

선형적 물성변화를 고려하는 유한요소법을 이용한 2.5차원 전자탐사 수치모델링

2.5 Dimensional Electromagnetic Finite Element Numerical modeling using linear conductivity variation

고 광 범* 서 백 수**

Ko, Kwang-Beom, Suh, Baek-Soo

ABSTRACT

Numerical modeling for electromagnetic exploration methods are essential to understand behaviours of electromagnetic fields in complex subsurfaces.

In this study, a finite element method was adopted as a numerical scheme for the 2.5-dimensional forward problem. And a finite element equation considering linear conductivity variation was proposed when 2.5-dimensional differential equation to couple electric and magnetic field was implemented. Model parameters were investigated for near-field with large source effects and far-field with responses dominantly by homogeneous half-space. Numerical responses by this study were compared with analytic solutions in homogeneous half-space and compared with other three dimensional numerical results.

키워드 : 2.5차원 전자탐사, 유한요소법, 근접장, 원거리장

Key words : 2.5-dimensional forward problem, finite element method, near-field, far-field.

1. 서론

전자탐사는 전도체 내부에 유기되는 유도전류에 의한 유도자기장을 측정하여 지하의 전기전도도 분포양상 및 지하구조를 파악하는 방법이다. 이 방법은 주로 전도성 광물탐사에 널리 이용되어 왔으나, 최근에는 각종 정밀기기 및 해석기법의 급속한 발달로 인하여 정밀탐사법의 하나로 자리잡아 가고 있다. 특히 환경 및 토목분야에서 요구하는 정밀 천부 지질 조사를 위한 응용 물리탐사법의 하나로서도 점차 확대, 적용되고 있는 추세이다.

전자탐사 자료의 해석에 널리 사용되는 수치모델

링은 복잡한 지하구조에 대한 전자기장의 정확한 거동양상 규명을 위한 기본적인 방법으로, 1960년대 이후 컴퓨터의 급속한 발전에 힘입어 많은 연구가 이루어지고 있다. 전자탐사 수치모델링은 주어진 탐사 여건 및 대상영역의 지질학적 구조, 그리고 송신원의 형태에 따라 효과적인 모델링 및 해석을 위한 기준이 다양하게 변할 수 있다.

2차원 수치모델링 기법은 자연장을 송신원으로 이용하거나(Magnetotelluric method) 평면파 근사가 가능한 탐사법(CSAMT, VLF method)에 효과적이거나, 대형루프를 송신원으로 하는 인공송신원의 경우, 송신원 한변 근처 영역에서만 적용이 가능하므로 활용성에서 많은 제약이 따른다. 3차원 수치모델링 기법은 임의의 지하구조에 대한 전자기장을 구현할 수 있는 가장 일반적인 방법이나 계산시간이 많이 걸리

* 인턴연구원, 강원대학교 지구물리학과, 공학박사

** 정희원, 강원대학교 자원공학과 교수, 공학박사

는 단점이 있다. 특히 전자탐사 자료의 역산을 고려하였을 때 계산시간이 짧은 수치모델링 방법이 절대적이므로 3차원 모델링은 아직은 그 적용이 어려운 것으로 판단된다.

반면 2.5차원 수치모델링 기법은 지하매질의 전자기적 물성이 주향방향으로 일정하다는 가정하에 3차원 송신원에 의한 전자기장 반응을 구하는 방법이다. 통상적으로 전자탐사법도 여타 물리탐사법과 동일하게 축선을 설정할 시, 지질구조의 주향방향을 기준으로 설정된 축선상에서 자료를 획득한다. 쌍극자원을 송신원으로 하는 전자탐사법은 하나의 축선상의 관점에서 보면 3차원 전원항에 의한 2차원 지하구조를 가정한 2.5차원의 자료에 대한 해석이라 말할 수 있다. 전자탐사 자료의 해석을 위해서는 역산 과정을 고려한 효과적인 2.5차원 수치모델링 기법의 개발이 필요하다.

2.5차원 전자탐사법은 전원항이 3차원이므로 맥스웰 방정식의 해를 수치적으로 구하기 위해서는 주향방향으로 푸리에 변환된 공간주파수 영역상에서 계산을 수행한다. 이 경우 2.5차원의 전자기 분산방정식은 전기장과 자기장은 공간주파수의 함수로서 서로 결합(coupling)되어 표현되는 복잡한 미분방정식의 해를 구하는 문제가 된다. Stoyer등(1976)은 2.5차원 미분방정식을 네트워크 아날로지를 이용하는 유한차분법에 의해 구한 바 있고, 1993년 Unsworth등은 전기쌍극자원에 의한 2차원 해면모델에 대하여 유한요소법을 이용하였다. 이때 결합된 전기장과 자기장에 관한 미분항을 2차 전원항으로 간주, 반복적 방법에 의하여 해를 구하였다.

한편, 변분법(Calculus of variation)에 기초한 유한요소법(Lee,1978)은 2.5차원 전기장 및 자기장의 결합항이 없이 전기장 또는 자기장만의 식으로 범함수로 수식화 할 수 있는 장점이 있다. 그러나 전도체 경계면에서는 전류밀도의 연속조건에 의해 경계면에서의 전하집적에 의하여 전기장이 불연속이 된다. 특히 지표면과 같은 매우 큰 전기전도도 불연속면 근처에 송신원이 존재하는 경우에는 해의 연속성을 기조로 하는 유한요소법 알고리즘의 속성상 심각한 문제가 된다. 반면에 결합된 미분방정식의 해를 구하는 방법은 주향방향의 전기장과 자기장만을 구하게 되므로 전도체 경계면에서 요구되는 전기장 및 자기장의 경계조건을 자동적으로 만족하는 장점이 있다. 그러나 축선방향 및 수직방향의 전자기장을 수치미분하여 구하여야 하는 바, 이의 미분오차를 포함하게 되는 단점이 있다.

본 연구에서는 3차원 수직 자기쌍극자원을 가정한 2차원 모형반응 계산 알고리즘, 즉 2.5차원 모델링 알고리즘을 유한요소법을 이용하여 구현하였다. 대부분의 전자탐사에서 지표에 송수신 시스템이 존재하므로, 본 연구에서는 주향방향의 전자기장을 구하는 Stoyer등의 방법을 채택하였다. 결합된 맥스웰 미분방정식을 유한요소방정식으로 정식화할 때 선형적 물성변화를 고려하는 유한요소 알고리즘을 도출, 제의하였다.

송신원의 영향이 큰 근접장과 균질 반 무한공간의 반응이 지배적인 원거리장 각각에 대한 모델변수를 검토하고 이를 토대로 균질 반무한공간에서의 해석적인 해와 비교하여 봄으로써 알고리즘의 타당성을 검증하였다. 또한 3차원 타 수치모델링 기법과 비교하여 봄으로써 전도체의 2차원 가정을 검토하였다.

2. 이론

2.1 2.5차원 전자기장의 지배방정식 및 유한요소 방정식

자기송신원을 포함한 주파수영역 Maxwell 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \times E = -i\omega\mu H - i\omega\mu M_s \quad (1)$$

$$\nabla \times H = \sigma E - i\omega\epsilon E = \sigma' E \quad (2)$$

여기서 M_s : 자기송신원

Swift(1971)는 2차원 전원항에 대한 2차원 모형에 대한 반응을 각각의 독립된 2개의 모드에 대하여 계산하였다. 그러나 본 연구의 2.5차원 지배방정식은 독립된 모드로 분리되지 않고, 전기장과 자기장이 주향방향의 공간주파수의 함수로 서로 결합된 미분방정식의 형태가 된다. MT에서의 표기법을 따라서 TE(transverse electric), TM(transverse magnetic)이라 한다면(Stoyer et al.1976), 주향방향으로 푸리에 변환을 수행한 TM모드와 TE모드 맥스웰 방정식은 아래와 같이 표현된다.

TM 모드

$$\partial_y \hat{E}_z - \partial_z \hat{E}_y = -i\omega\mu \hat{H}_x - i\omega\mu \hat{M}_{sx} \quad (3)$$

$$\sigma \left(1 - \frac{k_x^2}{k^2}\right) \hat{E}_z = \partial_y \hat{H}_x - \frac{k_x}{\omega\mu} \partial_z \hat{E}_x - ik_x \hat{M}_{sy} \quad (4)$$

$$-\sigma' \left(1 - \frac{k_x^2}{k^2}\right) \widehat{E}_y = \partial_z \widehat{H}_x + \frac{k_x}{\omega\mu} \partial_y \widehat{E}_x - ik_x \widehat{M}_{sz} \quad (5)$$

TE 모드

$$\partial_y \widehat{H}_z - \partial_z \widehat{H}_y = \sigma' \widehat{E}_x \quad (6)$$

$$-i\omega\mu \left(1 - \frac{k_x^2}{k^2}\right) \widehat{H}_z = -\partial_y \widehat{E}_x - \frac{ik_x}{\sigma'} \partial_z \widehat{H}_x + i\omega\mu \widehat{M}_{sz} \quad (7)$$

$$i\omega\mu \left(1 - \frac{k_x^2}{k^2}\right) \widehat{H}_y = -\partial_z \widehat{E}_x - \frac{ik_x}{\sigma'} \partial_y \widehat{H}_x - i\omega\mu \widehat{M}_{sy} \quad (8)$$

$$\text{여기서 } k^2 = i\omega\mu\sigma' = \omega^2\mu\epsilon - i\omega\mu\sigma$$

위의 식들을 살펴보면, 전위항과 공간주파수가 0이 아닌 경우에 존재하게 되는 전기장과 자기장이 결합되어 나타나는 항이 존재하는 것 이외에는 MT의 지배방정식과 동일한 것을 알 수 있다. 식 (4), (5), (7) 과 (8)식을 (3)과 (6)식에 대입하여 정리하면 다음과 같은 2개의 서로 결합된 미분방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} & -\partial_y \left(\frac{\partial_y \widehat{H}_x}{\Upsilon^M} \right) - \partial_z \left(\frac{\partial_z \widehat{H}_x}{\Upsilon^M} \right) \\ & - ik_x [\partial_z \widehat{E}_x] \partial_y \xi + ik_x [\partial_y \widehat{E}_x] \partial_z \xi + \zeta^M \widehat{H}_x \quad (9) \\ & = -\zeta^M \widehat{M}_{sx} + ik_x \partial_y \left(\frac{\widehat{M}_{sy}}{\Upsilon^M} \right) + ik_x \partial_z \left(\frac{\widehat{M}_{sz}}{\Upsilon^M} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -\partial_y \left(\frac{\partial_y \widehat{E}_x}{\Upsilon^E} \right) - \partial_z \left(\frac{\partial_z \widehat{E}_x}{\Upsilon^E} \right) \\ & + ik_x [\partial_z \widehat{H}_x] \partial_y \xi - ik_x [\partial_y \widehat{H}_x] \partial_z \xi + \zeta^E \widehat{H}_x \quad (10) \\ & = -\partial_y \left(\frac{i\omega\mu}{\Upsilon^E} \widehat{M}_{sz} \right) + \partial_z \left(\frac{i\omega\mu}{\Upsilon^E} \widehat{M}_{sy} \right) \end{aligned}$$

$$\text{여기서 } \Upsilon^M = \sigma' \left(1 - \frac{k_x^2}{k^2}\right) \quad (\text{TM impedance})$$

$$\Upsilon^E = i\omega\mu \left(1 - \frac{k_x^2}{k^2}\right) \quad (\text{TE impedance})$$

$$\zeta^M = i\omega\mu \quad (\text{TM admittance})$$

$$\zeta^E = \sigma' \quad (\text{TE admittance})$$

$$\xi = (k_x^2 - k^2)^{-1} = (\Upsilon^M \zeta^M)^{-1} = (\Upsilon^E \zeta^E)^{-1}$$

유한요소 방정식은 근사 전기장 E_N , 자기장 H_N 과 시험함수 v_N 을 요소의 기하학적 형상과 관련된

임의의 형상함수(shape function)를 사용하여 아래와 같이 정의함으로써 구해진다.

$$\begin{aligned} E_N(y, z) &= \sum_{j=1}^N E_{Nj}^e \Psi_j^e(y, z) \\ H_N(y, z) &= \sum_{j=1}^N H_{Nj}^e \Psi_j^e(y, z) \\ v_N &= \sum_{j=1}^N v_{Nj}^e \Psi_j^e(y, z) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 N_e : 요소의 절점수

Ψ_j^e : 요소의 형상함수

이때 형상함수는 완전조건(completeness)과 수렴 조건(convergence criteria) 및 적합성(compatibility)을 만족해야 하며 변분식에서의 시험함수는 전자기장을 나타내는 형상함수를 취하는 Galerkin법을 채택 하였으며 요소는 역산을 고려하여 선형 사각형요소를 채택하였다.

(11)식을 (9) 및 (10)식에 대입하여 정리하면, 한 요소에 대한 유한요소 방정식을 다음과 같은 행렬식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} |S_{i,j}| & |T_{i,j}| \\ |W_{i,j}| & |V_{i,j}| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |H_i| \\ |E_i| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |F^H| \\ |F^E| \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서 $S_{i,j}$, $T_{i,j}$, $W_{i,j}$, $V_{i,j}$ 는 한 요소에 대한 계수 행렬(coefficient matrix, stiffness matrix)로서 아래와 같이 표현된다

$$S_{ii} = \int_{\Omega} \left(\frac{1}{\Upsilon^M} \left(\frac{\partial \Psi_i^e}{\partial y} \frac{\partial \Psi_i^e}{\partial y} + \frac{\partial \Psi_i^e}{\partial z} \frac{\partial \Psi_i^e}{\partial z} \right) - \zeta^M \Psi_i^e \Psi_i^e \right) dydz \quad (13)$$

$$V_{ii} = \int_{\Omega} \left(\frac{1}{\Upsilon^E} \left(\frac{\partial \Psi_i^e}{\partial y} \frac{\partial \Psi_i^e}{\partial y} + \frac{\partial \Psi_i^e}{\partial z} \frac{\partial \Psi_i^e}{\partial z} \right) - \zeta^E \Psi_i^e \Psi_i^e \right) dydz \quad (14)$$

$$T_{ij} = \int_{\Omega} ik_x \left(-\frac{\partial \xi^M}{\partial z} \frac{\partial \Psi_i}{\partial y} \Psi_j + \frac{\partial \xi^M}{\partial y} \frac{\partial \Psi_i}{\partial z} \Psi_j \right) dydz \quad (15)$$

$$W_{ij} = \int_{\Omega} ik_x \left(\frac{\partial \xi^E}{\partial z} \frac{\partial \Psi_i}{\partial y} \Psi_j - \frac{\partial \xi^E}{\partial y} \frac{\partial \Psi_i}{\partial z} \Psi_j \right) dydz \quad (16)$$

모형반응계산 알고리즘에서 인위적인 경계면에서 발생하는 오차를 줄이고 보다 정확한 해의 계산을 위해서는 적절한 경계조건이 필요하다. 본 연구에서

는 Unsworth et al.(1993)이 적용하여 양호한 결과를 얻은 미분 경계조건과 무한거리에서의 이상체에 의한 전기장과 자기장이 0이 되는 조건을 혼합한 infinite element 경계조건을 채택하였다. 한편, 2.5차원 전자기장 문제는 주향방향의 공간주파수 영역상에서 계산되었으므로 삼차원 공간 영역상으로 역푸리에 변환을 수행하여야 한다. 본 연구에서는 구간을 지수함수로 근사시켜서 신속한 적분을 수행할 수 있는 김정호(1987)의 알고리즘을 적용하였다.

2.2 선형적 물성변화를 고려한 요소 내 전기전도도 내삽함수

통상의 유한 요소법은 모델반응을 계산하고자 하는 영역을 요소로 분할하며, 그 요소의 물성은 일정한 것으로 가정한다. 그러나, 2.5차원의 문제의 경우는 전기전도도의 공간에 대한 미분항을 포함하는 방정식을 풀어야 한다. Unsworth et al.(1993)은 이러한 전기장과 자기장의 결합항을 제2의 전원항이라 간주하여 전기장과 자기장을 분리, 반복적 방법으로 처리하였다.

본 연구에서는 2.5차원 유한요소방정식의 정식화과정에서 불연속면을 포함하는 요소 내부에서는 물성이 선형적으로 변화할 수 있도록 확장하였다. 요소의 절점에 전기전도도가 주어지고 요소 내부에는 각 절점의 주변의 물성값들의 선형 보간치로서 주어진다 고 본다면, 요소 각 절점의 전기전도도의 값에 대한 요소 내부의 전기전도도의 선형 내삽함수를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \alpha(\xi, \eta) &= \sum \sigma_i \phi_i = \sigma_1 \phi_1 + \sigma_2 \phi_2 + \sigma_3 \phi_3 + \sigma_4 \phi_4 \\ &= \sigma_1 \frac{(1-\xi)(1+\eta)}{4} + \sigma_2 \frac{(1+\xi)(1+\eta)}{4} \\ &\quad + \sigma_3 \frac{(1+\xi)(1-\eta)}{4} + \sigma_4 \frac{(1-\xi)(1-\eta)}{4} \end{aligned} \quad (17)$$

요소 내부의 전기전도도의 선형적 변화를 고려함으로써 2.5차원 유한요소방정식을 효과적으로 구할 수 있다. 매질 물성의 축선 및 심도방향의 변화율은 윗식을 각각 미분함으로써 구할 수 있다.

3. 균질 반 무한공간에서의 수치모형 반응치의 검증

송신원이 전기전도도 불연속면인 지표면 부근에 위치할 경우 지표하부의 요소분할시 표피심도당 요

소수는 수치해의 정확도에 중요한 영향을 미친다. 전자탐사에서 근접장 및 원거리장은 균질 무한공간상에서 다음과 같이 정의되는 유도상수 (West and Macnae,1991)가 각각 1 이하이거나 이상인 거리에서의 전자기장을 말한다.

$$k^{\frac{1}{2}} r : \text{induction number}, \quad k^2 = -i\omega\mu\sigma$$

본 알고리즘은 송신원으로서 자기쌍극자를 포함하는 계산영역을 설정하였으며 따라서 근접장을 포함하는 총전자기장을 구하는 경우에 해당한다. 역산을 고려하여 근접장 영역 내의 최소거리에서 총전자기장의 반응을 안정적으로 구할 수 있는 최적의 요소분할을 우선적으로 고찰하였다.

본 연구에서 고찰한 균질 반 무한공간에서의 수치해의 정확도를 결정하는 인자는 송신원 부근의 일차장이 지배적인 근접장을 효과적으로 표현할 수 있는 요소의 개수 및 원거리장 영역에서의 요소의 개수, 그리고 각 영역마다 사용한 공간주파수의 개수 및 공간주파수의 상,하한치로 요약할 수 있다. 선택한 반 무한공간의 비저항은 $100 \Omega m$, 주파수는 $100 Hz$ 이며 이 경우 근접장에 포함되는 최대거리는 송신원에서 약 $330m$ 이다.

3.1 요소의 분할 - 근접장 및 원거리장

쌍극자 송신원 중심으로 근접장에 해당하는, 전자기장이 급격히 변화하는 영역에서 표피심도당 분할 요소의 수에 따른 수치해의 정확도를 살펴보았다. 그림 1은 표피심도당 요소의 개수를 변화에 따른 자기장의 수직성분에 대한 수치해와 이론치의 오차를 자료수로 구간평균한 결과를 나타낸 것이다. 여기서 선택한 영역은 송신원에 인접하여 해가 진동하는 근접장과 근접장에 포함되나 요소의 조밀한 분할에 따라 안정적인 해를 구할 수 있는 $50m$ 에서 $200m$ 구간이다. 표피심도당 요소의 수가 증가할수록 오차가 감소하는 것을 알 수 있으며 동상성분에 비해 이상성분이 감소폭이 큰 양상을 보인다. 일반적으로 근접장영역에서 균질 무한공간의 쌍극자장은 진공에서의 쌍극자장과 동일하며 동상성분만이 존재한다고 알려져 있다(West and Macnae,1991). 근접장에서 지배적인 동상성분은 대략 표피심도당 요소수가 7개 정도에서 안정적인 결과를 보이는 반면, 균질 반무한공간에 의한 전자기반응을 나타내는 이상성분은 대단히 불인

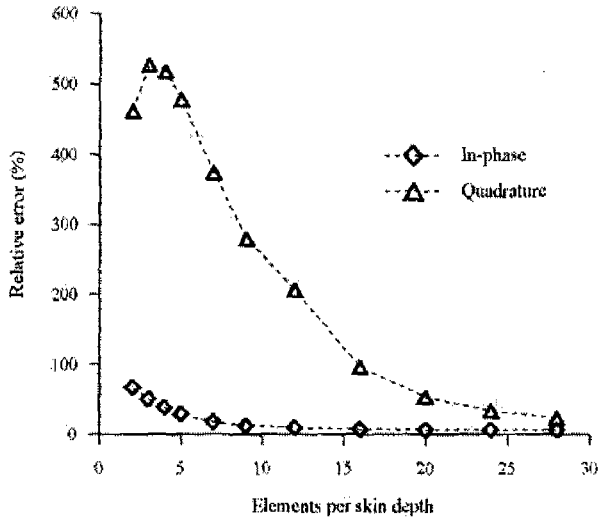


Fig 1. Relative errors between numerical and analytic solutions of vertical magnetic components as a function of mesh elements per skin depth. Error is averaged between 50 and 200m apart from the source considered as "Near field".

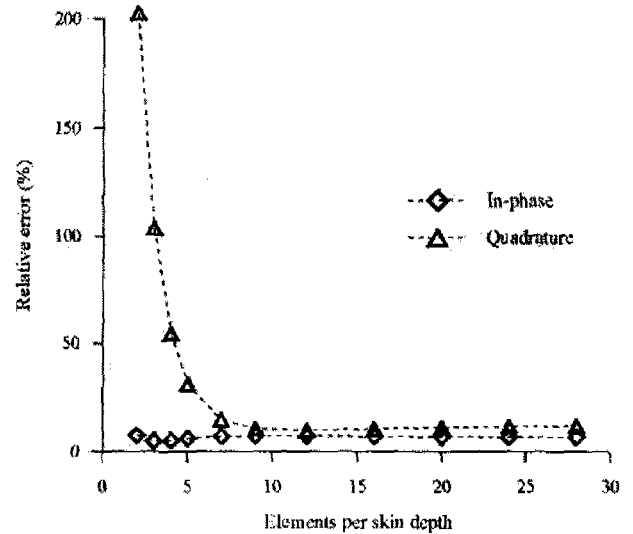


Fig 2. Relative errors between numerical and analytic solutions of vertical magnetic components as a function of mesh elements per skin depth. Error is averaged between 200 and 500m apart from the source considered as "Far field".

정한 양상을 보이며 표피심도 당 요소의 수가 25개 이상이었을 때 안정적인 값으로 수렴하는 결과를 얻을 수 있었다. 수직자기장의 오차는 송신원에 인접하여 불안정하게 진동하는 영역을 구간에 포함시킨 까닭에 상대적으로 크게 나타난다.

근접장을 나타내는 영역을 지나 거리가 멀어질수록 쌍극자원에 의한 일차장이 급속히 감쇠하고 균질 반무한공간의 반응이 지배적인 원거리장이 나타나게 된다. 원거리장을 포함하는 구간에서 표피심도당 요소의 개수에 따른, 수치해와 이론치의 자료수로 구간 평균한 동상성분과 이상성분의 오차를 그림 2에 나타내었다. 택한 측선구간은 송신원으로부터 거리가 200m에서 500m 사이로서 안정적인 수치해를 구할 수 있다고 판단되는 근접장과 원거리장 영역을 포함하는 전이지대이다. 동상성분의 경우, 표피심도당 요소수의 변화에 관계없이 상당히 안정적인 결과를 보임을 알 수 있으나 이상성분은 표피심도당 요소 수에 따라 상대적으로 민감한 변화양상을 보이며 요소 수가 7개 이후 수치해가 수렴하는 양상을 나타내었다. Unsworth et al.(1993)이 제시한 결과와 비교하여 보다 조밀한 요소 분할이 요구되는 이유는 송신원 및 근접장을 포함하는 영역을 고찰대상으로 선택하였기 때문이며 이 경우 동상성분보다는 이상성분이 원거리장의 요소의 분할 기준을 결정하게 된다. 이상 각 검토를 거쳐 근접장 영역에서는 요소의 수를 최대 50개로, 원거리장 영역에서는 요소의 수를 7개로

하여 모든 계산을 수행하였다.

3.2 공간주파수의 대역 및 공간주파수의 개수 - 근접장 및 원거리장

2.5차원 전자기장은 주향방향 공간주파수 영역상에서 수치계산을 수행하고 최종적으로 역 푸리에변환을 취하는 과정을 취함으로써 구해진다. 이 경우 구하고자 하는 수치해의 정확도를 좌우하는 인자는 사용하는 공간주파수의 개수, 상한 및 하한이며 정확도 검증을 위해 공간주파수 전영역에 걸쳐 균일하게 25개의 공간주파수를 사용하였다.

그림 3은 송신원에서의 거리가 200m인 근접장 영역의 공간주파수에 따른 균질 반무한공간에 대한 자기장의 수직성분을 도시한 결과이다. 동상성분 및 이상성분 모두 저주파수 영역에서 일정한 양상을 보이다가 $2 \times 10^{-4} m^{-1}$ 와 $2 \times 10^{-2} m^{-1}$ 대역에서 급속한 변화를 하면서 0으로 수렴해 가는 형태를 가짐을 알 수 있다. 근접장의 경우 대략 $5 \times 10^{-2} m^{-1}$ 공간주파수로서 수렴하는 해를 얻는 데 충분하다. 그림 4는 원거리장 영역인 송신원에서 500m 떨어진 곳에서의 공간주파수에 따른 자기장의 수직성분을 나타낸 것이다. 전체적으로 근접장에서의 양상과 동일하나 공간주파수 성분이 대략 $2 \times 10^{-2} m^{-1}$ 정도의 공간주파수 값에서 수렴함을 알 수 있다.

본 연구에서는 공간주파수의 상한값을 근접장을 고려하여 $10^{-1} m^{-1}$ 로 하여 모든 계산을 수행하였다.

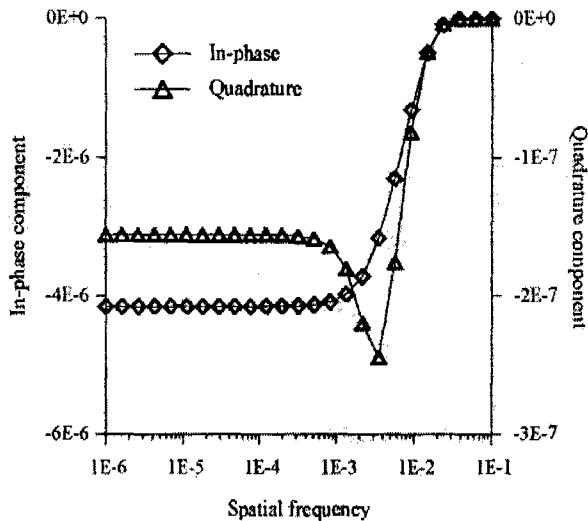


Fig 3. In-phase and Quadrature component of vertical magnetic component as a function of wave number. Receiver is located at which 200m apart from the vertical magnetic dipole.

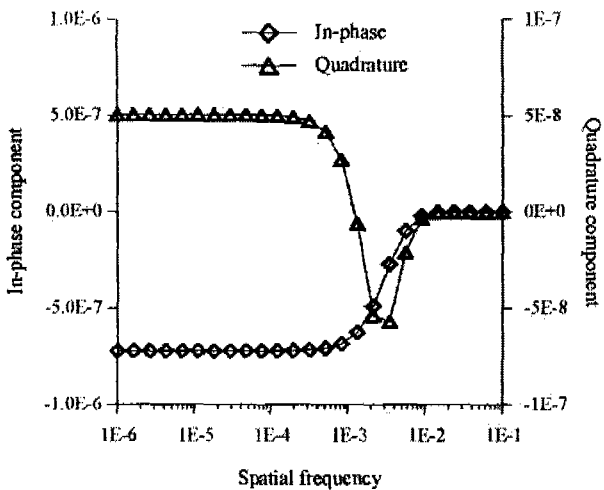


Fig 4. In-phase and Quadrature component of vertical magnetic component as a function of wave number. Receiver is located at which 500m apart from the vertical magnetic dipole.

반면 공간주파수의 개수를 선택하는 것은 고찰한 바와 같이 전자기장의 변화양상이 공간주파수에 따라 다르므로 신중한 선택이 요구된다. 전자기장의 변화폭이 적은 저주파수 및 고주파수 대역에서는 적은 수의 공간주파수로 충분하나 그 이외의 대역에서는 보다 조밀한 샘플링이 필요하다. 일반적으로 공간주파수의 개수는 전자기장의 반응양상에 맞춰 적절히 샘플링 되었을 때 12개에서 16개 정도면 충분하다고 알려져 있다(Stoyer et al.,1976; Unsworth et al.,1993). 적절한 공간주파수 개수를 결정하는 것은

매우 어려운 문제이며 통상 여러가지 결과를 검토하여 경험적으로 결정하게 된다. 본 연구에서는 16개의 공간주파수를 선택하여 모든 계산을 수행하였다.

3.3 Mutual impedance - 이론치와의 비교

앞서 선정된 수치모델링 모형변수를 토대로 동일 평면(horizontal coplanar) 송수신 시스템 및 직교 루프(vertical coaxial) 송수신 시스템에서의 Mutual Impedance 반응곡선을 해석적인 해와 비교, 도시한 결과를 그림 5에 나타내었다. 사용한 주파수는 100 Hz이며 균질 반무한공간의 전기비저항은 100 Ωm 이다. 동일평면 및 직교루프 송수신 시스템에의 Mutual Impedance 수치해는 이론해와 비교하여 정확하게 일치하지는 않으나 전체적으로 이론해에 잘 부합됨을 알 수 있다. 또한 근접장 영역 중 송신원에 인접한 거리에서는 수치적으로 불안정하여 반응곡선

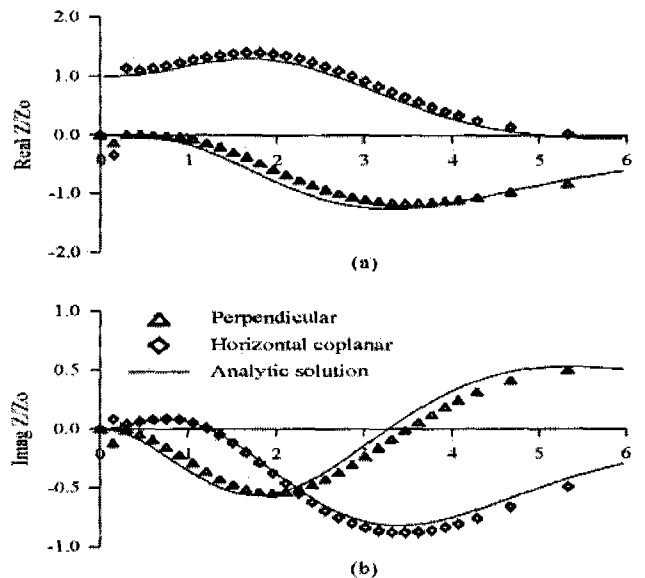


Fig 5. Mutual impedance for two-loop over a homogeneous earth as a function of loop separation to skin depth. Used frequency is 100Hz and homogeneous resistivity is 100 Ωm .

(a) In-phase component (b) Quadrature component.

이 진동하는 바, 이를 자세히 살펴보기 위해서 그림 6에 일차장을 포함하는 수직자기장 성분의 절대값을 로그로 취하여 도시하였다.

일차장의 영향이 지배적인 송신원 부근에서 수치해가 급격히 진동하는 것을 볼 수 있으며 이상성분의 변화량이 동상성분에 비해 더 불안정한 양상을 나타낸다. 이를 수직선으로 표시하였는 바, 대략 표피심도의 1/3정도 위치이며 거리로는 170m 정도어

해당한다. 이는 근접장으로 간주할 수 있는 최대거리가 330m 임을 고려해 볼 때 근접장의 절반 정도 이상의 거리에서는 충분히 안정적인 수치해를 구할 수 있음을 의미한다. slingram 등의 송수신 간격이 비교적 작은 탐사법에서는 안정적인 수치해의 확보는 중요하며 근접장 영역에서의 표피심도당 요소의 수를 결정할 때에는 송수신 간격을 고려하여야 한다.

4. 3차원 전자탐사 자료에의 비교

앞서 식 (15)와 (16)에 나타난 바와 같이 지하 매

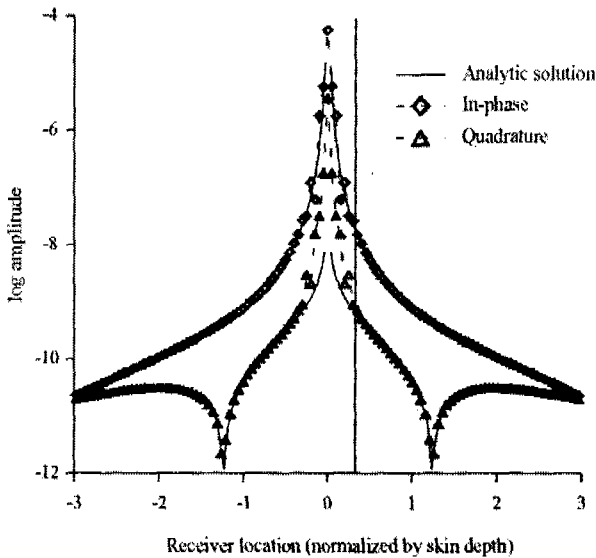


Fig 6. Response of homogeneous half space model by vertical magnetic dipole source on homogeneous half space. Used frequency is 100Hz and homogeneous resistivity is $100 \Omega m$

질의 물성이 다른 영역이 존재할 때 그 영역 경계면상 전후로 전기전도도의 선형적 변화를 가지는 알고리즘을 구성하였다. 이러한 매질의 선형적 변화를 가지는 본 알고리즘의 타당성 검증을 위하여 그림 7의 유한요소법과 적분방정식법을 병용한 혼성법(Hybrid method)에 의한(Lee et al.,1981) 3차원 전도체에 의한 반응양상을 본 알고리즘에 의한 결과와 비교하여 보았다. 주파수는 1000 Hz, 균질 반무한공간의 전기비저항은 $30 \Omega m$ 이고 전도체의 전기비저항은 $1 \Omega m$ 이다.

전도체의 축선 방향과 심도방향의 길이는 30m와 90m, 주향 방향의 길이는 120m의 크기를 가지며 송수신원은 전도체 중심부에서 75m 떨어진 곳에 위치한 수직 자기쌍극자이다. 전도체 중심을 기준으로 -75m에서 200m 사이의 축선에서 전도체에 의한 이차 수

직자기장 성분을 공기중에서의 수직 자기장으로 정규화한 자료를 도시한 것이다. 동일한 모델에 대하여 본 2.5차원 알고리즘에 의한 결과를 그림 8에 나타내었다.

전도체 중심을 기준으로 좌측 축선의 반응양상은 거의 동일하나 오른쪽 축선에서는 전도체에서 멀어짐에 따라 Lee등의 알고리즘에 비해 이상성분은 상대적으로 약간 큰 반응치를 보이고 동상성분은 낮은 값을 나타내는 점을 제외하면 두 성분 모두 전체적으로 동일한 양상을 보이고 있음을 알 수 있다. 이러한 전도체 주변에서의 두 반응치가 다른 것은 지하구조가 주향방향으로 일정한 2.5차원과 달리 3차원 알고리즘은 주향방향의 전도체 경계면에서 굽이쳐 돌아오는 유도전류 및 전하 집적에 의한 전류집중에 의한 자기장이 존재하기 때문이다.

2차원 선전류원에 의한 전자탐사법의 경우 지하 이상체의 크기가 주향방향 연장이 폭에 비해 3배 이상이면 2차원 지하구조로 간주할 수 있다고 알려져 있다(Oristaglio and Worthington,1980). 따라서 송수신원이 3차원인 경우에는 2.5차원 가정을 만족하기 위해서는 이상체의 폭에 대한 주향방향의 연장정도가 2차원 가정에 비해 더 크게 요구된다는 사실을 유추할 수 있다. 그림 7 및 8에의 이상체의 주향방향의 길이는 폭의 4배인 경우이며 전도체의 주향방향의 연장이 길어질수록 두 반응치는 동일한 값으로 수렴

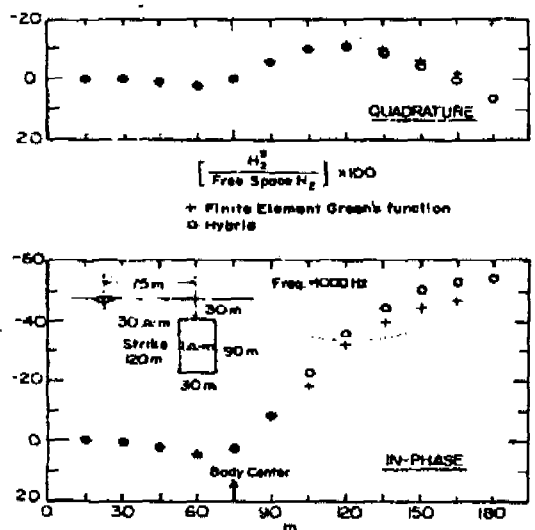


Fig 7. Comparison of the normalized vertical magnetic fields between the finite element solution and the hybrid solution for a conductive brick : Data plotted at the position of the receiver coil(Lee et al.,1981).

하리라 판단된다.

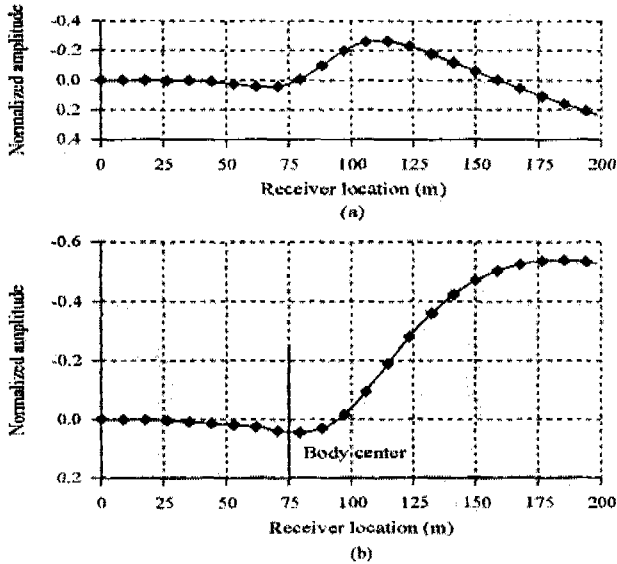


Fig 8. Normalized vertical magnetic field for a conductive brick. Geometry is the same as Fig 7. except strike extent approximation.

(a) In-phase component (b) Quadrature component

5. 결론

본 연구는 2.5차원 수치모델링 알고리즘을 유한요소법을 이용하여 구현하고 여러 모델변수에 대한 반응양상을 검토, 고찰하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 3차원 수직 자기쌍극자원을 가정한 2차원 모형 반응 계산 알고리즘, 즉 2.5차원 모델링 알고리즘을 유한요소법을 이용하여 구현하였다. 결합된 맥스웰 미분방정식을 유한요소방정식으로 정식화할 때 선형적 물성변화를 고려하는 유한요소 알고리즘을 도출, 제시하였다.

2. 송신원의 영향이 큰 근접장과 균질 반무한공간의 반응이 지배적인 원거리장 각각에 대한 모델변수를 검토하였다. 이를 토대로 균질 반무한공간에서의 해석적인 해와 비교하여 봄으로써 알고리즘의 타당성을 검증하였다. 근접장 영역에서의 전자기장을 정확히 구하기 위해서는 표피심도당 요소의 수는 적어도 25개는 필요한 반면, 원거리장 영역은 약 7개의 요소수로 원하고자 하는 결과를 얻을 수 있었다. 수치계산에 필요한 공간주파수는 16개를 사용하여 원하는 결과를 얻을 수 있었으며 전자기장의 거동이 공간주파수에 따라 다르므로 공간주파수 샘플링에 있어서 신중한 선택이 필요하다.

3. 본 알고리즘을 전도체의 주향방향 연장을 제외

하고 나머지는 동일한 조건을 가지는 3차원 수치모델링 결과와 비교하였다. 지하구조가 주향방향으로 일정한 2.5차원과 달리 3차원 알고리즘은 주향방향의 전도체 주향방향 경계면에서의 유도전류 및 전하 집적에 의한 전류집중에 의한 영향이 존재한다. 송신원이 3차원인 경우에는 2.5차원 가정을 만족하기 위해서는 이상체의 폭에 대한 주향방향의 연장정도가 2차원 가정에 비해 더 크게 요구된다는 사실을 확인하였다.

참고문헌

- [1] 손정술, "유한요소법을 이용한 MT 탐사자료의 지형 보정", 공학석사 학위논문, 서울대학교, 1996.
- [2] 임상진 외, "유한요소법 입문" 동명사, 1985.
- [3] K.H. Lee, D.H. Pridmore and H.F. Morrison, "A hybrid three-dimensional electromagnetic modeling scheme", *Geophysics*, v.46. p. 796-805, 1981
- [4] K.H. Lee, "Electromagnetic scattering by two-dimensional inhomogeneities", *Proceeding of the Workshop on modeling of electric and electromagnetic methods*, Lawrence Berkeley laboratory, University of California, Berkeley, California. p. 20-26, 1978.
- [5] M.L. Oristaglio, and M.H. Worthington, "Inversion of surface and borehole electromagnetic data for two-dimensional electrical conductivity models", *Geophysical prospecting*, v.28. p. 633-657, 1980.
- [6] C.H. Stoyer and R.J. Greenfield, "Numerical solution of the response of a two dimensional earth to an oscillating magnetic dipole source" *Geophysics*, v.41. p. 519-530, 1976.
- [7] C.J. Swift, "Theoretical magnetotelluric and Turam response from two-dimensional inhomogeneities" *Geophysics*, v.36. p.38-52, 1971.
- [8] M.J. Unsworth, B.J. Travis and A.D. Chave "Electromagnetic induction by a finite electric dipole source over a 2-D earth" *Geophysics*, v. 58, p. 198-214, 1993.
- [9] G.F. West and J.C. Macnae, "Physics of the electromagnetic induction exploration method" *Electromagnetic methods in applied geophysics* v.2. part A, p.19-2.1, 1991.