

# 미시적 결정소성학에 의거한 거시적 성형공정 해석

여 은 구\* 이 용 신\*\*

## Analysis of Macroscopic Forming Process on the Basis of Microscopic Crystal Plasticity

E-G Yoh\* and Y-S Lee\*\*

### ABSTRACT

A mathematical formulation is presented to model anisotropy from the deformation textures developed in a forming process. In this work, a micro-mechanical-based polycrystalline analysis is implemented into a consistent finite element method for the anisotropic, viscoplastic deformation of polycrystalline metals. As suggested by Taylor, the deformation of each grain in an aggregate is assumed to be same as the macroscopic deformation of an aggregate or a macro-continuum point. Algorithms are developed to represent the plastic anisotropy, such as the anisotropic yield surface and R-value, from the predicted deformation texture. As applications, the evolution of texture in rolling, upsetting and drawing/extrusion processes are simulated and the corresponding changes of mechanical properties such as yield surface and R-value are predicted.

**Key Words :**Crystal Plasticity(결정소성학), Texture(집합조직), R-value(R값), Yield Surface(항복곡면)

### 1. 서 론

다결정 금속재의 성형가공은 소성변형을 일으키는 과정에서 소재의 미세조직의 변화를 수반하게 된다. 결정립 내의 단결정은 원자의 규칙 정연한 배열로 인해 특정 면의 특정 방향으로만 슬립을 일으키게 된다. 이를 슬립시스템이라 하며, 슬립시스템의 존재는 결국 단결정이 이방성을 갖고 있음을 의미한다. 이러한 결정립들의 집합체인 다결정 내의 각 결정립들이 불규칙적인 방향으로 분포할 때 거시적으로는 준-동방성을 나타내게 된다. 그러나 결

정립 집합체가 변형을 겪는 동안 각 결정립에 가해지는 구속에 의해 결정립의 방향이 특정 방향으로 모이게 되어 이방성을 띄게 된다. 이를 집합조직, 우선방위라 칭한다. 성형공정중의 이러한 이방성의 발전은 불가피한 것으로 성형제품의 성능에 영향을 주며, 후속 공정에 중요한 인자가 된다.

이러한 필요성으로 인하여, 결정학적인 측면에서 결정립 내부의 슬립을 바탕으로 하여 다결정재의 소성변형을 모델로 하는 이론들이 제시되어 왔다. Taylor<sup>(1)</sup>는 다결정재의 모든 결정립은 결정립 집합체(aggregate)와 같은

\* 국민대학교 기계설계과 대학원

\*\* 국민대학교 기계·자동차공학부

변형률을 갖는 것으로 가정한 반면(상계해), Sachs<sup>(2)</sup>는 각 결정립들은 같은 응력상태를 갖는 것을 가정하였다(하계해). Taylor의 모델은 결정립들간의 평행이 만족되지 않지만 Kocks<sup>(3)</sup>는 각 결정립들의 경계에서의 응력장에 의해 응력의 연속성이 보장될 수 있다고 하였다. Piehler<sup>(4)</sup>등은 입방정구조를 갖는 등방성재료의 항복곡선을 Schmid 텐서를 이용하여 얻었다. 최근에 이르러 이와 같은 미시역학과 매크로 연속체 역학을 접목시키려는 연구도 시도되고 있다. Mathur와 Dawson<sup>(5)</sup>은 정상상태 성형공정해석을 위해 속도와 압력을 주 변수로 하는 오일러리안 혼합 유한요소정식화에 최초로 결정소성학을 연계하여 압연공정을 해석하였다. 한편 Kalidindi, Anand<sup>(6)</sup>는 다결정 집합체에 균일한 변형경로를 가하거나, 등방성을 가정한 소재의 성형해석 후에 얻어진 변형이력(deformation history)에 따라 집합조직의 발전을 비연계적(decoupled)으로 계산하였다.

본 연구의 저자<sup>(7)</sup>들은 입체성형공정의 거시적 소성변형해석을 위한 상응별칙 유한요소 정식화(Consistent Penalty Finite Element Formulation)에 결정소성학에 의거한 미시적 해석을 연계하는 공정해석 모델을 제시하였다. 본 논문에서는 저자들이 참고문헌<sup>(7)</sup>에서 제시한 결정소성론에 의거한 미시적해석과 거시적 연속체 역학이 결합된 공정해석모델을 보다 발전시켜 성형가공된 소재의 기계적 성질을 예측하고자 한다. 가공된 소재의 미세조직상태 즉 우선방위 또는 집합조직으로부터 소재의 이방성 항복곡면과 이방성 척도의 하나인 R값 계산 알고리즘을 개발한다. 또한 업세팅(upsetting), 압연 및 인발/압출 공정을 해석하여 성형된 소재의 집합조직의 발전과 기계적성질의 변화를 조사한다.

## 2. 결정 소성학

금속내부의 슬립은 슬립면상에서 슬립방향으로 전단변형을 일으키며, 여러 개의 작용 슬립시스템에 일어나고 있는 전단변형의 조합으로 외부의 거시적 소성변형이 나타난다. 결정소성학에서는 슬립에 의한 결정학적 운동학(Kinematics), 슬립현상을 규명하는 구성방정식 그리고 변형경화 및 방위변화 등 미세조직 상태의 변화에 대한 모델이 필요하게 된다.<sup>(1-4,8)</sup>

### 2.1 단결정 운동학

본 연구에서는 방위변화에 영향이 적은 탄성변형을 무

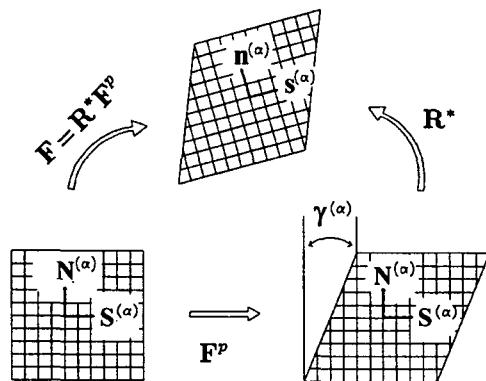


Fig. 1 Kinematics of single crystal

시하고, 단결정의 변형( $F$ )을 Fig. 1과 같이 슬립에 의한 소성변형 ( $F^p$ ) 과 결정격자의 회전( $R^*$ )으로 구분하였다.

$$F = R^*F^p \quad (1)$$

집소성해석을 위한 현재 형상에서의 속도구배텐서( $L$ )는 다음과 같다.

$$L = \dot{F} F^{-1} = \dot{R}^* R^{*T} + R^* F^p F^{p-1} R^* \quad (2)$$

윗식의 속도구배텐서는 다시 변형률속도텐서( $d^{(g)}$ )와 스판텐서( $\omega^{(g)}$ )의 합으로 표시될 수 있으며, 이들은 또한 각 슬립시스템의 전단변형률속도 ( $\dot{\gamma}^{(\alpha)}$ )의 조합으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$d^{(g)} = \frac{1}{2}(L + L^T) = \sum_{\alpha=1}^{Ns} P^{(\alpha)} \dot{\gamma}^{(\alpha)} \quad (3)$$

$$\omega^{(g)} = \frac{1}{2}(L - L^T) = \dot{R}^* R^{*T} + \sum_{\alpha=1}^{Ns} Q^{(\alpha)} \dot{\gamma}^{(\alpha)} \quad (4)$$

윗식에서  $P^{(\alpha)}$ 와  $Q^{(\alpha)}$ 는 현재형상의  $\alpha$ 슬립시스템에서 슬립방향벡터  $s^{(\alpha)}$ 와 슬립면 법선벡터  $n^{(\alpha)}$ 로 정의된 Schmid 텐서의 대칭부와 비대칭부이다. 즉

$$P^{(\alpha)} = \frac{1}{2}(s^{(\alpha)} \otimes n^{(\alpha)} + n^{(\alpha)} \otimes s^{(\alpha)}) \quad (5)$$

$$Q^{(\alpha)} = \frac{1}{2}(s^{(\alpha)} \otimes n^{(\alpha)} - n^{(\alpha)} \otimes s^{(\alpha)}) \quad (6)$$

위의 식들에서 결정립의 변형률속도를 구하기 위해서는 각 슬립시스템에서의 전단변형률속도( $\dot{\gamma}^{(\alpha)}$ )와 분해전단

응력(resolved shear stress,  $\tau^{(\alpha)}$ )의 관계를 규명하는 마이크로 구성방정식을 필요로 한다.

## 2.2 슬립시스템의 구성방정식

슬립시스템의 전단 변형률속도와 분해전단응력의 관계에 슬립시스템의 변형경화를 반영하는 구성방정식을 사용하였다.

$$\dot{\gamma}^{(\alpha)} = \dot{a}^{(\alpha)} \frac{\tau^{(\alpha)}}{\hat{\tau}^{(\alpha)}} \left| \frac{\tau^{(\alpha)}}{\hat{\tau}^{(\alpha)}} \right|^{\frac{1}{m-1}} \quad (7)$$

윗식에서  $\dot{a}^{(\alpha)}$ 는  $\alpha$ 슬립시스템에서의 분해전단응력이 그 시스템의 하드니스 ( $\dot{\gamma}^{(\alpha)}$ )에 도달했을 때의 전단 변형률속도이다.  $\alpha$ 슬립시스템에서의 분해전단응력 ( $\tau^{(\alpha)}$ )은 결정립의 진응력을 현재형상에서의 슬립시스템에 투영하여 다음과 같이 구한다.

$$\tau^{(\alpha)} = tr(\mathbf{P}^{(\alpha)} \boldsymbol{\sigma}^{(g)}) \quad (8)$$

슬립시스템의 변형경화 즉 하드니스 발전식은 Voce에 의해 제시되어 Kocks에 의해 온도와 변형률속도 영향을 포함시키도록 수정된 것으로 다음과 같다.

$$\dot{\hat{\tau}} = \Theta_o \left( \frac{\hat{\tau}_s(\dot{\gamma}^*) - \hat{\tau}_{avg}}{\hat{\tau}_s(\dot{\gamma}^*) - \hat{\tau}_o} \right) \dot{\gamma}^* \quad (9)$$

여기서

$$\hat{\tau}_s(\dot{\gamma}^*) = \hat{\tau}_{so} \left| \frac{\dot{\gamma}^*}{\dot{\gamma}_s} \right|^{A/\mu}, \quad \dot{\gamma}^* = \sum_{\alpha} |\dot{\gamma}^{(\alpha)}| \quad (10)$$

윗식에서  $\mu$ 는 전단탄성계수이고  $\hat{\tau}_o$ ,  $\hat{\tau}_{so}$ ,  $\dot{\gamma}_s$ ,  $\Theta_o$  와 A는 재료상수이다. 뒤의 결과는 참고문헌 (5)에서 발췌한 알루미늄 1100의 재료상수를 이용하여 얻은 것으로 Table 1에 재료상수의 값이 주어져 있다.

## 2.3 결정립방위 계산

변형이 진행됨에 따라 집합체내의 각 결정립들은 현 방위에서 각각 달리 회전을 하게 된다. 현재 형상에서의 방위를 나타내는 오일러각은 결정립에 설정된 좌표계와 전체좌표계 사이의 변환텐서(C)로 표현될 수 있다. 또한 현재 형상에서의 변환텐서(C)는 회전텐서( $\mathbf{R}^*$ )와 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\mathbf{C}(t) = \mathbf{R}^*(t) \mathbf{C}(0) \quad (11)$$

여기에서  $\mathbf{C}(0)$ 는 초기조건으로 결국 현재 형상에서의

Table 1 Material Parameter  
(the Voce-Kocks model for Aluminum)

Model Parameter	Value
$\dot{a}$	$1.0 \text{ s}^{-1}$
$m$	0.05
$\hat{\tau}_o$	27.17 MPa
$\hat{\tau}_{so}$	61.80 MPa
$\dot{\gamma}_s$	$5 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$
$\Theta_o$	58.41 MPa
$A$	0.129 GPa
$\mu$	25.3 GPa

방위는 회전텐서( $\mathbf{R}^*$ )로 표현되므로 방위각의 변화를 직접 구하는 대신 회전텐서( $\mathbf{R}^*$ )를 적분해 나감으로써 변형 중 결정립방위의 변화를 계산할 수 있다. 식(4)부터 다음과 같이 새로운 회전텐서 계산식을 얻는다.

$$\mathbf{R}^*(t + \Delta t) = \exp \left[ (\boldsymbol{\omega} - \sum_{\alpha=1}^{Ns} \mathbf{Q}^{(\alpha)} \dot{\gamma}^{(\alpha)}) \Delta t \right] \mathbf{R}^*(t) \quad (12)$$

위의 계산은 2차 비대칭텐서의 지수함수에 대한 표현이 필요하며, 상세한 내용은 참고문헌<sup>(10)</sup>에 주어진다.

## 3. 거시적 성형공정해석 모델

본 연구의 성형공정의 해석모델에는 질량보전과 선형운동량보전식과 함께 결정소성학으로부터 유도된 응력-변형률관계식의 적용이 필요하다. 지배방정식을 풀기 위해서 해석영역을 유한요소로 분할하고, 분할된 요소 내에서 거시적 변수들의 근사해를 구하게 된다. 거시적 유한요소 해석의 한 질점은 결정립 집합체로 간주하며, 그 안에는 충분한 수의 결정립들이 포함되어 있어 질점에서의 거시적 거동이 결정소성학에 근거한 미시적 해석으로부터 얻은 각 결정립들의 소성변형을 평균하여 결정된다. 이것을 도식적으로 나타낸 Fig. 2는 길이 척도에 따른 해석단계와 각 단계간의 관계를 나타내고 있다.

### 3.1 결정립 집합체의 구성방정식

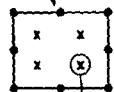
슬립시스템의 구성방정식(7)에 결정립의 변형률속도와 슬립시스템상의 전단변형과의 관계식(3)과 결정립에 미

**Workpiece**

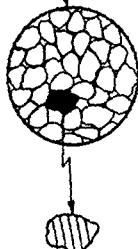
Large velocity variations

**Element**

Constant velocity gradients

**Material Point**

Uniform macroscopic strain rate

**Grain**

Known modes of deformation

Fig. 2 Length scales in the process model

차는 응력과 슬립시스템상의 전단 응력의 관계식(8)을 적용하면 단결정에 대한 응력( $\sigma^{(g)}$ )과 변형률속도( $d^{(g)}$ )의 관계식을 구할 수 있다.

$$\mathbf{d}^{(g)} = \left\{ \sum_{\alpha=1}^{N_g} \frac{\dot{a}^{(\alpha)}}{\dot{\tau}^{(\alpha)}} \left| \frac{\tau^{(\alpha)}}{\dot{\tau}^{(\alpha)}} \right|^{\frac{1}{m-1}} \mathbf{P}^{(\alpha)} \otimes \mathbf{P}^{(\alpha)} \right\} \boldsymbol{\sigma}'^{(g)} \quad (13)$$

Schmid 텐서의 대칭부  $P^{(\alpha)}$ 는 5개의 독립된 성분을 갖게되어 체적불변의 소성변형을 모사한다. 따라서 윗 식의 좌측항은 5개의 독립변수를 갖게 되므로 실제의 계산에서는 우측항의 4차 커플라이언스 텐서는  $5 \times 5$ 의 행렬로 만들 수 있으며, 그것의 역행렬이 존재하기 위해서는 적어도 5개 이상의 작용슬립시스템이 있어야 한다. 절소성 해석에서는 모든 슬립시스템이 작용을 하므로, FCC 나 BCC 같이 5개 이상의 슬립시스템을 갖는 결정격자는 커플라이언스 텐서의 역행렬 즉 강성행렬을 구할 수 있다.

결정립 집합체의 거시적 소성변형은 각 결정립들의 미시적 절소성 변형의 중첩으로 나타난다. 본 연구에서는 Taylor가 제시한 바와 같이 각 결정립의 변형률속도텐서( $d^{(g)}$ )는 다결정집합체의 변형률속도텐서( $d$ )와 같은 것을

가정하였다. 즉

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}^{(g)} = \sum_{\alpha=1}^{N_g} \mathbf{P}^{(\alpha)} \dot{\gamma}^{(\alpha)} \quad (14)$$

한편 다결정 집합체의 편차진응력( $\boldsymbol{\sigma}'$ )은 각 단결정의 응력을 평균하여 얻는 것으로 정의하면 다음과 같이 결정립 집합체의 응력과 변형률 속도의 관계식을 구할 수 있다.

$$\boldsymbol{\sigma}' = \frac{1}{N_g} \sum_{g=1}^{N_g} \left\{ \sum_{\alpha=1}^{N_g} \frac{\dot{a}^{(\alpha)}}{\dot{\tau}^{(\alpha)}} \left| \frac{\tau^{(\alpha)}}{\dot{\tau}^{(\alpha)}} \right|^{\frac{1}{m-1}} \mathbf{P}^{(\alpha)} \otimes \mathbf{P}^{(\alpha)} \right\}^{-1} \mathbf{d} \quad (15)$$

식(15)로 주어진 결정립 집합체의 응력-변형률속도 관계식은 뒤의 거시적 성형공정해석에서 물질점에서의 구성방정식으로 사용된다.

**3.2 유동장 계산**

가상일률의 정리를 적용하여 선형운동량 보존식을 범함수 꼴로 표현하면 다음과 같으며, 이것은 유한요소 이산화의 바탕이 된다.

$$\delta I = - \int_V \boldsymbol{\sigma}' \cdot \delta \mathbf{d} \, dv + \int_V p \, tr(\delta \mathbf{d}) \, dv + \int_s \mathbf{t} \cdot \delta \mathbf{u} \, ds \quad (16)$$

여기서 텐서  $\delta \mathbf{d}$ 는 가상 속도  $\delta \mathbf{u}$ 가 동반하는 가상 변형률속도를 나타내며  $p$ 와  $t$ 는 각각 압력과 표면력을 나타낸다. 가상일률식에서 편차 진응력  $\boldsymbol{\sigma}'$ 은 결정립 집합체의 구성방정식(15)을 이용하여 소거할 수 있다.

비압축성 구속조건을 만족시키기 위해서 질량보전식을 압력으로 별치화(penalize)한 후에 범함수를 구하면 다음과 같다.

$$\delta I = \int_V [p - \lambda \, tr \, \mathbf{d}] \delta p \, dv \quad (17)$$

여기서  $\lambda$ 는 가변별치상수이고, 유한요소의 가우스 선택점마다 구성행렬의 성분중 가장 큰 값의 10<sup>6</sup>배로 값을 취하였다. 본 연구에서 도입하는 상응별치 유한요소법에서는 속도와 압력이 형상함수를 이용하여 각 요소내에서 연속적인 균사식으로 표현되나, 압력항은 각 요소의 유한요소 정식화 이후에 소거되어 전 영역에 걸쳐서 조합된다. 따라서 최종에는 속도만을 미지수로 해를 구하고, 압력은 후처리 과정에서 구하여진다.

### 3.3 상태변수

본 연구에서 제시되는 공정해석 모델에서는 수많은 결정립들의 방위와 슬립시스템 하드니스가 상태변수들이고, 소성변형으로 유발되는 이들의 변화를 추적해야한다. 단조공정의 해석에 요구되는 라그란지안 유한요소법의 경우에는 가우스 선택점을 구성하는 결정립들의 방위와 슬립시스템 하드니스의 변화를 회전텐서의 발전식인 식(11)과 하드니스의 발전식(9)를 직접 시간에 따라 적분하여 구한다.

압연과 같은 정상상태 성형공정의 해석에서는 오일러리 안 검사체적내에서 거시적 물질점의 유동경로를 추적하고 그 경로를 따라 상태변수 발전식을 적분한다.

## 4. 집합조직과 이방성

### 4.1 소성변형비(R-value)

판재의 이방성지표로 널리 사용되는 소성변형비는 인장 시에 나타나는 폭방향 소성변형률 ( $\varepsilon_w$ )과 두께방향 소성변형률 ( $\varepsilon_t$ )의 비로 정의된다.

$$R \equiv \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_t} \quad (18)$$

결정립 집합체에 가해지는 인장의 경계조건은 변형률속도의 일부 성분과 응력의 일부 성분을 포함하여 복합적으로 주어진다. 축방향의 인장변형과 이에 수직한 방향으로 수축변형만이 존재하므로 전단변형률 성분은 영이 되고, 일정한 축방향의 변형률 속도( $d_{11}$ )에 대한 다른 수직 변형률 속도는 미지수가 된다.

$$\mathbf{d} \equiv \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & ? \end{bmatrix} \quad (19)$$

또한 축방향의 변형률 속도에 상응하는 응력성분( $\sigma_{11}$ ) 외에 다른 수직 응력 성분은 영이 되어야 하므로 편차응력 텐서는 다음과 같다.

$$\boldsymbol{\sigma}' = \begin{bmatrix} \sigma'_{11} & ? & ? \\ ? & -0.5\sigma'_{11} & ? \\ ? & ? & -0.5\sigma'_{11} \end{bmatrix} \quad (20)$$

이방성의 영향으로 전단변형성분과 수직변형성분이 연

계적 관계(coupled)를 갖게되므로, 전단변형률성분이 영이 되기 위한 전단응력 성분  $\sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23}$ 는 미지수가 된다. 대칭성을 고려할 때 소성변형비를 구하기 위해, 결국 다섯 개의 경계조건을 만족시키는 다섯 개의 미지수를 구하는 문제로 귀착된다. 이러한 복합 경계조건을 결정립 집합체의 구성식(15)에 적용하여 변형률 속도 텐서를 구하고 이로부터 변형률을 계산하면 소성변형비를 얻을 수 있다.

### 4.2 항복곡면(Yield Surface)

점소성유동 해석에서는 유동 포텐셜곡면을 변형률증분 해석의 항복곡면 개념에 상응하는 것으로 간주할 수 있다. 유동 포텐셜 곡면은 임의의 방향의 변형률 속도에 대하여 일정한 일률을 생성하게되는 응력상태들로 구성된다.

$$\frac{\partial \dot{W}}{\partial \sigma'} = \mathbf{d} \quad (21)$$

여기서 일률  $\dot{W}$ 는 등포텐셜곡면에서 상수이며, 모든 방향의 변형률 속도를 고려하면 위의 식을 만족시키는 응력들의 곡면을 얻을 수 있다. 임의의 응력상태에서 변형률속도의 방향은 그 응력상태를 지나는 유동 포텐셜 곡면의 법선 방향과 일치하므로 등포텐셜곡면의 형태로부터 다결정재의 거시적 이방성을 보다 쉽게 인지할 수 있다. 3축 주응력 공간  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ 에서의 이방성재료의 항복곡면은 정수압응력이 항복에 영향을 미치지 않는 한  $\pi$ -평면에 투영하여도 일반성을 유지하나, 이방성으로 인하여 전단응력이 작용하는 일반적 응력상태에서의 항복을 판단하는 자료로는 쓰이지 못한다. 이에 본 연구에서는 유동 포텐셜 곡면을  $\pi$ -평면에 투영된 3축 응력 공간  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ 과  $\sigma - \tau$ 응력공간에서 구하였다.

## 5. 응용

앞절에서 제시한 공정해석모델을 알루미늄판재의 압연, 압연의 후속공정으로 업세팅과 축대칭의 인발/압출 공정 해석에 적용하여 집합조직, 항복곡면과 R값변화를 조사하였다.

### 5.1 압연

모사된 압연공정은 본 연구의 저자가 발표한 참고문헌<sup>17)</sup>에서 소개된 것으로 총 압하율이 30, 50, 70%가 되는 3

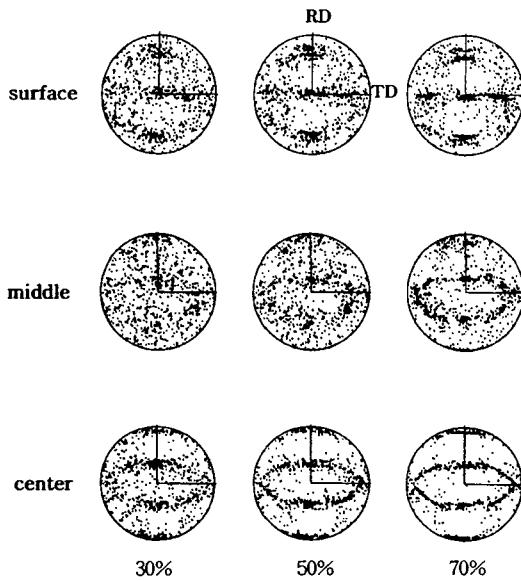


Fig. 3 Simulated texture variation through-thickness

단 연속 공정을 해석하였다. 초기의 두께는 40mm, 압연률의 반지름 100mm, 룰의 회전속도는 10rad/s가 되도록 하였으며, 시편과 룰의 접촉부에서는 미끄러짐에 의한 속도 차에 비례하는 마찰력이 존재하는 것으로 가정하였다. 결정립 집합체로 표현되는 각 절점은 통계적 안정성을 고려하여<sup>(6)</sup> 200개의 결정립으로 구성된 것으로 가정하였다. 초기의 결정립의 방위는 등방성을 모사하기 위해 무작위한 방향으로 분포하도록 하였고, 슬립시스템의 하드니스는 모두 같게 하였다. 오일러리안 검사영역을 9절점 4각요소 45개로 이산화하여 계산하였다.

세 페스를 지나는 동안 발달되는 집합조직의 두께방향 분포를 Fig.3에 나타내었다. 결정립의 방위 변화를 고찰하기 위해 {111} 극점도를 사용하였으며 RD, TD는 각각 압연방향과 폭방향을 나타낸다. 두께방향으로는 전단 변형 정도의 차이로 인해 표면과 중심부에서 불균일한 집합조직이 발달함을 확인할 수 있다. 압하율이 증가함에 따라 집합조직의 윤곽이 뚜렷해짐을 알 수 있다. 상세한 분석은 참고문헌<sup>(7)</sup>을 참조하기 바란다.

Fig.4과 Fig.5에서는 매 단계의 압연공정을 거침에 따라 변화하는 소성변형비의 분포를 나타내고 있다. 초기의 무작위 방위를 갖던 소재는 준등방성을 드러내며 '1' 주위에 균접하여 분포하고 있다. 압연후 압연방향과 인장방향이 이루는 각도에 따라 R값이 변화하고 있다. 소재 중심부(Fig.4)와 소재 표면부(Fig.5)에서 다른 분포를 나

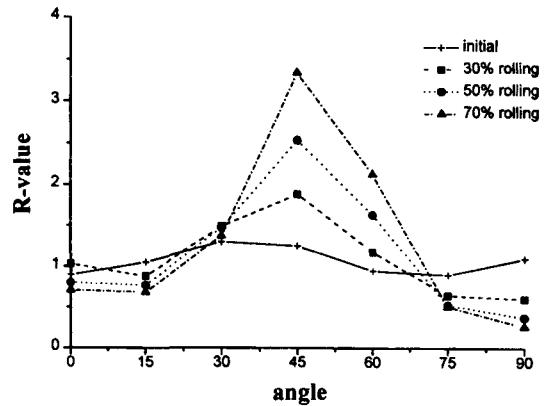


Fig. 4 R-value distribution at the center plane of workpiece for three continuous passes

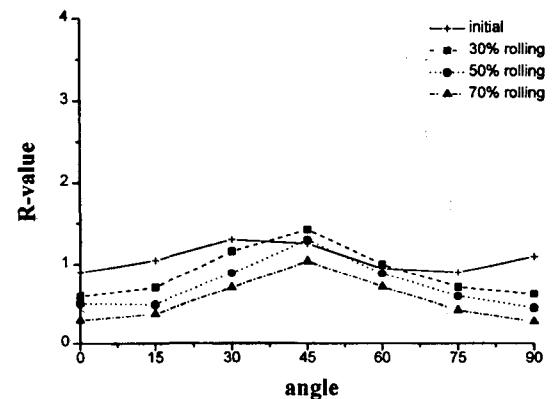


Fig. 5 R-value distribution at the surface plane of workpiece for three continuous passes

타내고 있으며 두 경우 모두 압하율이 증가할수록 초기의 준 등방성 분포에서 멀어지고 있으며, 중심부에서는 인장 방향과 이루는 각도에 따른 R값의 차이가 커짐을 알 수 있다. R값 측정 실험에 대한 규정에 따르면 인장 시편을 15%까지 소성변형 시킨 후 두께방향 변형률과 폭방향 변형률을 측정하여 R값을 구하도록 하고 있다. 실제 시편은 15%의 인장시험 중에도 R값이 변화하게 되는데, 이를 Fig.6에서 나타내고 있다. 30% 압연으로부터 얻은 집합조직을 갖는 결정립 집합체에 대하여 인장변형중의 R값의 변화를 예측해본 결과 그 값이 커졌던 45° 방향의 R값은 다소 감소하는 경향을 보이며, 반대로 값이 감소되었던 0°, 90° 방향의 값은 다소 회복됨을 보이고 있다.

Fig.7에서는 30%, 50% 압연 페스를 지나면서 발달하

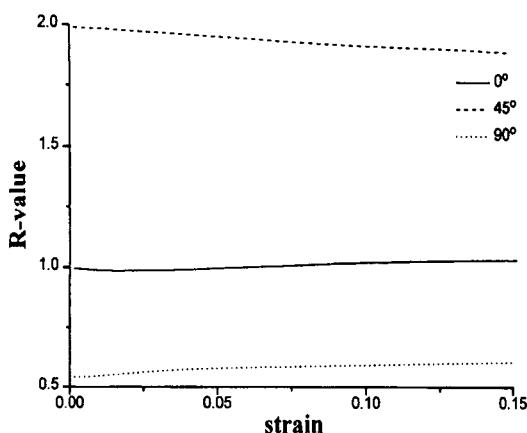


Fig. 6 Variation of R-value with axial strain increase : after 30% rolling

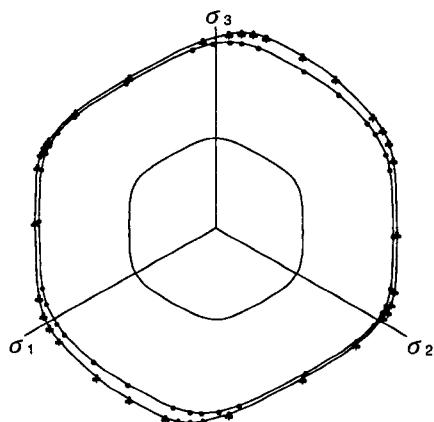
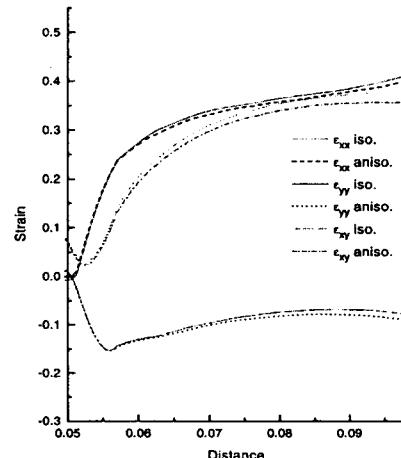


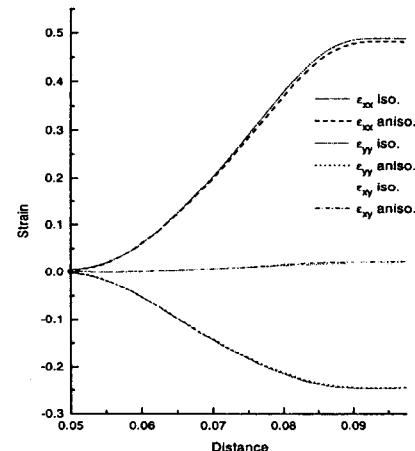
Fig. 7 Yield surface evolution in rolling

— initial  
● after 30% rolling  
▲ after 50% rolling

는 항복곡면을 3축응력의  $\pi$ 평면상에 나타내고 있다. 변형이 증가됨에 따라 항복곡면이 성장하고 있으며, 그 형태가 초기의 대칭성을 잃고 씨그러지고 있다. 변형률속도의 방향은 항복곡면의 법선방향과 일치함을 고려할 때, 이러한 항복곡면의 형상변화는 이방성 변형거동을 초래하게 되리라는 것을 알 수 있다. 예로서 3-방향의 축하중이 존재하는 경우 초기에는 변형의 방향은 3-방향으로 일치하나, 50% 압연후 3-방향의 축은 더 이상 항복곡면의 법선이 아니므로 3-방향의 축하중 만으로도 전단변형이 야기되리라는 것을 알 수 있다. 집합조직의 발달을 반영하는 해석



(a) surface



(b) center

Fig. 8 Strain components evolution along stream lines

과 이를 무시한 등방성해석을 할 때 첫 패스에서 소재의 표면과 중심부의 변형률을 변화가 Fig.8에 보여진다. 압연률 아래의 변형지역을 지나는 동안 변형률이 증가함에 따라 집합조직의 발달을 반영하는 이방성해석과 등방성해석의 결과의 차이가 증가함을 알 수 있다. 표면부에서는 변형이 초기에 급속히 발생하며, 압연방향으로의 신장과 더불어 전단변형이 크게 나타나고 있다. 중심부에서는 압연률 아래를 지나는 동안 점진적으로 변형이 진행되며, 두 해석의 결과에서 차이가 비교적 작음을 알 수 있다.

## 5.2 업세팅(upsetting)

초기의 소재가 집합조직을 갖고 있을 때 후속 성형에

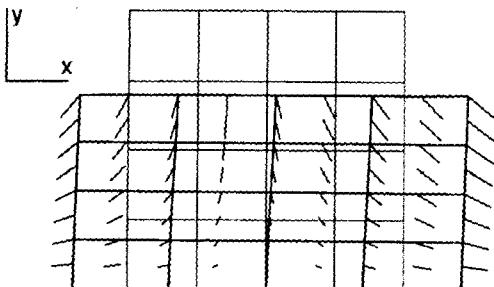


Fig. 9 Plane strain compression of pretextured material. Initial, Deformed mesh and velocity vector

미치는 영향을 알아보기 위해 압연 접합조직을 갖는 소재의 업세팅을 모사하였다. 70% 압연후 얻어진 결정립방위와 슬립시스템 하드니스를 갖는 소재를 기존의 압연방향(x방향)의 면을 자유단으로 하여, 폭방향(z방향)을 구속한 상태에서, 두께방향(y방향)으로 압축하였을 경우의 형상변화를 Fig.9에서 예측하고 있다. 등방성 소재의 경우 균일변형이 일어나 두께의 감소와 함께 횡방향의 길이 증가만이 일어나게 되지만, 압연접합조직을 갖는 경우 이 방향의 영향으로 비균질한 변형이 생기고 전단변형이 일어나고 있다. 짧은 선으로 나타낸 속도벡터는 그러한 형상의 왜곡이 계속 진행되고 있음을 보여주고 있다.

### 5.3 인발과 압출

모사된 축대칭 봉재의 인발과 압출 공정의 개략도와 해석에 사용된 유한요소경자는 Fig.10과 같다. 초기의 지름이 5mm, 1차 인발/압출 후에 지름 4mm로 면적 감소율이 36%가 되고 2차 인발/압출 후에는 지름이 3.2mm로 면적 감소율이 59%가 되도록 하였다. 인발해석시의 출구속도와 압출해석시의 입구속도는 5mm/s로 하였다. 45개의 9 절점 4각요소로 해석영역을 분할하고 축대칭 해석을 수행하였다.

초기의 무작위한 방향을 갖는 소재로부터 인발과 압출 후에 얻어지는 접합조직과  $\pi$ -평면에 투영된 3축응력공간과  $\sigma - \tau$ 공간에서의 항복곡면을 Fig.11에 나타내었다. 그림의 극점도는 봉재의 축방향과 나란한 법선을 갖는 면에 투영시킨 것으로 1, 3방향은 반경방향을 나타낸다. 인발의 경우에는 소재의 축(2축)과 나란한 섬유상 접합조직이 뚜렷이 나타나는 반면에, 압출에서는 같은 면적 감소율에도 불구하고 뚜렷한 접합조직이 발달하지 않고 있다. 그림에서 보여 지는 바와 같이 인장된 소재의 중심부의 항복곡면은  $\pi$ -평면에서 소재의 축에 대칭을 유지하며 변

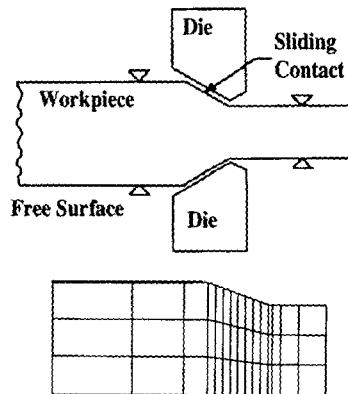


Fig. 10 Schematic of drawing/extrusion and mesh

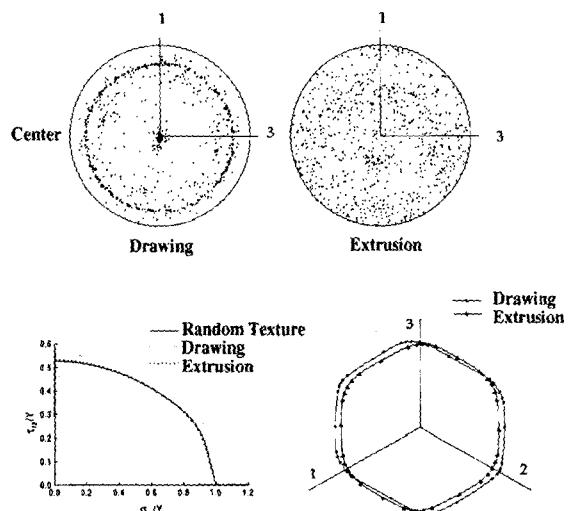


Fig. 11 Simulated {111} pole figures and yield surfaces : Ratio of area reduction is 59% in both case drawing/extrusion.

하나 압출된 소재의 경우에는 항복곡면의 형태가 등방성 재의 항복곡면과도 유사하다. 인발에 의해 단면이 축소된 소재는 압출된 소재나 등방성 소재에 비하여 전단항복응력을 작으나 인장항복응력은 크며, 압출된 소재는 초기의 준등방성 소재(무질서 접합조직을 갖는 소재)와 비슷한 항복곡면을 갖는다. 즉 인발된 소재가 보다 뚜렷한 이방성을 갖음을 3축응력의  $\pi$ -평면과  $\sigma - \tau$ 공간에서의 항복곡면에서 보여지고 있다. 이로부터 두 공정이 수행중에 소재는 서로 다른 변형경로를 겪으며, 그것으로 인해 기계적 성질이 다르게 발전함을 예측할 수 있다.

## 6. 결 론

입체성형공정의 거시적 소성변형해석을 위한 상응법칙 유한요소 정식화(Consistent Penalty Finite Element Formulation)에 결정소성학에 의거한 미시적 해석을 연계하는 공정해석 모델을 제시한다. 종래의 현상학적 모델로는 표현이 곤란했던 소성변형중에 수반되는 집합조직 발전의 예측과 그에 따른 이방성의 발전을 공정해석에 반영할 수 있다.

더불어 집합조직을 갖는 소재의 기계적성질의 이해를 쉽게하도록 항복곡면과 R값을 계산하는 알고리즘을 개발하였다.

제시된 공정해석 모델을 압연, 업세팅 및 인발/압출공정에 적용하였다. 압연된 판재에 뚜렷이 나타나는 평면변형률을 집합조직과 두께방향으로의 집합조직 분포를 예측할 수 있고 그에 따른 이방성을 R값과 항복곡면 등으로 표현하여 기계적성질의 변화를 쉽게 이해할 수 있었다.

업세팅 해석에서는 초기 집합조직의 영향에 의한 형태변화의 예측으로부터 집합조직의 발전을 반영하는 공정해석모델의 필요성을 재확인 할 수 있었다.

인발 또는 압출공정에 의해 단면이 축소된 소재는 같은 면적감소율에도 불구하고 집합조직이 다르게 발달하고, 인발된 소재는 압출된 소재보다 인장방향으로의 소성변형에 대한 저항이 전단방향으로의 소성변형에 대한 저항보다 커지고 있다.

결정립들의 방향성 변화를 반영하는 해석을 통하여 소성가공으로 만들어지는 성형제품의 슬립시스템 경화 및 집합조직의 발전을 추적하고 그것으로 인한 거시적 변형경화, 항복곡면과 소성변형비 등의 기계적 성질의 변화를 예측 할 수 있었다.

## 후 기

본 연구는 한국과학재단의 지원(과제번호: 95-0200-40-3)에 의하여 이루어졌으며 관계자 여러분들에게 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

1. Taylor,G.I., "Plastic strain in metals", J. Inst. Metals., Vol.62, pp307-324, 1938.
2. Sachs,G., Z. Verein Deut. Ing., Vol.72, pp734, 1928.
3. Kocks,U.F., Acta Metall., Vol.6, pp85-94, 1958.
4. Piehler,H.R., Sc.D. Thesis, MIT Cambridge, 1967.
5. Mathur,K., Dawson,P.R., "On modeling the development of crystallographic texture in bulk forming process", Int. J. Plast., Vol.5, pp67-94, 1989.
6. Kalidindi,S.R., Anand,L., "Macroscopic shape change and evolution of crystallographic texture in pre-textured FCC metals", J. Mech. Phys. Solids, Vol.42, No.3, pp459-490, 1994.
7. 김웅주, 이용신, "집합조직의 발전을 반영하는 다결정재의 정상상태 성형공정해석", 소성가공 제5권 제4호, pp297-304, 1996.
8. Asaro,R.J., "Crystal plasticity", J. App. Mech., Vol.50, pp921-934, 1983.
9. Simo,J.C., Vu-Quoc,L., 1986, "A three dimensional finite strain rod model. Part II: Computational aspects", Comp. Methods App. Mech. Eng., Vol.58, pp79-116, 1986.
10. Maniatty, A.M., Dawson, P.R., Lee,Y-S, "A time integration algorithm for elasto-viscoplastic cubic crystals applied to modeling polycrystalline deformation", IJNME, Vol.35, pp1565-1588, 1992.
11. 김웅주, 이용신, "FCC 다결정재의 집합조직 발전에 따른 이방성의 변화", 대한 기계학회논문집A), 제20권 제5호, pp1516-1523, 1996.
12. Hansen, "Influence of the geometry of deformation on the rolling texture of F.C.C. Metals", proceedings of 4th ICOTOM meeting, pp34-47, 1975.
13. Truszkowski, "Inhomogeneity of rolling texture in fcc metals", Metall. Trans. A, 11A, pp749-758, 1980.
14. Mathur, Dawson, "Texture development during wire drawing" ASME, Vol.112, pp292-297, 1990.