Historia Mathematica Vol. 11, No. 2, 1998, 43-54

근대 수학교육의 역사에 나타난 수학교육관*

관동대학교 수학교육과 **김종명**

Abstract

In this paper we analyze the variety of outlook on the mathematical education as in the history of modern mathematical education and suggest the direction of outlook on the mathematical education in the future.

0. 들어가는 말

인류와 더불어 수학이 시작되어, 고대로부터 발전되어온 수학은 인류의 문화유산이다. 수학의 역사는 잡다한 수학적 지식의 발견이나 지적 유희의 산물이 아니고, 인류가 수많은 실패와 뼈아픈 고민과 토론으로 이루어진 과학적이고 합리적인 사고의 역사이다. 수학사의 연구는 인류문화의 정신적 발전과 흐름을 조망하고 생각하면서 사회적, 역사적 존재로서 연구되어지고 있다. 수학사의 연구가 오래되지 않았기 때문에 수학교육의 역사와 수학교육관의 연구는 별로 많지 않다. 컴퓨터와 통신의 발전으로 세계화와 정보화 시대에는 정보와 지식의 양이 폭발적으로 증가하고 변화하기 때문에 합리적 판단과 추론 및 문제해결력과 창의력이 매우 중요한 시대에 살고 있다. 이러한 능력은 수학을 통하여 잘 배울 수 있다. 또한 수학교육에서 의사소통, 인격의 도야와 인간관계 등을 배울 수 있다. 수학교육이 중요한 시대에 수학교사와 학생들의 수학과 수학교육관은 매우 중요하다. 수학의 역사에서 "수학의 변화는 단순한 지식의 누적이 아니라, 수학의 대상, 방법, 진리관에 대한 명확한 의식의 변화에 의해서 결정된다[6]."라 하였다. 수학사의 흐름에서 몇 가지의 패러다임(paradigm)으로 나누어서 수학의 역사와 수학의 철학적 관점을 바라보는 방법으로 수학교육관을 생각할 수 있었다[8]. 본 연구는 근대수학교육의 역사에서 수학교육을 패러다임에 따라 분류하는 방법으로 분석하여서 수학교육의 발전과 수학교육의 철학적 근거와 수학교육관을 알아본다. 또한 정보화의 21세기와 21세기를 대비하는 수학교육의 바람직한 수학교육관의 방향을 모색하고자 한다.

* 본 논문은 1998학년도 관동대학교 학술연구비 지원에 의한 결과임.

1. 수학교육 근대화운동의 태동과 수학교육관

영국은 14세기부터 공립학교를 세워 수학을 가르쳤다. 16세기이후 유클리드(Euclid) 기하학의 개정판들이 만들어져 가르쳐졌다. 과학과 수학의 발전과 변화로 수학 교과서로서의 유클리드 **원론**(Elements, Stoicheia)도 고정된 진리체계로서의 자리를 위협받게 되었다. 1849년 드 모르간(De Morgan)은 유클리드 기하학의 결점을 지적하였다. 1869년 윌슨과 존즈가 유클리드의 방법을 포기하고 싶다고 말하였다. 또한 육군대학 교수인 실베스터(Sylvester, 1814-1897, 대수학)는 "나는 유클리드가 경원되어 학생들의 손이 닿지 않는 높은 선반 위에 모셔 놓거나, 혹은 측량에 쓰는 납덩이로 잴 수 없는 깊은 바다 밑에 파묻는 것을 보게 된다면 얼마나 기쁠까?"라고 말하면서 유클리드 기하학을 공격했다. 그러나 한편 케임브리지 교수인 케일리(Cayley, 1821-1895, 대수 및 기하학)는 유클리드 **원론**으로 돌아가야 한다고 주장했다. 1870년 '기하교육 개량협회'가 조직되어 초대회장인 허스트(Hirst)는 다음과 같이 말했다. "성공한 교사로서 유클리드 **원론**의 엄정한 규정을 벗어나, … 그 엄정한 규정을 벗어나지 않고는 도저히 생생한 목숨을 연구 제목에 부여할 수 없는 것이다. 더욱이 유클리드를 비판적으로 읽은 기하학자와 설명하는 방법에 주의를 기울인 교사 가운데 유클리드 **원론**이 결점 투성이라는 것을 승인하지 않는 사람은 한 사람도 없으리라 생각한다. 유클리드 **원론**은 이 대학의 저명한 교수이고, 현대의 가장 엄격한 사상가 몇 사람을 훈련하고 가르치는데 기여한 학자 드 모르간이 말했듯이 실제로 결점으로 가득 차 있는 것이다." 그후 많은 협의와 연구를 거쳐서 1875년에 기하교육 개량협회에서 유클리드 평면기하학에 대응하는 기하교육의 요목(要目, Syllabus)을 발표하였다. 교수요목은 유클리드 원론의 정신과 그 중요점을 그대로 계승할 목적으로 만들어졌고 엄격한 의미에서 내용과 형식을 조금도 버리지 않고 이미 알려진 결점을 보충했으며, 또한 많은 작은 결점을 수정하고 증명을 간단히 하였다. 그후 유클리드 **원론**의 개정판이 케이지(1881년), 닉슨, 막케이, 랑글리, 필립스, 테일러 등의 것과 개량협회서 발행한 **평면기하학**(1884) 등이 있다.

그렇지만 이러한 노력에도 불구하고 기하교육의 개선이 전혀 되지 않았다. 개선에 대한 커다란 장애 중 하나는 옥스퍼드나 케임브리지 대학과 같은 곳에서 입학시험이 유클리드의 **원론**과 같은 증명과 순서를 강하게 집착하여 **원론**의 권위를 벗어날 수 없도록 요구한 것이었다. 더구나 학생의 참다운 학력을 판단하기 위해서 제안된 문제와 유클리드 **원론**을 수정하고 추가한 것에 대해서 전혀 주목하지 않았다. 또한 영국 학술협회에서도 1877년에 "현재로서는 유클리드를 능가할 정도의 권위 있는 교과서는 없다."고 보고했다. 따라서 교육현장에서 아무리 안간힘을 써도 유클리드 **원론**에서 벗어나 자유롭게 되는 것을 교사들에게 허락되지 않았다.

이 때의 수학에 대한 교육철학은 '수학의 명제는 변할 수 없는 영원한 진리이다.'라는 확고부동한 수학관을 가지고 학생을 지도한다. 이러한 수학에 대한 교육철학을 절대적 학문주의(absolute academicism)[8] 수학교육관이라 한다. 수학의 이론은 고정된 불변의 진리로,

외적이고 정적이며 한계가 있다고 생각한다. 수학의 본질은 의미보다는 형식 속에 존재한다는 형식주의, 논리주의, 수학은 절대적 지식 체계로서 이데아(idea)의 세계를 이상적으로 생각하는 플라토니즘(Platonism) 등은 모두 절대적 학문주의 수학교육관에 포함된다. 이러한 관점에서 수학은 절대적이고 객관적이므로, 완전한 절대 진리로 간주된다. 수학의 이론이 엄밀한 논리에 의해서 체계를 이루며, 변할 수 없는 일반화와 추상화된 완전한 이론의 논리체계로 본다.

수학교육은 지도하는 방법적인 면에 관심을 가지고 지식을 전수하는 전통적인 교육관이다. 수학적 지식은 객관적이며 고정된 지식의 집합체로 보며, 수학 교과서 중심으로 교육하며, 수학의 본질은 논리성이며 논리적인 체계로 이론을 전개할 때 가장 좋은 학습방법으로 본다. 수학의 교과내용이 너무나 학문중심으로 체계화되어 있기 때문에 무미건조하고 어렵다. 또한 수학은 타 교과에 관계가 있다던가, 실제 생활에 활용할 수 있다는 유용성과 삶의 광범위한 분야에서 활용할 수 있다는 언급이 없어서 학생들은 수학의 매력이나 호기심이 없이 딱딱하고 지루한 교과로 생각하게 된다. 인내심이 있는 학생들을 제외하고는 수학을 멀리하게 된다.

19세기말경에는 개량협회의 노력이 대학에서도 인정되어 결실을 얻게 되었다. 기하교육개량협회는 1897년에 이 협회의 명칭을 '수학회'로 바꾸고 전반적인 수학교육의 개량을 연구하게 되었다. 이런 영향으로 '페리 운동'이라고 하는 수학교육 근대화 운동이 일어났고, '만국 수학교과 조사회'의 이름으로 통일된 세계각국의 교사들의 협력에 의한 운동이 있었다.

2. 서기 1900년대 개혁(근대화)운동과 수학교육관

영국에서는 수학교육은 기하학 교과서로 엄격하고 정확한 논리적인 정신을 배워야한다고 생각하였지만, 과학이 발전하고 사회가 변함에 따라 학생들의 학습심리와 능력을 고려해야한다는 의견이 많았다. 왕립공과대학 교수인 페리(John Perry, 1850-1920)가 영국학술협회에서 "수학의 지도"(The Teaching of Mathematics)라는 제목으로 강연(1901)하였다. 강연의 내용은 유클리드 기하학에서 해방, 발명과 창조하는 능력 배양, 모든 사람들의 건전한 발달 촉진, 실용성(實用性) 강조 등이다. 기하교육 개혁의 의견은 이미 1869년에 있었고, 1870년 기하교육 개량협회 회장 연설에서도 언급되었다. 페리의 개혁에 대한 의견은 1902년 이 협회에서 토론과 연구로 수학지도의 검토(Discussion on the Teaching of Mathematics)라는 제목으로 책이 발간되었다. 이 책의 내용은 실험적 방법을 도입하는 것과 복잡한 수학식의 수치계산은 일찍 배우는 것이 좋다. 교육적인 것을 신중히 하고, 타 교과에서 예들을 택하여 지도해야 한다는 것 등이다.

미국은 영국의 영향을 벗어나서 1854년 Hill의 직관적인 기하학교과서와 Marks(1871), Spencer(1876), Wentworth(1878), Newcomb(1881) 등 기하학교과서가 나왔고 대수학의 교과서로는 Newcomb(1882), Evans(1899) 등이 출판하였다. 전미교육연맹(The National

Educational Association)에서 1893년 중학교 수학교과과정에 관한 연구보고서를 발표하였다. 보고서에는 구체적인 문제를 많이 다루고 종합적인 문제로 학생들이 쉽게 배우도록 해야한다는 내용이 있다.

1902년 시카고 대학 교수인 무어(Moore, 1862-1932)는 미국 수학회에서 "수학의 기초에 관하여"(On the Foundations of Mathematics)라는 제목으로 강연하였다. 강연의 내용은 순수수학과 응용수학이 동시에 발전하여야 하며, 수학교육은 학생들의 심리를 고려하여 진행하고, 연구정신을 기르기 위해서는 실험실법 교육을 강조하였다.

특히 교육학자 듀이(J. Dewey, 1895-1952)는 '인간이 경험을 통하여 획득한 지식, 기술, 신념, 태도, 능력 등의 체계가 경험에 의해서 계속적으로 재구성된다[10].'고 하는 실용주의(Pragmatism) 생활중심 교육이론은 수학교육 근대화 운동에 반영되었다.

독일 교육은 철학적 경향으로 인문학을 주요시하였으나, 19세기 중엽부터 자연과학도 중요하게 생각했다. 교육자인 Pestalozzi의 인본주의와 Herbart의 관념 연합설은 수학교육에 많은 영향을 주었다. 1812년 프로이센에서 중학교 교과내용이 규정되었고, 그후 수학교과서가 계속하여 출간되고 개량되었다. 괴팅겐 대학 교수 클라인(F. Klein, 1894-1925)은 중등학교의 수학교육에 대한 논문(1902)과 강연(1904)에서, 심리적, 실용적, 교육적 원칙을 강조하고 함수와 공간관찰력을 중시했다. 또한, 프랑스의 파리대 교수 보렐(E. Borel, 1871-1956)은 교육박물관에서 수학교육은 직관이 강조되어야 한다는 강연(1902)을 하였고, 교과서를 저술(1903)하였다. 1918년 일본은 미국의 영향을 받아 신수학 운동, 1931년 일본의 수학교과서 개정하여 수학교육에 영향을 주었다.

수학교육 개혁운동의 수학교육관은 가장 널리 생각하고 있는 수학교육관으로 전통적 실제주의(realism)[8] 수학교육관으로 수학의 학습내용이나 지도방법에서 전통적인 것을 중요시한다. 체계적으로 선택하여 만들어진 문제를 유형별로 구별하여 풀이법을 반복적인 연습을 통하여 스스로 이해와 암기가 되도록 한다. 수학의 내용은 수학교과서를 중심으로, 자연이나 실제생활에서 수학문제가 나오며, 문제 풀이법을 중심으로 교육한다. 수학내용이 표면적으로는 실용수학의 내용이지만 정신 도야재의 성격을 가지고 있다. 수학교육의 가장 큰 목표는 시험점수를 어떻게 높일 수 있는가에 있다. 어떻게 하면 문제를 잘 풀 수 있게 하며, 교육방법적인 면에서는 어떻게 재미있고 감각적으로 느낄 수 있도록 가르치느냐? 하는 기능과 방법에 초점이 있다. 교과서의 내용을 빠짐없이 가능한 많은 정적인 지식을 전달하고, 많은 문제를 풀어보도록 한다. 수학 수업에서 간단하면서도 확실한 공식과 풀이방법을 제공한다. 수업에서 대화와 토론이 없으므로 논리적인 전개로 상상력과 창조정신, 그리고 증명정신을 배울 수 없다. 또한 질문도 거의 없으며 다만 지식을 전달하고 학생들은 받아들이기만 하면 되는 기능적 지식을 전수하는 지식축적의 전통적인 교육관이다.

많은 학생들을 평가하기 위해서는 모든 학생들에게 똑같은 문제가 제공되며 중간의 풀이과정에 관계없이 정답만을 요구한다. 따라서 수학적 사고력과 창의력 그리고 인간관계 등을 배울 수 없으며, 수학의 즐거움과 아름다움, 도전적인 성취와 만족감을 줄 수 있는 자유로운 수학이 없다. 학생들은 수학적 추론 능력이 떨어지고, 수동적인 학습으로 수학을 싫어하게

된다. 수학을 좋아해서 자발적으로 연구하는 분위기나 대중적인 저변확대가 형성되지 않는다. 전통적 실제주의 풍토에서는 자유로운 토론문화가 자랄 수 없고 지시와 순종의 분위기 속에서 획일적인 교육으로 수학과 수학교육의 발전을 기대할 수가 없다.

그러나 개혁운동의 결과 각 나라에서 수학교육의 연구와 수학교과서가 다양하게 개발되었다. 계속적인 과학과 사회의 발전과 변화에 발 맞추어 수학교육도 끈임 없이 발전하고 변화하게 되었다.

미국은 1920년대에 Thorndike의 '산수의 심리(1922)'에서 자극과 반응의 결합으로 학습이 이루어진다는 연합주의로, 반복적이고 기계적인 훈련과 연습을 통한 학습을 권장하였다. 1930년대에는 Gestalt(형태주의, Brownell) 심리학자들의 영향을 받아 부분과 전체의 관계를 직관과 통찰에 의해서 학습된다는 이론으로 실생활에 적용하여 개념을 이해하는 활동을 강조했다.

3.1960년대 현대화(New math., 새수학)운동과 수학교육관

미국은 1957년 러시아의 인공위성 '스프트닉 1호' 발사로 교육을 다시 한번 생각하게 했으며 과학기술의 발전과 컴퓨터의 출현 등 급변하는 사회에 대처하기 위한 교육이 필요했다.

수학의 급격한 발전과 사회과학과 공학 등 수학의 응용범위가 확대되었으며 자동화된 기술과 전자계산기의 발달로 정보혁명으로 사회에 적응력과 논리적 사고가 필요했다. 또한 수학교육의 학습이론으로 피아제(Piaget)의 인지 발달 이론과 가네(Gagne)의 행동적 과제 분석의 영향으로 완전학습법이 개발되었다. 브루너(J. Brunner, 1915-)[10]는 지식의 구조이론과 발견 학습법으로 나선형 방식의 교재배열 등의 이론을 연구하였다. 그는 '지식의 구조를 학습한다는 것은 그 지식을 이해, 기억, 적용할 수 있도록 학습하는 것을 의미하고, 구조를 파악하면 이해가 잘되고, 기억하기 쉽고, 전이효과가 있고, 고등지식과 초보적 지식사이의 간격을 좁혀준다.'고 주장하면서 학문의 구조가 되는 기본원리들을 가르쳐야 된다고 하였다. 나선형 교육과정은 각 학문분야에서 가르쳐야할 기본개념은 많지 않은 것으로 가정하고 기본구조의 점진적, 위계적, 반복적인 학습을 강조하고 있다.

이러한 영향으로 1952년 일리노이 대학에서 학교수학위원회(UICSM)와 1955년 대학입시위원회(CEEB)의 교과과정 편성, 예일대에서 1959년 수학교육연구회(SMSG)를 조직하여 실험교과서 개발 등 수학교육의 연구가 활발하게 활동하기 시작하였다. 또한 유럽에서는 과학기술 요원대책국(OSTP)은 1959년 "학교수학에서의 새로운 생각"(New Thinking in School Mathematics)을 발표했고, 1960년 "중학교 수학지도 요목"(Synopses for Modern Secondary School Mathematics)을 작성하였다. 국제수학교육위원회(ICMI)에서 Kemeny는 "현대수학의 어떠한 내용과 현대수학의 어떠한 응용이 중학교의 지도내용이 될 수 있는가?" 라는 보고서를 4년간 연구하여 1962년 제출하였다. 이 보고서의 내용은 현대화 교재의 분야

로 집합, 논리학, 현대대수학, 통계학을 들었다. 여러 위원회와 기구에서 수학교육 세미나와 연구가 계속되었다.

이 때의 수학교육에 대한 철학은 '인간이 새로운 문제에 직면했을 때 끊임없는 탐구와 논리적인 사고를 통하여 문제를 해결하는 과정 속에서 수학적 지식과 능력이 성장하고 변화된다.'고 보는 수학교육관으로 진보적 학문주의(progressive academicism)[8]라 한다. 이 교육관은 '수학의 명제는 변할 수 없는 영원한 진리이다.'라는 객관적이고 절대적이라는 수학관은 절대적 학문주의와 같으나 수학이 창조되고 발전하고 변화하는 학문임을 인정한다. 수학은 자연의 연속적 현상을 표현하여 분석하고 종합할 수 있는 최고의 도구로 생각한다. 또한 '수학은 고정된 지식의 집합체가 아닌 인간의 창조적 활동에 의해 형성된 지식 체계로서 위대한 문화적 성취로 본다[1].' 이 교육관은 모든 사람에게 문제를 해결할 수 있는 능력이 있다고 생각하며, 각 개인의 능력을 찾아내어 개발할 수 있다고 본다. 진보적 학문주의 수학교육관의 관점에서 행동에 의한 수학지식의 획득과정으로는, 먼저 구체적으로 행동할 수 있는 학습목표를 제시하고, 다음 학습내용의 단계와 순서별로 나선적(螺線的) 배열로 논리적 체계를 구성하여 학습자료를 만들어 수학의 추상성과 구조성을 이해하도록 하고, 기억하여 적용하도록 한다. 학생들에게 의욕과 흥미를 위하여 다양한 학습방법의 기법과 전략을 개발하고, 교육보조재료를 적극 활용하고 되먹임(feed back)을 통한 학습평가와 행동변화를 관찰하므로 써 학습내용과 지도방법을 고쳐나갈 수 있다. 이러한 수학지식의 획득과정으로 학생들은 수학적 기본개념과 지식을 전수 받아 반복적인 연습과 창의적 활동을 통해서 수학적 지식을 획득하고 만들 수 있다는 관점이다.

그러나 이러한 과정에 의한 수학지식의 획득과정은 교사의 입장을 강조하고 학습자 각 개인의 입장을 간과한 외형적이고 관찰 가능한 교육으로 많은 한계점과 반성이 필요함이 지적되였다[4].

수학교육 현대화운동의 결과로 현대화를 위한 실험교과서를 출판하여 학문중심교육을 실시하게 되였다. 현대화 교과서는 집합개념과 수학의 구조(structure), 논리적 엄밀성, 발견적 학습, 나선식배열 등 학문중심교육으로 통합화와 구조화를 강조하였으며 수학의 내용이 추상화와 일반화가 되어 학생들에게 수학이 어렵다는 인상을 주었다.

현대화의 결과로는 영재교육에 관심이 많아지고 수학교육의 내용이 풍부해지고 교수법이 개발되며 일부 우수한 학생들의 학업 성취도가 높아졌다. 그러나 많은 학생들의 계산능력이 떨어지고 성적이 하락하여 실패하였다는 평가를 받게 되었다.

4. 1970년대 기초회복운동(Back to basics)과 수학교육관

현대화에 대한 수학자들의 비판과 클라인(M. Klein)의 **왜 죤은 덧셈을 할 수 없나**(Why Jonny Can't Add, 1973)라는 책에서 수학의 기초적 계산능력과 창조성 개발에 초점을 맞춘 인간중심교육을 강조하였다. 폴리야(G. Polya, 1888-1985)는 "현대화는 수학만 너무 강

조하고, 추상적이고 연역적이며 구조를 너무 강조했으며 타 학과와도 관련이 부족하다."고 평했다. 기초회복 운동에서는 학습에서 기본적인 내용을 정선하고 시간적 여유를 갖고, 문제를 다양하게 다루어 수학의 기초개념과 원리를 철저히 이해시키며, 실생활에서 스스로 문제를 해결하도록 사고력을 길러줘야 한다고 주장했다. 교육학자 피아제(J. Piaget)[10]의 인지발달 이론의 교육목표는 '발달조성'이다. 이것은 전인적 인간발달의 실현으로, 매사에 창의적이고 자율적인 인간을 길러내는 것이다. 교사는 아동이 능동적으로 창조하고 구성하는 능력을 더욱 신장시키고 조장하는 분위기를 마련해주어야 한다고 했다.

이 때의 수학에 대한 수학교육의 철학은 스위스의 교육자 Pestalozzi(1746-1827)의 수학관을 들 수 있다. 그는 인간 지식의 원천이 직관에 있다고 생각하고, 그 기초가 되는 것으로 '혼돈의 세계에서 개념적 정리의 개념을 수, 형태, 언어에 의해서 분류하고 인간 이성발달의 토대가 되는 참된 도야재로서 수학교육을 강조하였고, 정신체조로서 수학은 인간성 자체의 본성에 들어맞으며 모든 인식의 기초가 된다.'고 생각하였고, "각 개인은 전 인류가 과학을 창조하였던 유사한 경로를 밟아서 지식에 도달하지 않으면 안 된다." 한편, "먼저 실물 계산을 가르치고 구체적인 실험으로 여러 가지 수속을 발견토록 한 다음에 비로소 추상적인 법칙이나 추상적인 과제를 주지 않으면 안 된다[13]."는 아동에 대한 애정 어린 교육사상을 주장했다. 이러한 수학교육관을 인본주의(Humanism)라 한다. 이러한 수학교육은 대화와 토론 등 즉 수학적 활동을 통하여 수학적 지식을 얻도록 하며, 컴퓨터 등 교육보조재료를 이용한 다양한 지도와 평가가 요구된다.

수학은 다양한 사람들이 배울 수 있는 보편성과 수월성의 교과이며, 수학을 배울 때 수학적 지식은 전수 받는 것이 아니고 자신의 지식과 탐구로 새로운 지식을 스스로 구성하여 배우게 된다는 수학교육관이다.

학생들에게 의욕과 흥미를 위하여 교육보조재료를 적극 활용하고 반복적인 연습과 활동을 통한 평가와 행동변화를 관찰함으로써 학습내용과 지도방법을 고쳐나갈 수 있다. 이러한 수학지식의 획득과정으로 학생들은 수학적 지식을 스스로의 활동을 통하여 구성해 내며, 기억하여 응용하는 방법을 익히는 연습과 개인의 창조적 활동을 통해서 수학의 추상성과 구조를 이해하고, 파악하므로 수학적 지식을 획득할 수 있다는 관점이다. 학생 스스로 배우려는 의욕과 자신감을 가지고 능동적인 탐구와 자신의 학습방법을 가지고 수학적 활동을 통하여 스스로 발견할 수 있도록 도와주어야 한다. 지금까지는 교사의 관점에서 수업을 설계하고 실행하고 평가하였다. 그렇지만 학생 중심적인 인본주의 수학교육은 학생의 입장에서 수학의 내용을 선택하고 수업을 실행하고 평가하여야 한다. 진보적 학문주의와 교육방법이 비슷하나 배우는 학생들이 주도적으로 이끌어 가는 수학교육이다. 학생들의 잠재력과 능력을 개발하고 불러일으키려는 교육이다. 학생들의 활동이 자발적이고 능동적이기 때문에 활기차고 즐겁게 수학을 배우게 될 것이다. 학년이나 계열별 구분 없이 자기의 능력과 진로 등, 취향에 맞는 수학과정을 선택하게 해야 한다. 인본주의 수학교육관은 수학의 자발적 활동과 능동적 학습으로 알아 가는 기쁨을 주는 학생 중심의 인본주의 교육이다. 그러나 이 교육관은 제한된 환경과 시간 그리고 개인의 차 때문에 교육의 현장에서 문제가 있었다.

이 운동의 결과로 하위권(25%) 학생의 계산능력이 향상되었으나 상위권(25%) 학생들은 오히려 계산능력, 개념의 이해와 문제해결능력 등 학업성취도가 떨어졌다.

5. 1980년대 문제해결(problem solving)의 시대와 수학교육관

1980년 미국 수학교사 평의회(NCTM: National Council of Teachers of Mathematics)에서 수학교육 권고사항이 발표되었다. 내용은 1980년대는 문제해결의 시대라 선언하고 기초기능 강조, 컴퓨터를 이용한 수학교육, 폭넓은 평가방법, 유연한 교육과정의 구성 등 수학을 필수과목으로 해야 한다고 주장하였다.

문제(problem)해결의 의미에 대하여 폴리야는 "문제를 해결하는 것은 방법이 알려지지 않은 경우 방법을 찾는 것이며, 어려움으로부터 길을 찾는 것이며, 장애를 돌아가는 방법을 찾는 것이며, 즉각적으로 획득 될 수 없는 바람직한 목표에 도달하는 것이다."라 말하고 자신의 책 **어떻게 문제를 풀 것인가**(How to solve it)에서 문제를 해결하는 전략을 설명하였다. 폴리야의 문제해결 과정은[14], 첫째, 문제를 이해해야 한다. 둘째, 풀이에 대한 계획을 세워야 한다. 경험, 결과의 이용, 비슷한 문제, 조건을 이용 등 강력한 사고력이 필요하다. 주어진 자료와 미지의 양 사이의 관계를 찾아라. 직접적인 관계를 찾을 수 없으면, 보조 문제를 고려해야만 할 경우도 있다. 셋째, 계획을 실행하라. 수학적 조작과 기능을 정확히 하고 수정도 한다. 넷째, 얻은 해를 점검하라. 다른 해결법은 없는가? 결과를 응용해본다. 모든 과정을 검토한다. 만약 제시된 문제를 해결할 수 없으면, 깊은 사고를 통하여 글과 그림을 그려본다. 적절하게 관련된 문제를 조사하라. 앞과 뒤로 나아가라, 조건, 반례를 생각하라 등, 문제해결방법을 제시하였다. 그 뒤에 많은 연구가들이 여러 가지 방법으로 폴리야의 생각을 진척시켰다.

"수학교육은 문제해결이라는 재창조의 과정을 통하여 수학적 사고의 성장과 확장이라는 중간 목표를 꾀하게 되는 것이다. 그래서 보다 더 문제를 잘 해결할 수 있도록 돕는 데 있다. 전문 수학자와 똑같이 발견, 재창조, 탐구 그리고 창조의 과정을 통하여 수학을 경험하는 것이다. 문제해결은 수학의 출발점이자 과정이며 동시에 목표이다. 그래서 이것은 수학교육의 모든 것이다[13]."라고 주장한 것처럼 문제해결 교육이 매우 강조되고있다.

문제해결을 위하여 호기심자극, 자극적인 질문 등으로 수학적 사고의 참 맛을 알도록 해야한다. 폴리야는 수학교사의 열 가지 정신자세[12]를 제시하였다. 첫째, 자기의 교과에 대하여 흥미를 가져라. 둘째, 자기교과를 잘 알아야한다. 셋째, 활동적 활동원리로, 학습하는 최선의 길은 그것을 스스로 발견해 내는 것이다. 넷째, 인간적 접촉으로 학생의 위치에서 무엇을 모르느냐? 다음, 사고하는 태도와 연구하는 방법에 대한 습관을 가지도록 한다. 추측하는 것을 배우게 하라. 증명하는 방법을 배우게 하라. 문제해결에 대한 유용한 특징, 일반적인 패턴을 찾도록 하라. 모든 비밀을 단번에 누설하지 마라, 말하기 전에 추측하게 하자. 열 번째로, 학생의 오류에서 배우도록 자유와 주도권을 주라. 잘했다, 옳다, 그런데 여기는 어떻게

생각하나? 인간적인 접촉과 행동, 생각하는 수학이 되기 위한 연기력도 발휘되어야 한다.

이 때의 수학에 대한 수학교육의 철학은 구성주의(constructivism)[8] 수학교육관으로 수학은 항상 절대적인 진리가 아니고 어떤 가정과 조건에서 진리인 지식 체계이다. 수학의 절대성이나 객관성을 인정하지 않고, 얼마든지 수학의 개념들을 창안하고 구성할 수 있다고 본다. 따라서 무한히 발전하며 변화하는 지식으로 수학도 하나의 사회적 구조물처럼 모순이 있을 수 있으며, 모순을 고칠 수 있다는 수학관이다. 이러한 수학관을 가지고 학생들 각 개인의 개성을 중요시하는 수학교육관이다. '구성주의 수학교육관은 학생들이 스스로 학습내용과 목표를 인식하고 설정하여 수업에 직접 참여하여 이끌어 가는 능동적 활동과 구성을 통하여 수학적 지식을 배울 수 있다'는 교육관이다. 수학을 배운다는 것은 다른 사람으로부터 전수 받는 것이 아니고, 각 개인이 수학의 내용을 생각하고 행동하므로 알아 간다는 교육관이다. 수학은 모든 사람이 배울 수 있는 지식이며, 능동적이고 의도적인 활동을 통하여 개념을 이해하여 추상화와 창의적 사고를 가지고 증명하고 적용하므로 수학적 지식을 획득할 수 있다. 수학 지식의 획득은 학생들의 개인적이고 개별적인 사고와 논리적 구성으로 이루어진다고 보기 때문에, 학습은 학생입장에서 다양하게 구성된다. 논리적 추론과 창의력 신장이라는 수학교육의 핵심적인 목적을 가장 적절한 방법으로 달성하려는 수학교육관이다.

수학적 지식은 수동적으로 받아들여지는 것이 아니고, 학습자의 능동적이고 의지적으로 추상화하고 창안하여 증명하므로 적용하는 활동으로 얻어진다. 또한 자신의 경험을 조직화해 가는 적응과정을 통하여 학습자 스스로 지식을 구성하고 지식을 발견하여 알게된다는 것이 구성주의의 기본적 관점이다[2]. 이런 교육관은 학생들의 학습경험과 개인의 차이를 인정하고 다양한 수준의 학습자료를 준비하여 개방적인 학습과정이 요구된다. 학생들은 수학의 학습내용을 단순히 모방하지 않고 동화(同化) 즉 이해하여 자기 것으로 만들며, 수학적인 생각과 지식의 구성을 자신들이 창안한 방법으로 학습한다. 따라서 학생들이 수학적 지식을 구성할 수 있는 분위기를 만들어 줘야 한다. 이런 관점에서 학생들이 서로 협동하며 토론에 의해서 추측하고 판단하며, 추론 등을 통하여 문제해결력을 기를 수 있도록 도와 주어야한다[3].

문제해결력의 평가는 문제해결의 과정에서 과정의 배경, 그리고 직관적 사고과정과 논리적 추론과정을 중요시한다. 또한 학생의 능동적 행동과 창의력이 평가되어야 한다. '교사가 구성하고 있는 지식과 학생이 구성하는 지식이 얼마든지 서로 다를 수 있다. 그러나 학생들이 구성한 지식이 다른 사람들에게 얼마나 납득시킬 수 있느냐에 따라 평가가 이루어져야 한다[9].' 교사의 의도적인 교육으로 학생들이 의욕을 가지고 의지적으로 어려움을 극복하며, 즐거움과 기쁨을 주는 기회와 환경을 지속적으로 만들 수 있도록 도와주어야 한다.

그러나 문제해결로서의 수학교육은 실제 기대보다는 교육현장에서 적절히 활용을 하지 못하고 있다. 이것의 가장 중요한 원인은 각 과정에 대응되는 다양한 문제와 구체적으로 적용할 문제가 개발되어 있지 않다는데 있고, 또한 교육환경과 시간, 그리고 개인의 특성을 고려한 수학교육이 현장에서 적용하기가 어렵기 때문이다. 그러나 이러한 문제점은 수학교육의 현장에서 극복해야할 과제였다.

6. 1990년대 문제해결과 컴퓨터 활용의 시대와 수학교육관

미국 수학교육평의회(NCTM)에서 'Curriculum and evaluation standards for school mathematics(1989)'의 발표로 문제해결의 교육에서 컴퓨터 활용을 강조하게되었다. 여기의 내용은 수학과 교육을 14개의 영역으로 구분하고, 문제해결에 대하여 강조하고 학년에 따라 다양한 문제해결의 경험을 제공함으로 그 결과 학생들에게 주어지는 능력들을 제시하였다. 수학의 내용을 탐구하고 이해하기 위해 문제해결 방법을 사용할 수 있고, 문제를 구성할 수 있고, 다단계 혹은 비정형 문제들을 해결할 수 있고, 결과들을 검증하고, 해석하며, 해와 전략을 일반화하고, 응용하는 것에 자신감을 갖도록 해야 한다. 고학년일수록 통합된 문제해결 전략을 사용하고, 실제세계의 문제상황에서 수학적 모델링의 과정을 적용할 수 있어야한다.

문제해결과정에서 문제를 그림과 기호로 표현, 조건에 대한 조사, 관찰, 이해, 기억력, 상상력, 추론, 판단, 추리, 분석, 종합력 등 논리적 사고를 거쳐 직관과 통찰력을 발휘하는 등 강력한 사고력이 모두 동원되어야 한다. 이러한 문제해결과정은 정신적 긴장과 집중력 그리고 끈기가 필요하다. 또한 이런 과정은 문제를 풀려는 의지와 관심, 호기심, 그리고 탐구정신 등이 필요하다. 따라서 문제해결의 교육은 수학에 대한 흥미와 즐거움 없이는 가능하지 않다. 따라서 학생들의 흥미와 관심이 있는 문제를 제기하도록 하고, 다양한 형식의 수업을 연출해야한다. 계산기와 컴퓨터의 활용으로 폭넓은 학습자료를 제공한다. 소집단과 개별학습으로 관찰, 토론, 질문, 선행문제 조사, 결과와 대안 그리고 답의 해석과 응용 그리고 재창조 등의 탐구활동으로 즐거움과 흥미를 갖도록 해야한다.

"문제의 구성은 문제의 해결과 함께 동전의 앞뒤처럼 동일한 수학 활동의 한 짝이다. 문제를 풀기만 하는 입장에서는 문제를 풀어도 그것을 심도 있게 이해했다고 보기 어렵다. 문제를 제작해보는 경험을 치러 본 사람만이 그러한 입장에서 문제를 바라보는 달관의 시각이 가능하다. 그래서 해결도 보다 여유 있으며, 비로소 문제의 해답을 깊이 이해할 수 있을 것이다. 문제구성도 문제해결 교육의 일부가 되어야한다[13]."

이 때의 수학관은 수학은 항상 창조할 수 있으며 재구성할 수 있어서 변화와 발전되어 가는 학문으로 본다. 여기에 대응되는 교육관은 재건주의(reconstructivism) 수학교육관[8]이다. 이 교육관은 과거의 수학교육관을 반성하며 바라보는 교육관이다. 수학은 하나의 건축물처럼 이론적 구조물로 창조되며, 이론적 모순이 있을 때 재구성하여서 완전하게 만들 수 있으나 전체적으로 완전한 이론은 없다는 교육관이다. 재건주의 수학교육관은 지금까지 발전되어 온 모든 수학교육관의 장점을 취하고 단점을 보완하는 교육관이다. '수학은 형식화된 명제의 체계라기보다는 형식화를 행하는 인간의 활동 그 자체라고 하는 견해가 많다[7].' 이런 관점에서 미래에서도 학문주의, 실제주의, 인본주의, 구성주의 등 다양한 수학교육관의 장점들이 다 필요하다. 교사는 단순히 지식의 전달자가 아니고 학습의 안내자로서 학생들이 스스로 학습목표를 설정할 수 있도록 하여 능동적이고 자발적인 협동으로 수학적 활동을 할

수 있다. 학생들이 생각하고 탐구하고 실행하므로 수학적 지식을 배울 수 있으며, 문제해결을 추측하고 논리적 추론으로 자신의 생각을 설명하고 정당화하며 비판적으로 검토하는 과정에서 개념의 구조와 관계 등을 파악하며, 학생들의 인지적 구조변화를 유도하도록 한다.

학습평가는 문제해결의 과정과 변화, 학생의 경험적 배경과 적극적인 열의가 평가 되어야 한다. 문제에는 해답이 없는 것과 여러 개 있는 것들이 있으며, 풀이과정도 얼마든지 다르게 나올 수 있으며, 정확한 풀이과정이 없는 문제들도 얼마든지 있다. 이런 문제들은 어떻게 푸는 것이 경제적이고 간편한가 생각할 수는 있지만, 다양한 풀이 방법이 있으며 자신의 논리적 사고로 풀이를 전개해 나간다면 완전한 학습이 된다. 수학수업에서 교사는 학생들과 함께 배우고 연구하는 자세와 창의적 교육으로 유연한 사고를 촉진시킬 수 있는 언어구사력과 학습환경을 만들도록 도와주어야 한다. 다양한 학습방법과 지도방법으로 학생의 자발적인 문제해결 과정에 참여하여, 할 수 있다는 자신감을 가지고 문제를 접근하도록 하여야한다.

7. 맺는 말

정보화와 세계화의 21세기는 급변하는 시대이다. 정보와 지식 그리고 문화의 사회에서는 지식의 축적이 중요한 것이 아니라, 지식과 정보 등을 판단하고 관리하여 창조하는 창의력이 중요하다. 폭넓게 경험하고 깊이 있게 사고하고 합리적인 판단과 행동하는 적극적이고 창의적인 인간을 길러내는 일은 국가경쟁력 차원에서도 매우 중요하다.

수학은 인간정신의 문화적 산물이며 현대과학의 발달과 인간 삶의 모든 곳에 활용되고 인간성의 도야에 필요한 문화적 자산이다. 따라서 수학은 누구나 배울 수 있으며, 꼭 배워야하는 인류의 자산이다. 수학교육을 통해서 각 개인이 건강한 꿈을 키우고 자신감과 자존심을 키워주는 교육이 되어야하고, 학생들의 다양한 소질과 특기 등 개성과 적성에 맞는 교육을 지향해야할 것이다.

문제해결의 시대에 구성주의 수학교육관으로 논리적이고 합리적인 사고력을 기르고, 끈기와 치밀성 그리고 통찰력 등을 배울 수 있다. 또한 소집단학습 등으로 각자의 전문적인 분야에서 부드러운 인간관계와 언어소통 등을 배울 수 있다. 평생 학습해야하는 지식사회의 일원으로 누구와도 어울려서 일할 수 있는 능력은 합리적인 수학적 사고에서 길러지기 때문에 미래시대에 수학교육은 필수적이다. 수학적 사고는 미래를 예측하고 과학의 언어인 수학으로 문제를 탐구하고, 능동적인 과학적 창조활동을 하게 한다. 논리적으로 추론하는 능력을 통하여 문제해결력과 창의력을 기르게 하는 교육은 대화와 토론 그리고 컴퓨터 등 교육보조재료를 이용한 다양한 지도와 평가가 요구된다.

교사는 학생들에게 학습자료 제공자와 안내자로서 수학시간에 깊은 사고력을 불러일으킬 수 있는 분위기와 수학에 대한 호기심과 매력을 느끼도록 만들어야할 것이다. 약간의 긴장 속에서 즐거움과 희열을 가질 수 있는 과목이 되게 해야 한다. 활기차고 즐거운 학교생활을 위하여 자기의 능력과 진로 또는 취향에 맞는 수학과정을 선택해야 할 것이다.

수학학습에서 알아 가는 기쁨을 주며 인본주의적이고 학생 중심적인 교육으로 교사 자신이 항상 배운다는 생각과 노력으로 역동적이고 적극적인 수학교실이 되도록 해야한다.

정보화사회에서 수학교육은 전통적이고 세습적인 방법을 벗어나서 우수한 수학교육이 절실히 필요하며 질 높은 교육을 통하여 미래를 창조해 갈 수 있는 능력을 학생들이 길러야만 한다. 근대수학교육의 역사에 나타난 다양한 수학교육관의 장점을 취하고 단점을 보완하는 재건주의 수학교육관으로 교사와 학생들이 즐겁고 활기찬 수학시간을 위하여 끊임없는 연구와 실천으로 강력한 사고력과 창의적 정신을 길러가야 할 것이다.

참고 문헌

1. Kaputs, "Information technology and math.: Opening new representational windows," *The J. Math. Behavior*, 5(1986), 187-207.
2. Kilpatric, "What Constructivism Might be in Mathematics Education," in *Proceedings of the Eleventh International Conference on the Psychology of Math. Education*, Montreal, Quebec, 1987, 3-27.
3. NCTM, *Professional Standards for Teaching Mathematics*, 1991, 3-4.
4. Romberg, *A New World View of Assessment in Math.: Assessment. Assessing Higher Order Thinking in Math.*, American Association for the Advancement of Science, NW, Washington(1990), 21-35.
5. 김용국, "한국수학의 전통과 오늘의 수학교육," **수학교육논총**, 제9권(1991), 231-267.
6. 김용운, "수학사학과 수학교육," **한국수학사학회지**, 제3권 제1호(1986), 21-33.
7. 김응태, 박한식, 우정호, **수학교육학개론**, 서울대학교출판부, 1984.
8. 김종명, "수학사에서 수학의 패러다임 형성과 수학교육관," **한국수학사학회지**, 제10권 제2호(1997), 53-63.
9. 남승인, "수학교육과 교사의 수학관," *Proceedings of Math. Education*, Vol. 3, The 18th National Meeting of Math. Education(1995), 185-193.
10. 박성택, "초등수학과 교육과정 변천의 교육학적 배경," **한국수학사학회지**, 제11권 제1호(1998), 10-18.
11. 박한식, **수학교육사**, 교학사, 1982.
12. 우정호, "수학과 수학적 사고교육," **수학교육총론**, 제3집, 대한수학회, 1985.
13. Cajori(정지호 역), **수학의 역사**, 創元社, 1983.
14. Davis, Hersh(양영오, 허민 역), **수학적 경험** (상, 하), 경문사, 1995.
15. Eves(이우영, 신항균 역), **수학사**, 경문사, 1995.