Historia Mathematica Vol. 11, No. 1, 1998, 58-67

수학 교육의 목적과 수학사

광운대학교 수학과 **허 민**

Abstract

It is said that we are teaching mathematics because it is useful, beautiful and culturally valuable and also strengthens the mind. In the paper we consider the role of history of mathematics in accomplishing these purposes.

0. 머리말

'교육은 인간 행동의 계획적인 변화'라는 간결한 정의에서 알 수 있듯이[5, p. 16], 교육은 의도적인 목적을 가진 행위이다. 특히, 학교 교육에서는 명확한 목적을 설정하고 이의 실천을 위한 방안이 필수적으로 마련되어야 한다. 학교 교육에서 중요한 부분을 차지하는 수학에도 그 목적이 없을 수 없다. 실제로, 수학과 교육 과정 해설에서는 수학을 가르쳐야 하는 목적으로 수학의 실용성, 도야성, 심미성, 문화적 가치 등을 들고 있다[1]. 그런데 이런 목적을 알고 있더라도 이의 실천을 위한 구체적인 방법을 찾기는 쉽지 않을 것이다. 현대 수학의 공리적 전개에서 그리고 교과서의 정형화된 응용 문제에서 수학의 실용성을 찾아보기 어렵고, 정의와 정리의 나열 속에서 수학의 도야성을 인식하기 어렵다. 또, 수학의 주제들이 단편적으로 서술되어 있는 교과서에서 수학의 아름다움을 느낄 수 있을까? 수학의 문화적 가치는 어디에서 찾을 수 있을까?

본 글에서는 수학 교육의 목적을 실현하는 방안을 수학사에서 찾아보고자 한다. 수학은 오랜 세월 동안 수많은 사람들의 피나는 노력에 의해 발전된 학문이며, 다른 학문과 달리 수천 년 전에 창조된 수학도 여전히 유효하다. 즉, 수학은 본질적으로 누적되는 학문이다. 수학의 장구한 역사는 수학의 존재 가치와 중요성을 대변한다. 그리고 수학사는 수학과의 인간적인 결합을 제공하고 수학의 기원을 비춰주며 수학의 진화 과정을 추적하고 수학적 개념화 과정에 대한 통찰력을 제공한다. 이런 점 때문에 오래 전부터 수학 교육에서 수학사의 역할이 강조되어왔다. 수학사와 관련된 수학 교육 이론은 [3]을 참조하라. 본 글에서는 중등학교 수학을 중심으로 수학과 교육 과정 해설에서 제시한 네 가지 수학 교육의 목적을 역사적

인 고찰을 통해 검토하겠다.

1. 수학의 실용성

수학과 교육 과정 해설에서 수학 교육의 목적에 대한 설명은 다음과 같이 시작된다.

> 수학을 가르쳐야 하는 이유는 여러 가지가 있을 수 있으나, 대체로 다음의 네 가지로 말할 수 있다.
> 첫째, 수학을 배우면 사회 생활을 하는 데나 장차 과학이나 다른 학문을 공부하는 데 도움이 되며, 국가 발전에도 도움이 된다는 것이다. 곧, 수학의 실용성 때문이라는 것이다. 실제로, 어떤 수학적 지식은 사회 생활을 하는 데 필수적이다. 사회 생활에 직접 소용이 되지 않는 수학적 지식도 수학 이외의 학문을 공부하는 데 필요하다. 당장 이용되지는 않지만, 과학 기술의 발달로 수학을 필요로 하는 분야가 많아지고 있기 때문에 수학의 중요성이 점점 증대되고 있다. 따라서, 언젠가 수학을 이용하기 위해서는 수학을 배워야 한다는 것이 수학의 실용적 목적이다.
> 그러나 사회 생활에서 필요한 수학은 극히 일부분이며, 수학자나 과학자가 되지 않을 학생도 그렇게 많은 수학을 배워야 하는가 하는 의문이 제기될 수 있다. 또, 어떠한 수학적 지식이 장차 응용될 것인가, 그리고 지금 응용되는 수학적 지식이 장래에도 여전히 유용될 것인가 하는 의문이 제기될 수 있다. 그런 점에서, 과연 수학의 실용성 때문에 수학을 배우는 것인가 하는 의문이 끊임없이 제기되곤 한다.

대단히 회의적인 논조이다. 사실, 이것은 극도로 추상화되고 일반화되었으며 공리적으로 전개된 현대 수학을 배운 수학자와 수학 교사의 일반적인 생각일 것이다. 실제로, 수학의 실용성을 헐뜯는 가장 격렬한 반대자 중에는 수학자 자신도 포함되어 있다. 영국의 수학자 하디는 그의 훌륭한 소책자 어떤 수학자의 변명에서 다음과 같이 썼다. “진정한 수학은 전쟁에 아무런 영향을 끼치지 않는다. 어느 누구도 정수론이나 상대성 이론에서 전쟁 목적에 이용될 수 있는 것을 발견하지 못했다. 그리고 앞으로도 오랫동안 그와 같은 발견을 할 사람이 있을 것 같지 않다.(28장)” 그리고 같은 책 29장에서는 다음과 같이 고백하고 있다. “나는 어떠한 ‘유용한’ 것을 연구한 적이 결코 없다. 내가 이룩한 어떠한 발견도, 직접적으로 또는 간접적으로, 선을 위해서 또는 악을 위해서, 세상의 안락함을 위해서 최소한의 차이도 만들어 낼 것으로 보이지는 않는다.”[8, p. 33]

그러나 ‘과학 기술의 발달로 수학을 필요로 하는 분야가 많아지고 있기 때문에 수학의 중요성이 점점 증대되고 있다’는 말은 진실이다. 하디의 글은 1940년에 쓰여졌다. 1945년까지 원자 폭탄이 개발되어 상대성 이론이 전쟁에 사용될 수 있음이 밝혀짐으로써, 하디의 주장에 대한 무시무시한 반증이 이루어졌다. 그의 다른 예인 정수론은 히로시마에 첫 원자 폭탄이 떨어진 후, 급격히 늘어난 수백 개의 핵 미사일을 제어하는 데 이용되고 있으며 현대적인 보안 체계의 기초를 제공하고 있다. 현대 정보화 사회의 필수품인 컴퓨터, 첨단 의료 기기인 CT 촬영기 등의 제작에도 고등 수학이 사용되고 있다. 문제는 수학이 현대의 과학 기술과 정보화 사회에서 절대적인 공헌을 하고 있지만, 이런 수학은 너무 어렵고 너무 깊은

곳에 '잠복'해 있기 때문에 학생들에게 이를 구체적으로 '보여'줄 수 없다는 사실이다.

학교 수학의 경우, 초등학교 수학의 실용성에 의문을 제기하지는 않는다. 그리고 자연 과학과 공학은 물론이고 경제학, 사회학, 심리학, 의학, 언어학 등에도 수학이 침투했기 때문에 대학에서 수학의 필요성이 더욱 커지고 있다. 언제나 논란을 빚는 것은 중등학교 수학이다. 중학교에서 가르치는 이차 방정식도 일상 생활에서 그 용도를 찾아보기 어렵다. 여기에서 잠시 중등학교 수학의 위치를 살펴보겠다. 생물학에서 수학의 용도를 조사한 생물학에서 몇 가지 수학적 모형 [17]에서 제시한 95개의 모형 대부분은 해석학을 이용하고 있으며, 특히 미분 방정식이 기본적인 도구로 사용되고 있음을 알 수 있다. 사실, 미분 방정식은 대학 이공계에서 필수적인 도구이다. 그런데 미분 방정식을 배우기 위해서는 미적분학의 기본적인 방법을 알아야 하고, 이를 활용하기 위해서는 기본적인 수학적 대상인 여러 가지 초등 함수, 이를테면 다항 함수, 유리 함수, 삼각 함수, 지수 함수, 로그 함수 등을 알아야 한다. 그리고 이런 함수를 성공적으로 다루기 위해서는 식의 계산, 방정식의 풀이 등이 필수적이다. 바로 이런 기본적인 내용이 중등학교 수학의 핵심을 이루고 있다. 어떻게 보면, 중등학교 수학은 고등 수학을 배우기 위한, 그리고 실질적인 응용 문제를 해결하기 위한 준비 단계라고 볼 수 있다. '과학의 언어'인 수학이라는 매우 생소하고 어려운 언어를 배우기 위해서는 많은 시간과 노력이 필요한데, 이런 언어의 습득 과정이 중등학교 수학의 핵을 이루고 있다. 아마도, 이런 이유에서 중등학교 수학의 실용성을 구체적으로 제시하기 어려울 것이다.

그러나 중등학교 수학이 일상 생활에 필요한 수학이 아니라는 말은 아니다. 사실, 중등학교 수학에서도 많은 응용의 예를 찾아볼 수 있다. 일상 생활에서 매일 접하는 UPC, IBM, ISBN, 주민등록번호 등에서는 오류를 수정하는 방법으로 (중학생이면 쉽게 이해할 수 있는) 간단한 수론이 이용된다. 가장 많이 사용되고 있는 A4, B5 등의 종이 재단에는 중학교 수학에서 배운 닮은 도형과 간단한 이차 방정식 및 무리수가 응용되고 있다. 계산에는 실질적인 도움이 없고 함수로서의 가치만 남게 되었다는 로그는, 특히 상용 로그는 (우리 나라 교과서에서는 찾아볼 수 없지만) 지진의 세기를 표현하는 리히터 스케일, 소리의 크기를 측정하는 데시벨, 화학에서 산성도의 측정에 사용되고 있다. 등비 급수를 배운 뒤에 이자 문제의 풀이보다 더 실용적인 예가 있을까? 이런 문제는 등비 급수의 응용으로 간단히 취급할 것이 아니라, 충분히 긴 시간 동안 논의되어야 할 것이다. 그리고 미적분학의 다양한 응용을 찾아볼 수 있다.

이런 예와 함께 수학사로부터 수학의 실용성을 보여줄 수 있다. 수학사를 통해 '수학은 필요에 의해 발생했다'는 점을 확신할 수 있다. geometry라는 단어가 '땅의 측정'을 의미하듯이, 고대 문명 사회의 측량술로부터 그리고 직각을 얻기 위해 사용된 3-4-5 직각 삼각형에 대한 연구로부터 추상적인 기하학이 싹트기 시작했다. 산술은 공학, 농업, 상업, 종교 의식 등을 보조하기 위한 실용적인 도구로 개발되었고, 인도-아라비아 수 체계는 그 이전의 수 체계에서는 대단히 번거롭던 계산 문제를 간단한 계산 알고리즘을 통해 누구나 매우 쉽게 처리할 수 있게 했다. 그리고 중세 시대에 이미 상인들의 필수적인 지식이 된 계산술로부터 대수학은 발전했다. 삼각법은 천문학과 관련해서 연구되었고, 로그의 발명은 천문학 등에서

발생하는 거대한 계산 문제를 쉬운 문제로 전환시켰다. 고대 그리스 사람들이 단순히 지적 만족을 위해 연구한 원뿔 곡선은 1800년 뒤 케플러의 행성의 운동 법칙에 놀랍게도 응용되었다. 수리 논리학은 컴퓨터의 설계, 제작에 절대적인 공헌을 했다. 현대 수학의 예로 선형 계획법을 들 수 있다.

이렇게 수학 외적인 필요에 의해 수학이 개발되고 연구되었을 뿐만 아니라, 수학 내적인 필요성에 의해서도 수학은 발전했다. 데카르트의 해석 기하학은 유클리드 기하학에서 마주치는 당혹스러운 문제를 단계적으로 풀 수 있는 방법을 제공했다. 뉴턴과 라이프니츠의 미분법은 그 이전의 기하학적 접근 방법의 어려움을 극적으로 줄였으며 자연 현상에 대한 연구를 대단히 용이하게 만들었다. 수학자는 공상으로 수학을 연구하는 것이 아니며, 현실적인 응용을 염두에 두지 않을 수 없다.

2. 수학의 도야성

수학과 교육 과정 해설에서 제시한 수학의 도야성은 다음과 같다.

> 둘째, 수학의 도야성을 들 수 있다. 이것은 수학을 배우면 우리의 정신 능력을 신장시킬 수 있다는 것이다. 수학을 배움으로써 신장될 수 있는 능력은 합리적이고 논리적인 사고력, 추상적 사고력, 창의적 사고력, 비판적 능력, 기호화하고 형식화하는 능력, 단순화하고 종합화하는 능력 등이다. 이러한 능력은 수학과 관련이 없는 분야에 진출하는 사람에게도 요구되는 정신 능력으로서, 수학을 배워야 하는 강력한 이유이기도 하다.
>
> 이런 입장에 따르면 수학 교육에서 중요한 것은 수학을 '하는' 방법과 그 경험이라고 할 수 있다. 그러나 어떠한 수학을 통하여 수학을 하는 방법을 가르칠 것인지, 과연 수학을 하는 방법이 학습될 수 있는 것인지 하는 의문이 제기되기도 한다.

인간의 정신 능력을 훈련하는 중요한 방법으로서 수학 학습의 필요성은 고대 그리스부터 제기되었으며, 플라톤이 강력하게 주장한 바이다. 플라톤은 아테네에 세운 학교 정문에 '기하학으로 모르는 사람은 이 곳에 들어오지 마라'고 써 붙였다고 한다. 기원전 5세기 피타고라스 학교에서 가르친 산술, 기하학, 음악, 천문학은 모두 수학의 일부였으며, 중세 유럽에서 이 과목들은 상급 과정의 4학과로 유지되었다. 그리고 하급 과정의 3학과인 문법, 수사학, 논리학이 추가된 7학과는 중세 유럽에서 교양 과목을 형성했다. 그래서 수학의 도야성을 강조하는 전통은 중세 유럽을 거쳐 현대까지 이어지고 있으며, 교과서로서 유클리드의 원론은 2000년 이상 동안 기하학 교육을 지배하고 있다.

역사적으로 볼 때, 인류는 자연의 관찰로부터 추상적인 수학적 대상을 고안했고 이를 활용해서 새로운 결과와 응용을 얻었음을 알 수 있다. 즉, 수학을 하는 방법을 개발하고 이를 응용했다. 세 개의 사과에 대한 인식이 사과로부터 해방되어 정수 3이 되었을 때, 수학이 시작됐다고 일반적으로 생각하고 있다. 이것은 추상화 과정에 대한 한 예이다[7, p. 175]. 취학

전 어린이도 이미 추상적인 수 개념을 배우는데, “현대 문명 사회에서 교육을 받은 어린이는 5세 또는 그 이전에, 인류가 수천 년 동안 노력한 뒤에야 얻는 인지적인 도약을 한다.”[9, p. 20] 수의 조작과 연산의 학습은 일상 생활에서 부딪히는 수치적인 문제를 해결해준다. 자연의 관찰을 통해 얻은 직선, 원 등과 같은 추상적인 기하학적 개념은 생활에 필요한 물품의 제조와 건축물의 건설에 응용된다. 사실, 추상화는 수학의 생명수이고, 역으로 디랙(P. Dirac)이 지적한 대로, “수학은 모든 종류의 추상적 개념을 다루는 데 특별히 적절한 도구이다. 이 영역에서 수학의 힘에는 한계가 없다.”[7, p. 159] 그리고 인류는 수세기 동안 기호의 개발에 몰두했었다. 일상 생활에서 부딪치는 문제를 기호를 이용해서 방정식으로 만들고 이를 풀어 답을 얻는 과정은 수학적 사고의 또 다른 예이다. 고대 수학의 많은 문제와 디오판토스가 제시한 많은 문제는 기호를 이용해서 일차 방정식 또는 연립 방정식으로 만들면 간단하게 풀린다. 기호의 사용은 문제를 복잡하게 하는 것이 아니라 풀이에 접근하는 지름길이다. 화이트헤드의 지적대로, “훌륭한 표기법은 두뇌의 불필요한 모든 작업을 경감시킴으로써 자유롭게 좀 더 높은 수준의 문제에 정신을 집중시키게 만들고, 실질적으로 인간의 지적 능력을 향상시킨다.”[7, p. 172]

추상화를 통해 얻는 수학적 대상과 기호로 표현된 수학적 문장으로부터 논리적인 결과의 유추는 수학의 핵심이며, 수학 교과서는 이런 예들의 집합체이다. 수학 교과서는 인류가 수천 년 동안 개발한 수학적 사고의 방법들을 간결하게 요약하고 있다. 학생들은 이런 예를 통해 ‘수학을 하는 방법’을 학습한다. 즉, 다른 학문에서 말하는 ‘수학적 모형 제작(모델링)’의 과정을 배운다. 도대체, ‘수학을 하는 방법이 학습될 수 있는지 하는 의문이 제기되기도 한다’는 말을 이해할 수 없다. 쾨니히스베르크의 다리 문제의 복잡한 상황을 점과 선만으로 추상화하고 단순화시켜 수학적 모형을 찾은 오일러는 수학을 하는 방법의 명확한 예를 보여준다. 원래 문제가 요구하는 모든 요소를 포함하는 간단한 그래프는, 위상 수학이라는 거창한 이름을 언급하지 않더라도, 누구나 문제 풀이에 접근할 수 있도록 한다. 한붓그리기보다 오히려 수학적 모형을 만드는 방법이 더 중요하며, 이런 방법이 개발된 역사적 고찰을 통해 학습 내용의 의미를 인식시키고 응용 가능성을 강조해야 한다. 그래프의 또 다른 예로 점과 선만으로 그려진 전철 노선도는 역 사이의 지리적인 정확한 관계를 무시하지만, 승객이 원하는 모든 내용을 포함하고 있다. 1931년 런던의 지하철 지도를 이런 형태로 최초로 제작한 사람은 수학자가 아니라 제도공 벡(Henry C. Beck)이었다[9, p. 370]. 위상 수학을 전혀 배우지 않은 사람도 전철 노선도를 즉시 이해하고 종종 약도(그래프)를 그린다. 정도의 차이는 있겠지만, 모든 사람은 수학을 하는 방법을 습득하고 있다.

‘수학 교육에서 중요한 것은 수학을 하는 방법과 그 경험이라고 할 수 있다’는 말에는 전적으로 동의한다. 두들리는 대부분의 직업이 수학 지식을 전혀 필요로 하지 않으며, 산수 이외의 수학 지식을 필요로 하는 직업은 극소수라고 지적했다[11]. 그런데 중등학교에서 수학을 필수 과목으로 가르치는 이유는 무엇일까? 두들리는 그 이유를 다음과 같이 설명했다. “학교의 임무 중 하나는 학생들이 생각하는 방법을 최선을 다해 가르치는 것이다. 그리고 이런 목적에 수학보다 더 적합한 과목은 없다. 다른 과목에서는 논리적 사고를 통해 정확한,

진실로 정확한 결과를 얻기가 확실하지 않다. 방정식 $x^2+x=132$를 풀어 $x=11$을 얻었을 때 11^2+11을 계산해서 정확함을 확인할 수 있다. 초등 수준에서 수학 이외의 어떠한 과목도 이런 능력을 갖고 있지 않다. 수학은 논리적으로 사고하는 능력을 향상시키고 동시에 논리의 힘을 보여준다."

그런데 수학의 도야성은 교육의 전이 효과와 관련되어 논란을 야기시키고 있다. 과연 수학 학습을 통해 배운 수학적 사고력이 다른 학문의 학습에 도움이 될까? 이에 대한 반례로 샬(Michel Chasles)과 날조된 편지를 들기도 한다[12, pp. 39-40]. 사실, 수학의 학습이 인간의 정신 능력을 신장시킨다는 주장은, 음악과 미술이 인간의 정신을 넓혀주고 풍요롭게 한다는 주장과 마찬가지로 입증하기 어렵다(또는 불가능하다). 물론, 수학의 전이 효과에 대한 예로 역사상 다른 분야에서도 뛰어난 업적을 남긴 수학자들을 들 수는 있을 것이다.

여기에서 수학사로부터 배울 수 있는 수학과 수학자의 위치를 생각해야 한다. 수학사에는 통상 물리학자로 알고 있는 아르키메데스, 갈릴레오, 케플러, 뉴턴 등이 모두 수학자로 등장한다. 사실, 이들은 당시 수학 교수로 불렸다. 가우스와 해밀턴도 수학 교수였지만, '보직'으로 천문대장을 역임했다. 수학자와 천문학자는 동일한 인물이었다. 영국에서 '물리학 교수좌'는 1871년에 처음으로 신설되었고, 유럽 대륙에서는 18세기 말 물리학 교수가 등장했는데, 이들은 당시 수학화되지 않았던 전기, 자기 등을 주로 연구했다고 한다. 역학은 수학 교수의 담당 과목이었다. 괴팅겐 대학교의 힐베르트는 조교로 물리학 박사를 두고 물리학도 연구했다. 그는 동료 물리학자에게 "물리학은 물리학자에게 너무 어렵다"고 신랄하게 말할 정도였다[13, p. 126]. 현재 가르치고 배우고 있는 '현대' 수학보다 수학의 범위는 훨씬 넓었고 수학자의 연구는 광범위했다. 미국에서는 베트남 전쟁 반대 시위중, 수학 연구소에 대한 직접적인 물리적 공격이 있었다. 미국의 응용 수학 연구소 중 위스콘신 대학교의 수학 연구 센터에서는 폭탄이 폭발해서 밤늦게 연구하고 있던 대학원생 한 명이 죽었으며, 뉴욕 대학교의 컴퓨터 센터는 시위대에 위해 점거 당했고 폭파될 뻔했다[7, p. 134]. 이는 수학에 대한 미국인들의 인식을 보여준다.

수학에서 뛰어난 업적을 남긴 수학자들이 다른 과학 분야에서도 크게 공헌할 수 있었던 것은, 그들이 수학 연구와 함께 다른 분야에 대한 응용도 병행했기 때문이라고 생각한다. 사실, 역사상 수학의 응용이 도외시된 적은 없었다. 수학적 구조를 강조하는 추상적인 현대 수학만을 학습하면 수학의 도야성이 자동적으로 얻어질 것으로 보이지 않는다. 수학이 응용되는 구체적인 예를 보여 주어야하고 이를 학습해야 한다. 이를 위해 통합 교과 과정의 운영을 신중하게 고려해야 할 것이다.

3. 수학의 심미성

수학과 교육 과정 해설에서 제시한 수학의 심미성은 다음과 같다.

셋째, 수학의 심미성을 들 수 있다. 기하학적 도형이나 황금 분할 등을 보면 수학적 대상도 아름답다고 할 수 있으며, 또 수학의 공식이나 방법이 절묘하고 아름답게 적용되는 경우도 많이 있다. 그러나 수학의 미적 가치에 대한 견해는 주관적인 요소가 강하기 때문에, 수학을 배우는 학생들에게 수학의 심미성을 인식시키기는 매우 어렵다. 그러나 위대한 수학자들은 수학의 아름다움을 인식하였고, 바로 이 아름다움이 그들의 수학 연구에 커다란 원동력이 되었음을 부인할 수 없다.

수학자들은 아름다운 기하학적 도형을 찾았으며, 이에 대한 남다른 애착을 보여주었다. 피타고라스 학파는 정오각형에 대각선들을 그려 별 모양의 도형을 만들었다. 이 도형의 아름다움에 반한 그들은 이것을 그 학파의 배지로 사용했다. 아르키메데스는 원기둥에 내접하는 구를 보여주는 그림, 야곱 베르누이는 로그 나선, 가우스는 정17각형을 자신의 비석에 새겨달라고 요청할 정도였다. 정다면체에 심취한 플라톤, 아리스토텔레스, 케플러는 (완전히 엉터리의) 신비로운 이론을 전개했다[9, pp. 248-249; pp. 252-254]. 중심을 지나는 모든 직선으로 이등분되는 완벽한 대칭성을 보여주는 원은 '신의 도형'으로 그리고 완전한 도형으로 존경받았다. 코페르니쿠스가 지동설을 주장하게된 동기는 행성들이 지구를 중심으로 할 때는 불규칙하게 운동하지만 태양을 중심으로 하면 원을 그리며(당시의 계산으로는) 공전하기 때문이었다는 말이 있다. 원불교에서도 알 수 있듯이, 기하학적 도형은 단순한 수학적 추상물이 아니라 신앙의 표상이 될 수도 있다.

수학자는 아름다움을 추구하기 때문에, 새로운 사실을 발견하는 데 50%의 시간을 사용하고 나머지 50%의 시간은 이를 아름답게 꾸미는 데 사용한다는 말이 있다. 하디는 어떤 수학자의 변명에서 다음과 같이 썼다[9, p. 12].

화가 또는 시인과 같이 수학자의 양식은 반드시 아름다워야 하며 색 또는 말과 같이 생각들은 반드시 조화로운 방법으로 서로 어울려야 한다. 아름다움은 제1의 시금석이다. 이 세계에 추한 수학이 차지할 수 있는 영구적인 장소는 없다. ... 수학적인 아름다움을 정의하기는 매우 어려울 수 있지만, 그것은 어떠한 종류의 아름다움을 정의할 때도 마찬가지이다. 우리는 아름다운 시가 의미하는 바를 제대로 알지 못할 수 있지만, 그것이 우리가 시를 읽을 때 아름다움을 느끼는 것을 방해하지는 않는다.

그래서 수학자는 하나의 공식을 만들어도 기호 선택에 세심한 주의를 기울인다. 자연수 지수에 대해 성립하는 지수 법칙들은 정수와 유리수뿐만 아니라 실수와 복소수 지수까지 유효하다. 그래서 "종종 기호는 그것에 부여된 의미보다 더 많은 것을 되돌려주고 그것의 창작자보다 더 현명하게 느껴지기도 한다."[7, p. 174] 이와 함께 삼각 함수들에 관한 정연한 공식들은 앞에서 인용한 화이트헤드의 말을 실증한다. 기본적인 수 0과 1, 기본적인 연산 덧셈과 곱셈, 기본적인 관계 등호, 가장 유용한 무리수 π와 e가 절묘하게 결합된 공식 $e^{\pi i}+1=0$은 '해석학에서 가장 아름다운 공식'으로 불린다. 길렌은 수학에서의 방정식을 다음과 같이 아름다운 시에 비유했다[15, p. 3].

언어로서의 수학에서 방정식은 시와 같다. 즉, 방정식은 특유의 정확성으로 진실을 서술하고 매우 간단한 표현으로 엄청난 정보를 전달하며 종종 처음 접하는 사람이 이해하기 어렵게 만든다. 전통적인 시가 우리 내부의 깊은 곳을 볼 수 있도록 도와주는 것과 같이, 수학적인 시는 우리를 초월해서 천국까지는 아니더라도 적어도 가시적인 우주의 끝까지 멀리 내다볼 수 있도록 도와준다.

수학의 아름다움을 모든 사람이 인식하기는 어렵다. 영국의 유명한 수학자이자 철학자인 러셀은 책 신비주의와 논리학에서 다음과 같이 썼다[9, p. 13].

정확히 보면, 수학은 진실뿐만 아니라 최상의 아름다움을 갖고 있다. 이것은 조각품의 아름다움과 같이 우리의 나약한 감정의 어떠한 부분에도 호소하지 않고 그림이나 음악과 같이 화려한 장식도 없지만, 최고로 순수하고 단지 최고의 예술만이 보여줄 수 있는 것과 같은 완벽성을 갖고 있는 냉정하고 준엄한 아름다움이다.

학생들은 이렇게 '냉정하고 준엄한' 수학의 아름다움을 느낄 수도 없고 이해하지 못할 수도 있다. 그러나 이브스의 지적대로, "아름다움에 대한 올바른 평가는 감성적인 경험뿐만 아니라 지적인 경험이다."[14, p. 21] 그러므로 수학 교사는 이런 점을 염두에 두고 학습 내용의 미적 요소를 찾아 보여주어야 할 것이다.

수학의 아름다움은 수학자의 미적 감각을 만족시키는 데 그치지 않는다. 1950년대 후반, 스웨덴 스톡홀름의 도시 계획자들은 도시 중심부를 완전히 다시 설계하기로 했다. 동서와 남북을 관통하는 도로가 만나는 세르겔 광장 주위의 도로를 설계할 때, 미적인 만족과 원활한 교통 흐름이라는 실용성을 위해 하인(Piet Hein)의 자문을 얻어 그들이 채택한 도로의 형태는 '초타원' $(x/a)^{5/2}+(y/b)^{5/2}=1$이었다[10, 74장].

4. 수학의 문화적 가치

수학과 교육 과정 해설에서 제시한 수학의 문화적 가치는 다음과 같다.

넷째, 수학의 문화적 가치이다. 즉, 인류가 오래 전부터 오늘날까지 구축해온 수학이라는 문화는 수용, 전달할 가치가 있다는 것이다. 그러나 그 많은 문화를 전달하는 것이 가능하고 전달할 가치가 있는 것인가, 취사 선택하여야 한다면 어느 것을 선택하여 가르쳐야 하는가 하는 의문이 남는다.

사전에서 찾은 '문화'의 정의는 다음과 같다. "사회 구성원에 의하여 습득 · 공유 · 전달되는 행동 양식 내지 생활 양식의 총체. 자연 상태와 대립되는 것이며 또한, 그것을 극복한 것임. 언어 · 풍습 · 도덕 · 종교 · 학문 · 예술 및 각종 제도 따위." 앞에서 지적했듯이, 수학은 오랜 세월 동안 수많은 사람들의 피나는 노력에 의해 발전된 학문이며, 다른 학문과 달리

수천 년 전에 창조된 수학도 여전히 유효하다. 고대 그리스의 기하학이 여전히 계속해서 가르쳐지고 있다. 그러나 수학 이외의 과학, 이를테면 물리학에서 2000년 이전에 제시된 이론이 현재까지 유효한 경우는 거의 없다. 그러므로 수학사를 통해 다른 자연 과학과 달리 수학은 누적되는 과목이라는 사실을 인식하고 수학의 자랑스런 전통을 확인할 수 있다. 이렇게 누적된 수학은 현대 문명 사회에 막대한 영향을 끼친 거대한 분야로 발전되었다. 사전의 의미에서도, 분명히 수학은 인류의 소중한 문화이며 소멸되지 않는 무형 문화재이다. 하디의 말대로, "[고대 그리스의 비극 시인] 아이스킬로스가 잊혀졌을 때도 아르키메데스는 기억될 것이다. 왜냐하면 언어는 죽지만 수학적 개념은 죽지 않기 때문이다."[14, p. 105]

수학 교사는 수학이라는 문화의 전달자이며, 이런 문화를 학생들에게 전달하는 것은 교사의 책임이다. 그러나 수학 내용을 단순히 제시하는 것만으로는 충분하지 않다. 1988년 부다페스트에서 개최된 제6차 수학 교육 국제 회의(ICME)에서 헤이스(R.L. Hayes)는 다음과 같이 말했다. "수학을 문화적, 사회적, 철학적, 역사적 배경 없이 가르치려는 시도는 대단한 실수이고 전략적인 오류라고 나는 믿는다."[16]

수학이라는 문화는 한 순간에 이루어지지 않았다. 하나의 수학 결과를 얻는 데는 오랫동안 수많은 수학자의 피나는 노력이 있었다. 평행선 공준이 틀림없는 공준이라는 사실을 밝히는 데 인류는 2000년 동안 대단한 노력을 기울였으며, 오차 방정식을 거듭제곱근으로 일반적으로 풀 수 없다는 사실을 밝히는 데 약 300년이 걸렸다. 그리고 해석학의 기초를 확립하는 데 약 150년이 걸렸으며, 페르마의 마지막 정리를 증명하려고 300년 이상 동안 반복적으로 시도했다. 이런 역사적 사실의 제시는 학생들로 하여금 수학의 가치를 다시 생각하게 할 것이다. 그리고 서로 다른 시기와 문명 사회에서 똑같은 수학적 사실이 발견되고 이용되었음을 수학사를 통해 알아볼 수 있다. 예를 들면, '피타고라스의 정리'는 모든 사회에서 가치 있게 사용됐었다. 이런 사실을 학생들에게 제시해서 비교하도록 할 수 있으며, 이런 사실의 고려는 학생들에게 수학 개념의 보편성을 보여주고, 어떤 수학 이론이 한 사람 또는 한 지역에서만 발견되었다는 잘못된 생각을 없앨 수 있다.

외계에 존재할 수 있는 지적 생명체에게 지구에 인간이 존재함을 보여주기 위해, 사하라 사막, 러시아의 스텝, 또는 다른 방대한 지역에 피타고라스의 정리를 예시하는 거대한 도형을 만들자는 제안은 수학의 문화적 가치를 극명하게 예시한다[14, p. 45].

5. 맺음말

수학사는 분명히 수학 교육의 목적과 밀접한 관계가 있고, 이를 실현하는 훌륭한 도구가 될 수 있다. 그리고 수학 교육에 수학사의 도입은 수학 학습에 대한 자극제가 될 수 있다. 절대적인 것으로 여겨지는 현재의 정리들은 과거의 문제에 대한 답으로 존재한다. 그것에 숨겨진 문제들을 모르고도 이론을 배울 수 있지만, 많은 학생에게 이런 배경에 대한 지식은 학습을 위한 건전하고 논리적인 자극을 제공할 수 있다. 또, 수학사의 도입으로 수학이 계속

해서 발전해왔고 앞으로도 발전할 것임을 인식시킬 수 있으며, 현대 수학을 좀 더 친밀하게 이해시킬 수 있고, 수학의 '인간화'를 도모할 수 있으며, 학생들의 수학 학습의 어려움을 이해할 수 있다. 특히, 수학 수업을 흥미롭게 진행할 수 있다. ([2], [4], [6]을 보라.) 이를 위해 위에서 예시한 바와 같이, 학습 현장에서 이용할 수 있는 수학사적 자료와 수학자의 일화 및 수학 이야기 등을 발굴해야 할 것이다.

참고 문헌

1. 교육부, 중학교 수학과 교육 과정 해설, 1994, 59-61; 고등학교 수학과 교육 과정 해설, 1995, 70-72.
2. 김은영, 수의 이야기, 퀴즈, 일화, 교훈을 통한 학습흥미유발이 학력신장에 미치는 영향, 수학교육논총 제9집 (1991), 대한수학회, 191-225.
3. 김응태, 박한식, 우정호, 수학교육학개론, 서울대학교 출판부, , 8.1, 8.2절
4. 장미화, 수학사를 도입한 수학교육지도방법에 대한 연구-중학교 2학년을 중심으로, 한국수학사학회지 제1권 제1호(1984. 9), 한국수학사학회, 86-89.
5. 정범모, 교육과 교육학, 배영사, 1981, p. 16.
6. 정일숙, 수학사와 수학교육, 한국수학사학회지 제1권 제1호(1984. 9), 한국수학사학회, 83-85.
7. Davis, P.J., Hersh, R./양영오 · 허민 옮김, 수학적 경험 · 상, 경문사, 1995.
8. Devlin, Keith/허민 옮김, 수학: 새로운 황금 시대, 경문사, 1995.
9. Devlin, Keith/허민 · 오혜영 옮김, 수학: 양식의 과학, 경문사, 1996.
10. Devlin, Keith/허민 · 오혜영 옮김, 수학 세계 탐험기, 경문사, 1998.
11. Dudley, Underwood, Is Mathematics Necessary?, *The College Mathematics Journal*, Vol. 28, No. 5, 360-364
12. Eves, Howard W., *In Mathematical Circles*, Quadrants I and II, PWS, 1969.
13. Eves, Howard W., *Mathematical Circles Squared*, PWS, 1972.
14. Eves, Howard W./허민 · 오혜영 옮김, 수학의 위대한 순간들, 경문사, 1994.
15. Guillen, Michael/서윤호 · 허민 옮김, 세상을 바꾼 다섯 개의 방정식, 경문사, 1997.
16. Heide, Torkil, History of Mathematics and the Teacher, *Vita Mathematica*, Mathematical Association of America, 1996, pp. 231-243.
17. Thrall, R.M., Mortimer, J.A., Rebman, K.R., Baum, R.F. ed., *Some Mathematical Models in Biology*, The University of Michigan, 1967.