

상계법에 의한 반응용 재료의 항복과 압축거동

최재찬* · 박형진** · 박준홍***

Yield and Compression Behavior of Semi-Solid Materials by Upper-Bound Method

Jae Chan Choi* · Hyung Jin Park** · Joon Hong Park***

ABSTRACT

In Semi-Solid Forging, it is necessary to control the forming variables accurately in order to make near-net-shape products. Generally, the defects of products may occur due to liquid segregation which can be caused by the degree of deformation and strain rate, and condition of friction in Semi-Solid Forging, where the segregation is to be predicted by flow analysis. This paper presents the feasibility of theoretical analysis model using the new yield function for compressible P/M materials which is proposed by Doraivelu et al. to the flow analysis of the semi-solid dendritic Sn-15%Pb alloys instead of adopting the yield criterion of Shima and Oyane which is used by Charreyron and Flemings. The simple compression process is taken into consideration as the model to confirm the usefulness of the adopted yield function. The distribution of the liquid fraction at various strains and strain rates in radial direction, and the influence of friction are estimated by upper-bound method.

Key Words : Semi-Solid Material(반응용 재료), Upper-Bound Method(상계법), Liquid Fraction(액상률), Yield Function(항복함수), Porous Material(다공질 재료)

1. 서론

1972년 MIT에서 Spencer 등⁽¹⁾이 반응용 상태의 합금에 대한 거동을 연구한 이후에 반응용 단조 공정은 정형(near-net-shape) 제품을 만들기 위한 새로운 가공 방법으로 발전하였으며, 이와 관련한 많은 연구가 진행되고 있다. 반응용 단조가 제품 생산에 적합한 공정으로 되기 위해서는 많은 성형변수들을 적절히 조절하여 최적의 성

형 조건을 찾아야 하는데, 소재의 변형 정도와 다이와 소재의 마찰 조건 그리고 변형률 속도에 의하여 변형시 발생하는 액상의 분리(segregation)는 제품 결함의 원인이 될 수 있다. 그러므로 성형중에 발생하는 액상 유출에 대한 예측을 할 수 있어야만 이러한 결함을 방지할 수 있다.

반응용 단조에 있어서 낮은 변형률 속도의 성형 공정에 관한 연구는 일반적으로 다공질 재료(porous material)에 적용하는 항복조건을 도입하여 진행되고 있는데,

* 부산대학교 정밀정형 및 금형가공 연구센터,
 ** 동의공업전문대학 컴퓨터응용설계과,
 *** 부산대학교 대학원 정밀기계공학과

Toyoshima 등⁽²⁾은 Kuhn의 항복조건식을 이용하여 다 이속도 및 투과율 등이 반응용 재료의 변형에 미치는 영향을 유한요소해석을 하였으며, Kang 등⁽³⁾은 Shima & Oyane의 항복조건을 사용하여 반응용 재료가 금형 내부로 충전될 때 금형속도의 변화에 따른 충전 특성, 고상을 분포, 유효변형률속도, 유효변형률, 단조 하중을 파악하기 위하여 압축성 점소성 유한요소해석을 하였고, Choi 등⁽⁴⁾은 Kuhn의 항복조건식을 이용하여 유도가열을 고려한 밀폐압축공정에 관한 유한요소해석을 하였다. 한편 Charreyron 등⁽⁵⁾은 Sn-15%Pb 합금의 변형에 대해서 Shima & Oyane의 항복조건을 이용하여 상계법으로 변형의 정도와 마찰 조건에 따른 액상률 분포를 예측하였다.

그러나 다공질 재료에서는 Shima & Oyane의 항복조건을 이용할 경우, 실제 조건에서 이론 해석의 결과가 실험 결과와 일치하지 않기 때문에 압축항복응력과 상대밀도 사이의 관계를 성립시킬수 없다고 하여 Doraivelu 등⁽⁶⁾이 다공질 재료에 적용할 수 있는 새로운 항복함수를 제안하였다.

본 연구에서는 Sn-15%Pb 합금의 반응용 거동을 예측하는데 있어서 Doraivelu 등의 항복조건을 사용하여 적합한 해석 모델을 제안하고, Shima & Oyane 항복조건을 사용하는 것보다 Doraivelu 등의 항복조건을 적용하는 것이 유용함을 제시한다. 또한 해석 모델에 대한 검증으로서 단순 압축(simple compression) 공정에 대한 상계해석을 수행하고 Charreyron 등의 해석 결과⁽⁵⁾와 비교하여 새로운 해석 모델이 적합함을 제시하고자 한다.

2. 반응용 재료의 항복과 구성방정식

반응용 단조에서 낮은 변형률 속도로 성형할 때 고상과 액상이 분리되는 현상이 발생하는데, 변형 해석을 수행하는 동안에 이러한 현상을 고려하기 위하여 고상에 대해서는 다공질 재료의 항복조건 중에서 Doraivelu 등이 제안한 항복조건을 사용하였고, 액상에 대해서는 다공질체 사이를 지나는 유체의 유동법칙인 Darcy's Law를 사용하였는데, Charreyron 등은 여과(filtration) 실험을 통하여 액상의 압력이 측정된 응력보다 아주 낮기 때문에 변형에 기여하는 정도는 무시할 수 있다고 하였다.

Doraivelu 등은 다공질 재료에 대한 항복함수를 식(1)과 같이 제안하였는데, 식(1)을 반응용 재료에 있어서 고상 다공질체의 변형에 대한 항복함수로 사용하였다.

$$\begin{aligned}
 A J_2' + B J_1^2 &= \delta Y_0^2 = Y_R^2 \\
 A &= 2(1 + \nu), B = \frac{1 - 2\nu}{3} \\
 Y_0 &= \left[\frac{1}{\delta} \left[\frac{1 + \nu}{3} \{ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right\} + \frac{1 - 2\nu}{3} 9\sigma_m^2 \right]^{1/2} \quad (1)
 \end{aligned}$$

여기서, ν 는 프와송의 비(Poisson's ratio)이다.

식(1)을 이용하여 다음과 같은 응력-변형률속도 관계식을 구하였다.

$$\dot{\epsilon}_i = \frac{1}{2} \frac{\dot{\epsilon}_{eq}}{Y_0} \frac{1 - g_L}{\delta} [2(1 + \nu)\sigma_i - 6\nu\sigma_m], \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

여기서, g_L 은 액상률이다.

그리고 내부에너지를 계산하기 위하여 등가 변형률속도를 다음과 같이 표현하였다.

$$\begin{aligned}
 \dot{\epsilon}_{eq} &= \frac{\sqrt{2}\delta}{1 - g_L} \left[\frac{1}{6(1 + \nu)} \{ (\dot{\epsilon}_1 - \dot{\epsilon}_2)^2 + (\dot{\epsilon}_2 - \dot{\epsilon}_3)^2 \right. \\
 &\quad \left. + (\dot{\epsilon}_3 - \dot{\epsilon}_1)^2 \right\} + \frac{\dot{\epsilon}_v^2}{6(1 - 2\nu)} \right]^{1/2} \quad (3)
 \end{aligned}$$

$(\sigma_{1,c})_{max}$ 를 Pinsky 등⁽⁷⁾이 압축실험에서 구한 응력-변형률 선도의 최대값이라고 하면, 항복조건은 식(4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta Y_0^2 = (\sigma_{1,c})_{max}^2 \quad (4)$$

Charreyron 등이 제안한 여과실험에서 콘테이너 벽면에서 마찰이 없다고 가정하고 $\dot{\epsilon}_2 = \dot{\epsilon}_3 = 0$ 이면, 응력-변형률속도의 관계식으로부터 식(5)와 (6)을 구할 수 있다.

$$\sigma_{2,pf} = \sigma_{3,pf} = \frac{3\nu}{1 + \nu} \cdot \sigma_m \quad (5)$$

$$\sigma_{1,pf} = \frac{3(1 - \nu)}{1 + \nu} \cdot \sigma_m \quad (6)$$

식(5)와 식(6) 그리고 항복함수인 식(1)을 이용하면, δ 를 구할 수 있다.

$$\delta = \left(\frac{\sigma_{1,pf}}{Y_0} \right)^2 (1 - 2\nu) \left(\frac{1 + \nu}{1 - \nu} \right) \quad (7)$$

그리고 식(4)와 식(7) 그리고 Pinsky 등의 실험 결과인 액상률에 대한 $(\sigma_{1,c})_{max}$ 와 $\sigma_{1,pf}$ 를 사용하여 다음과 같이 ν 에 대한 선형보간식을 구할 수 있다.

$$\nu = 3.88 \cdot g_L - 0.98 \quad (8)$$

또한 Pinsky 등이 실험으로 구한 $\sigma_{1,pf}$ 와 식(8)을 사용하여 식(7)로부터 유동응력과 액상률의 관계식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sqrt{\delta} \cdot Y_0 = -17.47 \cdot g_L + 10.98 \quad (9)$$

한편, 고상입자의 거동을 표현하기 위하여 유동응력은 식(10)과 같이 표현할 수 있다.

$$\sqrt{\delta} \cdot Y_0 = k \dot{\epsilon}_{ave}^n \quad (10)$$

여기서 Suery 등⁽⁸⁾이 실험으로 구한 $n=0.23$, 식(9)로부터 액상률이 0%일 때의 $Y_0=10.89$ MPa 그리고 $\dot{\epsilon}_{ave}=1.33 \times 10^{-2} s^{-1}$ 이면, k 는 26.97 MPa · sⁿ 이 된다.

3. 단순압축 공정에 대한 상계해석

Doraivelu 등이 다공질 재료에 대하여 제안한 항복함수를 반응용 재료의 고상 다공질체의 변형해석에 적용함에 있어서, 그 적합성을 확인하고 Shima & Oyane의 항복조건식을 적용한 Charreyron 등의 해석 결과와 비교하기 위해서 Sn-15%Pb의 실린더형 소재를 사용하여 Fig.1과 같은 단순압축(simple compression) 공정에 대한 상계해석을 수행하였다. 변형률에 따른 반경방향의 액상률 분포와 소재와 다이 사이의 마찰 조건에 따른 액

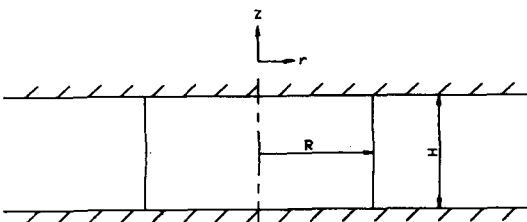


Fig. 1 Simple compression model for upper-bound analysis

상률 분포를 파악하였으며 변형률 속도가 액상률의 분포에 미치는 영향을 살펴보았으며, Charreyron 등이 제시한 동적 가용속도장을 사용하였다. 이 때 소재의 반경은 R=6.35mm, 높이는 H=6.35mm, 온도는 184℃이고, 변형률 속도는 $1.33 \times 10^{-2} s^{-1}$ 이다.

식(11)과 같은 연속방정식과 식(12)의 경계조건을 만족하는 동적가용속도장은 식(13)과 같다.

$$\frac{\partial g_L}{\partial t} = \nabla[(1 - g_L)V_s] \quad (11)$$

$$z = 0 ; V_{s,z} = 0 \quad (12)$$

$$z = H ; V_{s,z} = -U$$

$$V_{s,r} = \frac{U R}{2 H} \left[a \left(\frac{r}{R} \right) + b \left(\frac{r}{R} \right)^3 \right]$$

$$V_{s,\theta} = 0 \quad (13)$$

$$V_{s,z} = -\frac{U}{H} z$$

그리고 내부 변형에너지 소비율은 식(14)와 같고 마찰에 의한 에너지 소비율은 식(15)와 같으며 전체 에너지 소비율 J^* 는 식(16)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{W}_f = \int_V (1 - g_L) \sqrt{\delta} Y_0 \dot{\epsilon}_{eq} dV \quad (14)$$

$$\dot{W}_f = \int_{S_f} \bar{m} \frac{\sqrt{\delta} Y_0}{\sqrt{3}} |V_s| dS_f \quad (15)$$

$$J^* = \Sigma \dot{W}_i + \Sigma \dot{W}_f \quad (16)$$

그리고 속도장에 포함된 매개변수 a와 b에 대해서 직접 탐색법의 일종인 FPS(Flexible Polyhedron Search)⁽⁹⁾법을 사용하여 전체에너지 소비율인 식(16)을 최소화하므로써 매개변수 a와 b를 구하여 속도장을 결정할 수 있다.

4. 결과 및 고찰

Sn-15%Pb의 실린더형 소재를 이용한 단순압축 공정에 대한 상계해석 결과, 소재의 변형률이 증가하는데 따른 반경방향의 액상률 분포와 소재와 다이사이의 마찰조건이 변화할 때의 변형률에 대한 액상률의 변화를 조사하

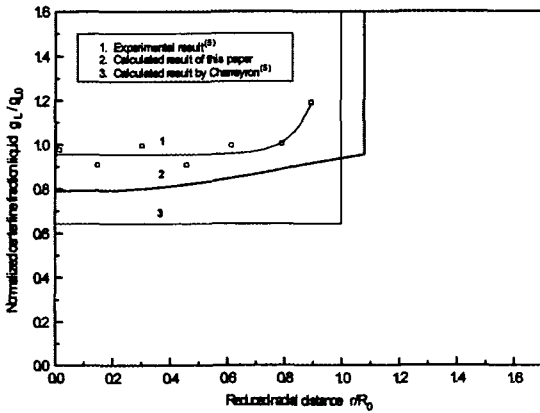


Fig. 2 Radial distribution of the liquid for Sn-15%Pb compressed at $\epsilon = 0.20$ ($\bar{m} = 1.0$, $\dot{\epsilon}_{ave} = 1.33 \times 10^{-2} s^{-1}$)

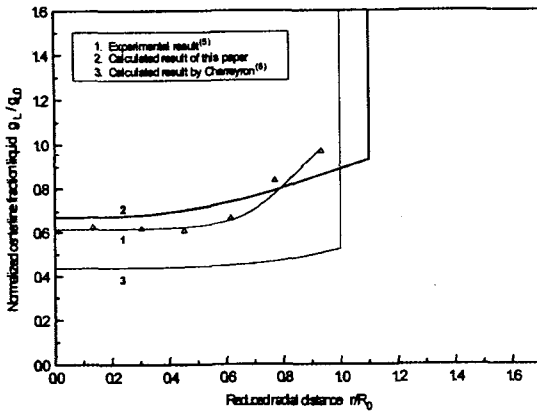


Fig. 3 Radial distribution of the liquid for Sn-15%Pb compressed at $\epsilon = 0.27$ ($\bar{m} = 1.0$, $\dot{\epsilon}_{ave} = 1.33 \times 10^{-2} s^{-1}$)

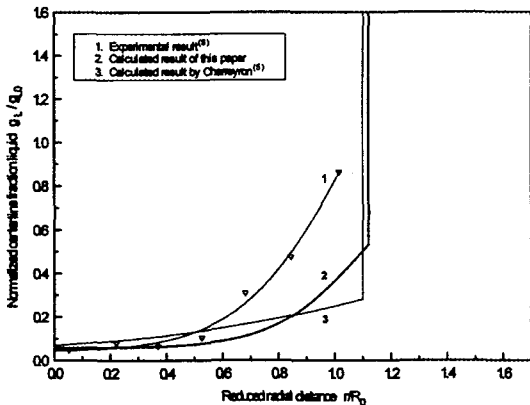


Fig. 4 Radial distribution of the liquid for Sn-15%Pb compressed at $\epsilon = 0.58$ ($\bar{m} = 1.0$, $\dot{\epsilon}_{ave} = 1.33 \times 10^{-2} s^{-1}$)

었고, 변형률 속도가 액상물의 분포에 미치는 영향을 살펴 보았다.

Fig.2, Fig.3, Fig.4 그리고 Fig.5는 소재의 변형률이 0.20, 0.27, 0.58 그리고 0.97일때 반경방향의 액상물 분포를 각각 나타낸 것이다.

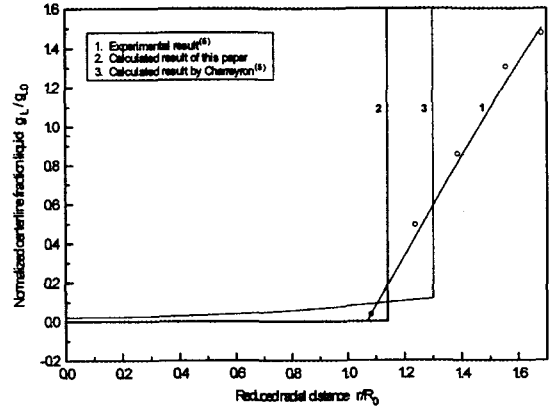


Fig. 5 Radial distribution of the liquid for Sn-15%Pb compressed at $\epsilon = 0.97$ ($\bar{m} = 1.0$, $\dot{\epsilon}_{ave} = 1.33 \times 10^{-2} s^{-1}$)

Table 1 The difference of results for two analyses with respect to those of experiment

ϵ	r/R_0	Difference(%)	
		This study	Charreyron et al.
0.20	0.0	17.48	33.01
	0.3	16.02	33.01
	0.6	10.68	33.01
	0.9	22.96	46.30
0.27	0.0	9.85	29.55
	0.3	12.12	29.55
	0.6	12.77	31.91
	0.9	9.90	48.51
0.58	0.0	20.00	50.00
	0.3	7.14	57.14
	0.6	52.50	20.00
	0.9	58.46	63.85
0.97	0.0	0.00	∞
	0.3	0.00	∞
	0.6	0.00	∞
	0.9	0.00	∞

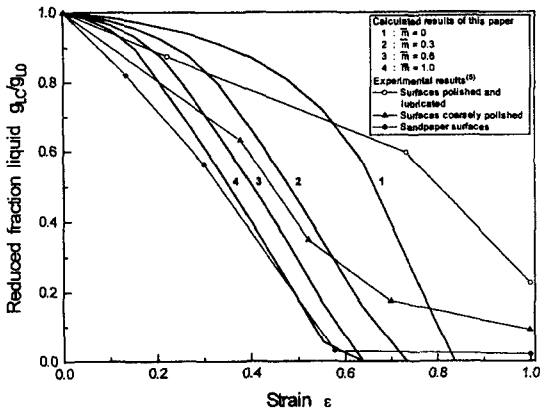


Fig. 6 Liquid fraction on strain for various friction condition at centerline ($\dot{\epsilon}_{ave} = 1.33 \times 10^{-2} s^{-1}$)

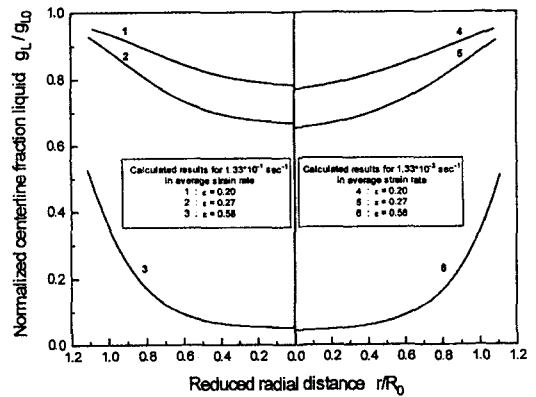


Fig. 7 Radial distribution of the liquid compressed at two strain rates ($\bar{m} = 1.0$)

Charreyron 등이 수행한 실험 결과를 기준으로 Shima & Oyane의 항복조건을 적용한 Charreyron 등의 해석 결과와 Doraivelu 등이 제안한 항복조건식을 적용한 본 연구의 해석 결과를 비교하여 보면, 본 연구의 해석 결과가 Charreyron 등의 해석 결과보다 실험 결과에 더 근사한 해를 제시함을 알 수 있다. 또한, 그 차이를 정량적으로 확인하기 위하여 Charreyron 등의 해석 결과와 본 연구에서의 해석 결과를 실험 결과에 대하여 오차율(%)로 Table 1에 나타내었다.

이상의 결과로부터 각각의 변형률에 대하여 반경 방향의 액상률이 증가함을 알 수 있는데, 이것으로부터 변형이 진행할수록 소재의 중심부는 고상(solid phase)만이 남게 되고, 표면으로 액상(liquid phase)이 유출됨을 알 수 있다. 그리고 변형률이 증가함에 따라서 소재의 액상률은 감소하는데, 변형률이 0.97일 때 소재의 거의 모든 영역에서 고상만이 남게됨을 알 수 있다.

Fig.6은 소재와 다이 사이의 마찰 조건이 변화할 때, 소재의 대칭축에서 변형률에 대한 액상률의 변화를 나타낸 것이다.

Fig.6으로부터 해석결과는 Charreyron 등의 실험 결과와 정성적으로 일치함을 알 수 있고, 동일한 마찰상수에 대하여 변형률이 증가할수록 소재 내부의 액상률은 낮아지며 같은 변형률에 대해서 마찰상수가 증가하면 소재 내부의 액상률은 낮아진다.

Fig.7는 변형률 속도의 변화할 때, 변형률의 증가에 따른 소재의 반경 방향의 액상률의 분포를 나타낸 것이다.

Fig.7로 부터 변형률 속도가 낮을수록 소재의 중심과

Table 2 The difference of reduced liquid fraction over the initial liquid fraction between 1.33×10^{-1} and $1.33 \times 10^{-2} s^{-1}$ in strain rate

ϵ	0.20			0.27			0.58			
	r/R_0	0.00	0.60	1.10	0.00	0.60	1.10	0.00	0.60	1.10
Difference(%)		1.55	0.45	0.96	2.05	0.58	1.69	2.15	0.56	1.07

표면의 액상률 분포의 구배가 커져서 소재의 중심에는 액상률이 낮고, 표면에는 높음을 알 수 있다.

또한, 그 차이를 정량적으로 확인하기 위하여 각각의 변형률에 있어서 변형률 속도에 따른 소재의 초기 액상률에 대한 잔류 액상률의 오차율(%) 차이를 Table 2에 나타내었다.

그 결과 변형률 속도의 차이에 의한 소재 내부의 잔류 액상률의 차이는 중심부가 표면보다 큰데, 이것은 변형률 속도가 낮을수록 고상과 액상의 분리 현상이 증가하므로 변형이 진행됨에 따라서 중심부분의 액상이 먼저 유출되기 시작하여 차츰 표면부분으로 액상이 유출됨을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 다공질 재료의 항복조건중에서 Doraivelu 등의 항복조건을 Sn-15%Pb의 반응용 재료를 이용한 단순압축공정의 상계해석에 적용하였으며, 그 결론은 다음과 같다.

(1) Doraivelu 등의 항복조건을 이용하여 낮은 변형률 속도의 성형공정 해석에 적용할 수 있는 이론적인 해석 모델을 제안하였다.

(2) Shima & Oyane의 항복조건을 적용한 Charreyron 등의 해석 결과는 실험 결과에 대하여 큰 차이가 있는데 비하여 Doraivelu 등의 항복조건을 적용한 본 연구에서는 보다 향상된 해를 구할 수 있다.

(3) 상계해석으로부터 변형률에 대한 반경 방향의 액상률 분포를 예측할 수 있는데, 변형시 소재의 내부보다 표면의 액상률이 증가함을 알 수 있고, 변형률이 증가할수록 액상률이 감소함을 알 수 있다.

(4) 마찰상수가 일정할 때, 변형률이 증가할수록 소재의 액상률은 낮아지고, 같은 변형률에 대해서 마찰상수가 증가하면 액상률이 낮아짐을 알 수 있다.

(5) 변형률 속도가 낮을수록 소재의 중심과 표면의 액상률 분포의 구배가 커져서 소재의 중심에는 액상률이 낮고, 표면에는 높음을 알 수 있다.

후 기

본 연구는 부산대학교 정밀정형 및 금형가공 연구센터를 통한 한국과학재단 우수연구센터 지원금에 의한 것입니다.

참 고 문 헌

1. D. B. Spencer, R. Mehrabian, M. C. Flemings, "Rheological Behavior of Sn-15% Pb in the Crystallization Range," Metall. Trans., Vol. 3A, pp. 1925-1932, 1972.

2. S. Toyoshima, "A FEM Simulation of Densification in Forming Processes for Semi-Solid Materials," The 3rd Int. Conf. on Semi-Solid Processing of Alloys and Composites, pp. 47-62, 1994.
3. 강충길, 임미동, "알루미늄합금의 반응용 단조 및 주조공정에 관한 수치해석," 한국소성가공학회지, Vol. 6, No. 3, pp. 239-249, 1997.
4. 최원도, 고대철, 민규식, 김병민, 최재찬, "유도가열을 고려한 반응용 재료의 성형공정에 관한 유한요소 해석," 한국정밀공학학회지, 제14권, 제8호, pp. 82-91, 1997.
5. P. O. Charreyron and M. C. Flemings, "Rheology of Semi-Solid Dendritic Sn-Pb Alloys at Low Strain Rates: Application to Forming Process," Int. J. Mech. Sci., Vol. 27, No. 11/12, pp. 781-791, 1985.
6. S. M. Doraivelu, H. L. Gegel, J. S. Gunasekera, J. C. Malas, J. T. Morgan, "A New Yield Function for Compressible P/M Materials," Int. J. Mech. Sci., Vol. 26, No. 9/10, pp. 527-535, 1984.
7. D. A. Pinsky, P. O. Charreyron, M. C. Flemings, "Compression of Semi-Solid Dendritic Sn-Pb Alloys at Low Strain Rates," Metall. Trans., Vol. 15B, pp. 173-181, 1984.
8. M. Suery and M. C. Flemings, "Effect of Strain Rate on Deformation Behavior of Semi-Solid Dendritic Alloys," Metall. Trans., Vol. 13A, pp. 1809-1819, 1982.
9. D. M. Himmelblau, "Applied Nonlinear Programming," McGraw-Hill Book Company, pp. 148-155, 1972.