

|||||||  
 論 文  
 |||||

## 유동한계 고상율법을 이용한 수축공 생성의 수치해석

이재경 · 최정길\* · 홍준표\*\*

### Numerical Analysis of Shrinkage Cavity Formation using the Modified Fluid Critical Solid Fraction Method

Jae-Kyung Lee, Jeong-Kil Choi\* and Chun-Pyo Hong\*\*

#### Abstract

Modified fluid critical solid fraction method was utilized as a prediction parameter to describe the shrinkage formation including the position, shape and amount of shrinkage cavities. A numerical scheme was implemented adapting this method for the evaluation of solidification defects in various casting processes. In the present numerical code, the form of shrinkage cavity can be simultaneously determined when an isolated loop is predicted to occur by the fluid critical solid fraction method. An auxiliary parameter, shrinkage potential, was also used in order to calculate the amount of residual liquid during solidification. Solidification analysis was carried out for the validation of the present scheme. It was shown that the calculated results were in good agreement with those of practical casting runs in all of the casting processes involved in the present research. It may be concluded that the present program successfully predicts the detailed shrinkage formation behavior without the consideration of interdendritic fluid flow analysis. (Received August 8, 1998)

#### 1. 서 론

컴퓨터 수치해석에 의한 응고해석을 하는 주요 목적중 하나는 주물내에 생성될 수 있는 수축공 결함의 발생위치 및 그 정도를 예측하는 것이다. 그러므로 응고해석이 주조현장에서 실용화되기 위해서 주물의 수축공 결함을 보다 정확하게 예측하는 일이 중요한 연구과제중 하나이다. 그러나 국내에서는 이 분야에 대한 관심이 부족하고 그 연구가 매우 부족한 실정으로서 이는 주조해석 분야의 실용화가 지연되는 원인이 되고 있다. 최근 이에 대한 연구결과가 일부 보고된 바 있다[1, 2].

응고수축에 기인하는 주조결함은 그 발생장소, 발생형태등에 따라 몇가지로 구분되고 있는데 일반적으로 발생기구에 따라 크게 수축공(shrinkage)과 기공(porosity)으로 구분할 수 있다. 수축공은 용탕의 유동이 종료된 후 생성되는 거시적인 공동상을 의미하며, 기공은 수지상정간 용탕의 유동성이 작으며, 고상율

이 높은 고액공존구역에서 상당량의 용탕이 잔류하므로써 그 응고수축에 의해 발생하는 다공질의 미세 수축공이라고 할 수 있다. 수축공의 발생은 기본적으로 용탕의 유동현상에 기인하는데, 이는 응고과정중 용탕의 유동이 점성유체의 난류현상이며, 수지상정의 성장에 따라 응고계면이 복잡한 형상을 나타내고 수축공과 같은 자유경계면의 발생을 수반한다는 점등 매우 복잡한 현상이기 때문에 이러한 물리적 현상들을 엄밀하게 해석하는 것은 곤란하다. 그러므로 수치해석에서는 수축공 생성기구를 열적 파라메타를 이용하는 단순화된 수축공 예측모델로 취급하여 수축공의 생성을 예측하는 것이 일반적이다.

유동한계고상율법은 유동한계 고상율 파라메타를 이용하여 최종 응고점을 예측하기 위하여 제안된 수축공 예측방법으로 보고된 바 있다[3, 4]. 최종 응고점 즉, 수축공 결함의 최저점(lowest position)은 등고상율 곡선의 페루프가 최종 응고시에 소멸되는 위치를 의미한다. 따라서 최종 응고부위뿐 아니라 그 이전에 생

ATES(주) 기술연구소(Advanced Technology Engineering Service, Ltd.)

\*한국생산기술연구원(Korea Institute of Industrial Technology)

\*\*연세대학교 금속공학과(Dept. of Metallurgical Eng., Yonsei University)

성될 수 있는 임의의 수축공 발생에 대한 예측은 곤란하다. 이에 본 연구에서는 기존의 유동한계 고상율을 기본개념으로하여 등고상율곡선의 페루프로부터 수축공의 위치 및 형상을 예측할 수 있는 수치해석 알고리즘을 개발하였으며, 보다 정량적인 수축공 생성의 예측을 위하여 shrinkage potential을 보조인자로서 고려하였다.

## 2. 해석방법

### 2.1 계산방법

주물의 응고과정에 대한 열전달 계산은 3차원 열전도 미분 방정식에 대하여 Fourier 에너지 보존법칙을 내절점법에 의해 차분화하여 컴퓨터 수치해석하였다. 본 연구에서는 다음과 같은 접근방법을 사용하여 수치해석하였다.

- (1) 열전달 해석은 열전도로 취급하여 계산하였다.
- (2) 응고잠열의 방출은 온도회복법을 사용하여 고려하였다.
- (3) 열물성치는 온도에 대하여 일정한 값을 적용하였다.
- (4) 충전과정을 고려하지 않고, 용탕이 충전된 상태로 가정하였다.
- (5) 유동한계 고상율 이상에서는 액상의 유동성이 없다고 가정하였다.

응고구간에 대하여 액상온도와 고상율과의 관계는 다음과 같이 온도를 고상율의 1차(선형) 및 2차 함수로 가정하였다[5].

$$T = T_1 - (T_1 - T_s) f_s^n \quad (n = 1, 2) \tag{1}$$

여기서,  $T$ 는 온도,  $T_1$ 은 액상선 온도,  $T_s$ 은 고상선 온도,  $f_s$ 은 고상율을 나타낸다.

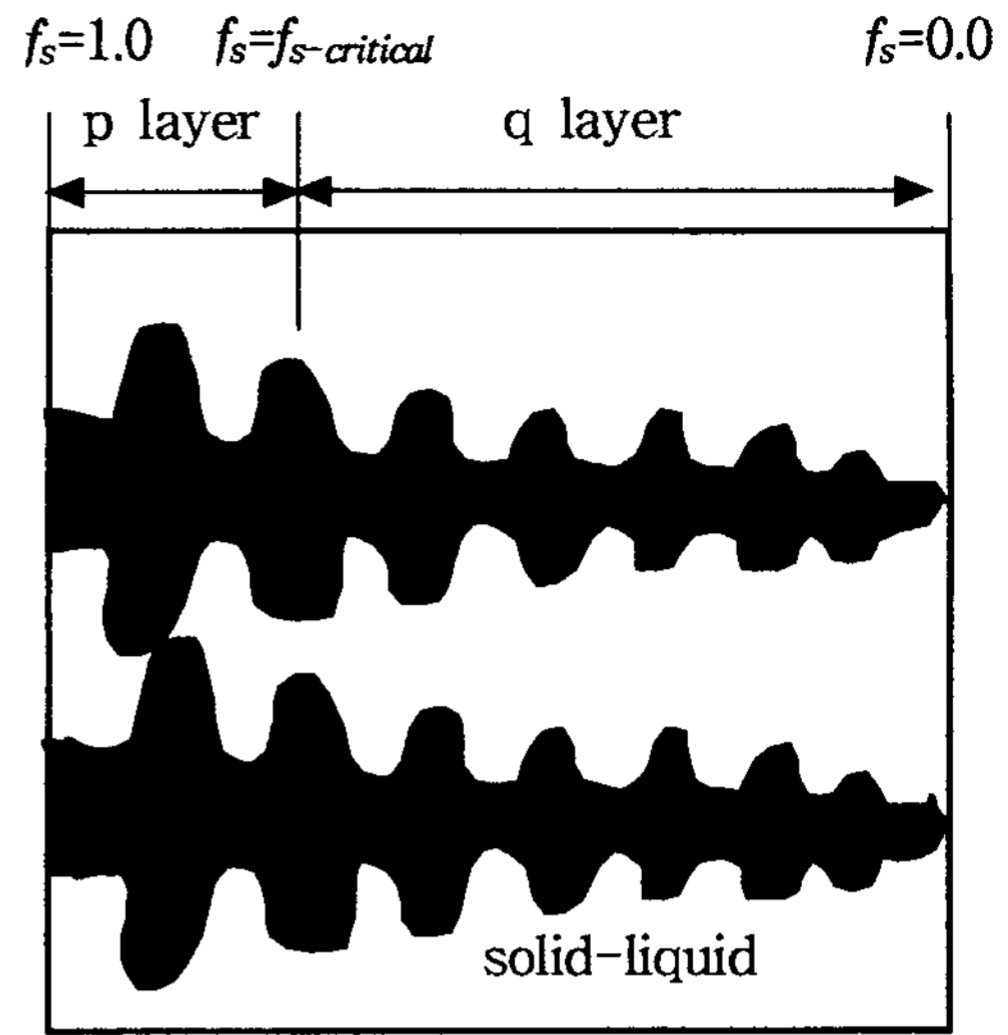


Fig. 1. Definition of the fluid critical solid fraction ( $f_{s-critical}$ ).

본 연구에서 수치해석에 사용된 재료의 열물성치를 표 1에 나타내었다.

### 2.2 수축공 예측 알고리즘

그림 1에 유동한계 고상율의 개념을 나타내었다[4]. 고액공존구역을 p층과 q층으로 구분하여 p층은 고상간에 분산되어 있는 액상의 유동성이 없어지게 되는 영역을 나타내고, q층은 그 유동성이 유지되는 영역으로서 p층과 q층간의 경계에 해당하는 고상율을 유동한계고상율로 정의한다. 따라서 열전달 계산으로부터 구한 고상율 분포에 의해 수축공의 최저점에 대한 예측이 가능하게 된다.

그림 2에 유동한계 고상율을 이용하여 수축공의 위치 및 형상을 예측하는 방법을 나타내었다. 임의의 요소가 유동한계고상율에 도달하는 경우 모든 주위 요소들의 고상율이 그 이상이 되면 이것은 그 요소를 중

Table 1. Thermal and physical properties used in the present calculations

Material	Density g/cm <sup>3</sup>	Specific heat cal/g·°C	Heat conductivity	T* <sub>l</sub> °C	T* <sub>s</sub> °C	Latent heat cal/g	T* <sub>i</sub> °C
SC42 steel	7.3	0.15	0.076	1519	1412	66	1580
DCI	7.6	0.119	0.04	1160	1150	47	1260
AC4B Al alloy	2.74	0.23	0.25	582	520	93	720
Sand mold	1.52	0.25	0.0014	-	-	-	20
SKD61 Metal mold	7.85	0.115	0.079	-	-	-	200
Chill	8.2	0.2	0.5	-	-	-	20
Sleeve	2.0	0.5	0.00001	-	-	-	20

\*T<sub>l</sub>: Liquidus temp., T<sub>s</sub>: Solidus temp., T<sub>i</sub>: Initial temp.

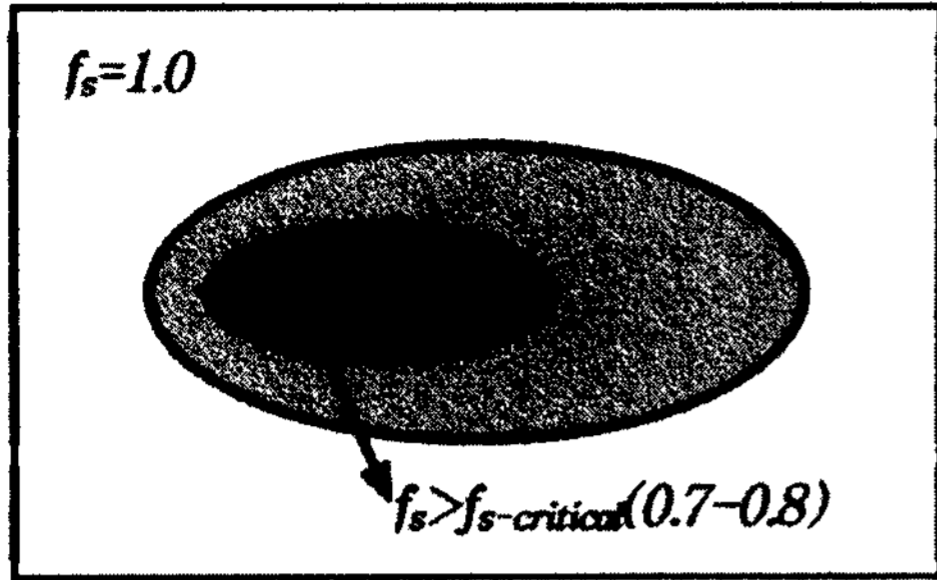


Fig. 2. Relationship between fluid

심으로 일정영역범위가 액상의 유동성이 없어진 잔류 용탕이 존재한다는 것을 의미한다. 따라서 등고상을 곡선의 페루프의 정점부위가 수축공 발생의 시초 (seed)가 된다고 할 수 있다. 이와 같은 시초 요소가 구해지는 조건을 다음 식에 나타내었다.

$$f_{s_i} \geq f_{s-critical} \quad |_{j=1,6} \quad (2)$$

여기서,  $i$ 는 시초 요소,  $j$ 는 주위요소이고,  $f_{s-critical}$ 은 유동한계고상율을 나타낸다.

수축공의 형상은 그림 2에 나타낸 바와 같이  $f_{s-critical} \leq f_s < 1.0$ 의 페루프영역에 의해 결정되도록 하였다. 즉, 임의의 시간에 수축공의 중심이 되는 시초 요소가 발생하게 되면 그 요소는 고상율이 1.0 보다 작고,  $f_{s-critical}$  이상인 영역내에 둘러싸여 있는 것이므로 시초요소의 주위 요소들에 대한 고상율을 검색하여 페루프내에 포함되는지의 여부를 조사한다. 이러한 계산을 각 해당요소의 주위요소들로 반복하여 조사하면 그 시초 요소를 중심으로 수축공이 발생할 가능성이 있는 국부적인 영역을 모두 결정할 수 있다. 이러한 과정을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} k=0, f_{s_i} \geq f_{s_j}, f_{s_j} < (f_s = 1.0) \quad |_{i=seed, j=1,6} \\ k=n, f_{s_i} \geq f_{s_j}, f_{s_j} < (f_s = 1.0) \quad |_{i=1,6^n, j=1,6^{n+1}}, n = \text{integer} \end{aligned} \quad (3)$$

이러한 방법을 전 응고과정에 확장적용하면 유동한계 고상율 페루프의 생성 및 그 형상에 대한 추적이 가능하게 되어 일반화할 수 있게 된다. 유동한계고상율은 합금성분 및 응고 형태에 따라 달라지며 대체로 0.65~0.85[5]사이의 값을 가지는데, 본 해석에서는 유동한계고상율을 0.7로 취급하여 계산하였다.

### 2.3 Shrinkage potential[6]

Shrinkage potential은 수축공 예측에 대한 임계값을

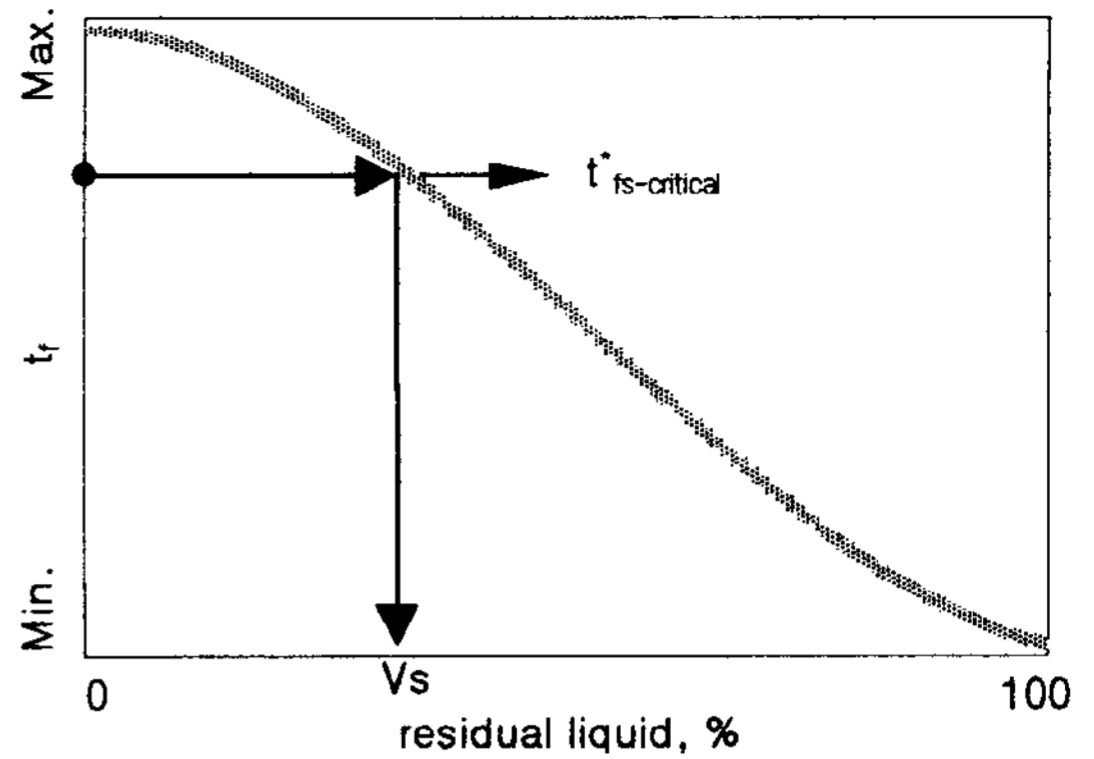


Fig. 3. Evaluation of fluid critical solid fraction using shrinkage potential.

보다 정량적으로 사용하기 위한 보조 인자로서 주로 응고수축량과 비례관계를 가진다.

$$P_s(\%) = C_{safe} \cdot V_s(\%) \quad (4)$$

여기서,  $P_s(\%)$ 는 shrinkage potential,  $V_s$ 는 응고수축량,  $C_{safe}$ 는 안전계수를 나타낸다. 안전계수는 보통 1이지만, 주조합금 및 주조조건에 의해 수정될 수 있다.

shrinkage potential의 적용방법은 응고시간, 온도구배,  $G/\sqrt{R}$  파라메타(Niyama criteria)등의 경우에 대하여 저자 등에 의해 보고된 바 있다[2]. 본 연구에서 유동한계고상율에 대하여 적용하는 shrinkage potential 개념을 그림 3에 나타내었다. 2.2절에서 설명한 유동한계고상율법에 의해서 구해진 수축공의 시초 요소로부터 수축공의 발생가능범위를 나타내는 페루프내의 체적은 고액공존구간에서 수지상정간에 분산되어 존재하는 잔류용탕의 체적을 의미하며 그 체적분율이 shrinkage potential로서 정의된다. 따라서 유동한계고상율법에 의해 계산된 수축공의 체적분율,  $V_s$ 는 식(5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$V_s = \frac{100}{V_t} \sum_k V_k \{ (t_s)_k \geq t^*_{fs-critical} \} \quad (5)$$

여기서,  $V_t$ 는 주물의 총체적,  $(t_s)_k$ 는 대상요소  $k$ 의 응고시간,  $t^*_{fs-critical}$ 은 어느 영역에서의 국부적인 최종응고부위가 유동한계고상율에 도달하게 될 때의 시간을 나타낸다. 유동한계고상율법의 경우에는 수축공의 양을  $t^*_{fs-critical}$ 로부터 역으로 계산하게 된다. 그림 4에 유동한계 고상율과 shrinkage potential을 조합하여 계산하는 수축공 예측 알고리즘의 원리에 대한 흐름도를

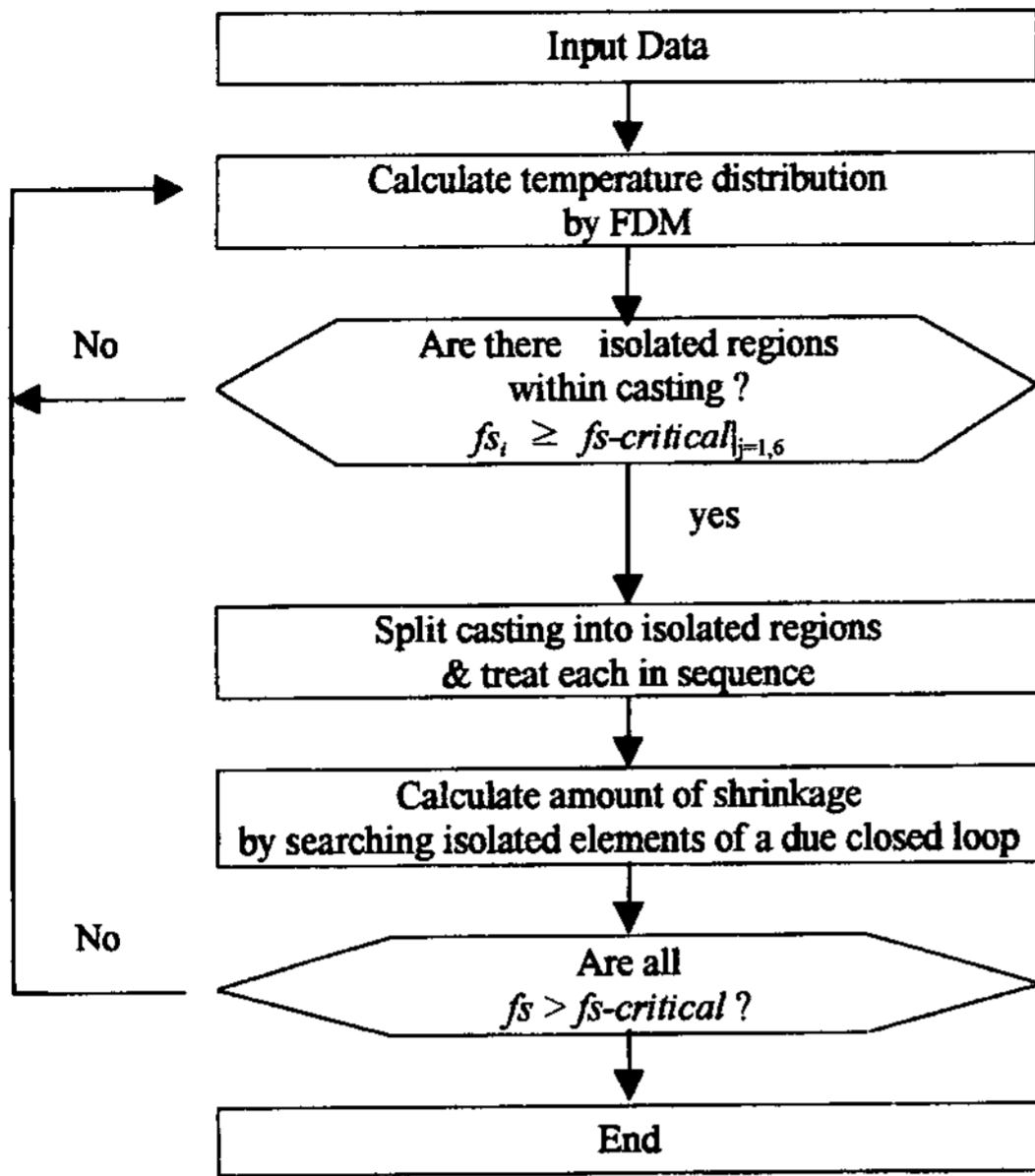


Fig. 4. Flowchart for prediction of shrinkage using fluid critical solid fraction method.

나타내었다.

### 3. 결과 및 고찰

#### 3.1 등응고시간법과 유동한계고상율법의 비교

그림 5(a)에 주강에 대한 Hayasida[3, 6]의 실험에 대하여 계산한 결과를 나타내었다. 그림 5(b)는 등응고 시간법에 의한 계산결과로서 수축공이 발생하는 최저

점의 위치는 판상 주물과 봉상 압탕이 접하는 T자부의 후육부임을 예측할 수 있다. 이 결과에 의하면 최종 응고부위의 위치는 예측되나 그림에 나타난 바와 같이 각 contour의 모양이 수축공의 형상을 의미하는 것은 아니다. 수축공의 형상 및 범위는 그림 5(c)에 나타난 바와 같이 유동한계고상율법에 의해서 예측하였다. 흑점으로 나타난 부위는 유동한계고상율 0.7에 의해 결정된 최저점으로부터 고상율 0.8이하의 범위에 해당하며, 수축공을 나타내는 거시적인 공동상의 중심이 된다. 고상율 0.8에서 0.9이하의 범위를 진회색으로, 고상율 0.9이상의 영역은 회색으로 나타내었으며 이는 생성되는 수축공의 전체 범위를 의미하고 있다. 이 부위에 대한 수축공의 양은 계산결과 약 1 vol.% 였다. 그림 5(a)의 실험결과에서는 중심선 수축이 포함되어 있으나 그림 5(a) 및 (b)에서는 예측되어 있지 않다. 그 이유는 유동한계 고상율법의 개념은 고상율의 페루프가 생성되면 그 최저점으로부터 형상 및 크기를 결정하는 것이므로 그림 5(b)에 나타난 바와 같이 등응고시간 곡선이 페루프를 형성하지 않고 U자형으로 길게 늘어지게 되는 경우 생성될 수 있는 중심선 수축은 표현되지 않는다. 그러므로 실제 적용 시에는 중심선 수축의 예측에 적합한  $G/\sqrt{R}$  파라메타 [2, 7]와 같이 각 예측 파라메타의 특성에 따라 상호 교차적으로 조사하므로써 전체적인 수축공의 생성여부를 판단하는 것이 바람직하다. 이는 수축공의 생성기구나 그 형태에 따라 수축공의 예측파라메타가 갖는 특징이 각기 다르기 때문인데, MAGMASOFT 등의

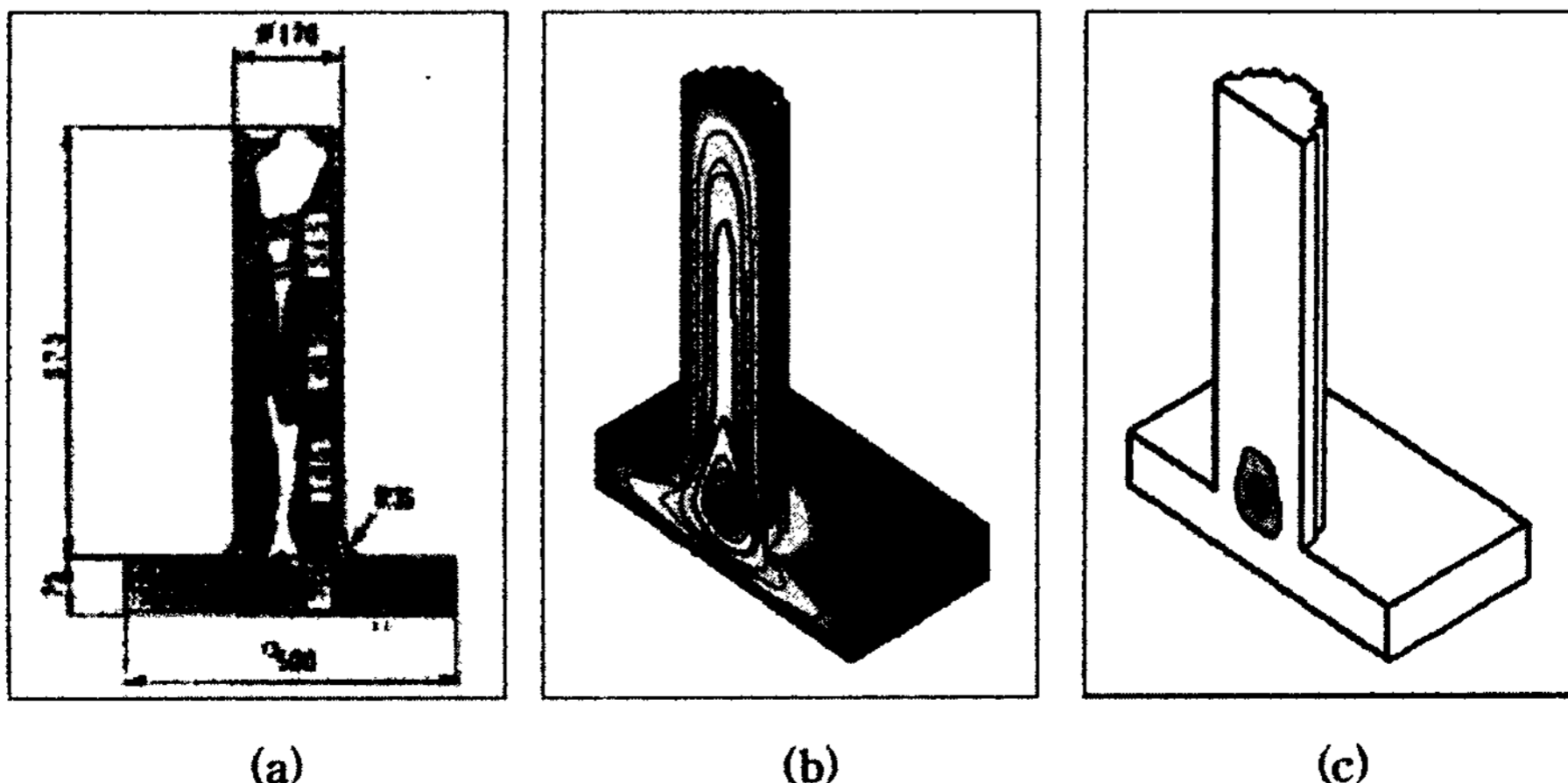


Fig. 5. Shrinkge defects (a) formed in cast structure of steel [3, 6], (b) predicted solidification time contour method and (c) predicted by fluid critical solid fraction method.

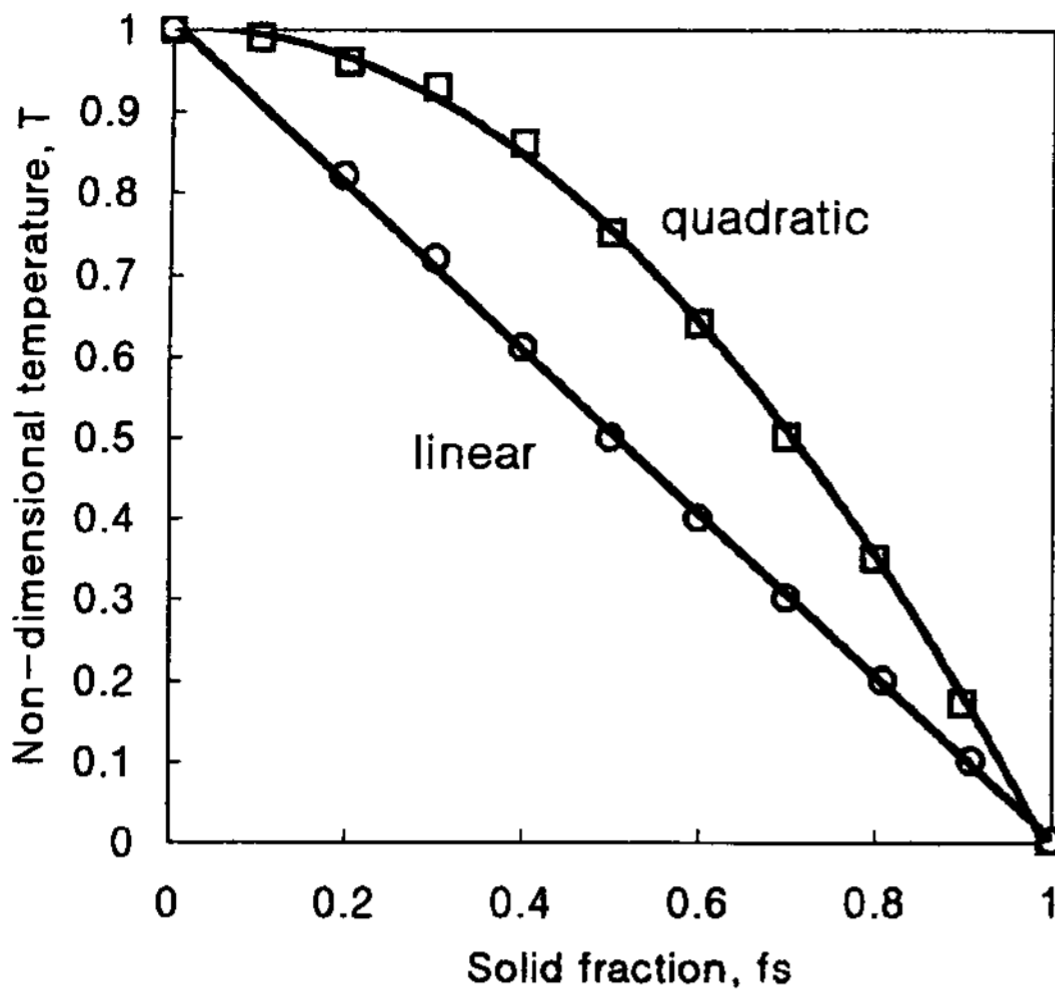


Fig. 6. Temperature of solidify material as a function of solid fraction in mushy zone.

상용 code들의 경우에도 수축공의 예측시 특정한 예측파라메타에만 의존하지 않고 여러가지의 예측 파라메타들을 사용하여 종합적인 평가를 하는 것이 일반적이다[8].

그림 6은 식(1)에 나타낸 바와 같이 액상온도와 고상율과 관계를 1차 및 2차 분포를 비교하였다. 그림 7에 나타낸 강봉의 경우에 대하여 그 해석결과를 비교한 결과 2차 분포식을 적용하는 경우 수축공이 약간 더 크게 나타나고 있다. 이는 2차 분포의 경우 그림 6과 같이 응고초기의 초정 정출량이 크게 되므로서 잔류액상이 존재하는 범위가 넓게 된것에 기인한다고 판단되는데, 이는 Ohnaka[9]의 연구결과와 유사하다

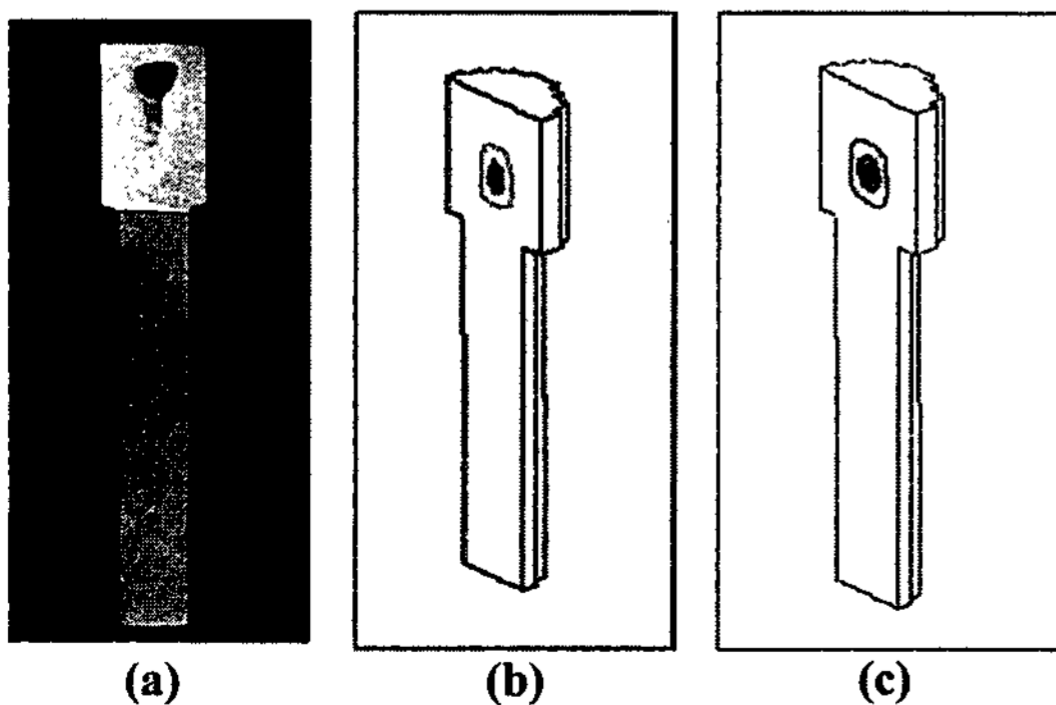


Fig. 7. Comparison between linear and quadratic approximation for solid fraction and temperature in mushy zone by fluid critical solid fraction; (a) experiment [2], (b) linear approximation and (c) quadratic approximation.

고 볼 수 있다. 그 경향은 Al 합금과 같이 고액공존구간이 넓은 합금계에 보다 뚜렷하게 나타나게 된다. 이로부터 고상율과 액상선 온도와 관계에 대한 보다 정확한 데이터가 필요하다는 것을 알 수 있으나 본 연구에서는 선형관계로 취급하여 계산하였다.

3.2 해석사례

그림 8에 구상흑연주철의 Oil Cylinder[10]에 대한 해석결과를 나타내었다. 이 주조방안에서는 주물의 내부결함을 제어하기 위해 주물 상부에 Sleeve 및 압탕이 설치되었다. 해석결과 그림 8(b)에 나타난 바와 같이 등응고시간법에 의하면 압탕방안에 의해 제품부에서 압탕쪽으로는 지향성 응고가 의도한대로 진행되고 있는 것으로 평가할 수 있다. 그러나 그림 8(c)의 유동한계고상율법에 의하면 주물하부에 설치되어 있는 냉금의 상부와 압탕목 사이에 수축공의 발생이 예측되었다. 이 주조방안으로 주입한 제품에서 동일한 위치에서 수축공이 발생하였음을 확인하였다. 일반적으로 수축공의 발생여부를 판단하게 하는 페루프의 형성에 근거하여 등응고시간법으로 예측하게 되면 이와 같은 경우에는 제품내부에는 결함이 없다고 판단하기 쉽다. 그러므로 등응고시간곡선의 검색범위를 변경하여 조사해야 할 뿐 아니라 복잡한 주물의 경우 페루프의 생성여부를 세밀하게 조사해야 한다. 이 경우에 있어서 등응고시간곡선에 대한 검색범위를 변경하여 조사했으나 냉금의 상부쪽에서는 페루프가 나타나지 않음을 알 수 있었다. 따라서 유동한계고상율 파라메타를 사용하므로써 국부적으로 나타나게 되는 제품내의 수축공 결함을 보다 명확하게 예측할 수 있다.

그림 9에 중력 금형주조에 의한 Al합금의 피스톤 [11]에 대한 해석결과를 나타내었다. 그림 9(a)의 실험 결과에 표시한 바와 같이 그림 9(c)는 압탕 직하부의 제품내에 발생하는 수축공에 대하여 동일하게 예측하고 있음을 알 수 있다. 좌측 압탕쪽의 수축공 위치는 실제 수축공 발생위치에 비해 약간 제품 안쪽에 있는데, 이는 해석시 좌측부에 있는 탕구계를 고려하지 않았기 때문인 것으로 생각된다. 즉, 탕구계를 고려한 응고해석을 하게되면 그 탕구계와 제품사이에 있는 금형은 열집적현상을 나타내게 되어 좌측압탕 직하부의 최종응고점이 실제 수축공 발생위치쪽으로 이동하게 될 것으로 판단된다. 또한 압탕내에 발생하는 수축공은 3.1절에서 설명한 바와 같이  $G/\sqrt{R}$  파라메타에 의

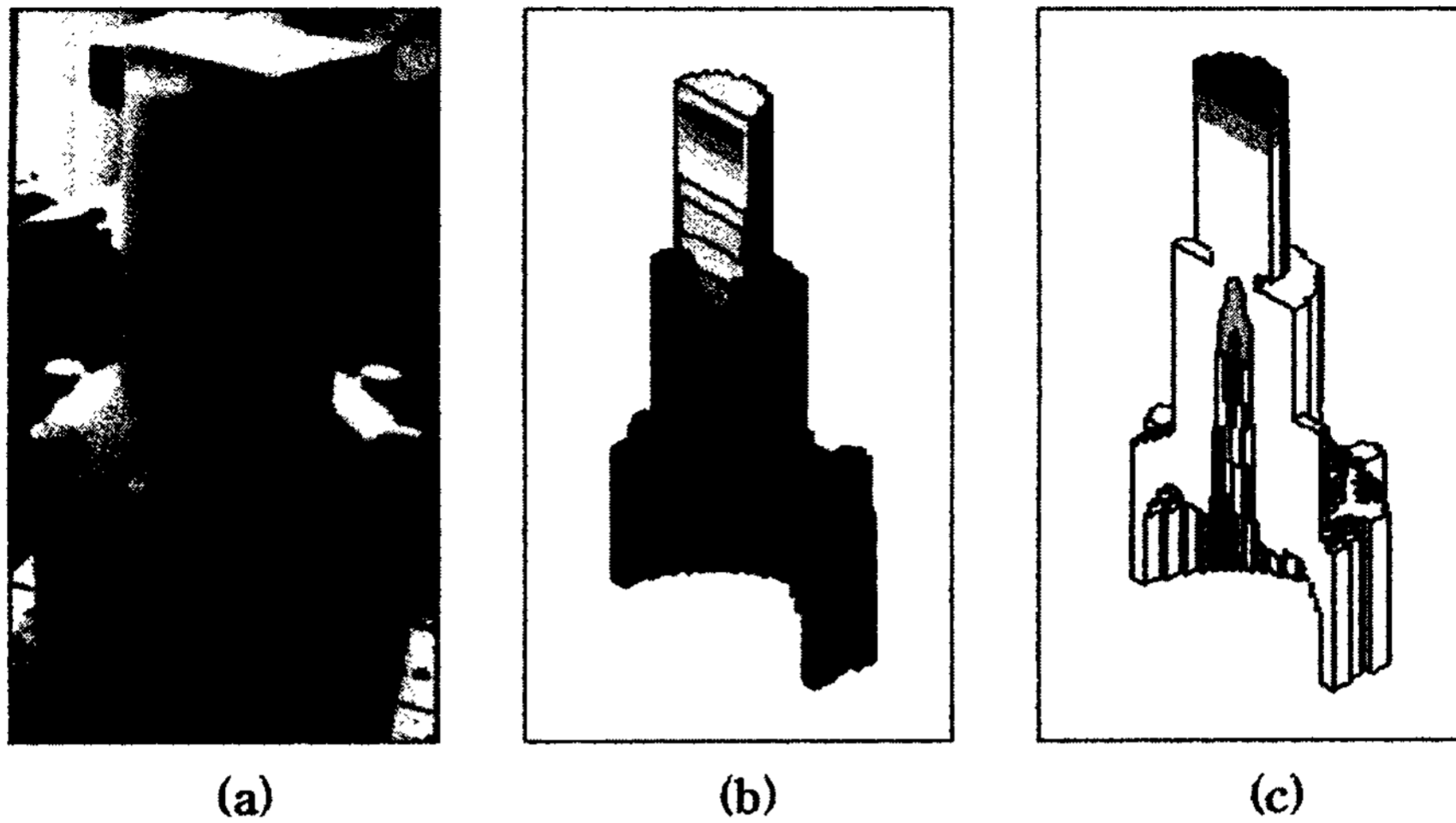


Fig. 8. Comparison between experiment and calculation results; (a) cast iron model [10], (b) solidification time contour and (c) fluid critical solid fraction.

해서 예측하는 것이 적합하다. 이에 대한 계산 결과를 그림 9(d)에 나타내었다. 이 경우 압탕 직하부의 수축공은 상대적으로 매우 작게 나타나 있는데, 이는 후육부에 대하여 일반적으로 나타나는  $G/\sqrt{R}$  파라메타의 특징이다. 그림 9(c)에서 수축공의 크기는 그림 9(a)의 실제형상과 비교해보면 고상율이 0.7~0.9의 영역과 대체로 일치하고 있음을 알 수 있다. 이는 다른 해석모델의 경우에서도 비슷하게 나타나고 있는 바 거시적으로 관찰되는 수축공의 형상을 예측하는 데는 고상율이 0.7~0.9사이의 고립된 영역이 적용되고 있다고 생각된다.

그림 10은 Al합금에 대한 실험모델[12]의 해석결과

를 나타내었다. 그림 10(c)에 유동한계고상율에 의해 결정된 잔류용탕영역을 나타내었다. 그림 10(b)의 등응고시간법의 경우에는 상부에 개방 압탕과 시편 중심부에서 각각 최종 응고부위가 예측되고 있으며, 그림 10(c)의 경우 그 위치뿐 아니라 형태 및 분포양상에 대하여 표현되어 있다. 이 경우 잔류용탕영역은 분산상의 기공이 분포하고 있을 가능성이 높다는 것을 의미하고 있다. 이에 대한 실험결과를 그림 10(a)에 나타내었다. 실험결과와 비교해보면 주물 하부쪽에서는 대체로 유사하고 주물 중심부에서는 실험결과 나타난 기공이 약간 더 압탕쪽에 가깝게 분포하고 있음을 알 수 있다. 이는 유동한계고상율의 기본개념으로부터

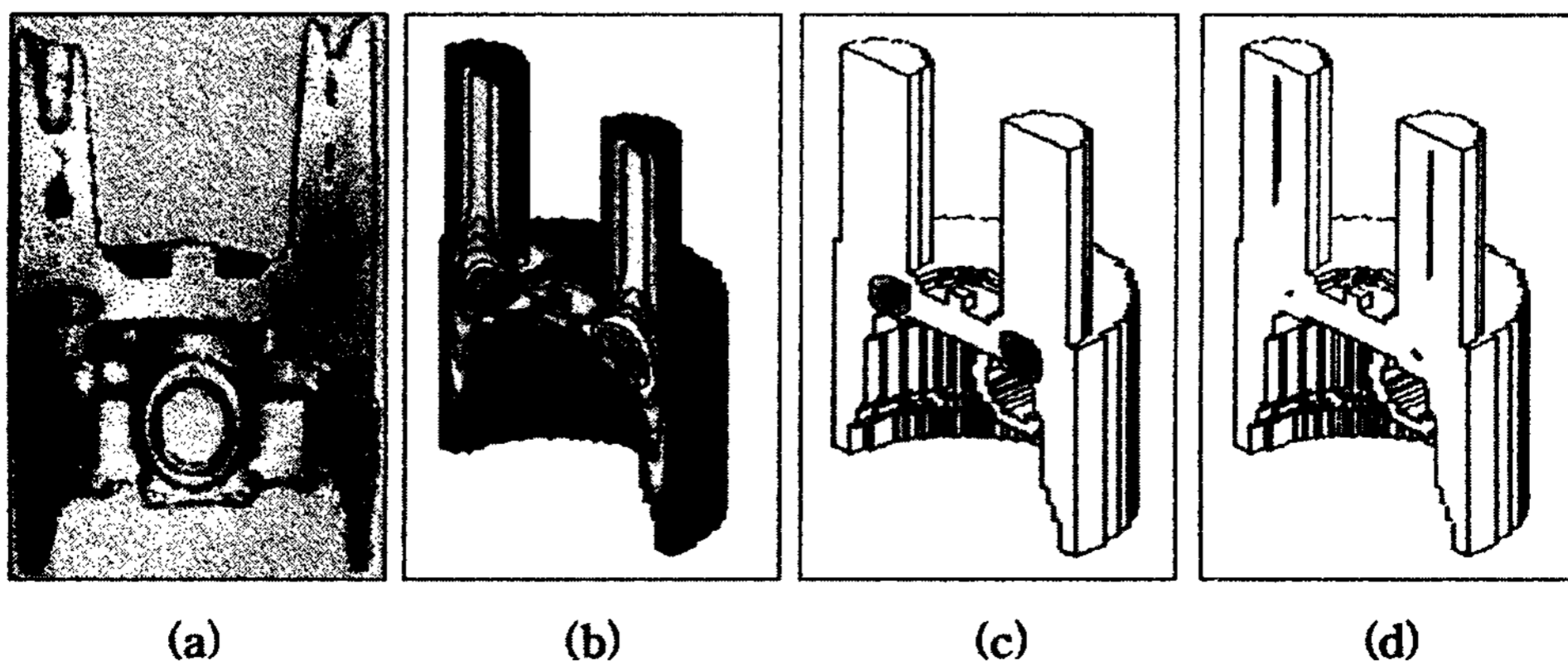


Fig. 9. Shrinkage defects (a) formed in cast structure of Al alloy [11], (b) predicted by solidification time contour method, (c) predicted by fluid critical solid fraction method and (d) predicted by Niyama criteria ( $G/\sqrt{R}$ ) [2, 7].

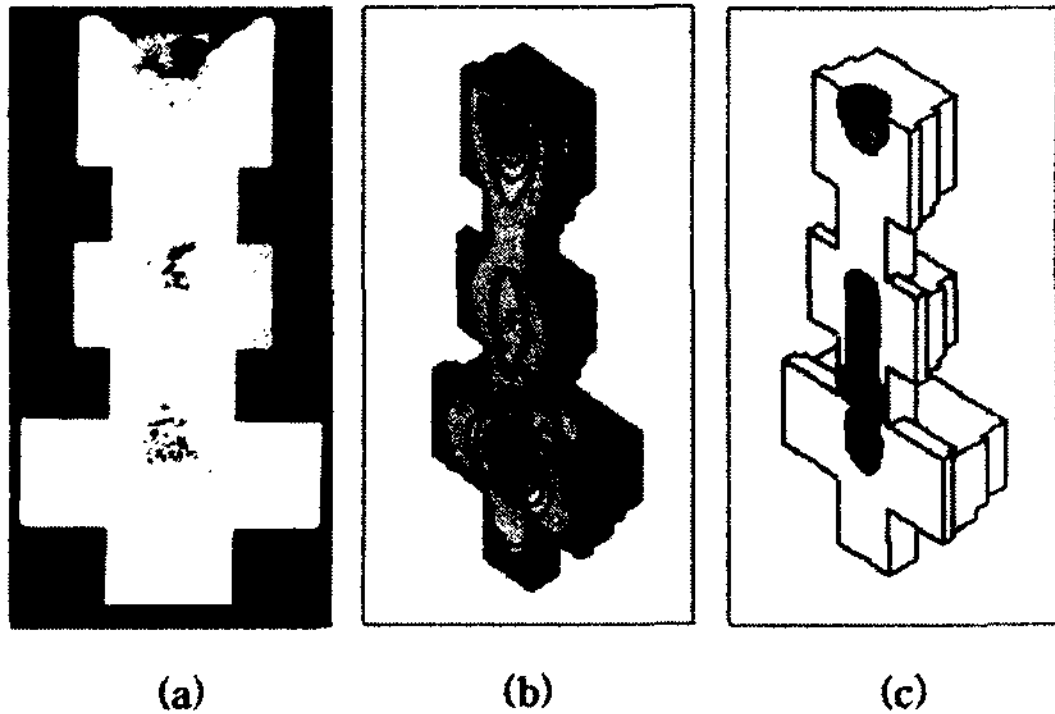


Fig. 10. Shrinkage defects (a) formed in cast structure of Al alloy [12], (b) predicted solidification time contour method and (c) predicted by fluid critical solid fraction method.

그 이유를 이해할 수 있다. 임의의 시간에 대하여 형성되는 유동한계고상율의 페루프로부터 용탕이 유동 가능한 범위를 계산 한 후 용탕이 중력에 의해 하강하는 것을 고려하면 실제로는 그 페루프의 상부에서 수축공이 발생한다. 그러므로 수치해석에서 예측되는 수축공의 위치와 그 크기는 형상에 따라 실제주물의 그것과 약간의 차이가 발생할 수 있다. 종종 응고해석 시 압탕부 및 후육부에서 예측되는 수축공의 위치가 실제보다 약간 하부 또는 후육부의 중심에 있게 된다. 이러한 점을 고려하기 위해서는 액상의 유동도를 고려하여 수치해석하는 것이 필요하다. 그러나 이 경우 각종 주물에 대한 온도에 따른 고상율 및 유동도의 거동등에 대하여 데이터가 필요할 뿐 아니라 그에 따라 계산시간이 많이 소요된다.

표 2에 등응고시간법, Niyama criteria 및 유동한계 고상율법에 대하여 비교하여 나타내었다. 등응고시간법은 거시적인 수축공의 생성위치를 예측하는데는 유효하나 그 형상에 대하여 알 수 없다. 유동한계 고상율법은 수축공의 생성위치 뿐 아니라 그 형상과 양에

대하여 예측할 수 있으므로 보다 정량적인 접근 방법이라고 할 수 있다. 두께에 대한 길이가 긴 형상의 경우 페루프가 생성되지 않으면서 중심선수축이 생성될 수 있는데, 이는 Niyama criteria를 사용하므로써 예측할 수 있으므로 유동한계 고상율법에 병행되어 적용되면 실용적으로 매우 효과적이라고 판단된다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 유동한계 고상율을 이용한 주물의 수축공 예측에 대하여 연구하였으며 수축공의 형상 및 크기를 예측하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 수축공의 최종응고점을 예측하는 기존의 유동한계고상율법을 기본개념으로하여 임의의 위치에서 발생할 수 있는 수축공의 생성을 예측할 수 있는 새로운 유동한계고상율법을 제안하였다. 본 연구에서는 유동한계고상율을 0.7을 적용하였으며, 여러 합금계에 대하여 적용이 가능하다는 것을 알 수 있었다.

(2) 등응고시간법에 의하면 페루프의 생성에 의해 수축공의 발생여부 및 그 위치만이 판단되지만, 유동한계고상율법은 수축공이 발생가능한 영역을 나타내므로 수축공의 형상을 예측하는데 매우 효과적이다.

(3) 유동한계고상율 파라메타와 shrinkage potential을 조합하여 보다 정량적인 수축공의 예측이 가능하였다.

(4) 액상선온도와 고상율과의 관계는 수축공의 예측에 중요한 영향을 미치고 있음을 알 수 있었으며, 2차분포보다는 선형관계로 해석하는 것이 실제결과에 잘 적용되었다.

(5) 이상과 같은 연구결과로부터 중력의 영향을 고려한 응고수축, 수지상정간의 탕류, 온도에 대한 고상율의 정확한 데이터, 온도의존성을 갖는 열물성치 등을 고려하여 수치해석하므로써 보다 정확하고 정량적

Table 2. Comparison of various numerical methods for the prediction of casting defects

	Solidification time method [4]	Niyama criteria [2, 7]	Present modified critical fluid solid fraction method
Position of defect			
■ Macro shrinkage	○	△	○
■ Distributed porosity	×	×	○
■ Centerline shrinkage	×	○	×
Shape of shrinkage	×	×	○

\*○: Good, △: Normal, ×: Bad

인 수축공 예측이 가능할 것으로 기대된다.

### 참 고 문 헌

[1] 김지준 : 연세대학교 박사학위 논문 (1996).

[2] 이재경, 최정길, 홍준표 : 구조, 제18권 제1호 (1998) 77.

[3] I. Imafuku, K. Chijiwa : AFS Transactions, 83-09 (1983) 463.

[4] I. Imafuku, K. Chijiwa : AFS Transactions, 83-10 (1983) 527.

[5] 大中逸雄 : コンピュータ 傳熱 · 凝固解析入門, 丸善株式會社 (1984) 200.

[6] C. P. Hong, T. Umeda and Y. Kimura : IMONO, vol. 61 (1989) 808.

[7] E. Niyama, T. Uchida, M. Morikawa and S. Saito : IMONO, vol. 54, 8 (1982) 3.

[8] P. N. Hansen, P. R. Sahm and E. Flender : AFS Transactions 93-51 (1993) 443.

[9] I. Ohnaka, Y. Mori, Y. Nakasaka and T. Fukusaka : IMONO, 53, vol. 53, 12 (1981) 17.

[10] 한국생산기술연구원 : 컴퓨터를 이용한 구조기술 지원 사례집 (1996).

[11] MAGMA Giessereitechnologie GmbH : MAGMASOFT User's Tutorial Manual (1997).

[12] 이상목, 이영철, 최정길, 홍준표 : 구조, 제18권 제2호 (1998) 190.