

## 평금형을 통한 중공형재 압출의 유한요소 해석

이춘만\* · 이승훈\*\* · 조종래\*\*\*

(1998년 4월 21일 접수)

# Finite Element Analysis for Extrusion of Hollow Shaped Section Through Square Die

C. M. Lee, S. H. Lee and J. R. Cho

### Abstract

This paper presents development of a finite element simulation program and analysis of hot extrusion through square dies with a mandrel. The design of extrusion dies is still an art rather than science. Die design for a new extrusion process is developed from through in-plant trials. In the present paper, a three-dimensional steady-state finite element simulation program is developed. Steady-state assumption is used for both the analyses of deformation and temperature. The developed program is effectively used to simulate hollow extrusion of several sections. Distributions of temperature, effective strain rate, mean strain rate and mean stress are studied for an effective design of extrusion dies.

**Key Words** : Square Die Extrusion(평금형압출), Hollow Section(중공형재), Finite Element Method(유한요소법)

### 1. 서 론

압출공정은 밀폐된 용기(Container)에 구속된 소재(Billet)를 밀어 성형하는 방법으로 일정한 단면형상을 갖는 제품생산에 가장 경제적인 공정중의 하나이다. 여러 압출공정 중에서도 평금형(Flat or square die)을 통한 형재의 압출공정은 비교적 금형 제작이 간편하고 생산성이 높아 그 수요가 높아지고 있다. 또한, 알루미늄 등의 경금속을 이용하여 봉재뿐만 아니라 튜브형재 또는 각종 복잡한 형상의 단면형재를 큰 압출비로 저렴하게 가공할 수 있는 장점이 있다. 그러나, 압출작업중에 꼬임이나 굽힘 등의 불규칙적인 소성유동이 발생할 경우 제품이 못쓰게 되므로 적절한 금형랜드(Die land)길이의 결정, 압출구멍

의 크기 및 위치의 결정 등이 금형 설계의 중요한 요소이다. 현재 산업현장에서의 금형설계 방법은 경험적인 지식과 판단에 의존하므로 여러 번의 시행착오를 거치는 것이 보통이다. 양질의 제품을 생산하기 위해서는 실제 금형을 제작하기 전에 최적의 금형설계 및 공정변수를 얻기 위한 체계적인 압출해석이 요구된다. 최근 유한요소법(Finite element method)등의 수치해석방법으로 금형설계에 필요한 좀더 구체적인 정보를 얻을 수 있게 되었다. 많은 연구자<sup>(1-7)</sup>들이 유한요소법으로 평면변형 또는 축대칭문제를 해석한 바 있다. 3차원 압출해석은 최근 들어 연구가 되었다. Yang<sup>(8-9)</sup>등은 3차원 입의의 형상에 대해 냉간 및 정상상태(Steady-state)로 해석하였고, Mori<sup>(10)</sup>등도 같은 방법으로 압출제품의 꼬임을 예측하였다. Lam<sup>(11-12)</sup>등

\* 창원대학교 기계설계공학과  
\*\* 창원대학교 기계공학과대학원  
\*\*\* 한국해양대학교 기계시스템공학부

은 정상상태와 등온과정으로 유동안내(Flow guide)를 가진 압출을 해석하였다. Mooi 등<sup>(13)</sup>과 Kang<sup>(14, 15)</sup> 등은 Updated Lagrangian법 또는 Arbitrary Lagrangian-Eulerian법 등의 비정상상태(Non steady-state) 해법으로 해석하였다. 압출공정은 공정의 시작과 끝에서는 비정상상태이지만, 대부분의 공정은 정상상태이다. 평균형 압출공정을 정상상태로 해석하면 격자재구성(Remeshing)이 필요 없고 계산시간이 적게 드는 장점이 있으나, 과도상태(Transient state)를 알 수 없는 단점이 있다. 보통의 압출공정에는 변형속도가 비교적 느리므로 과도상태에 영향을 미치는 내부에너지변화율(Internal energy rate)이 적어서 공정전체에 큰 영향을 미치지 않는다. 또한, 실제 현장에서는 균일한 제품특성과 최대 압출속도를 얻기 위해서 금형 출구온도를 균일하게 하여 정상상태를 유지하려는 노력을 하므로 정상상태해석은 상당한 타당성을 가지고 있다.

본 연구에서는 평균형을 통한 열간압출에 대해 3차원 형체를 해석할 수 있는 강-점소성 유한요소해석 프로그램을 개발하고, 유동해석과 온도해석을 행하여 복잡한 단면 형상을 가진 금형 설계에 도움이 되고자 하였다. 사용된 해석방법은 소성유동을 정상상태 해석하고, 그 결과를 넘겨서 온도해석을 하는 비연계(Decoupled)방법을 사용하였다. 대류연결요소(Convection link element)를 사용하여 소재(Billet)와 컨테이너(Container), 소재와 금형(Die)사이의 열전달을 고려하도록 하였다. 개발된 해석 프로그램을 이용하여 2가지 형상의 중공형재를 압출하는 만드렐(Mandrel)을 가진 평균형 압출공정을 시뮬레이션(Simulation)해 보았다. 압출공정 및 금형설계에 온도, 유효변형률, 속도와 평균응력분포 등의 계산결과를 활용하는데 대한 토론을 하였다.

## 2. 이 론

본 연구에서의 해석 방법은 강-소성 재료 모델에 근거한 벌칙함수 유한요소법으로 초기 속도장은 선형 점성재료(Linear viscous material)로 가정하는 방법을 사용하였다. 가공 경화 효과는 변형률속도의 함수만으로 가정하여 해석하였다. 소재가 등방성이고, Von-Mises항복조건을 따르고, 변형 중에 소재의 체적변화가 없다고 가정하면 다음 식들이 성립한다.

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,i} &= 0 & \text{in } V \\ \sigma_{ij,i} n_j &= f_i & \text{on } S_f \\ \dot{\epsilon}_{ii} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,  $\sigma_{ij}$ ,  $n_j$ ,  $f_i$ ,  $S_f$  및  $\dot{\epsilon}_{ij}$ 는 각각 응력텐서(Stress tensor), 주어진 경계에서의 단위 법선벡터(Unit normal vector), 접촉력(Traction), 접촉력이 주어진 표면, 변형률속도텐서(Strain rate tensor)이다. 또한, 구성방정식은 다음식(2)로 된다.

$$\dot{\sigma}_{ij} = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} \dot{\epsilon}_{ij} \quad (2)$$

여기서,  $\dot{\bar{\epsilon}}$ ,  $\bar{\sigma}$ ,  $\dot{\sigma}_{ij}$ 는 유효변형률속도(Effective strain rate), 유동응력(Flow stress), 편차응력텐서(Deviatoric stress tensor)이다.

$\delta v_i$ 를 경계조건과 합치하는 속도장에 대한 임의의 변분량이라 하면,

$$\int \bar{\sigma} \delta \dot{\bar{\epsilon}} dV + K \int_V \dot{\epsilon}_v \delta \dot{\epsilon}_v dV - \int_{S_f} f_i \delta v_i dS = 0 \quad (3)$$

여기서,  $\bar{\sigma} = \sqrt{(3/2) \sigma_{ij} \dot{\sigma}_{ij}}$ ,  $\dot{\bar{\epsilon}} = \sqrt{(2/3) \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}}$ ,  $\dot{\epsilon}_v = \dot{\epsilon}_{ii}$ 이고, K는 큰 양의 값을 갖는 벌칙상수(Penalty constant)이다. 식(3)을 유면체요소로 분할화하고, 좌표계를 국부좌표계로 변환시킨다. (3)식이 속도에 대해 비선형이므로 Newton-Raphson반복 방법에 의해 해를 구한다. 반복과정은 다음 식을 따른다.

$$\mathbf{V}^{(n)} = \mathbf{V}^{(n-1)} + \beta \Delta \mathbf{V}^{(n)} \quad (4)$$

여기서,  $\beta$ 는 반복 계산의 발산을 방지하기 위한 감속계수(Deceleration coefficient)이고, 0 과 1 사이의 값을 취한다. 식 (4)의 반복 계산은 아래의 조건이 만족할 때까지 수행한다.

$$\| \Delta \mathbf{V}^{(n)} \| / \| \mathbf{V}^{(n-1)} \| \leq \epsilon \quad (5)$$

여기서,  $\| \cdot \|$ 는 Euclidean vector norm이고,  $\epsilon$ 은  $10^{-5}$ 정도의 상수이다.

경계부분에서의 마찰은

$$\mathbf{f} = -\frac{2}{\pi} mk \tan^{-1} \frac{|\mathbf{V}_s|}{u_0} \mathbf{t} \quad (6)$$

여기서,  $m$ 은 마찰상수,  $k$ 는 항복전단응력,  $\mathbf{V}_s$ 은 금형과 소재사이의 상대 속도벡터,  $\mathbf{t}$ 는 상대 속도벡터 방향의 단위벡터이며,  $u_0$ 는  $|\mathbf{V}_s|$ 에 비해 아주 작은 양의 상수이다. 만드렐과 닿는 경계에도 같은 조건을 사용하였다.

초기 속도장은 선형 점성재료로 가정하여 자동 초기 추측 발생법(Automatic initial guess generation)으로 초기값을 설정되도록 하였다.

정상상태 온도문제를 해석하기 위한 에너지 방정식은 다음과 같다.

$$K_1 T_{,ii} + k^* \dot{\sigma} \dot{\epsilon} = 0 \quad (7)$$

여기서,  $K_1$ 은 열전도 계수,  $T$ 는 소재온도,  $k^*$ 는 소성 변형 에너지가 열로 바뀌는 비율이며, 보통 0.9로 가정한다. 에너지 방정식(7)은 가중잔여법(Weighted residual method)을 이용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\int_V K_1 T_{,i} \delta T_{,i} dV - \int_V k^* \dot{\sigma} \dot{\epsilon} \delta T dV - \int_{S_q} q_n \delta T dS = 0 \quad (8)$$

여기서,  $q_n$ 는 경계표면을 통과하는 열유량으로 다음과 같은 경계조건을 갖는다.

(1) 자유표면(Free surface)에서  
대류 열유량(Convection heat flux) :

$$q_n^c = h(T_\infty - T_s) \quad (9)$$

여기서,  $h$ 는 대류열전달계수,  $T_\infty$ 는 주위온도,  $T_s$ 는 소재의 표면온도를 각각 나타낸다. 복사(Radiation)의 영향은 작고 계산효율을 저하시키므로 시뮬레이션에서는 무시하였다.

(2) 금형과 소재의 접촉면에서  
전도열유량(Conduction heat flux) :

$$q_n^d = h_{lub}(T_d - T_s) \quad (10)$$

마찰열유량(Friction heat flux) :

$$q_n^f = mk |\mathbf{V}_s| / J \quad (11)$$

여기서,  $h_{lub}$ 는 소재와 컨테이너 및 금형사이의 접촉 열 전달계수이고,  $T_d$ 는 금형의 온도를 나타내며,  $J$ 는 열의 일당량(Mechanical equivalent of heat)이다. 소재와 금형, 소재와 컨테이너 및 소재와 만드렐 사이에는 (10)과(11)식의 전도와 마찰이 발생하는 대류연결(Convection link)요소를 사용하여 열전달을 고려하도록 하였다.

(8)식을 유한요소 분할화(Finite element discretization)하면 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$\int_{V^{(m)}} K_1 N_{\alpha,i} N_{\beta,i} T_\alpha dV - \int_{V^{(m)}} k^* \dot{\sigma} \dot{\epsilon} N_\alpha dV - \int_{S_q^{(m)}} q_n N_\alpha dS = 0 \quad (12)$$

여기서,  $\mathbf{N}$ 은 보간함수(Interpolation function)이다. 식 (12)를 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{KT} - \mathbf{Q} - \mathbf{Q}_n = 0 \quad (13)$$

여기서  $\mathbf{Q}_n$ 은 열유동벡터(Heat flux vector)로 다음과 같다.

$$\mathbf{Q}_n = \int_{S_c} h(T_\infty - T_s) \mathbf{N}^T dS + \int_{S_f} h_{lub}(T_d - T_s) \mathbf{N}^T dS + \int_{S_f} q_n^f \mathbf{N}^T dS \quad (14)$$

(14)식에서  $T_\infty$ 와  $T_d$ 는 일정하나,  $T_s$ 는 경계를 따라 변하므로 (13)식의 첫째 항으로 이항시켜 미지온도  $\mathbf{T}$ 에 대한 다음방정식(15)로 정리하여 온도를 계산한다.

$$(\mathbf{K} + \mathbf{K}_h + \mathbf{K}_{h_{lub}}) \mathbf{T} - \mathbf{Q} - \mathbf{Q}_r = 0 \quad (15)$$

여기서,

$$\mathbf{K}_h = \int_{S_c} h \mathbf{N}^T \mathbf{N} dS,$$

$$\mathbf{K}_{h_{lub}} = \int_{S_f} h_{lub} \mathbf{N}^T \mathbf{N} dS,$$

$$\mathbf{Q}_r = \int_{S_c} h T_\infty \mathbf{N}^T dS + \int_{S_f} h_{lub} T_d \mathbf{N}^T dS + \int_{S_f} q_n^f \mathbf{N}^T dS$$

### 3. 결과 및 토론

열간압출 성형과정을 정상상태 유한요소법으로 해석하기 위한 프로그램을 개발하였고, 개발된 프로그램을 이용

하여 2가지 모양의 중공단면을 갖는 형체에 적용해 보았다. 본 연구에서는 컨테이너(Container)와 급형의 온도가 일정하다고 보고, 소재에 대한 해석만 하였다. 실제 산업체에서는 생산성을 향상시키기 위해 급형은 질소가스등의 냉각재를 사용하여 냉각시키고, 컨테이너는 가열시켜서 가능하면 전체 급형을 등온상태로 유지하려고 노력하므로, 급형온도가 일정하다고 보는 해석에 대한 충분한 타당성이 있다.

개발된 프로그램의 타당성을 검토하기 위하여 Yang등<sup>(14,15)</sup>에 의한 비정상상태(Non steady-state)해법과 동일한 예제를 계산해 보았다. 즉, 알루미늄1100 소재의 직경이 29 mm이고, 제품의 한 번의 길이가 14.5 mm인 정사각형 단면형체를 압출하는 공정에 대해 소재, 컨테이너, 급형 및 대기의 온도를 각각 450℃, 420℃, 420℃, 17℃로 하고, 마찰상수는 0.2, 랩속도는 10 mm/sec로 하여 계산 비교해 보았다. 해석결과, 본 연구에 의한 압출하중과 Yang<sup>(14-15)</sup>등에 의한 최대압출하중은 각각 5.1ton과 4.9ton으로 비슷한 결과를 얻었다. 그리고, Fig. 1과

Fig. 2는 온도분포와 변형률속도분포를 비교한 것으로 거의 비슷한 결과를 얻었다. 또, 팬티엄급 개인용 컴퓨터를 사용하여 걸린 계산시간이 1800초정도 소요되어 비정상상태 해법에 비해 1/50~1/100정도의 계산시간으로도 거의 비슷한 결과를 얻을 수 있었다. 실제 산업체에서 사용하는 랩속도는 5 mm이하이므로 본 연구의 방법으로도 충분히 정확한 계산결과를 얻을 수 있음을 알 수 있었다.

개발된 프로그램을 이용하여 Fig. 3과 같은 클램프(Clamp)형 단면형상과 Fig. 8과 같은 육각형 단면형상을 갖는 중공형체에 대해 적용해 보았다. 이 예제들은 국내의 한 업체에서 현재 생산중인 것을 구하였다. 클램프단면형체의 소재는 알루미늄5083이고, 육각형 단면형체의 소재는 알루미늄2014로 계산에 사용된 열적성질과 유동응력은 Table 1, Table 2 및 Table 3에 나와 있다. 이 온도에

**Table 1 The thermophysical properties and heat transfer coefficients for billet materials**

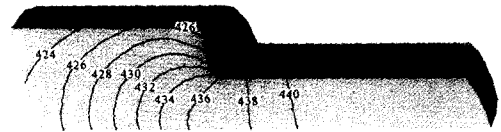
| Coeff. Billet | $K_f$<br>N/(sec °C) | $h$<br>N/(sec mm °C) | $h_{lub}$<br>N/(sec mm °C) |
|---------------|---------------------|----------------------|----------------------------|
| Al 5083       | 146.24              | 0.0033               | 13.50                      |
| Al 2014       | 170.00              | 0.0070               | 25.00                      |

**Table 2 Flow stress for Al 5083 ( $\bar{\sigma} = C(\dot{\epsilon})^n$ )**

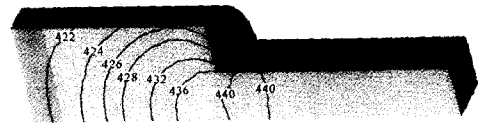
| Temperature | $C$ (N/mm <sup>2</sup> ) | $n$   |
|-------------|--------------------------|-------|
| 240°C       | 289.11                   | 0.003 |
| 360°C       | 129.72                   | 0.111 |
| 480°C       | 58.65                    | 0.201 |

**Table 3 Flow stress for Al 2014 ( $\bar{\sigma} = C(\dot{\epsilon})^n$ )**

| Temperature | $C$ (N/mm <sup>2</sup> ) | $n$   |
|-------------|--------------------------|-------|
| 300°C       | 155.94                   | 0.056 |
| 400°C       | 93.84                    | 0.100 |
| 500°C       | 62.10                    | 0.131 |



(a) Result by Yang et al



(b) Result by the present method

**Fig. 1 Comparison of temperature distribution**



(a) Result by Yang et al



(b) Result by the present method

**Fig.2 Comparison of effective strain rate distribution**

서는 열간가공에 해당하므로 변형률의 효과는 무시하고, 유동응력이 온도와 변형률속도만의 함수로 보고 해석하였다. 클램프단면 형재는 직경 230 mm, 길이 380 mm이고 램속도는 1.08 mm/sec로 하여 해석하였다. 생성된 격자구조를 Fig. 4에 나타내었고, 대칭면을 고려하여 단면형상의 1/2을 해석 모델로 하였다. 계산절점의 수는 1305개, 요소의 수는 895개로 구성되었다. 해석 결과, 압출하중은 744ton이상이어야 압출이 가능함을 알 수 있

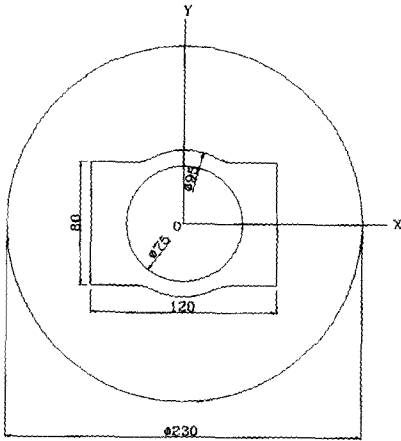


Fig. 3 Section shape for extrusion of clamp shaped section

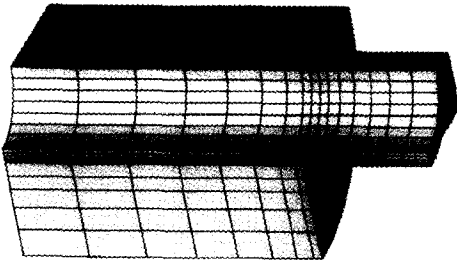


Fig. 4 Computational mesh for extrusion of clamp shaped section

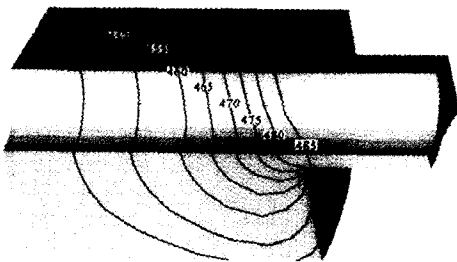


Fig. 5 Distribution of temperature (clamp shaped section)

었다. 계산된 온도분포를 Fig. 5에 나타냈는데, 금형랜드 부 근처에서 온도가 485℃로 가장 높음을 알 수 있었다. 또한, 램속도를 증가시키면서 계산하여 기존의 압출속도를 증가시키는 것이 가능한 지를 검토해 보았다. 램속도를 1.5 mm/sec, 2.0 mm/sec로 계산한 결과 최고온도가 503℃, 520℃로 계산되었는데, 알루미늄5083의 용융점이 580℃정도이므로 램속도를 2.0 mm/sec정도로 높여 생산성을 향상시킬 수 있음을 알 수 있었다. Fig. 6은 압출방향의 속도분포를 나타내었는데, 컨테이너와 금형의 코너부로 갈수록 속도가 작아지면서 Dead Metal Zone이 형성되고 있음을 명확히 알 수 있다. Fig. 7은 금형랜드 부근 단면에서의 압출방향 속도분포를 단면의 1/2만 나타내었다. 일반적으로 형재압출에서 압출속도 분포는 압출 중심축에 가까울수록 형재단면의 면적이 넓을수록 마찰의 영향이 적어져서 압출속도가 빨라지는데, 본 해석 결과에서도 단면적이 넓은 장축쪽이 압출속도가 빠름을 잘 예측하고 있다. 본 연구에서는 금형랜드부의 길이를 일정하다고 보고 해석하였으나, 이 속도분포에 의해 금형랜드부의 길이를 조절하여 압출금형을 제작하면 시험압출 횟수를 줄일 수 있으며, 반복계산에 의해 금형의 최적설계도 가능할 것이다.

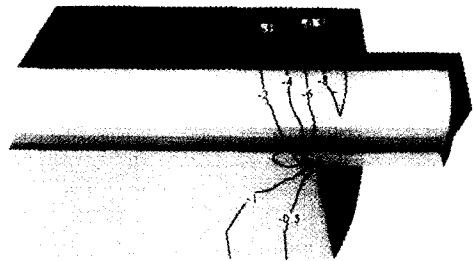


Fig. 6 Distribution of axial velocity (clamp shaped section)

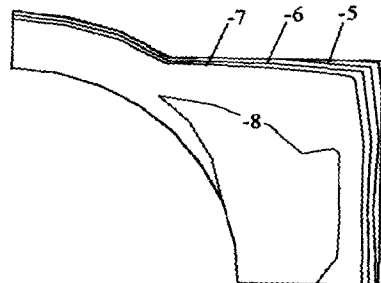


Fig. 7 Distribution of axial velocity on the exit cross section of the die (clamp shaped section)

Fig. 8의 육각형 단면형제는 직경 200 mm, 길이 120 mm, 램속도 5.0 mm/sec로 하여 계산한 결과, 압출하중은 324ton이상이어야 압출이 가능함을 알 수 있었다. Fig. 9에는 온도분포를 나타냈는데, 금형입구에서 금형랜드부로 갈수록 소성변형 에너지의 증가 때문에 급격한 온도가 상승하고 있음을 잘 알 수 있었다. Fig. 10과 Fig. 11은 각각 장축(Major axis) 단면과 단축(Minor axis) 단면의 유효변형률 분포를 나타냈는데, 금형출구의 코너부에서 변형률이 가장 커짐을 알 수 있다. 그리고, 압출면적이 작은 단축단면에서 급격한 변형으로 장축단면보다

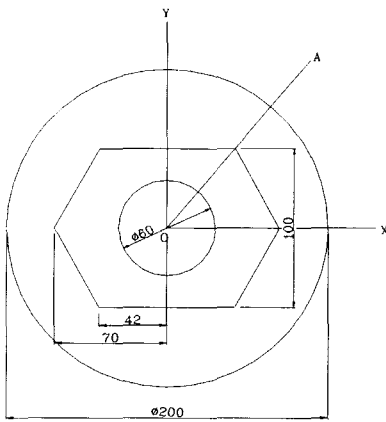


Fig. 8 Section shape for extrusion of hexagonal section

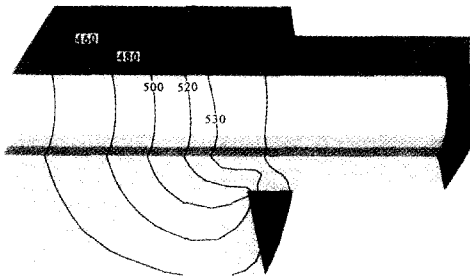


Fig. 9 Distribution of temperature (hexagonal section)

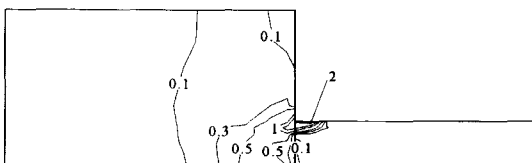


Fig. 10 Distribution of effective strain rate (plane AOZ for hexagonal section)

유효변형률이 커짐을 확인할 수 있다. Fig. 12는 평균응력(Mean stress)분포를 나타냈는데, 단축단면에서의 컨테이너의 코너부에서 가장 큰 응력을 받고 있음을 알 수 있다. 그 이유는 단축방향으로의 압출구멍의 단면적이 좁아서 압출이 어려워지고 평균응력은 상승하게 되기 때문이다.

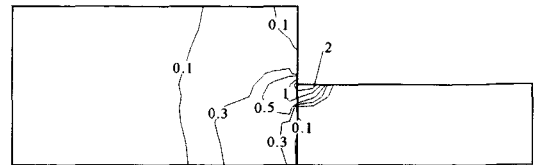


Fig. 11 Distribution of effective strain rate (plane XOZ for hexagonal section)

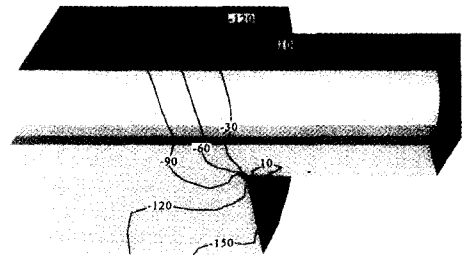


Fig. 12 Distribution of mean stress (hexagonal section)

#### 4. 결론

만드렐을 가진 평균형을 통한 3차원 중공형제의 압출공정을 유한요소법으로 시뮬레이션하는 프로그램을 개발하였고, 이를 비정상상태해석에 의한 방법과 비교한 결과 짧은 계산시간으로도 거의 비슷한 결과를 얻을 수 있었다. 또한, 국내 업체에서 생산중인 예제를 시뮬레이션하여 속도분포, 온도분포, 압력분포, 압출하중 등을 계산하고 검토하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었으며, 공정 및 금형설계에 필요한 자료를 제공하였다.

- (1) 최고온도 계산결과를 참고로 하여 최적의 압출속도를 계산할 수 있었다. 클램프형제의 경우 적절한 압출속도는 2.0 mm/sec정도임을 알 수 있었다.
- (2) 압출하중을 계산하여 압출기의 용량으로 압출이 가능한지 여부를 알 수 있었다.
- (3) 단축단면의 컨테이너의 코너부위에서 평균응력이

가장 크게 나타났다.

(4) 금형랜드부 부근에서의 압출방향 속도분포를 구하였고, 이를 활용하면 금형랜드의 길이를 쉽게 설계할 수 있을 것이다. 속도분포도에서는 압출면적이 넓은 장축단면의 압출속도가 단축단면보다 크게 나타났다.

이러한 연구결과를 바탕으로 압출금형을 설계하면 기존의 방법보다 시행착오를 줄여 경제성을 향상시키고 후가공을 최소화할 수 있으리라 기대된다.

## 후 기

본 연구는 LG연암문화재단 해외연구교수 지원에 의하여 이루어진 것으로 이에 감사드립니다.

## 참고 문헌

- (1) C. C. Chen, S. I. Oh and S. Kobayashi, 1979, "Ductile fracture in axisymmetric extrusion and drawing - Parts 1, Deformation mechanics of extrusion and drawing", Trans. ASME, J. of Eng. for Ind., Vol. 101, pp.23~35.
- (2) C. C. Chen, S. I. Oh and S. Kobayashi, 1979, "Ductile fracture in axisymmetric extrusion and drawing - Parts 2, Workability in extrusion and drawing", Trans. ASME, J. of Eng. for Ind., Vol. 101, pp.36~44.
- (3) O. C. Zienkiewicz and P. N. Godbole, 1974, "Flow of plastic and viscoplastic solids with special reference to extrusion and forming processes", Int. J. Num. Meth. in Eng., Vol. 8, pp.3~16.
- (4) K. Iwata, K. Osakada and S. Fujino, 1972, "Analysis of hydrostatic extrusion by the finite element method", Trans. ASME, J. of Eng. for Ind., May, pp.697~703.
- (5) E. H. Lee, R. L. Mallett and W. H. Yang, 1977, "Stress and deformation analysis of the metal extrusion process", Comp. Meth. in Appl. Mech. Eng., Vol. 10, pp.339~353.
- (6) P. R. Dawson and E. G. Thomson, 1977, "Steady state thermomechanical finite element analysis of elastoviscoplastic metal forming processes", ASME PVP-PB-V25, pp.167~182.
- (7) O. C. Zienkiewicz, P. C. Jain and E. Onate, 1978, "Flow of solids during forming and extrusion : some aspects of numerical solutions", Int. J. Solids Structures, Vol. 14, pp.15~38.
- (8) D. Y. Yang, C. M. Lee and J. H. Yoon, 1989, "Finite element analysis of steady-state three-dimensional extrusion of sections through curved die", Int. J. Mech. Sci., Vol.31, No.2, pp.145~146.
- (9) D. Y. Yang, J. H. Yoon and C. M. Lee, 1990, "Computer-aided numerical analysis and design for cold extrusion of a spur gear", Proc. Instn Mech. Engrs, Vol.204, pp.203~209.
- (10) K. Mori, K. Osakada and H. Yamaguchi, 1993, "Prediction of curvature of an extruded bar with noncircular cross-section by 3-D rigid-plastic finite element methods", Int. J. Mech. Sci., Vol. 35, No. 10, pp.878~887.
- (11) X. Q. Zhang, Y. C. Lam, S. S. Xie and P. F. Thompson, 1991, "A three-dimensional rigid-viscoplastic finite element analysis of shape extrusion", The Sixth Int. Conf. in Australia on Finite Element Methods, pp.100~103.
- (12) X. Q. Zhang, Y. C. Lam, C. Devadas, 1993, "Progress in numerical simulation of extrusion of aluminium sections", Proceeding of the Fourth Int. Conf. on Tech. of Plasticity, Advanced Tech. of Plasticity.
- (13) H. G. Mooi and J. Huetink, 1995, "Simulation of complex aluminum extrusion using an arbitrary Eulerian-Lagrangian", Proc. 5th NUMIFORM, Ithaca, New-York, USA, pp.869~874.
- (14) Y. S. Kang and D. Y. Yang, 1995, "Rigid-viscoplastic finite element analysis of hot square die extrusion of complicated profiles with flow guides and lands by arbitrary Lagrangian-Eulerian formulation", Proc. 5th NUMIFORM, Ithaca, New-York, USA, pp.841~846.
- (15) Y. S. Kang, 1996, "Rigid-viscoplastic finite element analysis of three-dimensional hot extrusion of sections through square dies", Ph. D. Thesis, Korea Advanced Institute of Science and Technology.