

정반 평면도 평가를 위한 측정점의 합리적인 개수의 결정

A Rational Quantity of Measurement for Finding Flatness of a Surface Table

현 창 헌* 신 상 철** 박 흥 식***
Hyun, Chang-Hun Shin, Sang-Cheol Park, Hüng-Sik

ABSTRACT

The flatness is the most important nature for the surface table. For finding such a flatness, the surface is surveyed along a number of straight lines parallel to the edges of table, which form a grid. Next, the variations in height of the grid points are measured relative to a datum point. If the number of such grid points is increased, the time and effort for calculation and measurement is also increased. It is not necessarily to use many grid points for finding the original flatness of a measured surface table. So, it is necessary to find the rational quantity of such grid points. It is found that about 220 points per 1 m² of surface table for measurement is the rational quantity with less than about 15% error of the original flatness.

키워드 : 평면도, 측정, 정반

Keywords : flatness, measurement, surface table

1. 서 론

치수측정시에 기준평면으로서의 역할을 하는 정반은 평면부분의 기하학적 평면으로 부터의 어긋남의 크기로 정의되는 평면도[1]가 가장 중요한 속성이다. 따라서, 평면도가 원하는 등급만큼 좋아야 한다. 그 뿐만 아니라, 정반을 구입하여 사용하는 중에도 1년 단위로 그 평면도를 검사하여 항상 본래의 평면도가 유지되고 있는 지 조사를 해보아야 한다. 가지고 있는 평면도를 알아내기 위해서는 다음과 같은 사항이 이루어 져야 한다.

첫째, 가공된 평면의 굴곡정도를 어떤 측정기로 측

정하여야 한다.

측정기 종류에는 여러 가지가 있다[2-4]. 그 중에서도 3차원 측정기를 이용한 방법은 측정값의 신뢰성 때문에 최근 많이 사용되고 있다. 그러나, 정반의 크기가 어느 한도를 넘으면 사용 못한다. 또한, 가격이 고가이어서 특정 때만 사용하는 것을 위하여 구입비치 해둘 수 없는 단점이 있다.

3차원측정기의 대응으로, 다이얼 인디케이터를 이용하는 연구결과가 있었다[5]. 이에 의한 측정결과는 믿을 만하면서, 3차원 측정기의 구입유지비용과 비교할 수 없을 정도로 저렴하다. 뿐만 아니라, 기본측정 장비로 항상 준비되어 있어서 앞으로 널리 사용되리라 기대되고 있다. 그러나 사람이 수동으로 측정하므로 수고가 든다.

둘째, 측정된 자료를 이용하여 평면도를 산출해야

* 강원대학교 기계공학과 교수

** 강원대학교 대학원 기계공학과 석사과정

*** 강원대학교 산업대학원 석사

한다.

어떤 정반의 소지하고 있는 평면도 결정은 현재 다음과 같이 이루어지고 있다.

정반의 가로 및 세로를 구간이 하나만 있도록 1 등분한다. 이때 측정점수는 4개이다. 다음 가로 및 세로의 구간이 2개 있도록 2등분한다. 그러면, 측정점수는 9개가 된다. 다음은 구간이 3개가 있도록 3등분한다. 이러한 방법으로 등분해나가되, 각 세분모입마다 생성된 사각형교차점에서의 편차값(미리 주어진 기준에 대한)을 자료로 최소자승법 이론[6-8]을 적용하여 평면도를 산출한다. 측정점수모임을 위와 같이 증가시켜가며 각 모입에서 평면도를 산출한 결과를 비교한 후 그 변화의 경향을 보고, 더는 측정점수모임을 증가시킬 필요가 없겠다고 생각되면, 산출된 평면도들의 평균값을 그 정반의 평면도로 명명한다.

이때 다이얼 인디케이터로 정반평면의 굴곡도를 측정하는 일은 측정점수가 많아지면, 시간이 많이 들고 기타 계산상에 시간이 많이 든다. 가능하면, 측정점수를 적게 하면서 원하는 평면도를 산출할 수 있으면 좋겠다. 그렇다면 정반마다 측정점수를 몇 개 정도로 하면, 그 정반의 소지하고 있는 평면도 결정에 합리적인 것이 되는 지? 이를 알 수 있다면, 현재와 같이 등분을 여러 모입으로 할 필요가 없이, 한번 등분으로 근거있는 측정 위치를 만들어 낼 수 있다. 시간과 노력이 절약됨은 자명하다. 이런 필요성에 의해, 임의의 정반이 소지하고 있는 평면도 결정을 위한 측정점의 합리적인 개수를 알아내는 것을 연구목적으로 한다.

2. 실험 재료

측정실험용 정반내용

KS B 5254에 규격화되어 있는 정밀정반의 재료는 주철제와 석재로 구분되며, 본 연구에서는 본 규격에서 정하는 재료로 된 화강암 석재정반이 사용되었다. 사용면의 호칭치수의 크기 및 제조회사는 Table-1 과 같다.

Table 1. 사용된 정반

크 기	재 질	제 조 원
300mm × 300mm	화강암	성진기계
450mm × 300mm	화강암	성진기계
1000mm × 1000mm	화강암	성진기계

정반평면굴곡정도 측정기기명세

명칭 : Dial Test Indicator

기종 : 513-101 TI-01H

측정범위 : 0.14 mm

최소측정단위 : 0.001 mm

제조원 : Mitutoyo, Japan

측정모습은 다음의 개념도에서 보는 바와 같다.

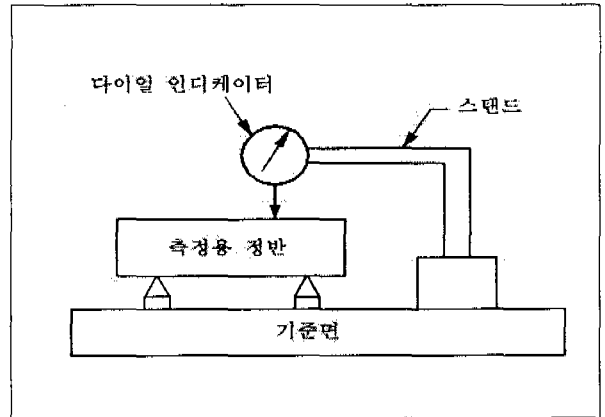


Fig.1 정반평면굴곡정도 측정모습

3. 실험 방법

평면도 산출법 및 측정점수의 증가 생성법:

정반의 가로 및 세로로부터 면적이 300mm × 300mm의 경우는 5%, 450mm × 300mm과 1000mm × 1000mm의 경우는 2%의 안으로 들어온 점을 시작점으로 하여 가로 및 세로에 평행하게 분필로 선을 그린다. 이렇게 생성된 가로 및 세로를 1 등분한다. 이 처음에 생성된 사각형은 4 개의 구석점을 갖는다.(이 점이 사실상 최소의 측정점수가 된다.) 이 꼭지점 중 하나에 다이얼 인디케이터의 촉침 (또는 3 차원측정기의 촉침)을 접촉하여 영점을 맞춘다. 그러면, 기준점이 되고 이 점을 제외한 나머지 점들은, 기준점에 대하여 얼마만큼 편위되어 있느냐로 굴곡도를 나타낸다. 한 측정점수의 모입마다 이러한 측정을 5 회씩 행한다. 각 횟수마다 최소자승법[6-8]을 적용하여 평면도의 값을 선출하고, 이를 5로 나누어 평균을 구한다. 이 평균값을 대응하는 측정점수의 모입에 대한 평면도로 명명한다.

다음으로, 가로 및 세로의 간격을 2 등분한다. 측정점수의 크기는 9로 증가된다. 다음은 구간이 3 개가 있도록 3 등분한다. 측정점수는 16으로 증가된다.

즉,

$$(\text{등분수} + 1)^2 = \text{측정점수} \quad (1)$$

가 되도록 한다. 다른 것은 동일하다.

실험 1 : 정반의 크기를 일정하게 하여 놓고, 즉, 300mm × 300mm, 450mm × 300mm, 1000mm × 1000mm에 대하여 각각, 가로 측은 측정점수, 세로측은 평면도(단위는 μm)를 그린다.

실험 2 : 평면도 값이 10 μm라도, 어떤 크기의 면적을 가진 정반의 것에 대한 것인가 하는 고려가 필요한 경우가 있다. 왜냐하면, 그 값을 생성하기 위한 과정 중 어려움 정도가 면적의 크기에 따라 각각 다르기 때문이다. 따라서, 단위면적을 기준으로 할 때, 얼마만큼의 평면도를 소지하고 있는지를 나타내는 물리량인 (평면도/정반면적)을 정할 필요가 있다.

평면도는 그 단위가 보통 μm로 나타내어진다. 한편, 정반의 면적은 mm × mm 또는 cm × cm 또는 m × m 로 나타낼 수 있을 것이다. 여기서는, 수평축에서 사용되는 면적의 단위와 일치시키기 위해서 m × m 로 하였다. 따라서 세로 측의 단위는 μm / (m × m) 가 된다.

그리고, 동일한 측정점수라도 정반의 크기에 따라 그 분포밀도정도가 다르다. 측정점수를 정반의 크기로 나누어 이를 정할 수 있다. 단위는 측정점수/(m × m)이다.

이상으로부터, 300mm × 300mm, 450mm × 300mm, 1000mm × 1000mm에 정반에 대하여 가로측과 세로측을 (측정점수/정반면적) vs. (평면도/정반면적)를 하나의 동일 그래프 속에 그린다.

실험 3 : 측정점수의 증가는 정반 가로 및 세로길이의 간격을 등분해나가는 (1)식으로 한다고 위에서 이야기되었다. 측정점수의 개수는

4 9 16 25 ……

처럼 제곱의 식으로 증가된다. (직사각형의 정반 경우는 가로를 등분한 길이와 세로를 등분한 길이는 서로 다르게 된다.)

이것은 식 (1)에 의해서 다음과 같이

$$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ \dots \ n \quad \text{단, } n = \text{등분수} + 1$$

대응이 된다.

이때 어떤 정반에 대해서 최종의 평면도 값 즉, 대표하는 소위 고유 평면도 값을 알 수가 있다면, 다음과 같은 물리량을 도입할 수 있다.

$$y_{ss} = \text{최종평면도 값}$$

$$A = \text{정반면적,}$$

$n = 1, 2, 3, \dots$ 위의 n 과 같이 (등분수 + 1) 과 같음

$$y_n = n \text{ 일 때의 평면도 값이라 할 때,}$$

$$\text{절대오차} = y_{ss} - y_n \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{단위면적당 절대오차} &= \frac{\text{절대오차}}{A} \\ &= \frac{y_{ss}}{A} - \frac{y_n}{A} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{상대오차} &= \frac{\left[\frac{\text{최종평면도}}{A} - \frac{n\text{일때 평면도}}{A} \right]}{\frac{\text{최종평면도}}{A}} \\ &= \frac{\frac{y_{ss}}{A} - \frac{y_n}{A}}{\frac{y_{ss}}{A}} \\ &= \frac{y_{ss} - y_n}{y_{ss}} \end{aligned} \quad (4)$$

이 식 (4)는 n 에 해당하는 평면도가 최종평면도와 의 오차를 최종 평면도 값에 대한 비율을 의미한다. n 은 면적당 측정점수를 몇 개 택했느냐 하는 정도를 나타내는 물리량과 대응되므로, 정반의 평면도를 산출하기 위하여 측정점수를 증가시켜가며 증가 매 순간마다의 평면도 y_n 을 계산하면서, 현재 어느 정도 상대적으로 최종값에 가까워 졌는지를 알아보는

데 사용될 수 있다.

일반적으로, y_{ss} 는 미리 알 수 없다. 따라서, 다음과 같이 상대오차를 정의한다.

$$\text{상대오차(\%)} = \frac{y_n - y_{n-1}}{y_n} \times 100 \quad (5)$$

식 (5)를 세로 축으로 하고, 가로축에는 (측정점수/면적)으로 하여 그래프를 그린다. 상대오차 vs. (측정점수/면적) 이 된다.

4. 실험 결과

실험 1에서는 가로축은 측정점수, 세로축은 평면도(단위 : μm)를 정반의 크기가 각각 $300\text{mm} \times 300\text{mm}$, $450\text{mm} \times 300\text{mm}$, $1000\text{mm} \times 1000\text{mm}$ 의 것에 대하여 그리는 것이었다.

그 결과가 Fig. 2.1, Fig. 2.2, Fig. 2.3이다.

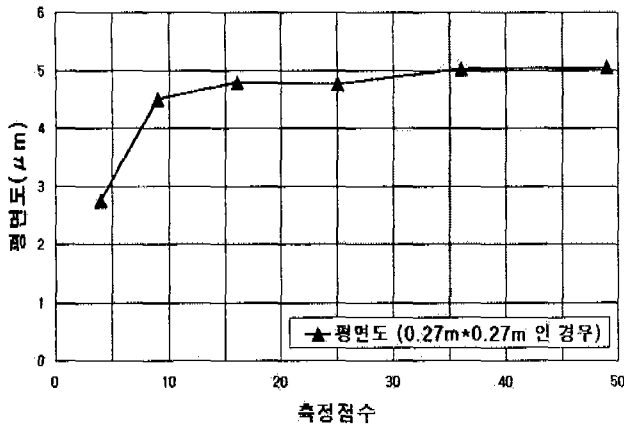


Fig. 2.1 측정점수와 평면도(0.27m × 0.27m의 경우)

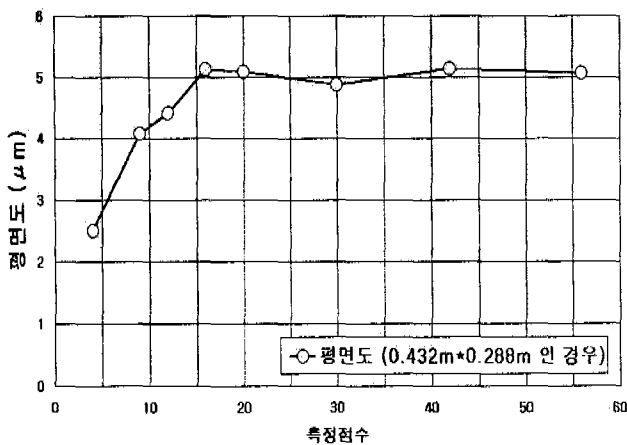


Fig. 2.2 측정점수와 평면도(0.432m × 0.288m의 경우)

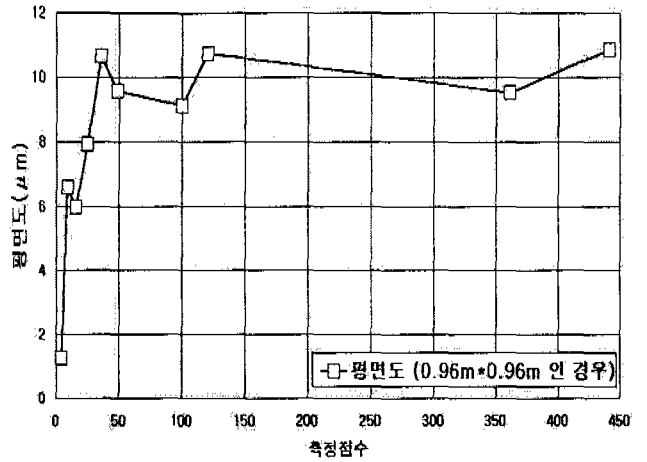


Fig. 2.3 측정점수와 평면도(0.96m × 0.96m의 경우)

실험 2는 (측정점수/정반면적)에 대하여 (평면도/정반면적)의 관계를 도시하는 것이었다. 하나의 그림 속에 그린 결과가 Fig. 3이다.

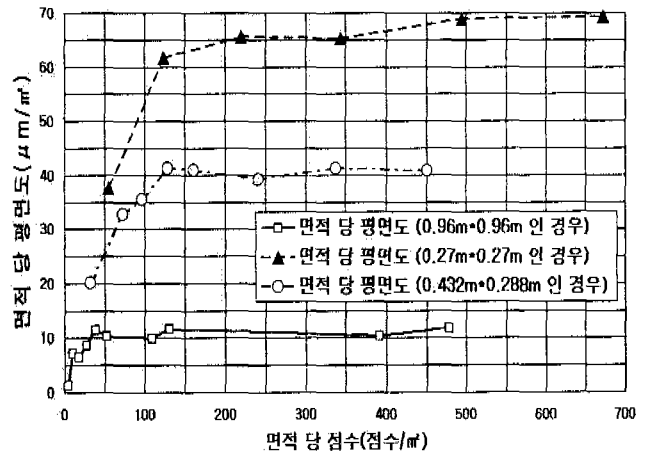


Fig. 3 면적 당 측정점수와 면적 당 평면도

실험 3은 측정점수/정반면적에 대한 상대오차 관계를 도시하는 것이었다. 그 결과는 Fig. 4과 같이 나타내어진다.

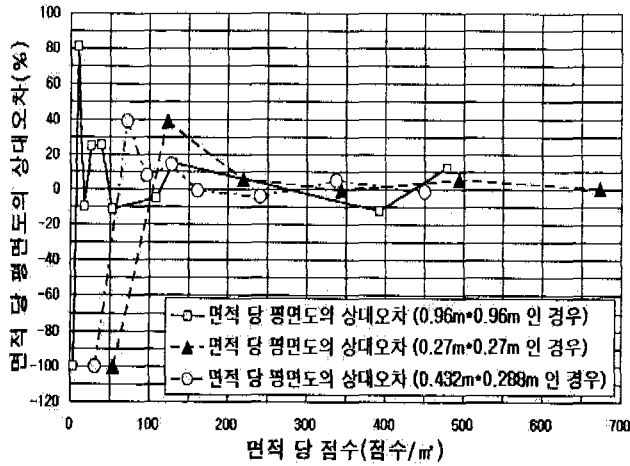


Fig. 4 면적 당 평면도의 상대오차와 면적 당 측정점수

5. 고 찰

실험 1의 결과 중 300mm × 300mm 정반의 경우는 Fig. 2.1에서, 측정점수가 4개에서 49개로 변동하는 동안 대략 평면도의 변화는 2.75 - 5.5 μm에 이른다.

450mm × 300mm 정반의 경우인 Fig. 2.2의 그래프를 보면, 측정점수가 4에서 63까지 변하는 동안, 2.5 - 5.2 μm까지 변하고 있다. 1000mm × 1000mm 정반의 경우인 Fig. 2.3의 그래프를 보면, 측정점수가 4개에서 441까지 변하는 동안, 1.25- 10.86 μm까지 변하고 있다.

이상의 결과를 이용하여 실험방법 (3)의 결과로 도출된 Fig. 3은 정반의 크기에 관계없이 성립하는 내용이다.

Fig. 2.1, Fig. 2.2 그리고 Fig. 2.3에서 최종평면도는 4.5, 5, 10 μm 정도로 되어 있어 Fig. 2.3의 경우가 앞의 두 경우보다 2 배정도 덜 정밀한 것처럼 보이나, 단위면적당으로 평가하면 Fig. 3에서 보듯이, Fig. 2.3의 것이 상대적으로 작아지고 있다. 즉, 1000mm × 1000mm의 정반이 더 공들여 가공되었음을 알려주고 있다.

그래프에서 보듯이, 단위면적당 측정점수가 증가함에 따라 평면도/면적이 급격히 증가하다가 일정한 값으로 수렴 또는 일정범위 내에서 진동한다. (일정한 범위에서 진동하는 경우는 그 범위를 하나의 대표값으로 변환하여 일정한 값에 수렴하는 것과 동일하게 취급할 수 있다.) 이때의 일정한 값은, 각 정반의 단위면적당 평면도로 명명되는 값이다.

이 일정한 값을 얻기 위하여 얼마만큼의 측정점수

를 택하여야 하는가는 실질적으로 중요한 문제가 된다. 측정점수의 개수가 산출된 그 정반이 소지하고 있는 평면도 값이 합리적인지 여부에 직접에 관련되기 때문이다. 그리고, 측정점수가 많아지면 정반의 평면굴곡도를 측정에 시간이 많이 들고 기타 입력 및 계산시간이 더 든다. 특히, 인디케이터로 측정을 하는 경우가 그렇다. 가능하면, 측정점수를 적게 하면서 원하는 평면도가 산출되어야 한다.

위에 언급된, 믿을 수 있는 그러면서도 경제적인 측정점수의 값은 어떤 성질이 포함되어야 하는지는 다음처럼 정의해볼 수 있다. Fig. 3에서 측정점수를 증가시켜보아도 상황이 별로 나아지지 않는 어떤 것 그러면서도 최소의 것. 구체적으로는 다음과 같다. 어떤 측정점수모임이 있다고 가정할 때, 이 모임을 근거로 산출한 단위면적당 평면도값과 일정한 규칙으로 증가시킨 바로 다음 순서의 측정점수모임을 근거로 산출한 단위면적당 평면도값의 차가 계산된다고 하자. 이 차의 값을 단위면적당 최종평면도의 값으로 나누어주면, 각 정반이 어떤 단위면적당 최종평면도값을 갖든지 간에 관계없이, 즉, 각 차이 값이 상대적으로 평가된다. (그런데 각 정반의 단위면적당 최종평면도는 미리 알아낼 수 없으므로, 이것대신 위에서 이야기된 증가시킨 바로 다음 순서의 측정점수모임을 근거로 산출된 단위면적당 평면도값을 사용한다.) 이것은 수학적으로 상대오차의 개념과 동일하다.[6] 따라서, 측정점수는 이 상대오차의 값이 어떤 값이냐에 기준을 두고 정해야 합리적인 것이 될 수 있다.

이 측정점수를 정하기 위한 자료를 얻기 위하여 실험 3이 이루어 졌고 그 결과가 Fig. 4이다. 300mm × 300mm의 정반경우는 단위면적당 측정점수가 220 은 되어야 상대오차 5% 이하로 떨어지게 된다, 300mm × 300mm의 정반경우는 단위면적당 측정점수가 150정도이면 5% 이하로 되고 있다. 그런데 1000mm × 1000mm의 정반 경우는 단위면적당 측정점수가 50에서 15%에 진입하여 상하 +15%, -15%로 계속 진동하고 있다. 측정점수는 441개 까지를 사용하였으나 0으로 수렴하지를 앓고 있다. 더 많은 측정점수를 사용하면 수렴을 하게 될지는 모르겠다. 아니면, 최소자승법이라는 수치해석법의 고유 성질에서 비롯되고 있는 지 기타 등등의 이유가 궁금하다.

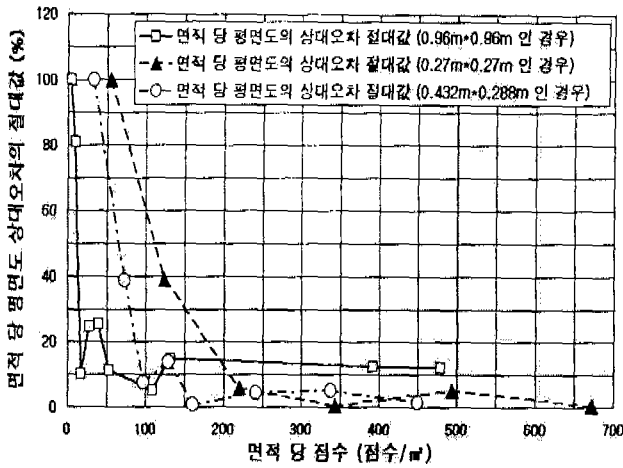


Fig. 5 면적 당 평면도의 상대오차의 절대값

위의 Fig. 5는 Fig. 4의 상대오차를 모두 절대값으로 만들어 나타낸 것이다. 측정점의 합리적인 개수를 결정하기 위해서 이 Fig. 5를 사용한다. 그래프에서 약 15% 이하이면, 측정점수 증가에 대한 상대오차의 변화정도가 민감하지 않다. 즉, 3개의 모든 정반은, 고유평면도의 15%까지는 측정점수의 증가에 따라 급격히 수렴하다가 천천히 0%로 수렴하거나 15% 범위 내에서 진동한다. 즉, 측정점수를 증가시켜도 각 정반의 속성인 평면도값으로의 접근은 별로 나아지지 않는다. 따라서, 이 15%를 3개의 모든 정반에서 합리적인 측정점수의 선택기준으로 한다. 이때, 가로축의 값이 대략 220이다. 즉, 측정점수의 합리적 개수는 1㎡당 220개이다. 이것은 각각의 정반의 고유평면도에 대하여 15% 정도의 오차로 예측할 수 있는 측정점수이다. 그러면 정반의 크기에 따른 측정점수는 다음과 같이, 300mm × 300mm의 경우는 16개, 450mm × 300mm는 25개, 1000mm × 1000mm는 220개 정도 최소 필요한 것으로 계산된다. 그리고, 식 (1)에 의해서 등분수를 계산하면, 각각 다음과 같다.

$$n = \sqrt{(16)} - 1 = 3 \text{ 등분}, \quad n = \sqrt{(25)} - 1 = 4 \text{ 등분}, \\ n = \sqrt{(220)} - 1 = 14.83 - 1 = 13.83 = 14 \text{ 등분하면 된다.}$$

이렇게 하게 되면 면적이 300mm × 300mm인 경우 고유평면도는 약 4.8 μm, 400mm × 300mm의 경우는 고유평면도가 약 5 μm, 1000mm × 1000mm의 경우는 약 10 μm가 된다.

6. 결론

크기가 다른 정반마다, 그 소지하고 있는 고유 평

면도 결정을 위하여 정반의 가로 및 세로를 동일구간 수가 되도록 등분해나가며 그 교차점(즉, 측정점) 위에서의 평면 굴곡도를 다이얼 인디케이터를 이용하여 측정해 나갈 때, 측정점의 개수가 몇 개이면, 합리적인지 연구해본 결과, 다음의 결론을 얻었다.

평면굴곡도 측정점의 합리적인 개수는, 크기 1000mm × 1000mm 이하 모든 정반에 대하여 1㎡당 220개 정도다. 이렇게 하면, 각 정반의 고유평면도를 약 15% 이하의 오차로 예측할 수 있게 된다.

참고문헌

- [1] KS B 5254, 1993.
- [2] 김종성, 김석삼, 태성길, 정밀측정 이론과 실제, 9판, 정안당, pp.152-153, 1994.
- [3] 김춘기, 정밀측정, 초판, 대광 서림, pp.291, 1994.
- [4] 권경우, 강성모, 정밀측정공학, 초판, 영지문화사, pp.262-265, 1991.
- [5] 박홍식, "最小 自乘法을 이용한 定般의 平面度 評價에 關한 研究", 강원대학교 산업대학원 석사학위논문, pp.45, 1998.
- [6] Steven C. Chapra, Raymond P. Canale, *Numerical Methods for Engineers*, 2nd edition, McGraw-Hill, pp.62-64, pp.330-342, 1990.
- [7] 이종대, 이진구, 정밀측정실습, 초판, 정안당, pp.267-270, 1994.
- [8] 이강무, "平面度 測定評價 프로그램 開發 및 評價法의 比較 研究", 충남대학교 대학원 석사학위논문, pp.19-22, 1994. 10.