

전기탐사의 지하터널 조사를 위한 역산에 관한 연구

Inversion of Electrical Prospecting Data for Underground Tunnel Detection

서 백 수*

고 광 범**

Suh. Baek-Soo

Ko. Kwang-Beom

ABSTRACT

The underground space is widely developed because of domestic industry and protection of environment. The existence and exact location of tunnel is very important for stability of the enormous underground storage house or building. Various types of prospecting methods have been applied to detection of underground tunnel.

In this study, electrical prospecting method is applied to detect tunnel because the development of underground space is very connected with groundwater. Sensitivity analysis is introduced for the calculation of electrical inversion data. The governing equation is Fourier transformed into the 2-dimensional wave number space and solved by using the finite element method.

키워드 : 터널, 전기탐사, 유한요소법

Keywords : Tunnel, Electrical Prospecting, Finite Element Method

1. 서론

국가 산업화와 환경 보존 등의 이유로 지하 공간의 활용이 세계적으로 국가적 중심 사업으로 추진되고 있다. 국내에서도 아직까지 제한적인 응용이 되고 있으나 1970년 이후로 가스 및 원유 비축 기지, 지하양수 발전소가 건설되었고, 대도시에서는 지하철, 지하 주차장 등의 지하 공간이 활용되어 왔다. 앞으로는 대단위 지하 저장소, 지하 도시, 지하 터널 등 거대한 시설이 예상되며 이것을 위하여 정확한 지반

조사가 선행되어야 한다. 또한 원자력 발전소의 건설 증가에 따른 핵 폐기물 저장소의 부지 조사는 지하수나 수용액의 이동을 정확하게 예측하여야 하며 이를 위해서는 단층이나 파쇄대 등의 정확한 구조 파악이 요구된다. 뿐만 아니라 북한 땅굴과 같은 우리나라의 특수한 상황에서는 군사적인 측면에서도 지하구조의 정확한 조사는 불가피하다. 지하 터널 탐사는 탄성과 탐사, 전자탐사 등의 연구가 진행되었으나 파동원 등의 한계에 의해서 실제의 탐사에 많은 문제점이 대두되었다. 본 연구에서는 이러한 문제를 해결하고 지하수의 탐사와 관계가 많은 전기탐사법을 이용하고자 한다. 최근에는 2차원 모형에 대한 역산이 많이 시도되었으며, Shima(1990) 등이 시도한 alpha center를 이용한 역산법은 높은 비저항 구조나 애매한 경계의 해석에는 부적합하다는 등 해석의 한계를 보여주었다.

* 정회원, 강원대학교 자원공학과 교수

** 인턴 연구원, 공학박사

이 연구는 1994-1995년도 강원대 기성희 연구비 지원에 의한 결과의 일부임

본 연구에서는 지하 터널의 2차원 지하구조 추정 을 목적으로 시추공간 전기비저항 탐사자료의 역산 을 위한 연구를 시도하였다. 역산을 위한 forward modelling으로는 유한요소법을 사용한다. 역산법으로 는 민감도 계산에 의한 간단하면서 정확한 직접 미 분(direct differentiation)법을 적용함으로써 지하 터 널의 정확한 크기 및 위치를 알아내고자 한다. 상기의 역산법에 의한 지오토모그래피를 개발함으로써 지하 터널 뿐만 아니라 지하수 탐사, 핵 폐기물 저장 소 부지 조사, 지반 조사 등에 응용이 가능할 것이다 (김정호,1987 :이명중,1993 :Daily et al.,1991 :Dey et al., 1979).

2. 이론

시추공 전기 비저항 탐사는 그림 1과 같은 방법으로 왼쪽 시추공에는 전류전극을, 오른쪽 시추공에는 전위전극을 위치시키고 이동하면서 전위를 측정한다.

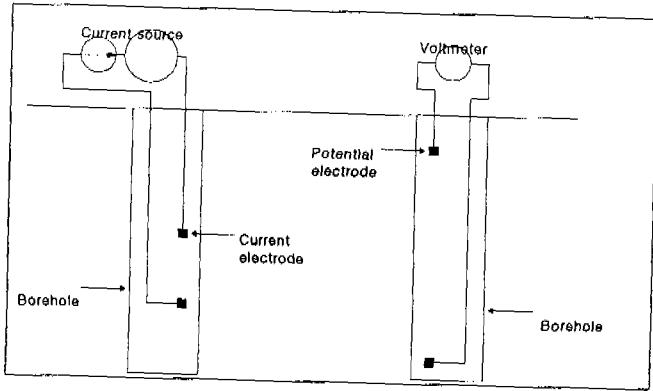


Fig. 1 Configuration of electrical borehole prospecting system

상기 측정법에 대한 이론적 고찰은 다음과 같다. 전기전도도, σ 를 갖는 매질 내에서 전기장의 크기, E 와 전류밀도, J 의 관계는 Ohm의 법칙에서 다음과 같이 주어진다. 이때 ϕ 는 전위함수이다.

$$\begin{aligned} \vec{J} &= \sigma \vec{E} \\ \vec{J} &= -\sigma \nabla \phi \end{aligned} \tag{1}$$

전체공간에서 전류의 연속방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\nabla \cdot \vec{J} = \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta(x) \delta(y) \delta(z) \tag{2}$$

이때 $\delta(\cdot)$ 는 Dirac delta 함수이고, ρ 는 점 (x,y,z) 에 서의 전하밀도이다.

시추공으로 전류 (A)가 유입되는 전극의 표면에

대하여 식 (2)를 적분하면 다음 식을 얻는다

$$\begin{aligned} \oint_s (\nabla \cdot \vec{J}) d\vec{s} &= I = \int_{vol} \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta(x_s) \delta(y_s) \delta(z_s) dv \\ &= \frac{\partial \rho}{\partial t} (x_s, y_s, z_s) \end{aligned} \tag{3}$$

이때 (x_s, y_s, z_s) 는 전류전극의 위치이며 s 는 전류극 을 둘러싸는 체적(volume)를 감싸는 폐곡면이다. 3차 원상에서 점전원에 의한 전위함수 $\tilde{\phi}(x,y,z)$ 는 주향 방향으로 푸리에 변환을 통하여 2차원 구조를 가지는 푸리에 변환된 전위, $\tilde{\phi}(x,K_y,z)$ 로 표현되며, 식 (1) 및 (3)을 연립하여 다음과 같이 표현되는 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} -\nabla \cdot [\sigma(x,y) \nabla \tilde{\phi}(x,K_y,z)] + K_y^2 \sigma(x,z) \tilde{\phi}(x,K_y,z) \\ = Q \delta(x_s) \delta(z_s) \end{aligned} \tag{4}$$

여기서 $Q = \frac{I}{2A}$ 이고 A 는 전류원을 둘러싸는 부분의 면적을 의미한다. 상기 식에 가중잔여법을 적용하면 잔차(residual)는 임의의 시험함수, ω 에 대하여 직교하므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \int_s \left\{ -\nabla \cdot (\sigma \nabla \tilde{\phi}) \omega + K_y^2 \sigma \tilde{\phi} \omega - \frac{I}{2A} \delta(x_s) \delta(z_s) \omega \right\} dx dz \\ = \int_s [-\nabla \cdot (\sigma \nabla \tilde{\phi})] ds + \int_s (K_y^2 \sigma \tilde{\phi} \omega) dx dz \\ - \frac{I}{2A} \int_s [\delta(x_s) \delta(z_s) \omega] dx dz \\ = 0 \end{aligned} \tag{5}$$

본 연구에서는 시험함수를 선택할 때, 전위함수를 표현하는 근사함수와 동일한 기저함수를 고려하는 갤러킨법(Galerkin method)을 사용하였다.

주향방향으로 푸리에 변환된 공간주파수 영역에서의 해석영역 s 를 유한개의 삼각형 요소로 분할했을 때, 그림 2와 같이 임의의 요소(e) 내에서의 전위함수($\tilde{\phi}$)는 다음과 같이 표현된다.

$$\tilde{\phi}^{(e)}(x,z) = \sum_{i=1}^3 N_i^{(e)} \tilde{\phi}^{(e)} \tag{6}$$

여기서, $N_i^{(e)}(x,z)$ 는 삼각형 요소내에서의 형상함

수(shape function)로서

$$N_i^{(e)}(x, z) = \overline{2\Delta^e} (b_i^e + c_i^e x + d_i^e z), \quad i=1, 2, 3$$

이며,

$$b_i^e = k_j^e z_k^e - x_k^e z_j^e, \quad c_i^e = z_j^e - z_k^e$$

$$d_i^e = x_k^e x_j^e (i, j, k = 1, 2, 3 \text{의 순환첨자})$$

(7)

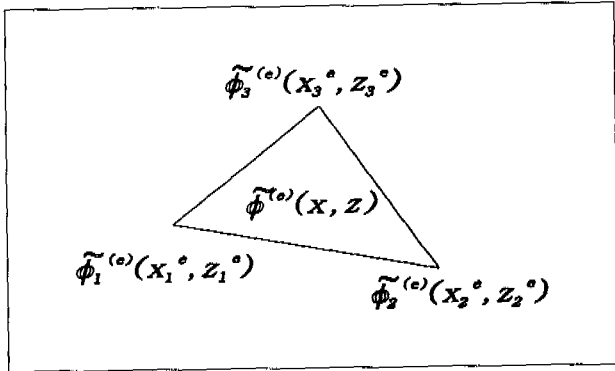


Fig. 2 Potential approximatic function in triangular

$$\Delta^e = \frac{1}{2} x_1^e (z_2^e - z_3^e) + x_2^e (z_3^e - z_1^e) + x_3^e (z_1^e - z_2^e)$$

(8)

이다. 식(6)에 의해서 행렬방정식

$$[K][\phi] = [F] \quad (9)$$

이 얻어지고, Dirichlet 경계조건을 적용한 후 식(9)를 풀면 K_y 공간에서의 ϕ 가 구해지며 최종적으로 구하고자 하는 수치 모형반응인 임의의 점 (x, y, z) 에서의 전위함수 $\phi(x, y, z)$ 는 다음의 역변환을 통해서 구해진다.

$$\phi(x, y, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \check{\phi}(x, K_y, z) \cos(K_y y) dK_y \quad (10)$$

한편, 역산을 통하여 최소화하게 될 목적함수는 다음과 같이 정의한다.

$$F = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (\phi(\vec{r}_j) - \phi_o(\vec{r}_j))^2 \quad (11)$$

이때 $\phi(\vec{r}_j)$ 는 주어진 전기전도도 분포하에서 계

산된 \vec{r}_j 점에서의 전위이고, $\phi_o(\vec{r}_j)$ 는 실제 측정된 \vec{r}_j 점에서의 전위이며, n 은 전위전극의 개수이다.

역산영역을 선택할 때, 대상체를 포함하는 영역을 여러개의 블록으로 분할하고 각 블록은 일정한 전기전도도를 가지는 블록분할 모형을 고려하였다. 이때, 역해변수인 임의의 블록, σ_i 의 미소변화에 대한 목적함수 F 의 변화율은 다음과 같이 정의된다.

$$\frac{dF}{d\sigma_i} = \sum_{j=1}^n (\phi(\vec{r}_j) - \phi_o(\vec{r}_j)) \cdot \frac{d\phi(\vec{r}_j)}{d\sigma_i} \quad (12)$$

목적함수, 식(11)를 살펴보면 F 는 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ 의 함수이고, $\phi(\vec{r}_j)$, 즉 ϕ_j 는 x, y, z 및 전기전도도의 함수이므로 대상체를 많은 수로 분할한 블록 모형에서 임의의 역해 모델변수 $\sigma_l (l=1, \dots, L)$ 에 대한 목적함수의 변화량, 자코비안은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{dF}{d\sigma_l} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial \phi_i^T} \cdot \frac{d\phi_i}{d\sigma_l}$$

$$= \sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial \phi_i^T} \cdot -[K]^{-1} \cdot \frac{d[K]}{d\sigma_l} \cdot \{\phi_i\}$$

(13)

여기서,

$$-\frac{\partial F}{\partial \phi_i^T} \cdot [K]^{-1} = [\lambda]^T \quad (14)$$

라고 하면 식 (13)은 다음과 같이 간단하게 표현할 수 있다.

$$[K]^T [\lambda] = -\frac{\partial F}{\partial \phi_i}$$

(15)

이때 $[K]$ 는 system의 강성행렬이다. 상기 식에 의해 민감도(sensitivity function)가 계산되며 이것을 이용하여 새로운 전기전도도는 다음 식으로 계산된다.

$$[\sigma]_{new} = [\sigma]_{old} + \alpha \cdot \frac{dF}{d[\sigma]} \quad (16)$$

이때 α 는 상수이다.

3. 모형 실험 및 모델링

3-1. 간단한 모형에 대한 수조실험

모형실험을 위하여 가로 120cm, 세로 120cm, 높이 60cm 이며 두께가 1cm인 아크릴판을 사용하여 수조통을 제작하였다. 그림 3과 같이 전극을 4cm 간격으로 양쪽에 21개씩 배열하였으며, 왼쪽은 전류전극으로 오른쪽은 전위전극으로 사용하였다. 전극은 직경 4mm의 탄소봉을 사용하였으며 측정시 물의 요동을 막기 위하여 42개의 전극을 전선으로 연결하여 외부 단자에서 측정토록 하였다. 용액으로는 순도

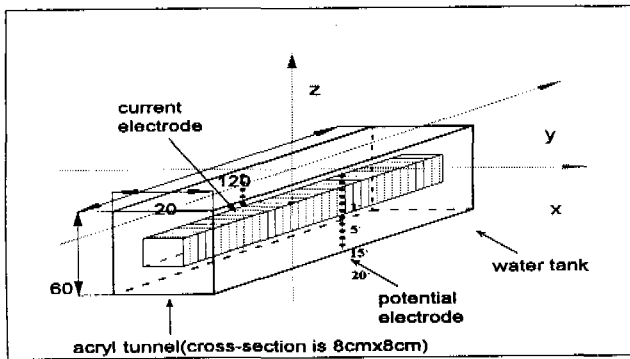


Fig.3 Configuration of model experiment

99.9%인 NaCl을 수도물에 첨가하여 전기전도도가 7.22×10^3 Mho/m가 되게 하였으며 전류는 5 mA를 입력시켰다. 측정모형으로는 가로 및 세로가 8cm x 8cm 이고 길이가 120cm 인 아크릴 모형 터널(전기전도도: 10^{-14} Mho/m)을 사용하였으며 그 속에는 공기가 가득차게 밀폐하였다. 또, 다른 모형터널은 순도 99%의 구리(Cu)로 아크릴 모형터널과 크기를 같게 하고 그 속에 용액의 전기전도도의 1/2에 해당하는 3.61×10^3 Mho/m의 소금물을 채워서 전위를 측정하였다. 측정방법으로는 2개의 전류전극(1번과 2번)에 5 mA의 전류를 주고 1개의 전위 전극을 고정시킨 후 다른 한개의 전위전극을 이동하여 차례로 측정하였다. 다음에는 또다른 2개의 전류전극(2번과 3번)에 전류를 흘려주고 전위전극을 이동하여 상기와 같은 방법으로 전위를 측정하였다.

3-2. 역산 모델링 및 검토

상기 유도한 역해 알고리즘을 이용하여 간단한 해석모델에 적용하여 보았다. 구하고자 하는 관심영역을 우선 적당한 수의 블록(block)으로 나누고, 각 블록 내에서는 전기전도도가 일정하다고 가정한다. 역

해를 구할 때는 각 블록 내에서의 전기전도도, σ_i 를 미지수로 하여, 전위전극에서의 전위가 측정된 것과 일치하도록 σ_i 를 반복적으로 추정하게 된다. 해석모델은 그림 4에 나타난 것과 같이 (x,z)평면 상에서 전기비저항이 $100 \Omega m$ 인 공간 내에 전기비저항이 $50 \Omega m$ 인 이상체가 있는 경우이다. 전류전극과 전위전극은 그림과 같이 각각 2개 및 10개로 하였고 전위전극은 모두 $y=0$ 인 평면상에 존재하는 것으로 하였다.

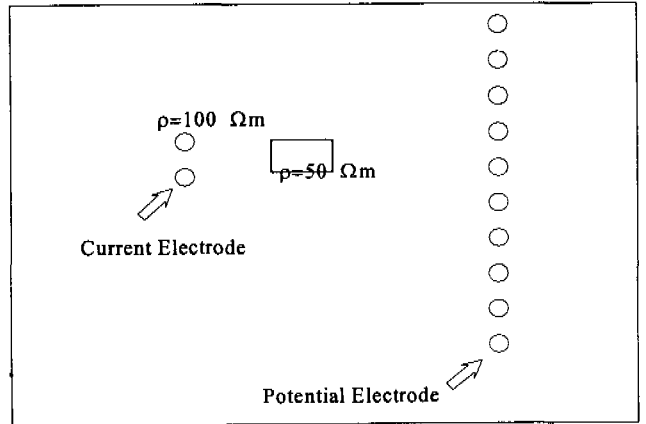


Fig. 4 Simple modeling

유한요소법을 사용하여 전위전극에서의 전위를 계산하였으며 요소 수는 1346개, 절점 수는 696개이다. 역해 알고리즘의 타당성을 검토하기 위하여 그림 5와 같이 해석모델의 전기비저항이 $50 \Omega m$ 인 영역을 9개의 소영역으로 분할하고, 각 블록에서의 전기비저항을 역해변수로 택하였다.

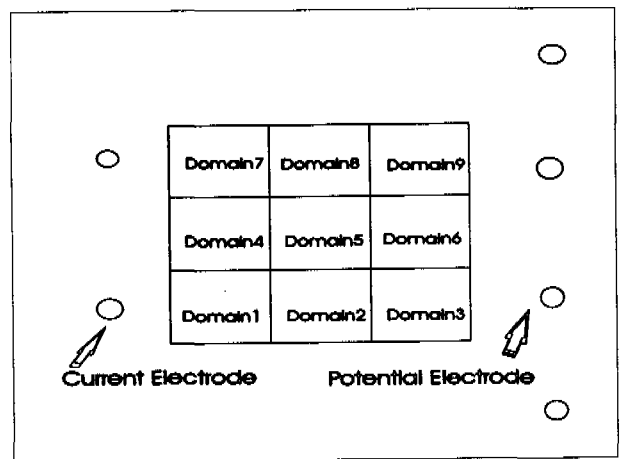


Fig. 5 Inversion modeling dividing target area by 9 blocks

각 전위전극이 최종적으로 가져야 할 전위는 모든

비저항을 $50 \Omega\text{m}$ 으로 주었을 때의 결과로 하였고, 역산시 매 반복과정에서 전기비저항의 초기치는 모두 $100 \Omega\text{m}$ 로 하였다. 최종적인 전기비저항의 분포는 31회의 반복계산 후에 얻어지며 그 계산 결과는 Table 1에서 볼 수 있다.

Table 1 comparison data between theoretical resistivity and inversion resistivity

영역 번호	초기비저항	역산된 비저항	이론적 비저항
1	0.1000000E+3	0.5030723E+02	0.5000000E+02
2	0.1000000E+3	0.5821476E+02	0.5000000E+02
3	0.1000000E+3	0.5870785E+02	0.5000000E+02
4	0.1000000E+3	0.3944374E+02	0.5000000E+02
5	0.1000000E+3	0.5026760E+02	0.5000000E+02
6	0.1000000E+3	0.5447636E+02	0.5000000E+02
7	0.1000000E+3	0.5121723E+02	0.5000000E+02
8	0.1000000E+3	0.5724609E+02	0.5000000E+02
9	0.1000000E+3	0.5860306E+02	0.5000000E+02

Table 1은 역산 알고리즘에 의하여 계산된 전기비저항과 초기비저항, 그리고 이론적인 비저항 값을 비교하였다. 전위전극의 개수가 10개이고, 전류전극의 위치도 고정시켰음을 감안할 때 비교적 정확한 값을 얻었음을 알 수 있다. 이러한 계산 결과를 실험 모형과 동일하게 그림 6과 같이 모형화하여 이론적인 계산을 행하였다.]

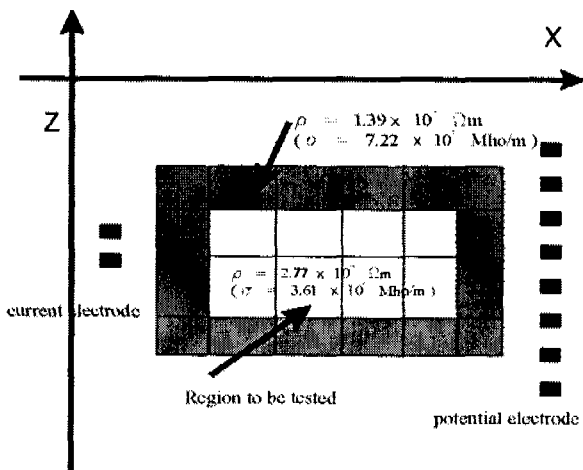


Fig. 6 Configuration of theoretical model

그림 7은 전류전극을 2, 3번에 고정하고 전위전극을 한 개씩 이동하며 이론적으로 계산한 전위치와 실험에 의한 측정치를 나타낸 그림이며, 전위전극이 멀어질수록 전위가 증가하는 것을 볼 수 있다.

그림 8은 전류전극을 터널의 중앙부분인 10, 11번에 고정하고 상기방법으로 측정 및 계산한 결과이며 그림의 중앙부분에 터널의 영향에 의한 곡선의 변형을 볼 수 있다.

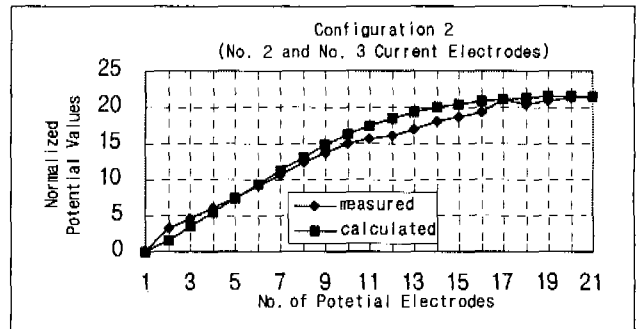


Fig.7 Comparison of theoretical inversion data and experimental data when current electrode was located No.2 and No.3 position

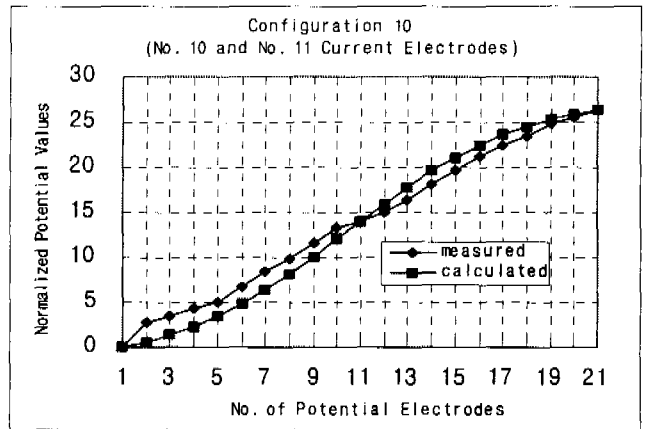


Fig. 8 Comparison of theoretical inversion data experimental data when current electrode was located No.2 and No.3 position

4. 결론

유한요소법에 의한 forward modelling 계산과 민감도 계산법에 의한 역산을 행함으로써 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

1) 계산 반복회수를 31회 시행한 결과 10회 반복 때부터 안정된 결과를 볼 수 있었으며 smoothing(filtering) 기법 없이 전위를 정확하게 구할 수 있었다.

2) 이론 모형 역산 계산의 9개 영역 중에서 가장 중앙에 있는 영역 5에서는 이론적 비저항이 $50 \Omega\text{-m}$, 역산된 비저항이 $50.26 \Omega\text{-m}$ 로 가장 근접되게 계산되었으며, 영역 3과 영역 9에서는 각각 $58.6 \Omega\text{-m}$, $58.7 \Omega\text{-m}$ 로 대칭적으로 거의 비슷하게 나타났다. 영역 4에서는 이론적 비저항이 $50 \Omega\text{-m}$, 역산된 비저항이

39.4 Ω -m로 가장 큰 차이를 볼 수 있으며, 이는 역산 해석에 있어 전극의 위치 및 전극 간격이 중요함을 알 수 있다.

3) 본 연구에서는 지하구조를 2차원으로 가정하고 전류전극과 전위전극을 3차원으로 배열하였으며 지하구조를 3차원에서 2차원으로 줄이기 위하여 유한요소법을 이용하여 푸리에 변환 공간에서 전위를 계산하고 역 푸리에 변환에 의해서 역산을 행하였다. 앞으로 지하구조를 3차원으로 하여 본 연구 결과와 비교 검토할 필요성이 있으며 상기 계산법을 지하수, 지하공간 개발 등 복잡한 지하구조 해석에 응용이 가능할 것이다.

참고문헌

- [1] 김정호, "이차원 전기비저항 탐사자료의 역산", 서울대학교 공학박사 학위논문, 1987.
- [2] 이명종, "시추공간 전기비저항 탐사자료의 영상화", 서울대학교 공학석사 학위논문, 1993.
- [3] W. Daily and E. Owen, "Cross-borehole resistivity tomography", *Geophysics*, Vol. 56, No. 8, pp. 1228-1235, 1991
- [4] A. Dey and H. Morrison, "Resistivity modelling for arbitrary shaped two-dimensional resistivity structure", *Geophysical Prospecting*, Vol. 27, pp.106-136, 1979.
- [5] H. Shima, "Two-dimensional automatic resistivity inversion technique using alpha centers", *Geophysics*, Vol.55, pp.682-694, 1990.