

## 박판성형공정의 유한요소해석을 위한 드로우비드 전문모델 개발 (2부: 모델링)

금영탁\* · 이재우\*\*

(1997년 8월 6일 접수)

## Development of Drawbead Expert Models for Finite Element Analysis of Sheet Metal Forming Processes(Part 2: Modeling)

Y.T. Keum and J.W. Lee

### Abstract

An expert drawbead model is developed for the finite element analysis of stamping processes. The expert model calculates drawbead restraining forces and bead-exit thinnings with the forming conditions and drawbead size. The drawbead restraining forces and bead-exit thinnings of a circular drawbead and stepped drawbead are computed by mathematical models and corrected by the multiple linear regression method, based on experimental measurements. The squared drawbead preventing the sheet from drawing-in inside die cavity is assumed to have a very huge drawbead restraining force and no pre-strain just after drawbead. The combined beads are considered as a combination of basic drawbeads such as circular a drawbead, stepped drawbead, and squared drawbead so that the drawbead restraining forces and bead-exit thinnings are basically sum of those of basic drawbeads.

**Key Words :** Expert Model(전문모델), Drawbead(드로우비드), Sheet Metal Forming Analysis (박판성형해석), Drawbead Restraining Force(드로우비드 저항력)

### 1. 서 론

박판 성형공정중에 마찰, 블랭크 가압력, 금형 형상 등 의 공정변수들이 계속 변하기 때문에 설계된 드로우비드는 트라이아웃 과정에서 수정되는 경우가 대부분이다. 따라서 금형 개발단계에서 대부분의 시간을 소요하는 금형 트라이아웃 기간을 줄이기 위하여 설계 단계에서 드로우비드의 적부를 정확하게 판단하는 것이 매우 중요하다.

이를 위하여 드로우비드에 대한 설계자의 경험적 지식뿐만 아니라 실험과 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 얻은 지식들을 설계에 적용할 수 있도록 데이터베이스화하는 것이 필요하다. 또한 비드의 설계변수에 따른 비드의 인출특성을 예측할 수 있는 이론을 정립하는 것이 필요하다.

금형설계해석을 위한 박판 성형해석 프로그램에서 드로우비드 저항력은 해의 정확도에 큰 영향을 주기 때문에 현장에서 사용되는 드로우비드에 대한 정확한 평가는 많

\* 한양대학교 CPRC

\*\* 한양대학교 대학원(현재 삼성중공업 근무)

은 성형해석자들에게 오랫동안 숙원이 되어 왔다. Nine은 <sup>(1,2)</sup> 드로우비드 저항력에 영향을 끼치는 여러 인자들을 조사하고, 원형 비드를 대상으로 드로우비드 저항력과 드로우비드부를 통과하는 소재의 상, 하부 표면의 변형률을 분포를 구하였다. 또한 Wang<sup>(3)</sup>은 원형 비드의 수학적 모델을 제시하고 굽힘, 미끄러짐, 되굽힘을 짹응력의 모멘트 평형 조건을 도입하여 비드통과 저항력을 계산하였다. Levy<sup>(4)</sup>는 가상일의 원리를 도입, 이방성과 변형률 속도의 영향을 고려하여 저항력을 예측하였으며, Weinmann<sup>(5)</sup> 등은 원형 비드부를 둘러라 생각하고 드로우비드 해석을 수행하였다. Stoughton<sup>(6)</sup>은 드로우비드를 통해 인출하는데 필요한 일과 박판을 굽히고 마찰력을 극복하기 위해 필요한 일이 같다라는 가정하에 드로우비드 모델을 제시하였다. Ujihara<sup>(7)</sup> 등은 인장, 굽힘, 인장, 되굽힘의 과정으로 분리하고 벨트식을 이용하여 드로우비드 저항력과 변형률을 구하였다.

국내에서는 서대교등이<sup>(8,9)</sup> 원형, 사각형, 그리고 계단형 비드의 인출공정을 강소성으로 유한요소해석하고 해석 결과를 실험결과와 함께 고찰하였으며, 허훈등은<sup>(10)</sup> 탄소성 유한요소법으로 원형비드 성형공정을 해석하였다.

유한요소법을 이용한 스템핑 공정의 성형해석에서 모양과 크기 그리고 종류가 다양한 드로우비드부는 경계조건이 되며, 이곳에서 드로우비드의 인출특성 즉, 비드저항력과 비드부를 빼져 나올 때의 변형률이 정의되어야 한다. 본 연구에서는 드로우비드의 인출특성이 성형공정해석에 알맞게 정의되는 드로우비드 전문모델을 개발하였다. 이를 위해 먼저, 비드 조합의 기본형이 되는 원형비드와 계단형비드 그리고 사각비드에 대하여 드로우비드 저항력과 비드 인출시 변형률을 구하는 이론식을 제안하고, 실험결과를 바탕으로 한 다중 회귀분석을 통해 이론식을 보정하였다. 다음, 원형비드와 계단형비드 그리고 사각비드의 조합으로 이루어지는 조합형 비드의 드로우비드 저항력과 변형률을 기본형비드의 이론식에서 얻은 드로우비드 저항력과 변형률의 합으로 구하였다. 끝으로, 조합형비드들 즉, 이중 원형 비드와 원형-계단형 비드에 대하여 이론에 측정과 실험 결과를 비교하여 전문모델의 타당성을 검증하였다.

## 2. 굽힘 이론

재료가 드로우비드부를 통과할 때 받는 저항력은 소재가 비드부를 빼져 나오면서 받게 되는 굽힘력, 마찰력, 그

리고 되굽힘력이 축적된 결과이다. 따라서 드로우비드 저항력을 구하기 위해서는 굽힘에 의한 재료의 가공경화, 굽힘변형중 중립면의 이동, 곡률부에서 굽힘 및 되굽힘에 필요한 굽힘력과 굽힘변형률을 계산해야 한다.

### 2.1 가공경화

평면변형률 상태의 박판재는 Hollomon의 가공경화법칙을 따르는 것으로 가정하였다.

$$\sigma = K \varepsilon^n \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right)^m = K \varepsilon^n f(\dot{\varepsilon}, \dot{\varepsilon}_0, m) \quad (1)$$

여기서  $\sigma$ 는 응력,  $\varepsilon$ 은 변형률,  $n$ 은 가공경화지수,  $\dot{\varepsilon}$ 는 변형률속도,  $\dot{\varepsilon}_0$ 는 기본변형률속도,  $m$ 은 변형률속도 민감도지수이다.

### 2.2 중립면의 이동

Fig.1과 같이 굽힘 변형을 받고 있는 한 체적요소의 힘 평형으로부터 다음과 같은 미분 방정식을 얻을 수 있다.

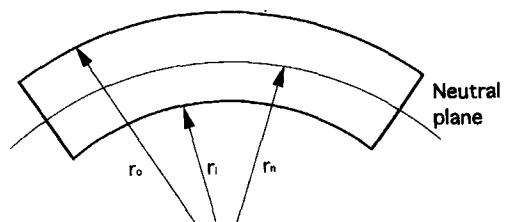


Fig. 1 Geometric description of bending segment

$$r \frac{d\sigma_r}{dr} = \sigma_\theta - \sigma_r, \quad (2)$$

여기서  $r$ 은 체적요소의 곡률반경,  $\sigma_r$ 은 반경방향응력,  $\sigma_\theta$ 는 원주방향응력이다.

소재에 굽힘이 일어날 때 소재의 바깥 부분은 인장을 받게 되며 안쪽 부분은 압축을 받게 된다. 따라서 경계가 되는 중립면의 곡률반경을  $r_n$ 으로 표시하고 인장을 받는 부분을 영역1, 압축을 받는 부분을 영역2로 나타내면, 각 영역에서 유효 응력  $\bar{\sigma}$ 는 다음과 같다.

$$\bar{\sigma} = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} (\sigma_\theta - \sigma_r), \text{ 여기서 } \begin{cases} +: & \text{영역1} \\ -: & \text{영역2} \end{cases} \quad (3)$$

또한 유효 변형률  $\bar{\varepsilon}$ 는 다음과 같다.

$$\bar{\varepsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \varepsilon_\theta, \text{ 여기서 } \begin{cases} \varepsilon_\theta = \varepsilon_{\theta 1} = \ln \frac{r}{r_n} : \text{영역1} \\ \varepsilon_\theta = \varepsilon_{\theta 2} = \ln \frac{r_n}{r} : \text{영역2} \end{cases} \quad (4)$$

식(1)에서 상대적으로 작은 변형률속도 영향을 무시하고, 식(3)과 식(4)를 식(1)에 대입하면, 영역1에 대해서는 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$\sigma_\theta - \sigma_r = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{n+1} K \varepsilon_{\theta 1}^n \quad (5)$$

또한, 영역2에 대해서는 다음과 같다.

$$\sigma_\theta - \sigma_r = -\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{n+1} K \varepsilon_{\theta 2}^n \quad (6)$$

영역1에 대하여 식(5)을 식(2)에 대입하고,  $dr/r = d\varepsilon_\theta$ 의 관계를 이용하여 적분한 후,  $r=r_o$ 에서  $\sigma_r = 0$ 인 조건을 사용하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$\sigma_r = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{n+1} \frac{K}{1+n} (\varepsilon_{\theta 1}^{1+n} - \varepsilon_i^{1+n}) \quad (7a)$$

$$\varepsilon_i = \ln \frac{r_o}{r_n} \quad (7b)$$

영역2에 대해서는 식(6)을 식(2)에 대입하고 적분한 후,  $r=r_i$ 에서  $\sigma_r = 0$ 인 조건을 사용하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$\sigma_r = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{n+1} \frac{K}{1+n} (\varepsilon_{\theta 2}^{1+n} - \varepsilon_i^{1+n}) \quad (8a)$$

$$\varepsilon_i = \ln \frac{r_n}{r_i} \quad (8b)$$

중립면에서  $\sigma_r$ 이 연속이라는 조건을 식(4), 식(7), 그리고 식(8)에 적용하면 중립면의 곡률반경  $r_n$ 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$r_n = \sqrt{r_o r_i} \quad (9)$$

### 2.3 굽힘력

드로우비드를 타고 인출될 때 소재는 곡률부에서 굽힘, 되굽힘을 받게 된다. 굽힘에 필요한 힘은 에너지 보존식으로부터 유도될 수 있고, 되굽힘은 굽힘의 역현상이므로 같은 방법으로 묘사될 수 있다. 드로우비드와 같이 소재에

곡률이 생기도록 강제되는 상황에서 폭이  $w$ , 두께가  $t_i$ 인 박판을 변위  $\Delta x$ 만큼 당기기 위해 필요한 일, Work는 박판을 유효곡률만큼 굽히기 위해 필요한 일과 같다.

$$Work = F_i \Delta x = \int_{t_n}^{\Delta x} dx \int_0^w dz \int_{\varepsilon_i}^{\varepsilon(y)} dy \int_{\varepsilon_i}^{\varepsilon(y)} \sigma d\varepsilon \quad (10)$$

소재가 굽혀질 때 중립면의 이동을 고려하고, 압축 에너지와 인장 에너지가 같다고 가정하면 굽힘에 필요한 힘  $F_i$ 는 아래와 같이 표현된다.

$$F_i = w \int_{t_n}^{t_i} dy \int_{\varepsilon_i}^{\varepsilon(y)} \sigma d\varepsilon + w \int_{t_n}^{2t_n} dy \int_{\varepsilon_i}^{\varepsilon(y)} \sigma d\varepsilon \quad (11)$$

여기서  $t_n$ 은 소재의 아래 표면으로부터 중립면까지의 거리이고,  $y$ 는 소재의 아래 표면으로부터 임의의 부분까지의 거리이며, 이 부분에서의 변형률  $\varepsilon(y)$ 와 변형률 속도  $\dot{\varepsilon}(y)$ 는 다음과 같다.

$$\varepsilon(y) = \varepsilon_i + \frac{1+r}{\sqrt{1+2r}} \ln \left( \frac{R_{eff} + y}{R_{eff} + t_n} \right) \quad (12)$$

$$\dot{\varepsilon}(y) = \varepsilon(y) \frac{V}{t_i} \left( \frac{R_{eff} + y}{R_{eff} + t_n} \right) \quad (13)$$

여기서  $\varepsilon_i$ 는 굽힘이 일어나기 전에 소재가 가지고 있는 초기 변형률이고,  $r$ 은 이방성 계수이다. 또한,  $R_{eff}$ 는 실제로 소재가 굽혀지는 유효곡률변경이며  $V$ 는 소재의 인출속도이다.

식(11)에 식(1), 식(12), 식(13)을 대입하고 변형률 속도항을 무시하면 식(11)의 각 항은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \int_{t_n}^{t_i} dy \int_{\varepsilon_i}^{\varepsilon(y)} \sigma d\varepsilon &= \int_{t_n}^{t_i} dy \int_{\varepsilon_i}^{\varepsilon(y)} K \varepsilon^n d\varepsilon \\ &= \frac{K}{1+n} \int_{t_n}^{t_i} \left\{ [\varepsilon_i + \frac{1+r}{\sqrt{1+2r}} \ln \frac{R_{eff} + y}{R_{eff} + t_n}]^{1+n} - \varepsilon_i^{1+n} \right\} dy \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \int_{t_n}^{2t_n} dy \int_{\varepsilon_i}^{\varepsilon(y)} \sigma d\varepsilon &= \int_{t_n}^{2t_n} dy \int_{\varepsilon_i}^{\varepsilon(y)} K \varepsilon^n d\varepsilon \\ &= \frac{K}{1+n} \int_{t_n}^{2t_n} \left\{ [\varepsilon_i + \frac{1+r}{\sqrt{1+2r}} \ln \frac{R_{eff} + y}{R_{eff} + t_n}]^{1+n} - \varepsilon_i^{1+n} \right\} dy \end{aligned} \quad (15)$$

$\ln \frac{R_{eff} + y}{R_{eff} + t_n} = \zeta$ 로 정의하면, 최외곽면의 변형률  $\varepsilon_m$ 이

다음과 같으므로,

$$\varepsilon_m = \frac{1+r}{\sqrt{1+2r}} \ln\left(\frac{1+t_i/R_{eff}}{1+t_i/2R_{eff}}\right) \quad (16)$$

식(14)와 식(15)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\int_{t_n}^{t_i} dy \int_{\varepsilon_i}^{\varepsilon(y)} \sigma d\varepsilon = \frac{K}{1+n} (R_{eff} + t_n) \int_0^{\sqrt{1+2r} \varepsilon_m} e^\zeta d\zeta \\ \left\{ [\varepsilon_i + \frac{1+r}{\sqrt{1+2r}} \zeta]^{1+n} - \varepsilon_i^{1+n} \right\} e^\zeta d\zeta \quad (17)$$

$$\int_{t_n}^{2t_n} dy \int_{\varepsilon_i}^{\varepsilon(y)} \sigma d\varepsilon = \frac{K}{1+n} (R_{eff} + t_n) \int_0^{R_{eff} + 2t_n} e^\zeta d\zeta \\ \left\{ [\varepsilon_i + \frac{1+r}{\sqrt{1+2r}} \zeta]^{1+n} - \varepsilon_i^{1+n} \right\} e^\zeta d\zeta \quad (18)$$

따라서 식(11)의 굽힘력  $F_i$ 는 다음과 같다.

$$F_i = \frac{wK(R_{eff} + t_n)}{n+1} f\left(\varepsilon_m, \frac{V}{t_i}, \frac{R_{eff} + t_i}{R_{eff} + t_n}, \dot{\varepsilon}_0, m\right) \\ \times \left[ \int_0^{\sqrt{1+2r} \varepsilon_m} \left\{ [\varepsilon_i + \frac{1+r}{\sqrt{1+2r}} \zeta]^{1+n} - \varepsilon_i^{1+n} \right\} e^\zeta d\zeta \right. \\ \left. + \int_0^{R_{eff} + 2t_n} \left\{ [\varepsilon_i + \frac{1+r}{\sqrt{1+2r}} \zeta]^{1+n} - \varepsilon_i^{1+n} \right\} e^\zeta d\zeta \right] \quad (19)$$

## 2.4 굽힘 변형률

식(19)를 사용하여 굽힘력을 구하기 위해서는 굽힘이 일어날 때의 두께와 변형률을 알아야 한다. 본 모델에서 재료의 변형률은 굽힘의 영향이 지배적이고 인장에 의한 영향은 비드부를 빼쳐나올 때 드로우비드 저항력만큼 인장력을 받는 것으로 가정한다. 굽힘에 의한 인출방향 변형률은 굽힘의 정도에 비례하고 굽힘의 정도는 재료 바깥 부분의 유효 변형률  $\varepsilon_m$ 으로 표시될 수 있으므로,  $i$ 번째 굽힘 후의 변형률과 두께는 다음과 같이 가정한다.

$$\varepsilon_{i+1} = \varepsilon_i + \gamma \varepsilon_m \quad t_{i+1} = t_i e^{-\gamma \varepsilon_m} \quad (20)$$

여기서  $\varepsilon_i$ ,  $t_i$ 는  $i$ 번째 굽힘이 일어나기 전의 변형률과 두께이며,  $\gamma$ 는 가공경화 축적 상수이다. 가공경화 축적 상수  $\gamma$ 는 반복적인 경화의 영향으로 굽힘, 되굽힘이 반복될수록 감소하는 특징이 있으나, Laukonis의 연구에 의하면, 굽힘, 되굽힘이 너무 과도하지 않은 범위에서는 0.25의 값이 적당한 것으로 알려졌다.<sup>(6)</sup> 드로우비드 저항력에 대한  $\gamma$ 의 영향은 미미한데, 이것은 식(20)에서  $\gamma$

값이 크면 변형률은 증가하지만 두께가 작아지므로 변형률 증가에 따른 영향과 두께 감소에 따른 영향이 서로 상쇄되기 때문이다.

## 3. 기본형 비드

### 3.1 원형 비드

원형비드다이 형상과 성형된 소재의 모양이 Fig.2에 나타나 있다. 다이 내부에서 성형이 진행되면 소재는 드로우비드 형상을 타고 지나가면서 인출된다. 곡률 부분에서의 소재의 거동은 접촉이 시작되는 점에서 유효곡률만큼 굽혀지고, 그 곡률을 유지하며 접촉각만큼 미끄러진 다음, 접촉이 끝나는 점에서 되굽힘에 의해 편평한 모양을 회복한다고 가정한다.

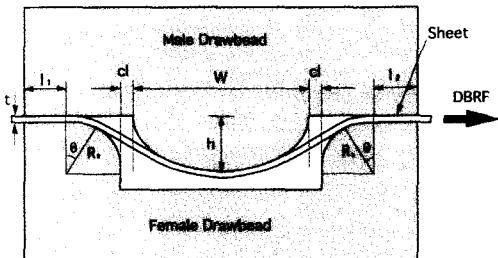


Fig. 2 Schematic view of a single circular drawbead die set

### 3.1.1 탄성 복원력

드로우비드부에서 탄성 복원력은 소재가 인출될 때 마찰력을 유발하여 저항력에 영향을 주고, 소재가 드로우비드를 들어올리는 드로우비드 상압력에도 영향을 준다. 상형 비드가 내려 오면서 소재를 누르기 시작하는 것은 양쪽이 고정된 보의 중간에 집중력이 가해지는 것으로 가정할 수 있다. 이때 보가 받게 되는 힘은 탄성학적인 고찰에 의해 식(21)과 같고,  $\delta$ 는 빔의 중간 부분에서의 변위로서 드로우비드 진입 깊이가 된다. 그러나, 상형 비드가 계속 내려오면서 재료에 소성 변형이 일어나기 시작하면 탄성 복원력은 더 이상 드로우비드의 진입 깊이에 비례하지 않고 일정한 값을 갖게 되므로 탄성 복원력을 구하기 위한 드로우비드 진입 깊이는 식(22)과 같다. 이때 탄성 복원력의 작용방향은 드로우비드 표면에 수직한 방향이 된다.

$$F_e = \frac{16Ew\delta r^3}{(2R_s + W + 2cl)^3} \quad (21)$$

$$\delta = \min(h, 2(2R + t) \frac{RY_p}{tE}) \quad (22)$$

### 3.1.2 드로우비드 저항력

원형 비드에 의해 소재가 변형된 모양은 Fig. 3와 같다. 드로우비드 저항력은 비드부의 여러 부분에서 소재가 받는 굽힘력, 마찰력, 되굽힘력을 극복하기 위해 외부에서 주어야 할 힘으로 드로우비드 인출시 소재가 받는 힘들을 순서대로 고려하여 이를 구할 수 있다. 먼저, 플랜지부(0~1부분)에서는 마찰력  $F_{cl}$ 이 작용한다. 소재는 비드부를 통과하여 인출될 때 비드를 수직 방향으로 들어올리는 드로우비드 상압력  $F_R$ 을 갖는다. 상, 하형 비드가 완전히 물려진 상태를 유지하기 위해서는 외부에서 가해 주는 블랭크 가압력이 이 드로우비드 상압력보다 커야 하고, 그 차이에 상당하는 힘은 드로우비드 양쪽 플랜지부에 작용하여 마찰력을 갖게 된다. 따라서 드로우비드 좌우의 플랜지부 길이를  $l_1$ ,  $l_2$ 라고 하면, 각 플랜지부에 작용하는 마찰력  $F_{cl1}$ ,  $F_{cl2}$ 는 다음과 같다.

$$F_{cl1} = 2\mu(BHF - F_R) \frac{l_1}{l_1 + l_2} \quad (23)$$

$$F_{cl2} = 2\mu(BHF - F_R) \frac{l_2}{l_1 + l_2} \quad (24)$$

1지점에서 소재에 작용하는 굽힘력  $F_i$ 은 식(19)에 의해 구해지며, 이 때의 소재 두께  $t_i$ 은 초기 두께와 같고 인출 방향의 변형률은 0이다.

$$F_i = F_i |_{t_i=t, \epsilon_i=0} \quad (25)$$

1~2부분에서 유효곡률만큼 굽혀진 후 소재는 곡률을 따라 미끄러지는데, 이러한 소재의 유동은 벨트가 풀리를 따라 미끄러지는 것과 같아 미끄러지기 전의 힘에  $e^{\mu\theta}$ 를 곱함으로써 그 힘을 계산할 수 있다. 소재는 계속 진행하

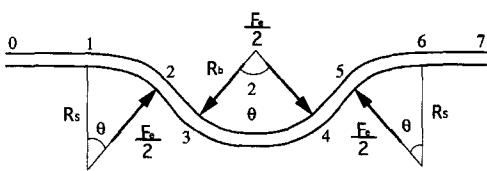


Fig. 3 Blank sheet formed by a single circular drawbead

면서 2지점에서 되굽힘력  $F_2$ 를 받는다. 되굽힘은 굽힘의 역현상으로 되굽힘력과 변형률은 식(19)과 식(20)을 이용하여 구할 수 있다. 또한 이 지점에서 소재에 수직한 방향으로 작용하는 탄성 복원력에 의해 마찰력이 작용하며 그 크기는  $\mu F_e / 2$ 이다. 3지점에서 소재는 굽힘력  $F_3$ 를 받게 되며, 탄성 복원력에 의한 마찰력  $\mu F_e / 2$ 도 작용한다. 이후 3~4부분에서 재료는 드로우비드 곡률을 타고 미끄러지며, 미끄러진 후에 필요한 힘은 미끄러지기 전의 힘에  $e^{2\mu\theta}$ 를 곱하여 구할 수 있다. 소재는 계속 4지점에서 되굽힘력( $F_4$ ), 지점4와 지점5에서 두 번의 탄성 복원력에 의한 마찰력( $\mu F_e$ ), 5지점에서 굽힘력( $F_5$ ), 지점5와 지점6 사이에서 미끄러짐에 의한 마찰( $e^{\mu\theta}$ ), 6지점에서 되굽힘력( $F_6$ ), 플랜지부(6~7부분)의 마찰력( $F_{c2}$ )을 순서대로 받게 되므로 최종적인 드로우비드 저항력, DBRF는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$DBRF = [(F_{cl1} + F_1)e^{\mu\theta} + F_2 + \mu F_e + F_3]e^{2\mu\theta} + [F_4 + \mu F_e + F_5]e^{\mu\theta} + F_6 + F_{c2} \quad (26)$$

여기서  $F_i$ 는  $i$ 지점에서의 굽힘력 혹은 되굽힘력이다.

### 3.1.3 상압력

소재가 인출될 때는 상형 비드를 들어올리는 힘이 발생하게 된다. 이 드로우비드 상압력은 소재에 의해 드로우비드 표면에 작용하는 압력에 의한 것이며, 만일 외부에서 가해지는 블랭크 가압력이 드로우비드 상압력보다 작으면 상형 비드와 하형 비드 사이에 틈이 생겨 드로우비드 저항력이 급격히 감소하게 된다.

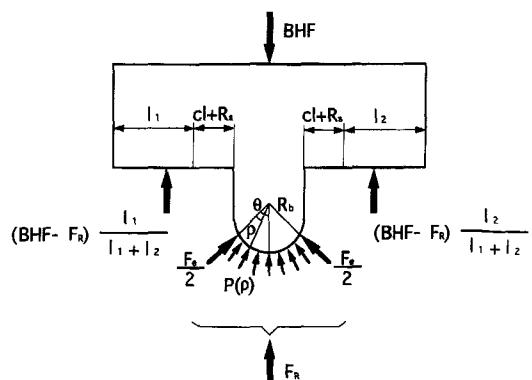


Fig. 4 Free body diagram of a single circular male drawbead

원형 비드에서 소재가 인출될 때 상형 비드의 자유 물체 도는 Fig.4와 같다. 비드에는 탄성 복원력과 소재에 의한 압력이 작용하며 드로우비드 상압력은 이 힘들의 수직 성분의 합이다. 시편의 폭을  $w, \rho = 0$  일 때 힘  $F$ 가  $F_r$ 라면 비드 표면에 작용하는 압력  $P(\rho)$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$P(\rho) = \frac{F_r}{wR_b} e^{\mu\rho} \quad (27)$$

그리고 압력  $P(\rho)$ 에 의한 수직 방향의 힘  $B$ 는 다음과 같다.

$$B = \int_0^{2\theta} F_r e^{\mu\rho} \cos(\theta - \rho) d\rho = F_r G(\mu, \theta) \quad (28)$$

따라서 드로우비드 상압력  $F_r$ 은 압력  $P(\rho)$ 에 의해 드로우비드에 작용하는 수직 방향의 힘과 탄성 복원력의 수직 성분의 합이므로 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$F_r = F_r G(\mu, \theta) + F_e \cos \theta \quad (29)$$

식(29)에서  $F_r$ 는 Fig.3에서 3지점까지 도달하는데 필요한 힘이며 다음과 같다.

$$F_r = (F_{c1} + F_1) e^{\mu\theta} + \mu F_e + F_2 + F_3 \quad (30)$$

식(23), 식(28), 식(29), 그리고 식(30)을 연립하여 풀면 드로우비드 상압력  $F_r$ 을 구할 수 있으며 다음과 같다.

$$F_r = \frac{F_e \cos \theta + (F_1 e^{\mu\theta} + 2\mu BHF e^{\mu\theta} l_1 / (l_1 + l_2) + \mu F_e + F_2 + F_3) G(\mu, \theta)}{1 + 2\mu G(\mu, \theta) e^{\mu\theta} l_1 / (l_1 + l_2)} \quad (31)$$

### 3.1.4 변형률

비드부를 빼거나울 때의 소재 변형률은 굽힘과 인장에 의한 영향을 나누어서 고려한다. 굽힘에 의한 영향은 전술하였으므로, 여기서는 인장에 의한 변형률을 다룬다. 인장에 의한 변형률은 소재가 비드부를 빼거나온 후 드로우비드 저항력만큼 인장력을 받음으로써 발생하는 것으로 생각한다.

소재가 비드부를 빼거나울 때 평면응력상태 ( $\sigma_z = 0$ ) 와 평면변형조건 ( $\varepsilon_z = 0$ )을 가정하고 Levy-Mises식과 von-Mises항복조건을 생각하면 유효응력  $\bar{\sigma}$ 과 유효변

형률  $\bar{\varepsilon}$ 는 각각 다음과 같다.

$$\bar{\sigma} \doteq \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_\theta \quad \bar{\varepsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \varepsilon_\theta \quad (32)$$

변형률 속도의 영향을 무시하고 식(32)를 식(1)에 대입하고 정리하면 드로우비드 인출시 인출방향의 변형률  $\varepsilon$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\varepsilon = \varepsilon_b + \left[ \frac{\sigma_p}{K(2/\sqrt{3})^{n+1}} \right]^{\frac{1}{n}} \quad (33)$$

여기서  $\sigma_p$ 는 드로우비드 인출시 소재가 받는 응력이며,  $\varepsilon_b$ 는 비드부에서의 굽힘 및 되굽힘에 의한 변형률이다.

### 3.1.5 이론치 보정

본 연구에서 조합형 비드의 드로우비드 저항력과 인출시 변형률은 기본형 비드의 그들의 합으로 구한다고 가정하였다. 따라서 조합형 비드에서 보다 정확한 예측을 위하여, 기본형 비드들에 대하여 측정치와 이론치를 서로 비교하고 보정하였다. 실험측정치와 이론치의 오차를 입력 변수들에 대하여 다중선형회귀 분석하면 실험치와 이론치의 오차는 마찰계수에 가장 크게 영향을 받는 것을 알 수 있다. 따라서 마찰계수를 적절히 수정하여 계상하기 위한 보정계수  $a$ 를 다음과 같이 도입하였다.

$$\mu' = a\mu \quad (34)$$

다음, 드로우비드 저항력과 인출시 변형률을 구하는 이론식에 식(34)를 대입하여 실험치와 가장 잘 맞는 보정계수  $a$ 들을 구한 후, 다시 이들을 입력 변수들의 함수로 가정하여 보정계수  $a$ 를 구하면 다음과 같다.

$$a = \alpha - \beta\mu - \gamma h - kR_s + \lambda t - xBHF \quad (35)$$

여기서  $\mu$ 는 마찰계수,  $h$ 는 비드의 높이,  $R_s$ 는 비드홈 견부의 곡률반경,  $t$ 는 소재의 두께,  $BHF$ 는 블랭크 가압력이다. 그리고  $\alpha, \beta, \gamma, \kappa, \lambda, x$ 는 실험측정치로부터 구해지는 상수들이다.

### 3.2 계단형 비드

계단형 비드의 모양과 성형중 소재가 변형된 모양을 Fig.5에 나타내었다. 계단형 비드의 드로우비드 저항력과

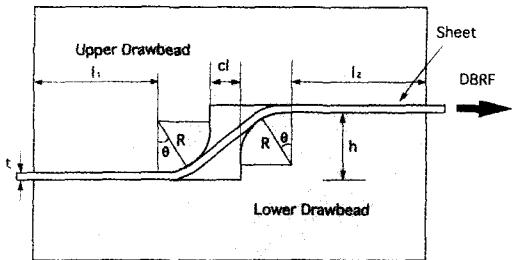


Fig. 5 Schematic view of a stepped drawbead die set

비드 인출시 변형률을 구하는 것은 원형 비드에서 각 값을 구하는 방법과 유사하다.

### 3.2.1 탄성복원력

계단형 비드에서의 탄성복원력은 원형비드에서와 같은 방법으로 구할 수 있다. 탄성복원력의 크기,  $F_e$  와 탄성복원력이 한계에 이르는 드로우비드 진입 깊이,  $\delta$  는 각각 식(36)과 식(22)와 같다.

$$F_e = \frac{16Ew\delta t^3}{(4R + 2cl)^3} \quad (36)$$

### 3.2.2 드로우비드 저항력

계단형비드에 의해 소재가 변형된 모양을 Fig.6에 나타내었다. 계단형비드에서의 드로우비드 저항력도 원형비드와 유사한 방법으로 구할 수 있다. 블랭크 가압력에서 드로우비드 상압력을 뺀 힘이 접촉면에 골고루 분포한다고 가정하고 좌우 플랜지부의 길이를  $l_1$ ,  $l_2$ 라면 좌우 플랜지부 마찰력  $F_{c1}$ ,  $F_{c2}$ 의 계산은 원형비드의 마찰력 계산식, 식(23)과 식(24)와 같다.

소재는 플랜지부(0~1부분)에서 마찰력( $F_{c1}$ ), 1지점에서 굽힘력( $F_1$ ), 지점1과 지점2 사이에서 미끄러짐에 의한 마찰( $e^{\mu\theta}$ ), 2지점에서 되굽힘력( $F_2$ ), 지점2와 지점3에서 두번의 탄성복원력에 의한 마찰력( $\mu F_e$ ), 3지점에서 굽힘력( $F_3$ ), 지점3과 지점4 사이에서 미끄러짐에 의한 마

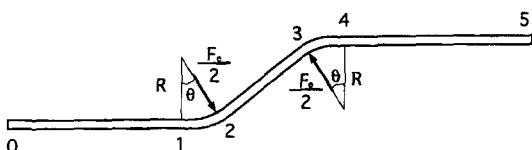


Fig. 6 Blank sheet formed by a stepped drawbead

찰( $e^{\mu\theta}$ ), 4지점에서 되굽힘력( $F_4$ ), 플랜지부(4~5부분)의 마찰력( $F_{c2}$ )을 순서대로 받게 된다. 따라서 최종적인 드로우비드 저항력DBRF는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$DBRF = [(F_{c1} + F_1)e^{\mu\theta} + F_2 + \mu F_e + F_3]e^{\mu\theta} + F_4 + F_{c2} \quad (37)$$

### 3.2.3 상압력

계단형 비드에서의 상형비드의 자유물체도는 Fig.7과 같다. 곡률부 접촉면의 압력에 의한 수직력을  $B$ 라 하면 드로우비드 상압력,  $F_R$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$F_R = B + \frac{F_e}{2} \cos\theta \quad (38)$$

접촉면의 압력 분포  $P(\rho)$ 는 식(27)에 의하여

$$P(\rho) = \frac{F_l}{wR} e^{\mu\rho} \quad (39)$$

이므로, 압력  $P(\rho)$ 에 의한 수직 방향의 힘  $B$ 는 다음과 같다.

$$B = \int_0^\theta F_l e^{\mu\rho} \cos\rho d\rho = F_l H(\mu, \theta) \quad (40)$$

따라서 드로우비드 상압력,  $F_R$ 은 식(38)으로부터 다음과 같이 기술된다.

$$F_R = F_l H(\mu, \theta) + \frac{F_e}{2} \cos\theta \quad (41)$$

식(41)에서  $F_l$ 는 Fig.6에서 1지점까지 도달하는데 필요한 힘으로 다음과 같다.

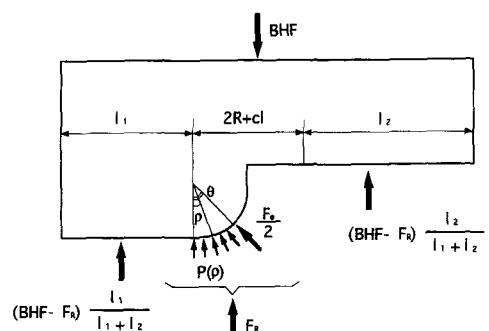


Fig. 7 Free body diagram of a stepped upper drawbead

$$F_t = F_{c1} + F_i \quad (42)$$

식(23), 식(41)과 식(42)를 연립하여 풀면 계단형 드로우비드 상압력  $F_R$ 을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F_R = \frac{F_e / 2 \cos \theta + [F_i + 2\mu BHF l_1 / (l_1 + l_2)] H(\mu, \theta)}{1 + 2\mu H(\mu, \theta) l_1 / (l_1 + l_2)} \quad (43)$$

### 3.2.4 변형률

계단형 비드에서 비드인출시 변형률  $\varepsilon$ 은 원형 비드에서의 비드인출시 변형률을 구하는 방법과 같이 식(33)으로부터 구할 수 있다.

### 3.2.5 이론치 보정

원형비드에서와 같이 실험측정치와 이론치의 오차를 입력 변수들에 대하여 다중선형회귀 분석하면 오차는 마찰계수에 가장 크게 영향을 받는 것을 알 수 있다. 따라서 마찰계수의 영향을 적절히 고려하기 위한 보정계수  $b$ 를 도입하여 보정된 마찰계수  $\mu'$ 를 생각하면

$$\mu' = b\mu \quad (44)$$

이다. 식(44)를 대입하여 얻어진 이론치를 실험치와 비교하여 구하여진 보정계수  $b$ 는 다음과 같다.

$$b = \alpha - \beta\mu - \gamma BHF - kt + \lambda R \quad (45)$$

여기서  $\mu$ 는 마찰계수,  $BHF$ 는 블랭크 가압력,  $t$ 는 소재의 두께,  $R$ 은 비드 곡률부의 반경이다. 그리고  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $k$ ,  $\lambda$ 는 실험치로부터 구해지는 상수들이다.

### 3.3 사각형 비드

설계자가 드로우인이 전혀 없는 스트레치 상태를 원할 때 사각형 비드를 설치한다. 본 연구에서는 사각비드의 이러한 설계 특수성 때문에 드로우비드 저항력을 임의의 큰 값으로 정의하였으며, 또한 인출이 일어나지 못하므로 비드인출시 변형률은 발생하지 않는 것으로 가정하였다.

## 4. 조합형 비드

### 4.1 모델링

본 연구에서 조합형비드의 드로우비드 저항력과 굽힘에

의한 변형률은 그 조합을 이루는 기본형비드들의 드로우비드 저항력 합과 굽힘에 의한 변형률의 합으로 구할 수 있다고 가정하였다. 즉, 조합형비드  $C$ 가 기본형 비드  $A$ 와  $B$ 로 구성되어 있다면 조합형 비드  $C$ 의 드로우비드 저항력  $DBRF_C$ 와 굽힘에 의한 변형률  $\varepsilon_C$ 는 다음과 같다.

$$DBRF_C = DBRF_A + DBRF_B \quad (46)$$

$$\varepsilon_C = \varepsilon_A + \varepsilon_B \quad (47)$$

여기서  $DBRF_A$ ,  $\varepsilon_A$ 는 기본형 비드  $A$ 의 드로우비드 저항력과 굽힘에 의한 변형률이고  $DBRF_B$ ,  $\varepsilon_B$ 는 기본형 비드  $B$ 의 드로우비드 저항력과 굽힘에 의한 변형률이며, 이 값들은 각 기본형 비드에서 보정계수를 사용하여 구한 값이다. 조합형 비드  $C$ 의 비드인출시 변형률은 다음과 같다.

$$\varepsilon = \varepsilon_C + \left[ \frac{\sigma_p}{K(2/\sqrt{3})^{n+1}} \right]^{\frac{1}{n}} \quad (48)$$

여기서,  $\sigma_p$ 는 비드인출시 소재가 받게 되는 응력이다. 다음은 식(46)과 식(48)로 조합형 비드의 드로우비드 저항력과 비드인출시 변형률을 예측하고 실험결과와 비교하여 그 타당성을 증명하였다.

### 4.2 이중 원형 비드

이중 원형 비드를 두 개의 원형 비드로 나눈 그림이 Fig.8에 나타나 있다. 좌, 우측 원형 비드에 가해지는 볼

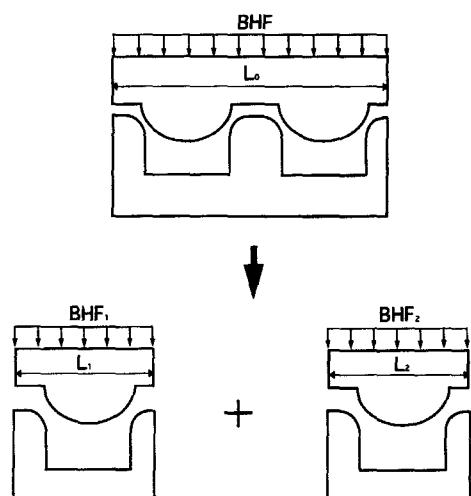


Fig. 8 Partition of a double circular drawbead into two single circular drawbeads

블랭크 가압력  $BHF_1$ ,  $BHF_2$ 는 이중 원형 비드에 가해지는 블랭크 가압력  $BHF$ 를 길이 비로 나눈 값으로 가정하였다.

$$BHF_1 = BHF \frac{L_1}{L_0} \quad (49)$$

$$BHF_2 = BHF \frac{L_2}{L_0} \quad (50)$$

여기서  $L_0$ 은 이중 원형 비드의 길이,  $L_1$ 은 좌측 원형 비드의 길이,  $L_2$ 는 우측 원형 비드의 길이, 그리고  $L_0$ 은  $L_1$ 과  $L_2$ 의 합이다.

소재는 좌측 원형 비드를 거쳐 우측 원형 비드로 들어가므로 우측 원형 비드의 입력 두께는 좌측 원형 비드에 의해 얇아진 두께로 하였다.

Fig.9와 Fig.10은 SPC1(0.6t)에 P-340N을 도포한 후 하형 비드의 홈 견부반경  $R_s$ 가 3.8 mm, 블랭크 가압력이 156.8 N/mm일 때 이중 원형 비드에서 인출실험한 결과와 예측치이다. 예측된 드로우비드 저항력이 실험치와 잘 일치하고 있다. 예측된 변형률(PREDICTION)은 드로우비드 높이에 따라 선형적으로 증가하는 것으로 나타나고 있으나 측정된 변형률은 드로우비드 높이에 따라 완만한 곡선을 나타낸다.

이러한 경향차이는 변형률에 대한 보정이 또한번 필요하다는 것을 말해 주고 있다. 이론치는 비드 높이에 따라 선형적으로 증가하나 실험치는 비드 높이에 따라 완만한

경향을 나타내므로 새로운 예측치  $TH'_p$ 는 다음과 같이 보정함수를 생각할 수 있다.

$$TH'_p = A \ln(TH_p) + B \quad (51)$$

여기서,  $TH_p$ 는 이론치이며,  $A$ 와  $B$ 는 결정되어야 할 상수이다. 실험결과로  $A$ 와  $B$ 를 결정할 수 있으며, 이러한 보정으로 얻은 결과를 Fig.10에서 실선으로 나타내었다.

#### 4.3 원형-계단형 조합 비드

원형-계단형 조합 비드를 원형 비드와 계단형 비드로 나눈 그림이 Fig.11에 나타나 있다. 원형 비드에 가해지는 블랭크 가압력  $BHF_1$ 과 계단형 비드에 가해지는 블랭크 가압력  $BHF_2$ 는 이중원형비드에서와 같이 전체의 블랭크 가압력  $BHF$ 를 각 비드의 길이 비로 나눈 값으로 가정하였다. 즉, 식(49)와 식(50)에서  $L_0$ 은 원형-계단형 조합 비드의 길이,  $L_1$ 은 좌측 원형 비드의 길이,  $L_2$ 는 우측 계단형 비드의 길이, 그리고  $L_0$ 은  $L_1$ 과  $L_2$ 의 합이다.

Fig.12와 Fig.13은 SPC1(0.6t)를 원형 비드의 높이가 6 mm이고, 블랭크 가압력이 230.2 N/mm인 조건에서 윤활재를 달리하여 인출하였을 때의 드로우비드 저항력과 비드인출시 변형률이다. 마찰계수가 큰 P-340N을 도포한 경우가 BWD-610을 도포한 경우보다 드로우비드 저항력과 비드인출시 변형률은 모두 크게 나타나며 두 경우 모두 예측치와 실험치가 잘 일치한다.

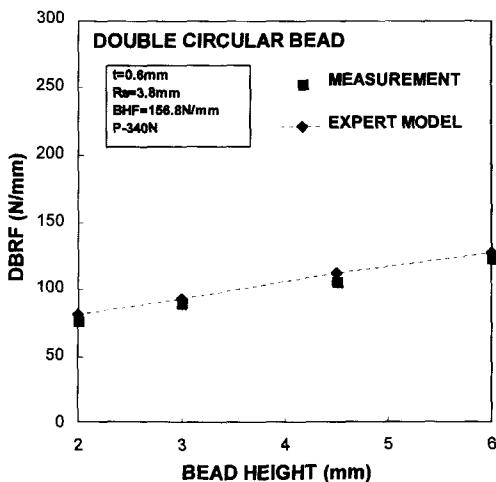


Fig. 9 Comparison of drawbead restraining force of a double circular drawbead between prediction and measurement

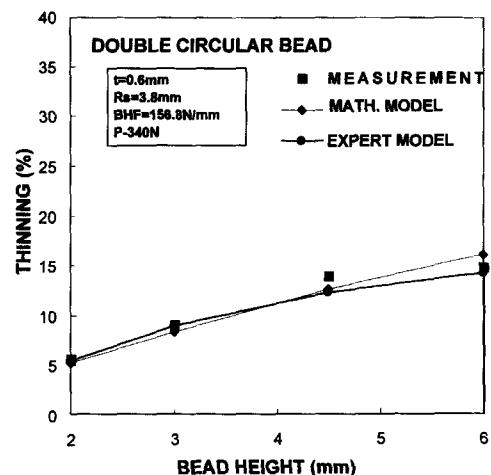


Fig. 10 Comparison of bead-exit thinning of a double circular drawbead among prediction measurement

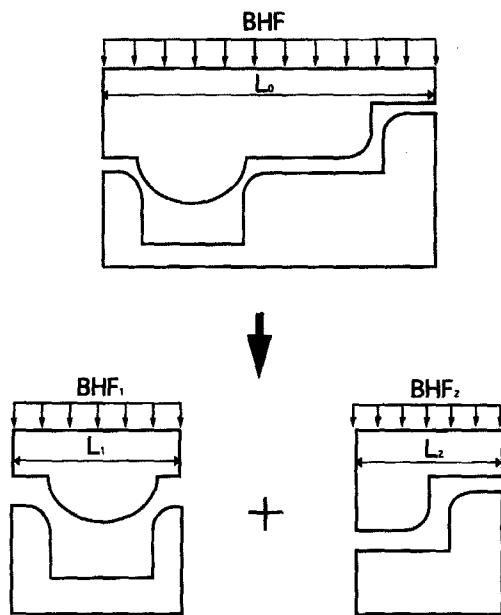


Fig. 11 Partition of a circular-stepped drawbead into a single circular drawbead and a stepped drawbead

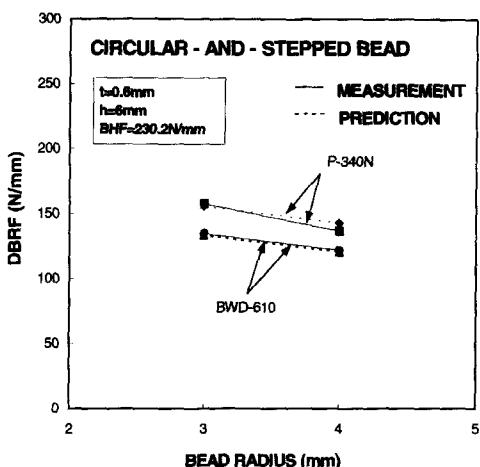


Fig. 12 Comparison of drawbead restraining force of a circular-stepped drawbead between prediction and measurement

## 5. 결 론

본 연구에서 박판이 드로우비드를 통과하는데 필요한

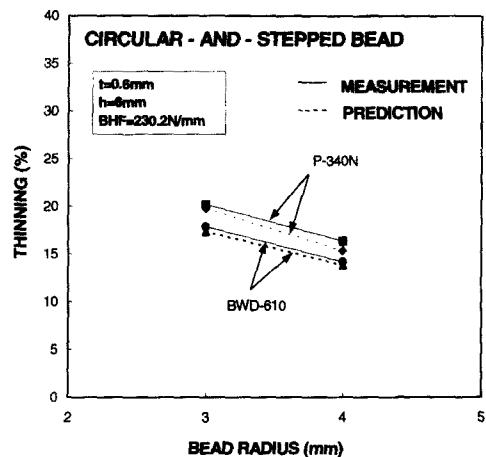


Fig. 13 Comparison of bead-exit thinning of a circular-stepped drawbead between prediction and measurement

드로우비드 저항력과 드로우비드를 통과한 후에 박판이 갖는 변형률을 계산하는 전문모델을 제안하였다. 원형비드와 계단형비드와 같은 기본형 비드에 대해서 보정계수를 도입한 이론식을 제시하고, 기본형 비드들의 조합으로 이루어지는 조합형 비드에 대해서는 기본형 비드의 드로우비드 저항력과 변형률의 합으로 구하였다. 이러한 연구로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 원형 비드와 계단형 비드의 이론식의 오차는 마찰계수에 가장 크게 영향을 받는다. 따라서 마찰계수의 영향을 실증적으로 평가할 수 있는 보정계수를 도입함으로써 보다 정확한 드로우비드 저항력과 비드 인출변형률을 구할 수 있다.

(2) 원형 비드의 드로우비드 저항력과 변형률의 합을 이용하여 이중 원형 비드의 드로우비드 저항력과 변형률을 구할 경우 드로우비드 저항력은 실험치와 잘 일치하나 변형률은 그 경향이 다소 달라 새로운 보정이 필요하다.

(3) 원형 비드와 계단형 비드의 드로우비드 저항력과 변형률의 합을 이용하여 원형-계단형 조합 비드의 드로우비드 저항력과 변형률을 구할 경우 실험치와 잘 일치한다.

## 후 기

본 연구는 1996년도 교육부 학술연구조성비(기계공학:ME96-E-36)에 의하여 연구되었음.

### 참고문헌

- (1) H. D. Nine, 1978, "Drawbead Forces in Sheet Metal Forming", *Mechanics of Sheet Metal Forming*, pp. 179~211.
- (2) H. D. Nine, 1982, "New Drawbead Concepts for Sheet Metal Forming", *J. Applied Metal Working*, Vol. 2, No. 3, pp. 185~192.
- (3) N. M. Wang, 1982, "A Mathematical Model of Drawbead Forces in Sheet Metal Forming", *J. of Applied Metal Working*, Vol. 2, No. 3, pp. 193~199.
- (4) B. S. Levy, 1982, "Development of a Predictive Model for Draw Bead Restraining Force Utilizing Work of Nine and Wang", *J. Applied Metal Working*, Vol. 3, No. 1.
- (5) L. R. Sanchez and K. J. Weinmann, 1988, "A General Computer Model for Plane Strain Sheet Flow and Its Application to Flow Between Circular Drawbeads", *15th IDDRG*, pp. 217~226.
- (6) T. B. Stoughton, 1988, "Model of Drawbead Forces in Sheet Metal Forming", *15th IDDRG*, pp. 205~215.
- (7) T. Frubayashi, S. Ujihara and T. Sakamoto, 1988, "Simulation of Forming Severity on Autobody Panels Using a CAD System - Analysis of Drawbead and Its Control", *15th IDDRG*, pp. 243~250.
- (8) 임영석, 김창만, 김낙수, 전기찬, 서대교, 1994, "단일원형비드 변형에 관한 유한요소해석 및 실험적 연구", *대한기계학회 춘계학술대회 논문집*, pp.358~361.
- (9) 박원배, 김창만, 전기찬, 김낙수, 서대교, 1995, "계단형 드로우비드의 인출특성에 관한 유한요소해석 및 실험", *한국소성가공학회 추계학술대회 논문집*, pp.128~135.
- (10) 최태훈, 허훈, 이장희, 박춘달, 1995, "탄소성 유한요소법에 의한 드로우비드 성형해석", *한국소성가공학회 춘계학술대회 논문집*, pp.196~202.