦ Fin 바닥의 온도는 일정하다.

⑧ Fin 주위의 열 대류 계수와 열 전도율은 일정하다.

이상의 조건으로 Biot 수를 0.01부터 1.0까지 변화시키면서 사각 fin의 윗쪽 반에 대하여 나누어주는 node 개수를 달리하여 근사 해석을 한 유한차분법에 의해 각 해석의 열손실 값과 이에 대한 상대오차를 구하여 비교함으로써 사각 fin에 대한 해석의 타당성을 제시한다.

### 2.1.1 Node 개수를 등 간격으로 나누어준 경우

Node 개수를 등 간격으로 나누어 줄 때는  $\Delta x$ 와  $\Delta y$ 를 일정하게 나누어준 것으로써 fin 윗쪽면의 node 개수가 30인 경우를 Fig. 2-a에서 보여준다. 이와 같이 잡아준 node 개수는 x, y 각 방향으로 칸을 하나씩 더 잡아줌으로써 node 개수를 42~90까지 늘려준다. 이와 같은 방법으로 fin 윗면에 42개의 node 개수를 나누어준 경우가 fig. 2-b에서 나타낸다.

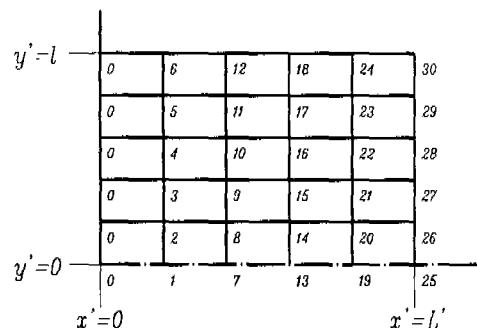


Fig. 2-a Upper half rectangular fin presenting 30 nodes for the finite difference method

Figure 2-a에서 보여지는 사각 fin의 윗면에 대하여 등 간격으로 30개의 node 개수를 잡아준 경우의 각 node에 대한 몇몇 대표적인 식들이식 (1)에서 식 (7)까지 보여진다.

For node 1 {fin 중심선을 따른 다른 nodes(7, 13, 19)들은 같은 형태}

$$\begin{aligned} \theta_0 - 2(1 + f^2) \cdot \theta_1 \\ + 2f^2 \cdot \theta_2 + \theta_7 = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

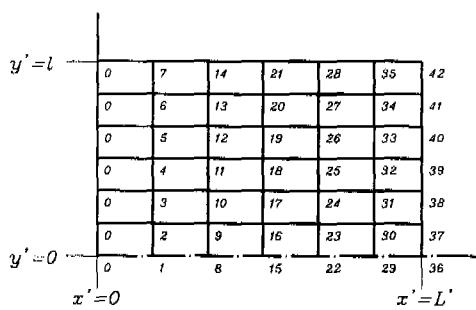


Fig. 2-b Upper half rectangular fin presenting 42 nodes for the finite difference method

For node 2 {fin 내부의 다른 nodes(3, 4, 5, 8, 9 ect.)들은 같은 형태}

$$\begin{aligned} \theta_0 + f^2 \cdot \theta_1 - 2(1 + f^2) \cdot \theta_2 \\ + f^2 \cdot \theta_3 + \theta_8 = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

For node 6 {fin 윗쪽면의 다른 nodes(12, 18, 24)들은 같은 형태}

$$\begin{aligned} \theta_0 + 2f^2 \cdot \theta_5 - 2(1 + f^2) \cdot \theta_6 \\ + Bi \cdot f \cdot \Delta x \cdot \theta_{12} + \theta_{18} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

For node 25

$$\begin{aligned} \theta_{19} - (1 + f^2 + Bi \cdot \Delta x) \cdot \theta_{25} \\ + f^2 \cdot \theta_{26} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

For node 26 {fin 끝을 따른 다른 nodes(27, 28, 29)들은 같은 형태}

$$\begin{aligned} \theta_{20} - \frac{f^2}{2} \theta_{25} - (1 + f^2) \cdot \theta_{26} \\ + Bi \cdot \Delta x \cdot \theta_{26} + \frac{f^2}{2} \theta_{27} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

For node 30

$$\begin{aligned} \theta_{24} + f^2 \cdot \theta_{29} - (1 + f^2) \cdot \theta_{30} \\ + Bi \cdot (1 + f) \cdot \Delta x \cdot \theta_{30} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

where,

$$\begin{aligned} \theta_i &= \frac{T_i - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \quad (i = 1, 2, 3, \dots), \quad f = \frac{\Delta x}{\Delta y} \\ \Delta x &= \frac{\Delta x'}{l}, \quad \Delta y = \frac{\Delta y'}{l}, \quad Bi = \frac{h \cdot l}{k} \end{aligned}$$

Fin 바닥의 온도인  $\theta_0$ 를 1로 놓고, 각 node에서의 온도 값을 구한 후 fin으로부터의 열손실, Q는 대기와 접촉하는 면에서 대류에 의해 나가는 것이다. 이에 대한 열손실 양은 식 (7)으로 구해진다. 식 (7)에서 나타내는  $k$ 는 fin 재질에 열전도율을 나타낸다.

$$\begin{aligned} Q &= 2k \cdot \left\{ Bi \cdot \Delta x \left( \frac{1}{2} \theta_0 + \theta_6 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \theta_{12} + \theta_{18} + \theta_{24} + \frac{1}{2} \theta_{30} \right) \right. \\ &\quad \left. + Bi \cdot \Delta y \cdot \left( \frac{1}{2} \theta_{25} + \theta_{26} + \theta_{27} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \theta_{28} + \theta_{29} + \frac{1}{2} \theta_{30} \right) \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

Fin 윗면에 42, 56, 72 그리고 90개의 node 개수를 등 간격으로 나누어준 경우에도 30개의 node 개수의 경우와 같은 방법으로 온도와 열손실에 대한 식을 구할 수 있다.

### 2.1.2 Fin 끝에서 node 개수 간격을 반으로 나누어 준 경우

Fin 끝 부근에서 길이 방향으로 한번 더 나누어준 경우는 Fig. 3에서 보여지는 봐와 같이 fin 끝 부분의  $\Delta x$ 를  $\Delta x/2$ 로 만들어 fin 끝에서 node의 개수를 늘린 것이다. Figure 3에서 보여지듯이 fin 끝 부근에서의 node 간 간격을 반으로 잡아서 36개의 node 개수로 나누었을 때 그 node 개수에 대한 각각의 식들은 식 (8)부터 (18)까지 보여진다.

For node 1 {fin 중심선을 따른 다른 nodes(7, 13,)들은 같은 형태}

$$\begin{aligned} \theta_0 - 2(1 + f^2) \cdot \theta_1 \\ + 2f^2 \cdot \theta_2 + \theta_7 = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

For node 2 {fin 내부의 다른 nodes(3, 4, 5, 8, 9 ect.)들은 같은 형태}

$$\begin{aligned} \theta_0 + f^2 \cdot \theta_1 - 2(1 + f^2) \cdot \theta_2 \\ + f^2 \cdot \theta_3 + \theta_8 = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

For node 6 {fin 윗쪽면의 다른 nodes(12, 18, )들은 같은 형태}

$$\begin{aligned} \theta_0 + 2f^2 \cdot \theta_5 - 2(1 + f^2) \cdot \theta_6 \\ + Bi \cdot f \cdot \Delta x \cdot \theta_{12} + \theta_{18} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

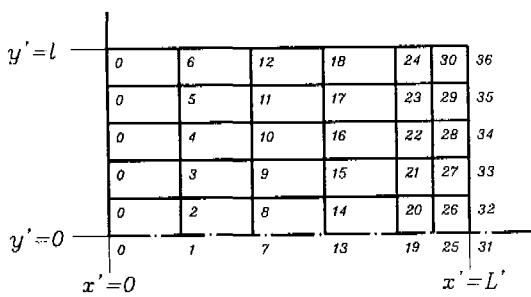


Fig. 3 Upper half rectangular fin presenting 36 nodes for the finite difference method

For node 19

$$\theta_{13} - 3(1 + \frac{1}{2} f^2) \cdot \theta_{19} + \frac{3}{2} f^2 \cdot \theta_{20} + 2 \theta_{25} = 0 \quad (11)$$

For node 20 {fin 내부의 다른 nodes(21, 22, 23)들은 같은 형태}

$$\theta_{14} + \frac{3}{4} f^2 \cdot \theta_{19} - 3(1 + \frac{1}{2} f^2) \cdot \theta_{20} + \frac{3}{4} f^2 \cdot \theta_{21} + 2 \theta_{26} = 0 \quad (12)$$

For node 24

$$\theta_{18} + \frac{3}{2} f^2 \cdot \theta_{23} - 3(1 + \frac{1}{2} f^2) \cdot \theta_{24} + \frac{1}{2} \cdot Bi \cdot f \cdot \Delta x \cdot \theta_{25} + 2 \theta_{30} = 0 \quad (13)$$

For node 25

$$\theta_{19} - (1 + \frac{1}{2} f^2) \cdot \theta_{25} + \frac{1}{2} f^2 \cdot \theta_{26} + \theta_{31} = 0 \quad (14)$$

For node 26 {fin 내부의 다른 nodes(27, 28, 29)들은 같은 형태}

$$\theta_{20} + \frac{1}{4} f^2 \cdot \theta_{25} - 2(1 + \frac{1}{4} f^2) \cdot \theta_{26} + \frac{1}{4} f^2 \cdot \theta_{27} + \theta_{32} = 0 \quad (15)$$

For node 31

$$\theta_{25} - (1 + \frac{1}{4} f^2 + \frac{1}{2} \cdot Bi \cdot \Delta x) \cdot \theta_{31} + \frac{1}{4} f^2 \cdot \theta_{32} = 0 \quad (16)$$

For node 32 {fin 끝을 따른 다른 nodes(33, 34, 35)들은 같은 형태}

$$\theta_{26} + \frac{1}{8} f^2 \cdot \theta_{31} - (1 + \frac{1}{4} f^2 + \frac{1}{2} \cdot Bi \cdot \Delta x) \cdot \theta_{32} + \frac{1}{8} f^2 \cdot \theta_{33} = 0 \quad (17)$$

For node 36

$$\theta_{30} + \frac{1}{4} f^2 \cdot \theta_{35} - (1 + \frac{1}{4} f^2 + \frac{1}{2} \cdot Bi \cdot \Delta x + \frac{1}{4} \cdot Bi \cdot f \cdot \Delta x) \cdot \theta_{36} = 0 \quad (18)$$

등 간격으로 나누어준 경우와 마찬가지로 대기와 접촉하는 면을 통해 방출되는 대류 열손실 Q는 식 (19)으로부터 구해진다.

$$Q = 2k \cdot \left\{ Bi \cdot \Delta x \left( \frac{1}{2} \theta_0 + \theta_6 + \theta_{12} + \theta_{18} + \frac{3}{4} \theta_{24} + \frac{1}{2} \theta_{30} + \frac{1}{4} \theta_{36} \right) + Bi \cdot \Delta y \cdot \left( \frac{1}{2} \theta_{31} + \theta_{32} + \theta_{33} + \theta_{34} + \theta_{35} + \frac{1}{2} \theta_{36} \right) \right\} \quad (19)$$

### 3. 결과 및 고찰

Figure 4-a는  $Bi=0.01$ 일 때  $L$ 이 각각 1과 10일 때 node 개수의 변화에 따른 열손실의 변화를 나타낸다.  $L$ 이 1과 10 두 경우 모두에 대하여 node 개수에 따른 열손실의 변화는 거의 없음을 보여준다. Figure 4-b는 Fig. 4-a와 같은 경우로 단지  $Bi=0.01$ 에서  $Bi=0.1$ 로 변화된 경우이다. 이 경우도  $L=1$ 일 때는 node 개수에 따른 열손실이 변화는 거의 없으나,  $L=10$  일 때는 node 개수가 증가함에 따라 열손실이 약간씩 감소함을 보여준다. Figure 4-c는  $Bi=1.0$ 인 경우로써  $L=1$ 일 때에는 앞의 두 경우와 같이 열손실의 변화는 거의 없으나  $L=10$ 일 때에는 node 수의 증가에 따라 열손실 값이 현저히 낮아짐을 보여주며 그 감소율은 서서히 감소됨을 보여준다. 위의 세 경우로부터 짧은 무차원 fin 길이에서는  $Bi=1.0$ 인 경우에도 node 개수가 30개정도만 되도 충분히 정확한 값을 취할 수 있음을 보여준다.

Figure 5-a는  $L=1$ 인 경우 node 개수가 90일 때 구한 열손실 값에 대한 node 개수가 각각 30, 42, 56 그리고 72일 때 구한 열손실 값의 상대오차를 Biot수의 증가에 따른 변화에 대해 나타낸다. Biot수가 커지고

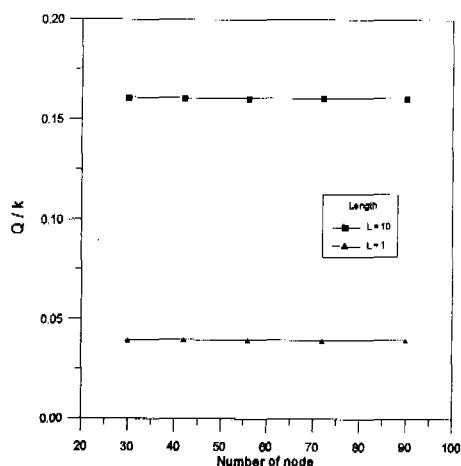


Fig. 4-a The non-dimensional heat loss versus the number of node for  $Bi=0.01$

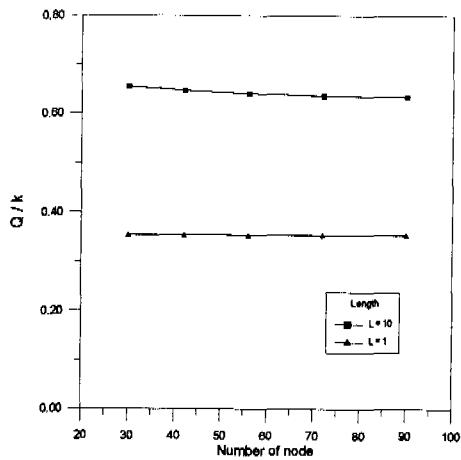


Fig. 4-b The non-dimensional heat loss versus the number of node for  $Bi=0.1$

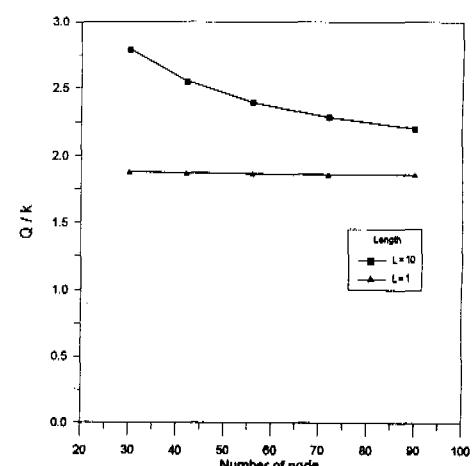


Fig. 4-c The non-dimensional heat loss versus the number of node for  $Bi=1.0$

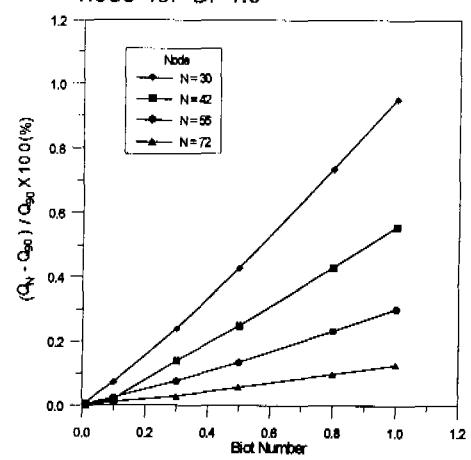


Fig. 5-a Relative error of the heat loss versus Biot number for  $L=1$

node 개수가 작아질수록 열손실의 상대오차 값은 커지며 특히 node 개수가 증가할수록 Biot수의 증가에 따른 상대오차의 증가율이 둔화되는 것을 보여준다. 특히 주어진 Biot 수의 범위 내에서 최고 1%의 상대오차를 넘지 않으며 이는 짧은 무 차원 fin길이에서는 node 개수가 30개만 되어도 충분히 정확한 열손실값을 얻을 수 있음을 의미한다. Figure 5-b는 Fig. 5-a와 같은 경우로 단지  $L=1$ 에서  $L=5$ 로 변환된 경우이다. 변화의 경향은 앞 그림과 비슷하나 전체적으로 오차 값이 약 10배정도 증가함을 보여주며 주어진 Biot 수의 범위 내에서 4%이내의 정확도를 갖기 위해서는 최소 56개의 node 개수가 필요함을 보여준다. Figure 5-c는  $L=10$ 인 경우로 Biot 수가 1일 때 node 개수를 30개만 잡아준다면 거의 30%에 유판하는 오차를 나타내며, 주어진 Biot 수의 범위 내에서 4%이내의 상대오차를 갖기 위해서는 최소

72개정도의 node 개수를 잡아주어야 함을 보여준다, 그러나 Biot 수가 0.1까지는 node 개수가 30개라도 5% 이내의 좋은 결과를 나타냄을 보여준다.

Figure 6-a~c는 각각 Biot 수가 일정한 상태에서 무 차원 fin 길이의 변화에 따른 node 개수가 90일 때 구한 열손실 값에 대한 node 개수가 각각 30, 42, 56 그리고 72일 때 구한 열손실 값의 상대오차를 나타낸다. Figure 6-a에서  $Bi=0.01$ 이고 node수가 각각 N=30, 42, 56 그리고 72일 때 fin 길이가 증가함에 따라 node 개수가 90일 때에 대한 상대오차 열손실 값의 변화를 나타내는데 주어진 무차원 fin 길이의 범위 내에서 모두 0.4% 내의 좋은 결과를 보여준다. Figure 6-b는 Fig. 6-a와 같은 경우로  $Bi=0.01$ 에서  $Bi=0.1$ 로 변화된 경우이다. 이 경우도 fin 길이가 증가되고 node 개수가 작아질 수록 상대오차 열손실 값이 증가하나 node 개수가 30개 일 때라도 여

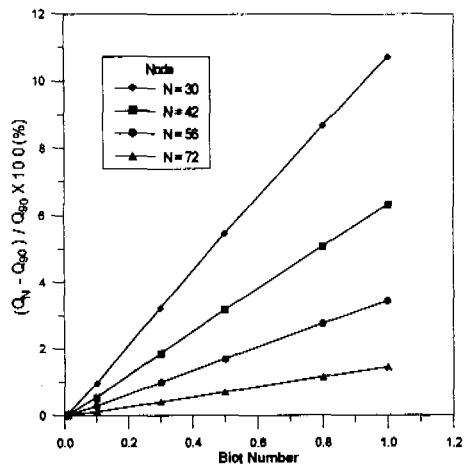


Fig. 5-b Relative error of the heat loss versus Biot number for  $L=5$

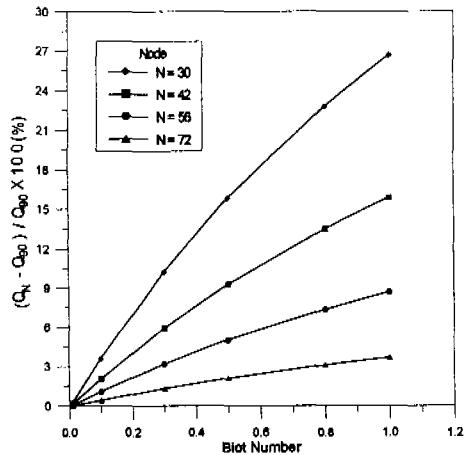


Fig. 5-c Relative error of the heat loss versus Biot number for  $L=10$

전히 4%내의 좋은 결과를 보여준다. Figure 6-c는  $Bi=1.0$ 인 경우로써 앞의 두 그림과 같은 변화 경향을 보여주나 그 오차 값은 앞의 두 경우에 비하여 상당히 커짐을 나타낸다. 특히 node 개수가 90인 경우의 열손실 값이 완전히 정확한 값이 아니라는 것을 고려할 때 node 개수가 30개일 경우 5%전후에 상대오차를 갖기 위해서는 무차원 fin 길이를 약 2전후로 제한해야 함을 알 수 있다. 또한 Biot 수가 1.0일 때는 주어진 무차원 fin길이의 범위에서 5%이내의 상대오차를 갖기 위해서는 최소 72개의 node 개수가 필요함을 알 수 있다.

Table 1은 각각 세 경우에 대하여 (i.e.  $Bi=0.1$ ,  $L=10$ ;  $Bi=1.0$ ,  $L=5$ ;  $Bi=1.0$ ,  $L=10$ ) node 개수가 30부터 90까지 변할 때 변화되는 열손실 값들로부터 수 정된 계차수열을 이용하여 예상되는  $10^{-6}$ 까지의 정확

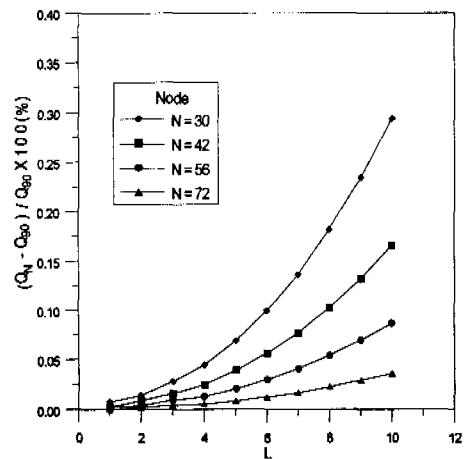


Fig. 6-a Relative error of the heat loss versus the non-dimensional fin length for  $Bi=0.01$  using 90 nodes

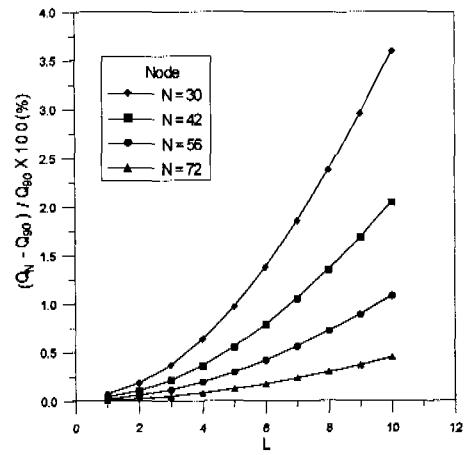


Fig. 6-b Relative error of the heat loss versus the non-dimensional fin length for  $Bi=0.1$  using 90 nodes

한 값과 그 값을 구하기 위하여 필요한 node 개수를 구한 후, 예상되는 정확한 열손실 값에 대한 각 node 개수(30, 42, 56, 72 그리고 90)를 사용하여 구한 열손실의 상대오차를 나타낸다. 여기서 예상되는 정확한 열손실값은 0.5%이내의 정확도를 가질 것으로 예측한다. Table 1의 결과로부터  $Bi=0.1$ ,  $L=10$ 인 경우는 30개의 node 개수만으로도 5%이내의 정확도를 가질 수 있는 반면,  $Bi=1.0$ ,  $L=5$ 인 경우는 5%이내의 정확도를 가지기 위해서는 최소한 90개의 node 개수를 사용해야 함을 보여준다. 그러나  $Bi=1.0$ ,  $L=10$ 인 경우에는 90개의 node 개수를 사용해도 오차가 10%가 넘음을 나타내며, Table 1에는 나타나있지 않으나 5%이내의 오차를 가지기 위해서는 약 182개의 node 개수가 필요할 것으로 예상된다. 또한 Table 2. 는

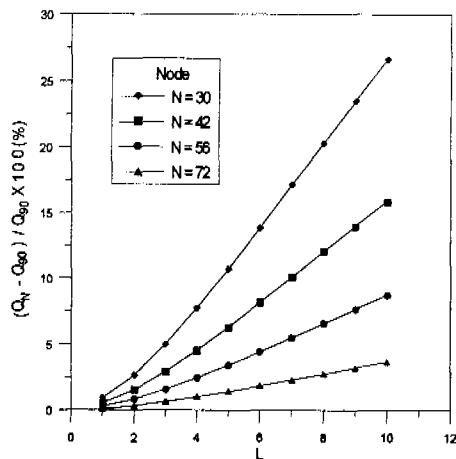


Fig. 6-c Relative error of the heat loss versus the non-dimensional fin length for  $Bi=1.0$  using 90 nodes

Table 1. The relative error of calculated heat loss as compared to expected exact heat loss.

node 수	$Bi=0.1$ $L=10$		$Bi=1.0$ $L=5$		$Bi=1.0$ $L=10$			
	Q/k	relative error	Q/k	relative error	Q/k	relative error		
30	0.655550	4.29%	2.144592	16.15%	2.792577	43.66%		
42	0.646835	3.52%	2.059203	11.53%	2.554624	31.42%		
56	0.640742	2.55%	2.003531	8.51%	2.396591	23.29%		
72	0.636696	1.90%	1.964997	6.42%	2.285766	17.59%		
90	0.633866	1.45%	1.937103	4.91%	2.204731	13.42%		
<hr/>								
		$Bi=0.1$ $L=10$	$Bi=1.0$ $L=5$	$Bi=1.0$ $L=10$				
expected exact value	0.624829		1.846392	1.943825				
expected node number	1482		2352	2970				

Table 2. Relative error of the heat loss calculated by using 30 nodes as compared to that calculated by using 36 nodes.

	$\frac{Q_{30} - Q_{36}}{Q_{36}} \times 100$ (%)		
$Bi$ $L$	0.01	0.1	1.0
1	0.002532	0.002535	0.020426
5	0.009319	0.030781	0.005503
10	0.024935	0.015993	0.000072

Biot 수를 0.01에서 1.0으로 변화시키고 무차원 fin 길이  $L$ 을 1부터 10까지 변화시킬 때 node 개수가 36 개인 경우에 (fin 끝 부분에서 x 방향의 증분을 반으로 줄인 경우) 대한 node 개수가 30개인 경우에 상대오차 열손실을 보여준다. 전체적인 상대오차 변화 경향은 Biot 수나  $L$ 의 변화에 대해서 불규칙하게 변화하나, 모든 값들은 0.04%를 넘지 않는다. 이 결과로부터 fin 끝 부근에서 증분을 반으로 줄인 효과가 열손실 값에 미치는 영향이 매우 미미함을 보여준다.

#### 4. 결론

본 논문에서는 유한차분법을 이용하여, node 개수를 30~90개로 달리하면서 사각 fin으로부터 열손실을 구하여 다음과 같은 결론을 얻는다.

첫째, Biot 수가 0.01일 때는 무차원 fin 길이가 10일 때까지도 30개의 node 개수만 사용하여도 90개의 node 수를 사용한 경우에 대하여 0.3% 이내의 정확한 값을 갖는다.

둘째, 일상 생활 하에서 ( $Bi < 0.1$ ) 30개의 node 개수만 사용하여도 무차원 fin 길이가 10까지 90개의 node 개수를 사용한 경우에 대하여 약 3.8% 이내의 좋은 결과를 갖는다.

셋째,  $Bi=1.0$ 일 때는 30개의 node 개수를 사용하면서 90개를 사용할 때에 대한 상대오차가 5% 이내이기 위해서는 약  $L=3$ 까지 가능하나 node=90개를 사용할 때도 정확한 값에 대한 자체 오차를 가지고 있기 때문에 이 경우를 고려하면 약  $L=2$ 까지 가능할 것으로 생각된다.

넷째, 등 간격으로 node를 나누어주는 경우와 (the number of node=30) fin 끝 부분에서 x 방향의 증분을 반으로 줄인 경우를 (the number of node=36) 비교했을 때 node 개수를 늘려 주는 것에 비해 열손실의 변화가 미미함을 보여준다.

이상의 결론들은 fin으로부터의 열손실 해석을 위한 유한차분법 사용 시, 정확한 해석 범위를 위한 적절한 Biot 수와 무차원 fin 길이의 범위를 잡는데 도움을 줄 수 있다고 생각된다.

#### 참고 문헌

- [1] Kraus, A. D. and Snider, A. D. and Doty, L.F., "An efficient Algorithm for Evaluating Arrays of Extended Surface", ASME J. of Heat Trans., Vol. 100, pp. 288~293, 1978.
- [2] Ünal, H. C., "Temperature Distributions in

- Fins with Uniform and Non-Uniform Heat Generation and Non-Uniform Heat Transfer Coefficient", Int. J. Heat and Mass Trans., Vol. 30, pp. 1465~1477, 1987.
- [3] Sen, A. K. and Trinh, S., "An Exact Solution for The Rate of Heat Transfer From a Rectangular Fin Governed by a Power Law-Type Temperature Dependence", ASME J. of Heat Trans., Vol. 108, pp. 457~459, 1986.
- [4] Ullmann, A. and Kalman, H., "Efficiency and Optimized Dimensions of Annular Fins of Different Cross-Section Shapes", Int. J. of Heat and Mass Trans., Vol. 32, pp. 1105-1110, 1989.
- [5] Kang, H. S. and Kim, K. T., "A Comparison of Analytic and Finite-Difference Methods on the Parabolic Fin", KSME 1997 Fall Annual Meeting B., pp. 228~233, 1997.
- [6] Kang, H. S. and Look, Jr., D. C., "A Forced Analytic Scheme Applied to a Two Dimensional Fin : An Unsuccessful Venture", AIAA, 93~2854, 1993.
- [7] Raynaud, M. and Bransier, J., "A New Finite Difference Method for the Nonlinear Inverse Heat Conduction Problem," Numerical Heat Transfer, Vol. 9 No. 1, pp. 27~42, 1986a.
- [8] Raynaud, M. and Bransier, J., "Experimental Validation of a New space Marching Finite Difference Algorithm for the Inverse Heat conduction Problem," Proceedings of the Eighth International Heat Transfer Conference, San Francisco, CA, 1986b.
- [9] Xu, X. and Song, K. H., "Radiative Transfer in Pulsed Laser-Induced Plasma." Journal of Heat Transfer, Vol. 119, August, pp. 502~508, 1997.
- [10] D'Souza, N., "Numerical Solution of One-Dimensional Inverse Transient Heat Conduction By Finite Difference Method," ASME Paper, No. 75-WA-HT-81, 1975.
- [11] Ting Y. P. and Peddicord K. L., "Heat Conduction in Eccentric Annuli", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 26, No.1 pp. 11~21, 1983.
- [12] Balatka K. and Mochizuki S., "Numerical Analysis of the Flow in an Annular-Conical Passage," ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 120, pp. 513~519, 1998.