

## 평다이를 사용한 편심 압출가공에서의 비유동 영역의 형상과 굽힘 속도 분포에 관한 상계해석

김진훈\* · 진인태\*\*

(1998년 2월 2일 접수)

### An Upper Bound Analysis of the Shapes of the Dead Metal Zone and the Curving Velocity Distribution in Eccentric Plane Dies Extrusion

Jin Hoon Kim and In Tai Jin

#### Abstract

The kinematically admissible velocity field is developed for the shapes of dead metal zone and the curving velocity distribution in the eccentric plane dies extrusion. The shape of dead metal zone is defined as the boundary surface with the maximum friction constant between the deformable zone and the rigid zone. The curving phenomenon in the eccentric plane dies is caused by the eccentricity of plane dies. The axial velocity distribution in the plane dies is divided into the uniform velocity and the deviated velocity. The deviated velocity is linearly changed with the distance from the center of cross-section of the workpiece. The results show that the curvature of products and the shapes of the dead metal zone are determined by the minimization of the plastic work and that the curvature of the extruded products increases with the eccentricity.

**Key Words** : Extrusion(압출), Upper Bound Method(상계법), Dead Metal Zone(비유동 영역), Eccentricity(편심), Plane dies(평다이), Curvature(곡률)

#### 1. 서론

평다이의 출구단면 형상이 원형이지만 출구 단면의 중심이 유동영역의 입구단면과 편심이 되어져 있는 경우는 비축대칭 압출로 볼 수 있으므로 비축대칭 압출가공해석의 3차원 속도장구성이 필요하다. 유동영역의 입출구 단면의 중심이 다른 평다이의 비유동영역의 형상과 다이내

부의 소성유동의 속도분포는 소성일 최소일의 원리에서 결정될 수 있다. 편심이 있는 경사형 다이의 압출 굽힘해석으로는 저자등에 의해 T형의 단면을 가진 편심압출가공에 대해서 동적가용속도장을 제안하고 상계해법에 의한 굽힘현상에 대해서 해석한 바를 발표한 적이 있다.<sup>(1)</sup> 그리고 원형과 사각형단면의 편심압출공정에서의 굽힘해석을 경사형다이를 사용하여 임의 형상에도 적용될수있음을 발

\* 부경대학원 기계공학과  
\*\* 부경대학교 기계·자동차공학부

표한 적이 있다.<sup>(2,3)</sup>

이에 앞서, 3차원 이형재 압출공정의 해석으로는, Nagpal등이 흐름 함수법을 이용하여 타원단면재의 압출가공 해석을 행한 바가 있고,<sup>(4)</sup> Yang등은 임의의 형상압출에서 3 차원 동적가용속도장을 구하여 이형재(異形材)의 압출가공해석을 행한 바 있다.<sup>(5)</sup>

또한, Gunasekera등은 원형빌렛으로부터 다각형단면재로 압출가공의 해석을 흐름함수법에 의해 수행한 바 있으며,<sup>(6)</sup> 최근 木内 등에 의해 압출가공에 관한 상계해법을 이용한 범용성이 높은 해석 수법이 개발되어 종래 얻을 수 없던 계산결과를 계통적으로 얻은바 있다.<sup>(7)</sup>

본 연구는, 편심된 평다이의 압출가공시에 발생하는 다이나미의 소재의 비유동영역을 예측하기 위해 두 개의 단을 가진 굽힘 동적 가용속도장을 제시하였다. 이러한 비유동영역을 예측하기 위해서는 평다이 내부의 임의의 비유동영역을 가정하여 그때마다 발생하는 압출압력을 계산하여 최소 압력을 주는 형상을 찾을 수가 있었다. 또한 유동 영역의 입출구측의 중심편차량에 따라 제품의 굽힘이 발생하는데, 이에 따른 굽힘의 곡률과 비유동 영역을 변수로 하여 굽힘발생의 속도분포와 비유동영역이 결정되어지도록 하였다.

## 2. 비유동 영역을 고려한 3차원 동적 가용 굽힘 속도장의 구성

### 2.1 편심압출 굽힘속도장의 구성

다이 출구에 있어서 제품의 굽힘현상은 축방향속도가 균일하지 않고 Fig. 1처럼 선형적으로 편차 되어진 속도 분포에 의해서 발생한다. 따라서 속도장의 구성의 기본개념은 다음과 같다. Fig. 2의 그림과 같이 출구면의 형상과 비유동경계면 내부의 소재의 유동 속도분포를 다음과 같이 구성한다. 우선, 축방향속도  $V_y(r, \phi, y)$ 을 식 (1)과 같이 평균속도  $\bar{V}_y(y)$ 와 편차속도  $\Delta V_y(r, \phi, y)$ 로 나누

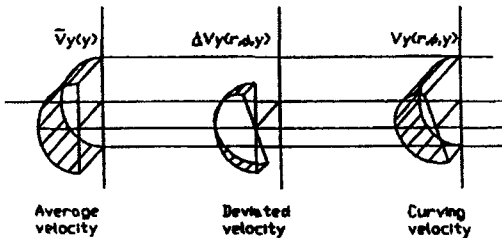


Fig. 1 Curving velocity distribution at dies exit section

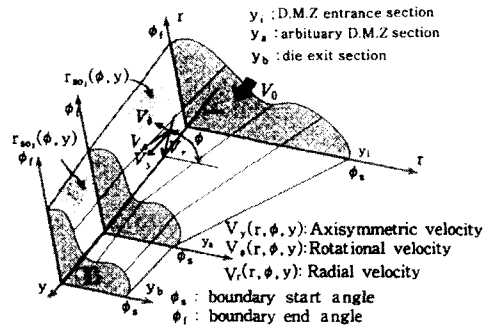


Fig. 2 Generalized analytical model of non-axisymmetric extrusion with two stage

어 생각할 수 있다.

$$V_y(r, \phi, y) = \bar{V}_y(y) + \Delta V_y(r, \phi, y) \quad (1)$$

체적흐름일정의 조건식으로부터 평균속도  $\bar{V}_y(y)$ 는 식 (2)와 같이 정식화될 수 있다.

$$\bar{V}_y(y) = V_0 \cdot \frac{\int_{\phi_s}^{\phi_f} r_{so}^2(\phi, y_i) \cdot d\phi}{\int_{\phi_s}^{\phi_f} r_{so}^2(\phi, y) \cdot d\phi} \quad (2)$$

편차속도  $\Delta V_y(r, \phi, y)$ 의 분포는 중심으로부터 거리  $D(r, \phi, y)$ 와 비례상수  $Q(y)$ 의 함수의 곱에 의해 식 (3)과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta V_y(r, \phi, y) &= D(r, \phi, y) \cdot Q(y) \\ &= \{r \cdot \cos \phi - EC(y)\} \cdot Q(y) \end{aligned} \quad (3)$$

Fig. 3을 보면, 이 편차속도  $\Delta V_y$ 는 축에 수직인 단면상에 대한 축방향속도의 편차를 나타낸다. 위의 식(3)에서  $EC(y)$ 는 다이단면 중심의 이동궤적이다. 다이출구면상에 대한 이 편차속도의 분포가 제품에 굽힘을 발생시키게 된다. 이 경우 편차속도는 단면의 중심으로부터 선형적으로 변하는 분포형태를 가지게 되며, 또한 이 편차속도의 평균속도는 식(4)를 만족하지 않으면 안된다.

$$\begin{aligned} &\int_{\phi_s}^{\phi_f} \int_0^{r_{so}(\phi, y)} \Delta V_y(r, \phi, y) \cdot r \cdot dr \cdot d\phi \\ &\times \frac{1}{\int_{\phi_s}^{\phi_f} r_{so}^2(\phi, y) \cdot d\phi} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

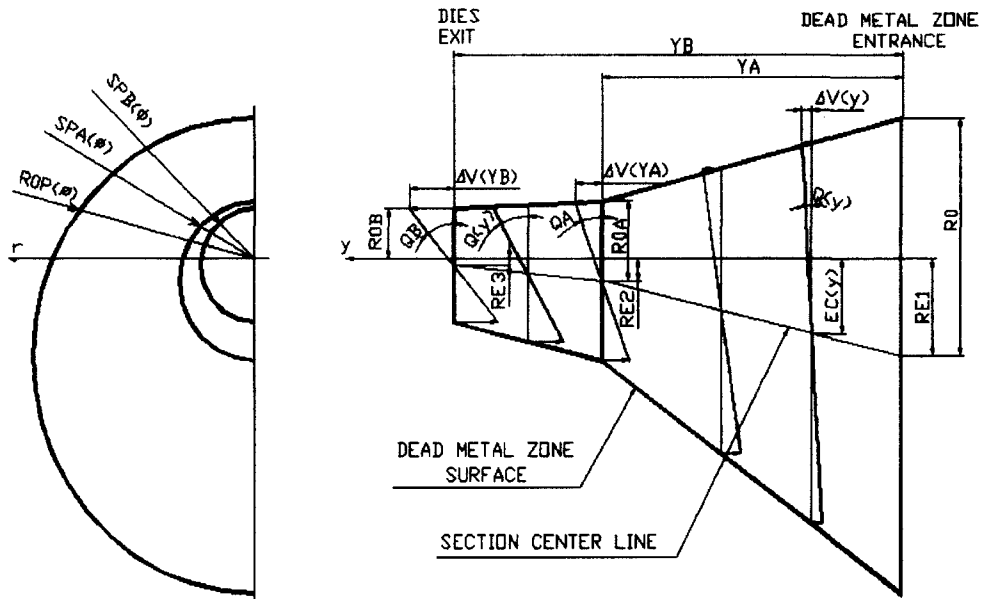


Fig. 3 Axial velocity distribution at each stage

상기의 굽힘속도장을 얻기 위하여 3차원 동적가속도 장으로부터  $V_\phi(r, \phi, y)$ 와  $V_r(r, \phi, y)$ 을 식(5), 식(6)과 같이 구성하는 것이 가능하다.

$$\begin{aligned}
 V_\phi(r, \phi, y) &= r \cdot \omega(\phi, y) \\
 &= -\frac{r}{\int_0^{r_{so}(\phi, y)} r \cdot dr} \times \left[ \int_0^\phi \left\{ \int_0^{r_{so}(\phi, y)} r \cdot \frac{\partial V_y(r, \phi, y)}{\partial y} \cdot dr \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + r_{so}(\phi, y) \cdot V_y(r_{so}(\phi, y), \phi, y) \cdot \frac{\partial r_{so}(\phi, y)}{\partial y} \right\} \cdot d\phi \right] \quad (5) \\
 V_r(r, \phi, y) &= -\frac{1}{r} \cdot \int_0^r \left\{ r \cdot \frac{\partial V_y(r, \phi, y)}{\partial y} + \frac{\partial V_\phi(r, \phi, y)}{\partial \phi} \right\} \cdot dr \quad (6)
 \end{aligned}$$

## 2.2 비유동영역의 형상

비유동영역의 형상  $r_{so}(\phi, y)$ 를 다이출구 단면형상  $SPB(\phi)$ 와 비유동영역 입구단면 형상  $R_0(\phi)$ 를 Fig. 3과 같이 2단계로 나누어 선형으로 연결하여 다음 식과 같은 직선형 비유동 영역의 경계면 방정식 식(7), (8)을 얻을수 있다. 여기서,  $SPA(\phi)$ 는 중간단계의 비유동영역의 임의형상변수이다.

$$\begin{aligned}
 a) \quad 0 < y < YA \\
 r_{so}(\phi, y) &= \frac{SPA(\phi) - R_0(\phi)}{YA} \cdot y + R_0(\phi) \quad (7)
 \end{aligned}$$

b)  $YA < y < YB$

$$\begin{aligned}
 r_{so}(\phi, y) &= \frac{SPB(\phi) - SPA(\phi)}{YB - YA} \\
 &\quad \cdot (y - YA) + SPA(\phi) \quad (8)
 \end{aligned}$$

## 2.3 유동영역내의 편차속도구배

편차속도 구배를 나타내는 비례상수  $Q(y)$ 의 경계조건은  $Q(0) = 0$ 이고, 유동영역입구단면의 압출방향속도구배가 없는 강소성 경계면의 조건을 만족한다. 한편, 출구단면에서의 압출방향 속도구배  $Q(YB) = QB$ 와 임의의 형상 변수 단면에서의 편차속도구배 비례상수  $Q(YA) = QA$ 는 소성일을 최소로 하는 조건으로부터 결정되어진다. 그리고, 2단으로 나누어진 유동영역내의 각 단에 있어서 편차속도의 구배의 크기는 비유동영역의 형상에 따라 결정 되어지며 여기서는, 비유동영역의 형상이 선형적으로 변하기때문에 편차속도의 구배는  $y$ 의 일차함수 식(9)와 같이 표현된다. 또한, 유동영역 중심의 이동 궤적  $EC(y)$ 는 비유동 영역의 형상과 같이 선형적으로 변화하기 때문에 식(10)과 같다.

a)  $0 < y < YA$

$$Q(y) = \left( \frac{QA}{YA} \right) \cdot y$$

b)  $YA < y < YB$

$$Q(y) = \left( \frac{QB - QA}{YB - YA} \right) \cdot (y - YA) + QA \quad (9)$$

a)  $0 < y < YA$

$$EC(y) = \left( \frac{RE2 - RE1}{YA} \right) \cdot y + RE1$$

b)  $YA < y < YB$

$$EC(y) = \left( \frac{RE3 - RE2}{YB - YA} \right) \cdot (y - YA) + RE2 \quad (10)$$

### 2.4 소성일

도출된 3차원 동적 가용속도장으로부터 변형을 속도장 구해지고 내부일  $\dot{W}_i$ , 전단 변형일  $\dot{W}_s$ , 마찰일  $\dot{W}_f$  및 전 소성일  $\dot{W}$ 가 다음과 같이 산출된다.

$$\dot{W}_i = \int_{V_p} \bar{\sigma} \cdot \dot{\epsilon} \cdot dV \quad (11)$$

$$\dot{W}_s = \int_s \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \bar{\sigma} \cdot \Delta V_s \cdot dS \quad (12)$$

$$\dot{W}_f = \int_f \frac{m}{\sqrt{3}} \cdot \bar{\sigma} \cdot \Delta V_f \cdot dA \quad (13)$$

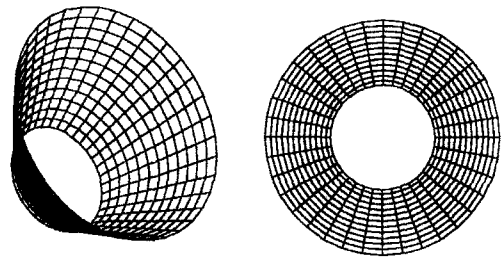
$$\dot{W} = \dot{W}_i + \dot{W}_s + \dot{W}_f \quad (14)$$

여기서,  $\bar{\sigma}$ 는 피가공재의 변형저항,  $\dot{\epsilon}$ 는 상당변형률 속도,  $V_p$ 는 소성역,  $s$ 는 전단면,  $f$ 는 마찰경계면을 나타내고,  $V_s$ ,  $V_f$ 는 각각  $s$ ,  $f$  상에서의 상대 미끄럼 속도,  $m$ 는 마찰상수이며 여기서는 비유동 영역의 경계면이므로 최대값  $m=1.0$ 으로 계산한다.  $dV$ 는 피가공재의 미소체적,  $dS$ 는  $s$ 상의 미소면적,  $dA$ 는  $f$ 상의 미소면적을 나타낸다.

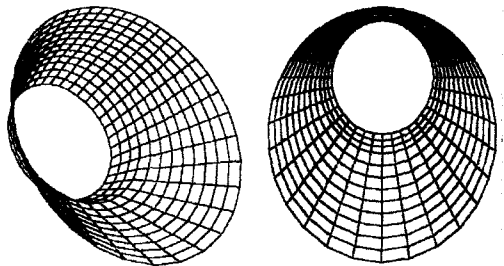
## 3. 해석결과 및 고찰

### 3.1 비유동영역의 형상해석결과

비유동영역의 경계면 형상을 구하기 위하여 비유동영역이 시작되는 단면을 유동영역의 입구면으로 가정하여 다이출구면까지의 비유동영역의 경계면 형상을 3차원으로 도시하면 Fig. 4와 같고, 2차원으로 도시하면 Fig. 5, Fig. 6, Fig. 7, Fig. 8과 같다.



a) RE1=0mm, YB=40mm



b) RE1=18mm, YB=40mm

Fig. 4 The boundary surface of Dead Metal Zone

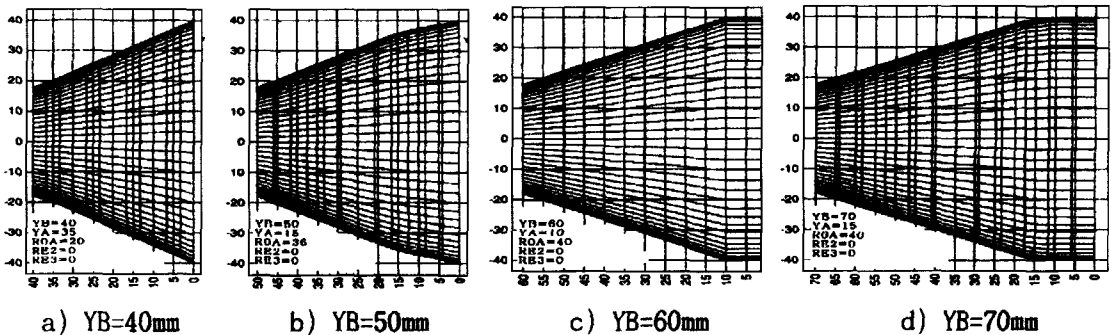


Fig. 5 Dead Metal Zone of plane dies (RE1=0mm)

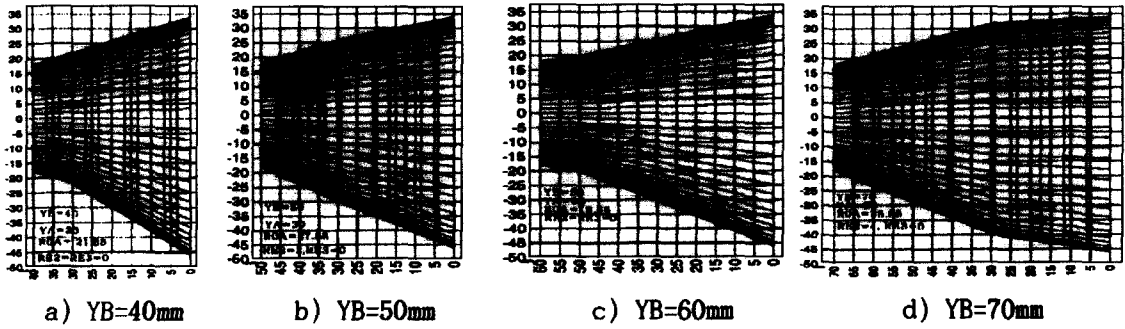


Fig. 6 Dead Metal Zone of plane dies (RE1=6mm)

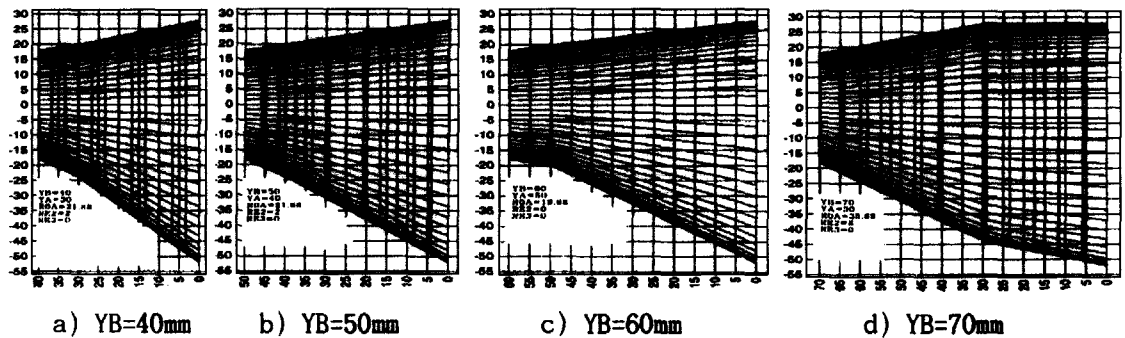


Fig. 7 Dead Metal Zone of plane dies (RE1=12mm)

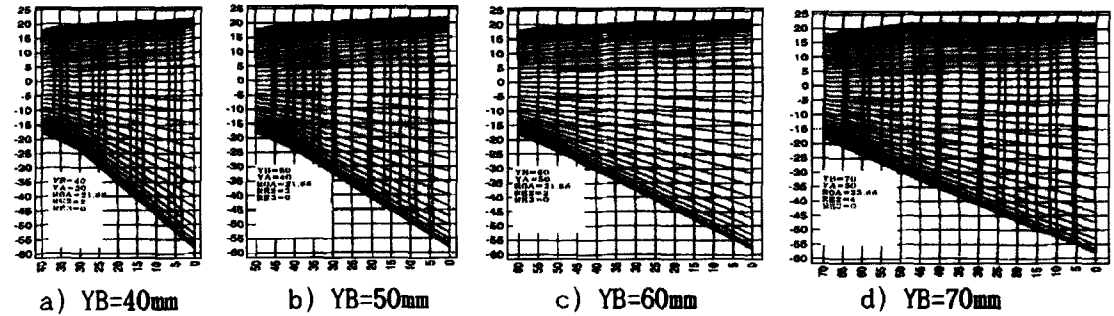


Fig. 8 Dead Metal Zone of plane dies (RE1=18mm)

### 3.2 유동영역내의 굽힘속도분포해석결과

Fig. 9와 Fig. 10은 중심편차량이 각각 12, 18 mm일 때, 비유동영역의 길이(YB)가 40, 50, 60, 70 mm 일때의 속도벡터이며, Fig. 11과 Fig. 12는 같은 조건하에서 축방향속도분포를 등고선분포로 나타낸 것으로 굽힘속도장이 형성되었음을 보여주고 있다.

### 3.3 중심편차량과 편차속도구배

Fig. 13은 중심편차량에 따른 출구측 단면의 편차속도구배(QB)를 보여준다. 중심편차량이 클수록 속도구배가 큼을 알수있다.

### 3.4 중심편차량과 압출압력과의 관계

Fig. 14는 평다이어에서 압출압력과 중심편차량과의 관계

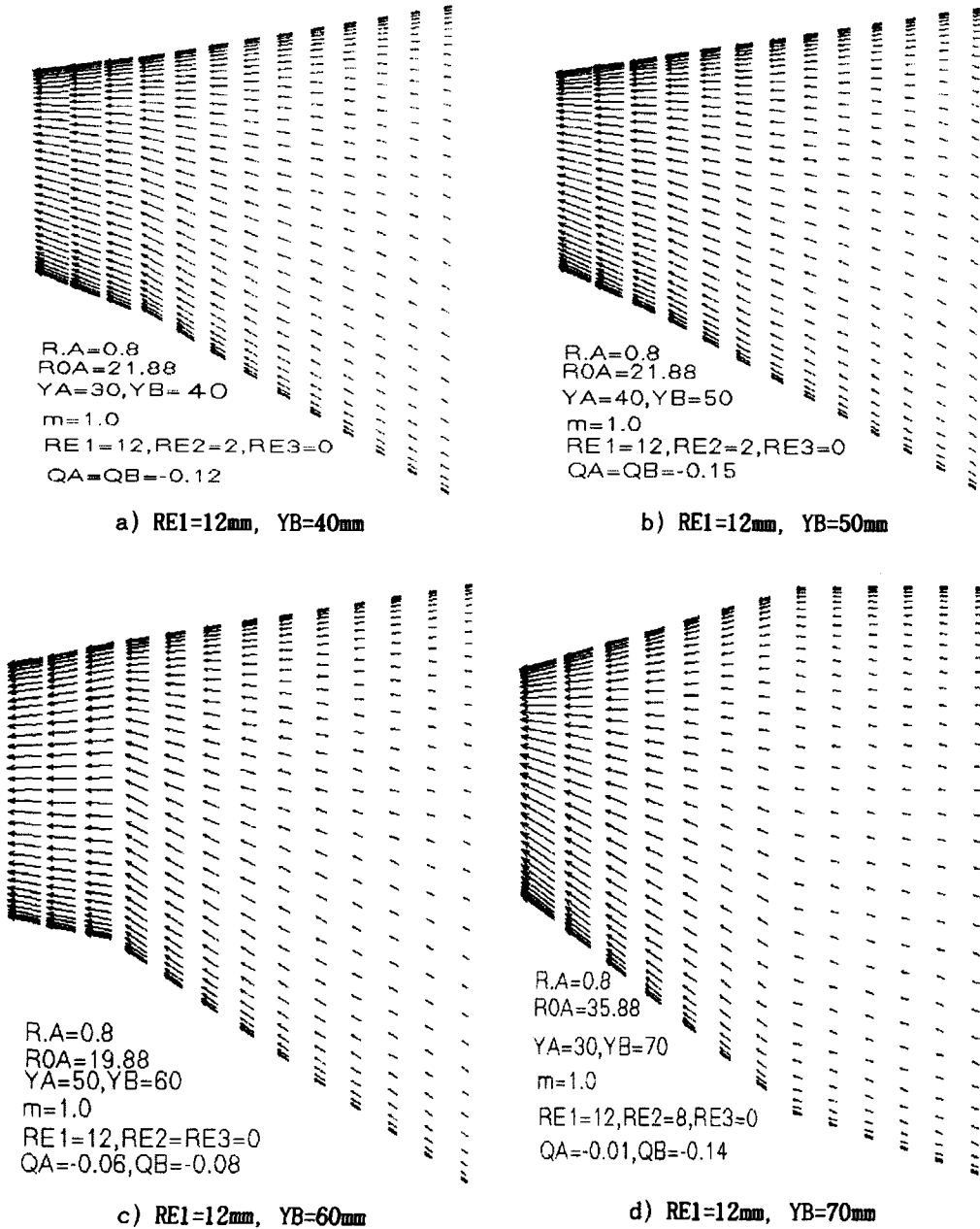


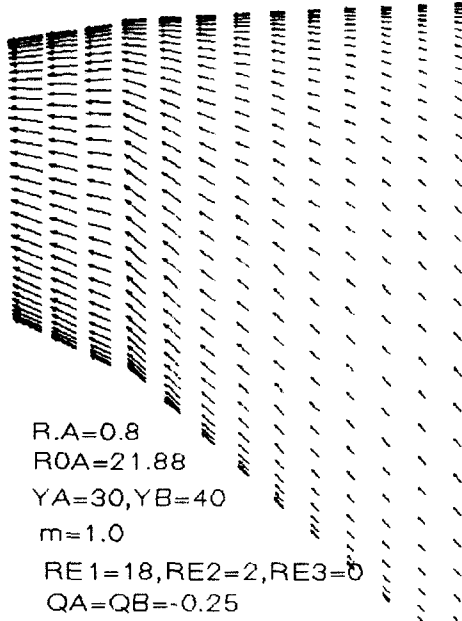
Fig. 9 Vector plot of the velocity on D.M.Z boundary surface ( $RE1=12\text{mm}$ )

이다. 중심편차량이 클수록 압출 압력이 큼을 알 수 있다.

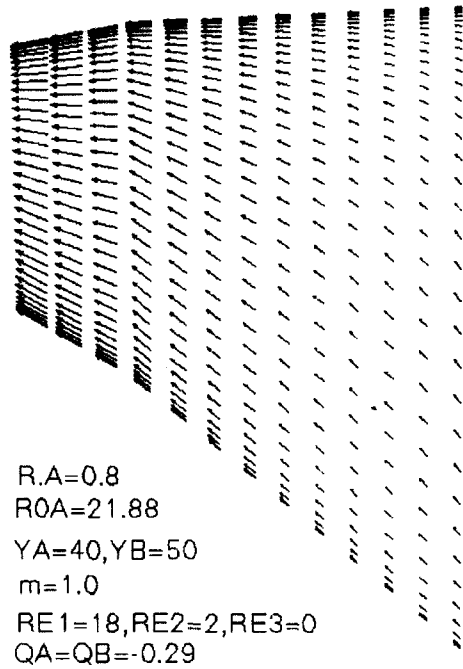
3.5 DEFORM™-3D에 의한 평다이를 사용한 압출 가공의 굽힘해석

Fig. 15는 소성가공 전용 솔버(Solver)인 DEFORM™-

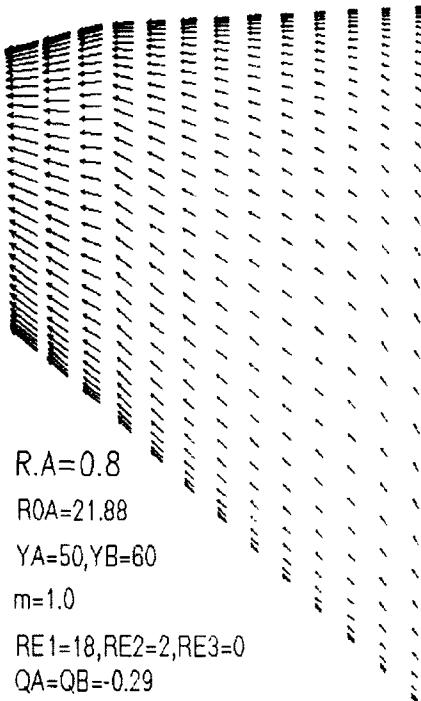
3D 의한 다이길이 5 mm, 랜드(Land)길이 5 mm 그리고, 중심편차량 7 mm인 평다이의 해석 결과로써 굽힘이 발생함을 알 수 있으며 편심이 굽힘발생의 원인임을 확인할 수 있었다.



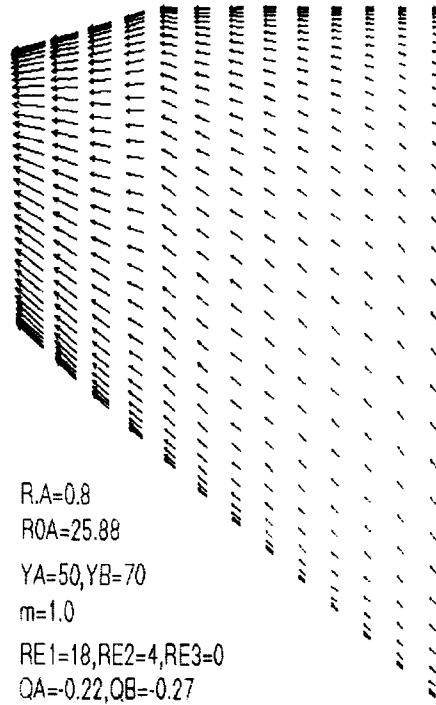
a)  $RE1=18mm, YB=40mm$



b)  $RE1=18mm, YB=50mm$



c)  $RE1=18mm, YB=60mm$



d)  $RE1=18mm, YB=70mm$

Fig. 10 Vector plot of the velocity on D.M.Z boundary surface ( $RE1=18mm$ )

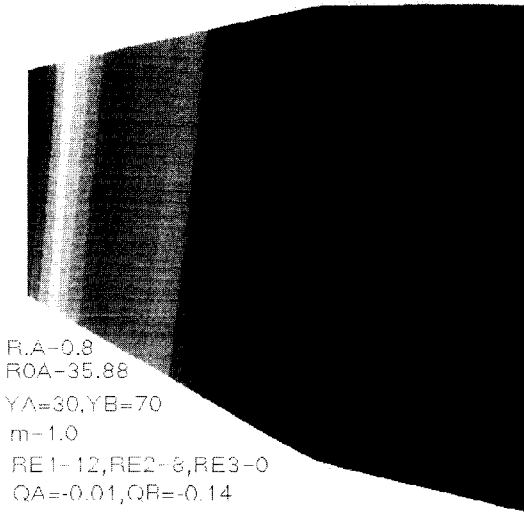


Fig. 11 Contour plot of the axial velocity (RE1=12mm, YB=70mm)

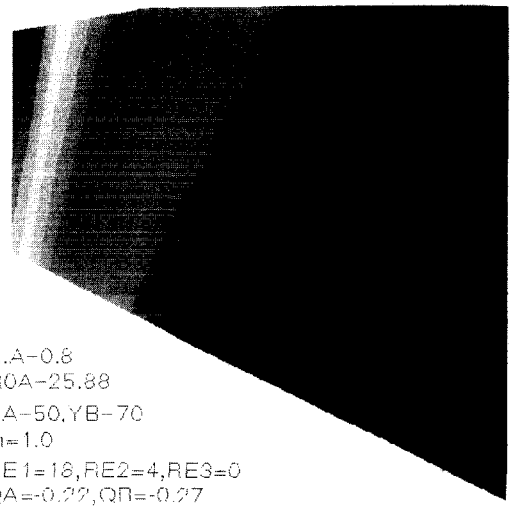


Fig. 12 Contour plot of the axial velocity (RE1=18mm, YB=70mm)

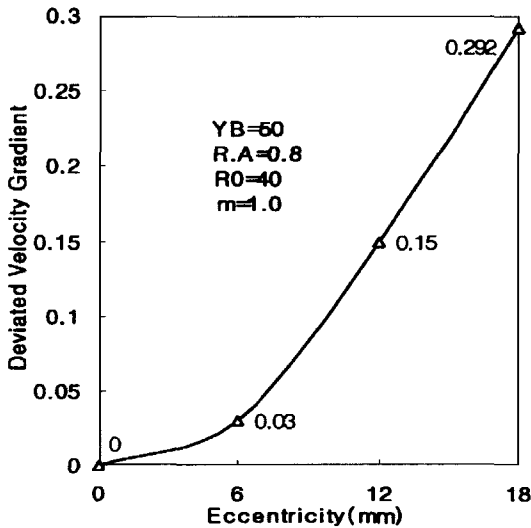


Fig. 13 Relation of deviated velocity gradient and Eccentricity

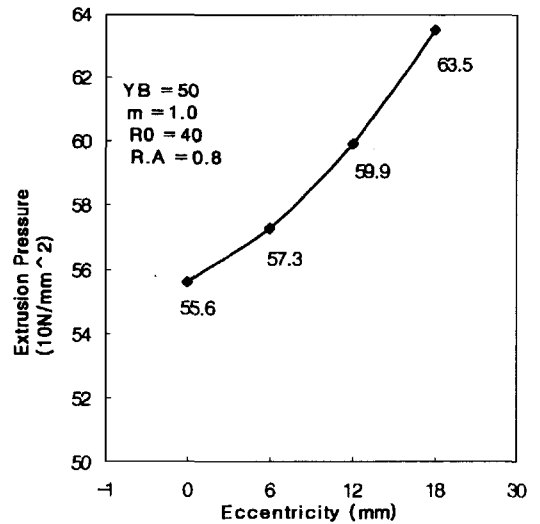


Fig. 14 Relation of Eccentricity and Extrusion pressure

#### 4. 결론

평다이를 통과하는 이형재의 압출시에 다이 내부의 피가공재중의 비유동영역(dead metal zone)과 그에 따른 굽힘을 예측하기 위하여 가공중에 굽힘현상을 설명할 수 있는 2단(two stage)으로 된 동적가용속도장을 구성하였다. 편차속도의 구배와 양 그리고, 비유동 경계면형상을 변수로 하여 소성일을 최소화 하는 비유동영역의 경계형상과



Fig. 15 The result of DEFORM™-3D Simulation (Land=5mm, Die length=5mm)



편차속도 구배를 구하여 압출가공중에 발생하는 평다이 내부의 비유동영역과 굽힘현상을 예측 가능하도록 하였다. 또한 이 비유동영역의 경계면 형상을 도식적으로 구할수 있으며, 비유동영역경계면상에서의 속도분포를 가시화 할 수 있었다. 그리고, 평다이를 사용한 원형단면의 편심압출에서 편심이 굽힘발생의 주요 변수임을 확인하였다.

### 참고문헌

- (1) 木内學, 陳仁泰, 1996, "押出しT形の曲がり豫測", 塑性加工, Vol.37, No.426, p.711.
- (2) 진인태, 1995, "원형제품의 압출가공시 제품의 굽힘 현상에 관한 연구", 부산공업대학교 논문집, 제37집, pp.371~380.
- (3) 진인태, 최제찬, 1997, "사각형 단면의 편심 압출시 제품의 굽힘현상에 관한 연구", 한국소성가공학회지, Vol.6, No.1, pp.46~52.
- (4) Nagpal, V., 1974, "General Kinematically Admissible Velocity Field for Some Axisymmetric Problems", Jnal. Eng. for Industry, Trans. ASME, Vol.96, pp.1197~1201.
- (5) Yang, D.Y., Han, C. H. and Kim, M.U., 1986, "A Generalized Method for Analysis of Three Dimensional Extrusion of Arbitrarily shaped Section", Int. J. Mech. Sci., Vol.1.28, No.8, pp.517~534.
- (6) Gunasekera, J. S and Hoshino, s., 1982, "An Upper Bound Approach on Deformation of Two-phase Materials in Uniaxial Tension", Trans. ASME, Ser.B, Vol.104, No.2, p.38.
- (7) 木内學, 星野倫彦, 飯島戊男, 1989, "異形材の押出し加工における非定常変形の解析", 塑性と加工, Vol.30, No.336, p.43.