산업용 로봇 매니퓰레이터의 다변수 제어기 설계

A Design on Multivariable Controller for Industrial Robot Manipulators

한 상 완, 홍 석 교
(Sang-Wan Han and Suk-Kyo Hong)

Abstract : This paper is presents multivariable control scheme for industrial robot manipulators. The control scheme consists of two loops. The modeling error between linearized robot model and actual robot model is compensated in error compensation loop. The PID control loop is designed for pole assignment to stability of robot system and utilized for trajectory tracking. Alternatively computer simulation results are given for illustration purpose of suggested controller.

Keywords : multivariable control, modeling error, linearized, error compensation, PID control, pole assignment, trajectory tracking

I. 서론

현재 각종 산업현장에서 사용하고 있는 산업용 로봇 매니퓰레이터는 높은 정밀도가 요구되지 않는 비교적 간단한 반복작업을 주로 수행하고 있다. 이것은 로봇이 적용될 수 있는 환경에 여러 제약이 존재하고 있기 때문이다. 실제로 비전 시스템, 접촉 센서, 초음파 센서, 힘/토오크 센서 등과 같이 로봇이 보다 개량된 형태의 성능을 갖는데 필요한 주변장치의 발전 및 인공지능, 퍼지제어, 신경망 이론, 적응제어 등 로봇을 제어하기 위한 제어이론에 대한 연구와 그의 실제적인 적용을 위한 전자 제어기 구현에 관한 기술 수준은 괄목할 만큼 성장하였다. 특히 산업용 로봇뿐만이 아니라 보다 복잡한 동작을 위한 특수한 형태의 다관절 로봇과 자율이동 및 보행 로봇에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 그러나, 인간이나 비슷한 유형의 동물과 비교해 볼 때 아직도 원시적인 수준에 불과하다. 이와 같이 로봇 산업이 기대에 비하여 느리게 성장하는 중요한 이유는 로봇공학 자체가 기술집약적이고, 종합적인 학문으로 전자공학, 기계공학, 산업공학, 컴퓨터공학 및 물리학, 수학 등의 여러 분야의 관련 학문과 기술이 서로 고루 갖추어져 종합되어야 하기 때문이다. 특히, 산업 현장에서 로봇이 성공적으로 사용되기 위해서는 단순히 기존의 공장에 로봇을 설치하는 것만으로는 부족하다. 원활한 자동화를 위하여 모든 공정과 작업 환경을 새롭게 배치하거나 재설계해야 한다[1,2].

실제로 로봇의 중요한 적용 분야는 단순히 산업분야에만 국한되어 있지 않다. 아직은 대부분이 연구단계를 벗어나지 못하고 있는 실정이지만, 로봇 산업에 대한 기대는 매우 높아 각종 경연대회가 세계 각국에서 끊임없이 개최되고 있다. 특히 해저 탐사와 우주개발, 인공위성의 유지 보수, 폭발물 처리, 고 방사선 환경에서의 작업, 화재진압, 의용생체등 인간이 직접 작업하기 불가능하거나 어려운 환경에의 적용이 절실히 요구되고 있고, 그를 위하여 보다 많은 연구 투자가 필요한 실정이다. 몸체가 강체로 구성된 산업용 로봇 매니퓰레이터는 각 링크와 링크가 서로 심하게 간섭된 비선형 다변수 시스템으로 고속 운전 제어가 매우 어렵다. 특히 고전제어 이론은 기본적으로 단일 입·출력 시스템밖에는 취급할 수가 없어서 로봇 매니퓰레이터 같은 다변수 시스템의 제어에는 부적합하며, 고전 제어이론에 기초한 제어 방식은 로봇의 고성능화 및 고속화 달성에 있어서 만족할만한 성능을 얻기가 어렵다. 따라서 현대 제어이론에 기초하여 이들을 보다 손쉽고, 정밀하게 제어하려는 많은 시도와 연구가 활발히 이루어져 왔다[1,3]. 그러나 이런 시도는 가능성 타진 정도일 뿐, 실제의 경우 대부분 PID 제어를 채택하는 정도로 원하는 성능을 얼마만큼은 얻을 수 있어 PID제어를 선호하고 있는 실정이다. 하지만, 고속동작이나 고정밀 작업을 원하거나, 작업장의 안전을 요하는 경우에는 고전 PID제어로는 불가능하다. 이러한 경우에 대하여 현대 제어 이론에 바탕을 두고 진행되고 있는 연구는 대체로 '선형화 제어 기법', '적응 제어 기법', '다변수 제어 기법' 등이 있다[8,9]. 선형화 제어 기법은 비선형 궤환 제어기가 로봇 동력학의 비선형성을 제거하여 선형화 함으로써 제어하는 방법이고[9,10], 현재 가장 활발히 연구되고 있는 분야인 적응 제어 기법은 제어기의 이득이나 로봇의 파라미터를 로봇의 동력학 특성변화에 대하여 온라인으로 보상하여 제어하는 방법이다[3,6,7]. 또한, 다변수 제어 기법은 상태방정식 표현에 기초한 현대 제어 이론으로 제어시스템의 성능에 대한 엄밀한 해석을 행하고, 임의의 궤적을 잘 추종하도록 하며, 전체 안정도를 보장하는 견실한 제어 법칙을 세움으로써 로봇을 제어하는 방법이다[1,4,8,9]. 기타 관심이 고조되고 있는 분야로는 인공지능 및 H_∞(강인)제어가 있다.

본 연구에서는 현대 제어이론이 실재의 구현에 많은 제약이 되었던 구조상의 복잡함이나 계산량이 많았던 점을 보완하여 산업 현장에서 쉽게 적용할 수 있으며, 우

접수일자 : 1998. 1. 30., 수정완료 : 1998. 8. 10.
한상완, 홍석교 : 아주대학교 전자공학부
※ 본 논문은 한국전력공사의 지원에 의하여 기초전력공학공동연구소 주관으로 수행된 연구결과임(과제번호 96-041).

수한 성능을 갖는 일반화된 다변수 제어기를 설계하는 것을 목적으로 한다. 제안한 제어기법은 내부 루프에서 모델링 오차 및 측정 오차를 보상하고, 외부 루프에서는 폐루프 시스템의 극을 임의로 배치함으로써 로봇 시스템을 안정화시키고, 우수한 궤적을 추종 성능을 갖도록 하기 위한 제어기를 설계하였다.

본 연구는 2절에서 대상 로봇의 수학적 모델링과 그의 선형화 문제에 대하여 설명하였고, 3절에서는 다변수 제어방법과 오차 및 외란을 제거하기 위한 제어기를 제안한다. 4절에서는 제안한 제어기에 대한 컴퓨터 모의실험 및 모의실험 결과에 대한 검토를 행하고, 마지막으로 결론에서는 제안한 제어기법의 성능과 타당성 검토 및 추후 연구과제에 대하여 설명한다.

Ⅱ. 로봇 매니퓰레이터의 수식적 모델링

1. 동역학 방정식

평면형 n축 로봇 매니퓰레이터의 동력학 모델은 라그랑지 방정식을 이용하여 유도할 수 있으며, 일반적으로 (1)과 같이 변수들이 서로 간섭된 비선형 미분방정식으로 표현된다

$$T_i = \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i}\right)L - \left(\frac{\partial}{\partial q_i}\right)L \ , \quad i = 1, 2, \cdots, n \quad (1)$$

여기서, $L = K - B$는 라그랑지안(K:운동에너지, B:위치에너지), q_i는 i번째 관절 좌표계, T_i는 i번째 좌표계의 힘/토오크, n은 자유도의 수 이다. 라그랑지 방정식 (1)로부터 n축 로봇 매니퓰레이터의 동역학식은 다음과 같이 q와 $\dot{q}$에 의하여 M, N 및 G가 서로 심하게 간섭된 비선형 방정식이 된다.

$$T = M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q}) + G(q) \quad (2)$$

여기서 q, $\dot{q}$와 $\ddot{q}$는 각각 관절의 (n×1)각도, 각속도 및 각가속도 벡터, T는 관절의 (n×1) 토오크 벡터, M(q)는 (n×n) 관성행렬, N(q, $\dot{q}$)는 (n×1) 원심력 및 구심력 벡터, G(q)는 (n×1) 중력 가속도 벡터이다.

2. 동역학 방정식의 선형화

로봇 동력학 모델은 임의의 동작점을 $P = [q_p, \dot{q}_p, \ddot{q}_p, T_p]$라 가정하고, P의 미소 변위(small perturbation)에 대하여 선형화할 수 있다[5,6]. 동작점 P에서 n관절 로봇 매니퓰레이터의 초기 제어 토오크 벡터를 T_p라 하고, 관절의 초기 위치, 속도 및 가속도 벡터를 각각 q_p, $\dot{q}_p$, $\ddot{q}_p$라 하면 동작점 P에서 로봇의 동역학 방정식은 다음과 같다.

$$T_p = M(q_p)\ddot{q}_p + N(q_p, \dot{q}_p) + G(q_p) \quad (3)$$

이때 제어 토오크 벡터, 관절의 위치, 속도 및 가속도 벡터의 미세 섭동을 $\tau \triangleq \triangle T = T - T_p$, $\theta \triangleq \triangle q = q - q_p$, $\dot{\theta} \triangleq \triangle \dot{q} = \dot{q} - \dot{q}_p$ 및 $\ddot{\theta} \triangleq \triangle \ddot{q} = \ddot{q} - \ddot{q}_p$로 정의하면, (3)으로 부터

$$\begin{aligned} T_p + \triangle T &= M(q_p + \triangle q)[\ddot{q}_p + \triangle \ddot{q}] \\ &\quad + N(q_p + \triangle q, \dot{q}_p + \triangle \dot{q}) + G(q_p + \triangle q) \end{aligned} \quad (4)$$

를 얻을 수 있고, 이 식을 동작점 P에서 벡터 N과 G에 대하여 테일러 급수를 전개하면

$$\begin{aligned} N(q_p + \triangle q, \dot{q}_p + \triangle \dot{q}) &= N(q_p, \dot{q}_p) + \left[\frac{\partial N}{\partial q}\right]_p \triangle q \\ &\quad + \left[\frac{\partial N}{\partial \dot{q}}\right]_p \triangle \dot{q} + \cdots \end{aligned} \quad (5)$$

$$G(q_p + \triangle q) = G(q_p) + \left[\frac{\partial G}{\partial q}\right]_p \triangle q + \cdots \quad (6)$$

이 된다. 여기서 $\left[\frac{\partial N}{\partial q}\right]_p$, $\left[\frac{\partial N}{\partial \dot{q}}\right]_p$ 및 $\left[\frac{\partial G}{\partial q}\right]_p$는 n×n 행렬이다. (5)와 (6)의 테일러 급수 전개에서 2차 이상의 고차항을 무시하고, (4)를 $M(q_p + \triangle q) \approx M(q_p)$로 근사화하여 정리하면

$$\begin{aligned} T_p + \triangle T &= A_l(\ddot{q}_p + \triangle \ddot{q}) + N(q_p, \dot{q}_p) \\ &\quad + B_l \triangle \dot{q} + G(q_p) + (C_1 + C_2) \triangle q \end{aligned} \quad (7)$$

$$\tau(t) = A_l \ddot{\theta}(t) + B_l \dot{\theta}(t) + C_l \theta(t) \quad (8)$$

$$\triangle T = A_l \triangle \ddot{q} + B_l \triangle \dot{q} + (C_1 + C_2) \triangle q \quad (9)$$

와 같은 선형화된 모델식이 된다. 여기서, n×n 행렬 A_l, B_l 및 C_l은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A_l &= \left[\frac{\partial T}{\partial \ddot{q}}\right]_p = M \\ B_l &= \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}\right]_p = \left[\frac{\partial N}{\partial \dot{q}}\right]_p \\ C_l &= \left[\frac{\partial T}{\partial q}\right]_p = \left[\frac{\partial (N+G)}{\partial q}\right]_p \end{aligned} \quad (10)$$

실제로 행렬 A_l, B_l 및 C_l은 로봇 파라메터와 측정된 관절의 변수들을 사용하여 온라인으로 계산할 수 있으며, (9)로 부터 i번째 관절에 대한 선형화된 로봇의 모델은

$$\tau_i(t) = \sum_{j=1}^{n}(a_{ij}\ddot{\theta}_j + b_{ij}\dot{\theta}_j + c_{ij}\theta_j) \quad (11)$$

이다. 여기서 a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}는 관절 변수들의 물리적인 측정에 의하여 얻어지는 행렬 A_l, B_l 및 C_l의 원소들이다. (9)는 임의의 동작점 P에서의 미소변위에 대한 로봇 동력학

을 나타내는 선형 시불변 미분방정식으로 $x_1(t) = \theta(t)$, $x_2(t) = \dot{x}_1(t) = \dot{\theta}(t)$ 및 $\dot{x}_2(t) = \ddot{x}_1(t) = \ddot{\theta}(t)$를 상태변수로 정의함으로써 다음과 같은 2n차 상태변수 로봇 동력학 모델식을 구할 수 있다[5,6].

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -A_l^{-1}C_l & -A_l^{-1}B_l \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ A_l^{-1} \end{bmatrix}\tau(t) \\ \theta(t) &= [I_n \ \ 0]\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \\ \dot{x}(t) &= A\,x(t) + B\,\tau(t) \\ \theta(t) &= C\,x(t) \end{aligned} \quad (12)$$

여기서, $A_l = [M]_p$이므로 A_l^{-1}는 항상 양의 한정 대칭 행렬(symmetric positive definite matrix)이다. 선형화된 로봇 시스템의 전달함수 모델은 (9)를 라플라스변환하여 얻을 수 있다.

$$\theta(s) = (A_l s^2 + B_l s + C_l)^{-1}\tau(s) = W_0(s)\tau(s) \quad (13)$$

여기서, $W_0(s) = (A_l s^2 + B_l s + C_l)^{-1}$는 n×n 개루프 전달함수 행렬이고, $\tau(s)$와 $\theta(s)$는 $\tau(t)$와 $\theta(t)$의 라플라스 변환이다.

Ⅲ. 제어기 설계

다변수 제어 기법은 상태방정식 표현에 기초한 현대 제어 이론으로 제어시스템의 성능에 대한 엄밀한 해석을 행하고, 임의의 궤적을 잘 추종하도록 하며, 전체적인 안정도를 보장하는 견실한 비선형 제어 법칙을 설계하는 제어 기법이다. 본 절에서는 로봇 매니퓰레이터의 선형화된 모델에 대한 다변수 제어기를 설계한다.

1. 극배치와 비간섭화

본 절에서는 다변수 제어기의 구조에 대하여 알아본다. 다변수 제어기의 구조는 그림 1과 같이 극배치 제어기 K(s)와, 입출력 비간섭화 제어기 Q(s)로 구성된다. 내부루프 제어기 K(s)는 로봇 전달함수의 폐루프 극을 임의로 배치함으로써 로봇을 안정화 하기 위한 제어기이고, 외부루프 제어기 Q(s)는 입·출력 사이의 비간섭화(decoupling)와 궤적추종(trajectory tracking)을 수행한다.

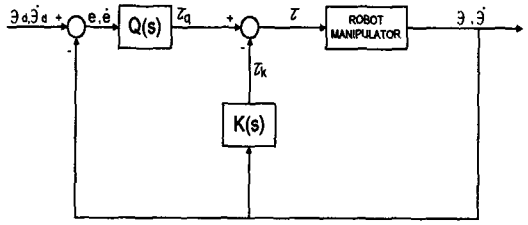


그림 1. 다변수 제어기의 블록도.
Fig. 1. Block diagram of multivariable controller.

1. 1 극배치

본 절에서는 시스템의 안정성을 확보하고 원하는 동작 특성을 갖도록 하는 임의의 극배치 제어기를 설계하고자 한다. 시스템의 개루프 전달함수 행렬과 출력 궤환값으로부터 극배치를 위한 적절한 관계식을 도출하기 위하여 PD 제어기가 사용되었다. 따라서 시스템의 궤환제어법칙은 다음과 같다.

$$\tau(t) = \tau_q(t) - K_P\theta(t) - K_D\dot{\theta}(t) \tag{14}$$

$$\begin{aligned}\tau(s) &= \tau_q(s) - [K_P + K_D s]\theta(s) \\ &= \tau_q(s) - K(s)\theta(s)\end{aligned} \tag{15}$$

여기서, τ_q는 추종제어기에 의한 토오크이고, K_P와 K_D는 일정한 n×n 위치 및 속도 궤환이득 행렬이며, $K(s) = K_P + K_D s$는 다변수 PD 제어기의 n×n 전달함수 행렬이다. 이 제어법칙은 선형화된 시스템 (12)에 대하여 전 상태 궤환임을 의미하며, 복소수 평면에 2n개의 극을 임의로 배치하기 위한 필요충분 조건이다. 제어법칙 (15)를 적용하기 위한 2n차 폐루프 특성방정식은 (13)에 (15)를 대입함으로써 구하여 진다.

$$\Delta_1(s) = |I_n s^2 + A_l^{-1}(B_l + K_D)s + A_l^{-1}(C_l + K_P)| \tag{16}$$

로봇을 안정화하고, 만족할만한 천이응답을 얻기 위하여, 궤환이득 K_P와 K_D는 복소수 평면 좌반부의 원하는 곳에 폐루프극을 배치하도록 선정된다. 원하는 특성다항식을

$$\Delta_1(s) = (s^2 + e_1 s + f_1)(s^2 + e_2 s + f_2)\cdots(s^2 + e_n s + f_n) \tag{17}$$

라 하자. 여기서 e_i와 f_i, $i = 1, 2, \cdots, n$는 상수로 원하는 실수 혹은 복소수 쌍을 나타낸다. 제동비 ξ_i와 고유주파수 ω_i를 갖는 복소극의 쌍에 대하여, $e_i = 2\xi_i\omega_i$이고, $f_i = \omega_i^2$이다. 이와 유사하게 $-\lambda_{i1}$과 $-\lambda_{i2}$인 실수극에 대하여 $e_i = (\lambda_{i1} + \lambda_{i2})$이고, $f_i = \lambda_{i1}\lambda_{i2}$이다. 그런데, 원하는 극배치를 위한 제어기(16)의 이득 K_P, K_D가 오직 하나만 존재하는 것은 아니다. 위치와 속도의 궤환이득들은 (16)을 $\Delta_1(s) = |I_n s^2 + Es + F|$로 놓음으로써 다음과 같이 구할 수 있다.

$$K_P = A_l F - C_l \;\; ; \;\; K_D = A_l E - B_l \tag{18}$$

여기서, $F = \mathrm{diag}_i(f_i)$와 $E = \mathrm{diag}_i(e_i)$는 상수 n×n행렬이다. (18)은 선형화된 로봇 모델식과 특정 극 (E, F) 사이의 안정한 제어기 이득에 대한 간단한 폐루프 형태의 표현이다. 내부루프 제어법칙 (15)를 적용하면, 다음과 같은 전달함수 모델과 상태공간 모델을 얻는다.

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & I_n\\ -A_l^{-1}(C_l + K_P) & -A_l^{-1}(B_l + K_D)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ A_l^{-1}\end{bmatrix}\tau_q(t) \tag{19}$$

$$\begin{aligned}\theta(s) &= [A_l s^2 + (B_l + K_D)s + (C_l + K_P)]^{-1}\tau_q(s) \\ &= W_1(s)\tau_q(s)\end{aligned} \tag{20}$$

여기서,

$W_1(s) = [A_l s^2 + (B_l + K_D)s + (C_l + K_P)]^{-1}$

는 n×n 극배치 제어루프의 전달함수 행렬이고, (18)로부터 $W_1(s) = \mathrm{diag}_i\{1/(s^2 + e_i s + f_i)\}A_l^{-1}$인 전달함수 식을 얻는다.

2. 2 비간섭화

입·출력 사이의 비간섭화와 목표궤적 추종 성능을 갖기 위하여 PID 제어기를 설계한다. 가령, 입·출력이 비간섭된 형태의 선행 전달함수(forward transfer function) 행렬을 얻기 위한 비간섭화 제어기 Q(s)를 설계할 때, 각 목표궤적은 오직 관절의 각도로 나타내져야 하고, 강인한 정상상태 추종은 목표궤적과 토오크 외란(disturbance)에 의해 결정된다. 이러한 목적을 달성하기 위한 가장 간단한 선행 전달함수 행렬은 다음과 같다.

$$W_1(s)\,Q(s) = \frac{K}{s} \tag{21}$$

여기서, $K = \mathrm{diag}_i\{k_i\}$는 상수 n×n 행렬이다. (20)에서 정의한 $W_1(s)$에 의하여 Q(s)는

$$\begin{aligned}Q(s) &= W_1^{-1}(s)\cdot\frac{K}{s} \\ &= [A_l s^2 + (B_l + K_D)s + (C_l + K_P)]\cdot\frac{K}{s}\end{aligned} \tag{22}$$

가 되고, 원하는 비간섭화 추종 제어기는

$$Q(s) = [(B_l + K_D)K] + \frac{[(C_l + K_P)]\cdot K}{s} + [A_l K]s$$

$$Q(s) = Q_1\cdot\frac{Q_1}{s} + Q_D s \tag{23}$$

가 되며, 이는 다변수 PID 제어기의 전달함수 행렬이다. 여기서, Q_P, Q_I, Q_v는 각각

$$Q_P = A_l EK; \quad Q_I = A_l FK; \quad Q_D = A_l K \tag{24}$$

이다. 따라서 제어법칙은 다음과 같다.

$$\tau_q(s) = Q(s)e(s) = [Q_P + \frac{Q_I}{s} + Q_D s]e(s) \tag{25}$$

$$\tau_q(t) = Q_P e(t) + Q_I \int_0^t e(t)\,dt + Q_D \frac{de(t)}{dt} \tag{26}$$

여기서, $e(t) = \theta_d(t) - \theta(t)$는 그림 1에서와 같이 $n\times 1$ 관절 각도오차 벡터, $\theta_d(t)$는 $n\times 1$ 목표궤적 벡터이다. 제어기 Q(s)의 적분 항은 전체 시스템의 상태에서 추가로 결정되는 $n\times 1$ 상태변수 벡터로 $\gamma(t) = \int_0^t [\theta_d(t) - \theta(t)]dt$ 혹은

$$\dot{\gamma}(t) = \theta_d(t) - \theta(t) \tag{27}$$

이고, (19), (25) 및 (27)로 부터 로봇 전체 시스템의 3차 상태모델 안정화 추종 제어기는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{\gamma}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I_n & 0 \\ -A_{21} & -A_{22} & -A_{23} \\ -I_n & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \gamma(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ A_l^{-1}Q_p & A_l^{-1}Q_v \\ I_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_d(t) \\ \dot{\theta}_d(t) \end{bmatrix} \tag{28}$$

$$\theta(t) = (I_n \; 0 \; 0) \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \gamma(t) \end{bmatrix}$$

여기서, $A_{21} = A_l^{-1}(C_l + K_P + Q_P)$, $A_{22} = A_l^{-1}(B_l + K_D + Q_D)$, $A_{23} = A_l^{-1}Q_I$이고,는 $n\times 1$ 목표속도 벡터이다. 전체 시스템의 3차 특성방정식은 (28)로 부터

$$\triangle_2(s) = |I_n s^3 + A_{22}s^2 + A_{21}s + A_{23}| \tag{29}$$

이 된다. (21)의 Q_p, Q_t, Q_v를 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} \triangle_2(s) &= |I_n s^2 + A_l^{-1}(B_l + K_D)s + A_l^{-1}(C_l + K_P)| \cdot |I_n s + K| \\ &= \triangle_1(s) \cdot \triangle(s) \end{aligned} \tag{30}$$

여기서 $\triangle_1(s)$는 1단계에서 구한 2차 특성다항식이고, n차 다항식은 다음과 같다.

$$\triangle(s) = |I_n s + K| = (s + k_1)(s + k_2)\cdots(s + k_n) \tag{31}$$

그러므로, 추종제어기 Q(s)가 (22)에 의하여 설계되었을 때 전체 3차 폐루프 시스템은 안정화 제어기 K(s)에 의해 할당된 2n개의 극을 갖고, $-k_i$, $i = 1,2,\cdots,n$일 때 n개의 추가 극을 갖는다. 이들 추가된 극은 이득행렬 K를 적절하게 설정함으로써 원하는 위치에 배치된다. 전체 제어법칙은 다음이 된다.

$$\begin{aligned} \tau(s) &= -\tau_I(s) + \tau_q(s) \\ &= -K(s)\theta(s) + Q(s)e(s) \\ &= -[K_P + K_D s]\theta(s) + [Q_P + \frac{Q_I}{s} + Q_D s]e(s) \end{aligned} \tag{32}$$

$$\tau(t) = -K_p\theta(t) - K_v\dot{\theta}(t) + Q_p e(t) + Q_I \int_0^t e(t)dt + Q_v \dot{e}(t) \tag{33}$$

관절의 전체 토오크 T(t)는 동작점 토오크 T_p와 제어기에 의해 발생하는 제어 토오크 $\tau(t)$의 합이다.

$$\begin{aligned} T(t) &= T_p - K_P\theta(t) - K_D\dot{\theta}(t) + Q_P e(t) \\ &\quad + Q_I \int_0^t e(t)dt + Q_D \dot{e}(t) \end{aligned} \tag{34}$$

여기서, T_p는 정규 동작점에서 초기에 축의 각도 유지를 위해 로봇에 가하는 피드포워드 토오크이다.

2. 오차보상 루프를 갖는 제어기

오차 보상 루프는 선형화시 발생하는 모델링 오차 및 위치나 속도 측정시 발생하는 피할 수 없는 오차를 보다 빠르게 보정함으로써 우수한 성능을 갖는 제어기를 설계하고자 한다. 제안한 제어기는 플랜트의 실제 출력과 선형화된 모델의 출력 사이에 발생하는 오차에 해당하는 힘/토오크 오차 $\tau(t)$를 선형화된 모델식에 대한 역 동력학을 온라인으로 계산하여 구하고, 그 결과를 로봇의 제어입력에 바로 반영함으로써 모델링 및 부하변동에 의하여 발생하는 피할 수 없는 오차를 보다 빠르게 보정하여 실제 구동시 발생하는 궤도 추 $\dot{\theta}_d(t)$종 오차를 신속히 보정하도록 한다. 그림 2에서 오차를 보정하기 위한 오차 토오크식은 다음과 같다.

$$A_l \ddot{\theta}_{er}(t) + B_l \dot{\theta}_{er}(t) + C_l \theta_{er}(t) = \tau_{er}(t) \tag{35}$$

여기서, $\tau_{er}(t)$는 모델링 및 외란에의한 토오크 오차이고, $\ddot{\theta}_{er}(t) = \ddot{\theta} - \ddot{\theta}_m$, $\dot{\theta}_{er}(t) = \dot{\theta} - \dot{\theta}_m$ 및 $\theta_{er}(t) = \theta - \theta_m$는 각각 가속도, 속도, 그리고 위치오차이다.

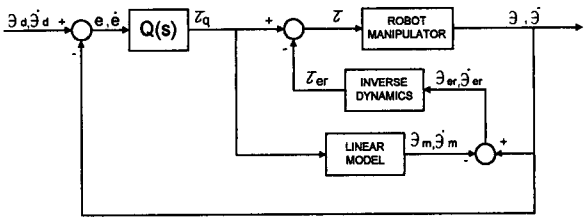


그림 2. 오차보상 루프를 갖는 제어기.
Fig. 2. The controller with error compensation loop.

그림 2의 외부루프는 목표궤적 추종성능을 높이고, 로봇이 안정하게 동작하도록 적당한 극배치를 행하는 제어기이다. 따라서 목표 궤적을 위한 관절각 변위와 실제 로봇 매니퓰레이터의 관절각의 변위 q_1과 q_2에 대한 오차 및 목표 관절의 속도와 실제 관절의 속도 오차 항을 이용하여 PID 제어 기법에 입각한 제어기를 설계하였다. 제안한 제어기에 대한 PID 제어 법칙은 다음과 같이

$$\begin{aligned} \tau(t) &= Q_P e(t) + Q_I \int_0^t e(t)\,dt + Q_D \dot{e}(t) \\ e(t) &= [\theta_d(t) - \theta(t)] \\ \dot{e}(t) &= [\dot{\theta}_d(t) - \dot{\theta}(t)] \end{aligned} \tag{36}$$

이고, 이 제어법칙과 (12)에 의하여 다음과 같은 6차 폐루프 상태 방정식을 얻는다.

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{\gamma}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(I+BQ_DC)^{-1}(A-BQ_PC) & (I+BQ_DC)^{-1}BQ_I\\ -C & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ \gamma\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}(I+BQ_DC)^{-1}BQ_P & (I+BQ_DC)^{-1}BQ_D\\ I & 0\end{bmatrix}v' \quad (37)$$

여기서, 추가된 2개의 상태는 추종오차 $e(t)=\theta_d(t)-\theta(t)$의 적분 $\gamma(t)=\int_0^t e(t)dt$이고, $v'=[\theta_{d1}\ \theta_{d2}\ \dot{\theta}_{d1}\ \dot{\theta}_{d2}]$ 이다. 결국 로봇의 선형화 모델에 대한 폐루프 특성방정식은 6차가 된다.

$$\Delta(s)=\begin{vmatrix}sI-(I+BQ_DC)^{-1}(A-BQ_PC) & -(I+BQ_DC)^{-1}BQ_I\\ C & sI\end{vmatrix} \quad (38)$$

따라서 (38)은 선형화된 로봇의 정상상태 오차가 0이기 위한 폐루프 시스템의 특성 방정식이 $\Delta(s)=(s^2+2\zeta_1\omega_{n1}s+\omega_{n1}^2)(s^2+2\zeta_2\omega_{n2}s+\omega_{n2}^2)(s^2+2\zeta_3\omega_{n3}s+\omega_{n3}^2)$ 임을 의미하며, $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$과 ω_1, ω_2 및 ω_3을 결정함으로써 로봇 시스템을 안정하게 하는 PID 제어 이득을 구할 수 있게 된다.

Ⅳ. 모의실험 및 결과검토

본절에서는 세 번째 절에서 제안한 제어방법을 그림 3과 같은 2링크 평면형 로봇 매니퓰레이터의 관절각 제어를 위하여 적용하였다. 수직면(vertical plane) 내에서 로봇 매니퓰레이터의 링크 1과 링크 2를 초기위치에서 최종위치로 θ_1과 θ_2만큼 회전시키는데 필요한 관절의 토오크는 T_1과 T_2이다. 이들 관절각 벡터 $\theta=[\theta_1\ \theta_2]^T$에 대한 관절의 토오크 벡터 $T=[T_1\ T_2]^T$에 관계하는 매니 퓰레이터의 동력학 방정식의 일반식은 다음과 같다.

$$M(\theta)\ddot{\theta}+N(\theta,\dot{\theta})+G(\theta)=T \quad (39)$$

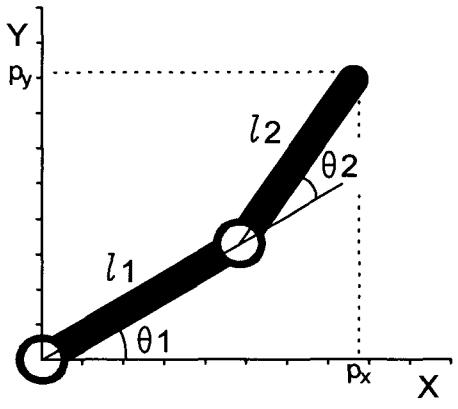


그림 3. 2링크 평면형 로봇 매니퓰레이터.
Fig. 3. 2-link planer type robot manipulator.

그림 3의 2축 로봇을 대상으로 할 때, 동력학 방정식 (39)의 각 파라미터는 다음과 같이 구하여 진다.

$$\tau_1=M_{11}\ddot{\theta}_1+M_{12}\ddot{\theta}_2+N_1(\theta,\dot{\theta})+G_1(\theta)$$
$$\tau_2=M_{21}\ddot{\theta}_1+M_{22}\ddot{\theta}_2+N_2(\theta,\dot{\theta})+G_2(\theta)$$

$$M_{11}=\frac{1}{3}m_1l_1^2+\frac{1}{3}m_2l_2^2+m_2l_1^2+m_2l_1l_2\cos\theta_2$$
$$M_{12}=M_{21}=\frac{1}{3}m_2l_2^2+\frac{1}{2}m_2l_1l_2\cos\theta_2$$
$$M_{22}=\frac{1}{3}m_2l_2^2$$
$$N_1=-(m_2l_1l_2\sin\theta_2)\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2-\frac{1}{2}(m_2l_1l_2\sin\theta_2)\dot{\theta}_2^2 \quad (40)$$
$$N_2=\frac{1}{2}(m_2l_1l_2\sin\theta_2)\dot{\theta}_1^2$$
$$G_1(\theta)=(\frac{1}{2}m_1gl_1+m_2gl_1)\cos\theta_1+\frac{1}{2}m_2gl_2\cos(\theta_1+\theta_2)$$
$$G_2(\theta)=\frac{1}{2}m_2gl_2\cos(\theta_1+\theta_2)$$

이다. 주어진 로봇 매니퓰레이터를 제어하기 위한 선형 다변수 제어기를 설계하기 위하여 비선형 모델 (29)를 동작점 P에서의 미소 변위에 대하여 선형화 한다. 파라미터 $a_1, a_2, \cdots, a_5$는 링크의 중량 m_1, m_2와 링크의 길이 l_1, l_2
에 관계되며, 그림 3에서 파라미터값을 $m_1=15.91$kg, $m_2=11.36$kg, $l_1=l_2=0.432$m로 하면, 모델 파라미터의 값은 $a_1=3.82$, $a_2=2.12$, $a_3=0.71$, $a_4=81.82$ 및 $a_5=24.06$ 이다. 제어기를 설계하기 위하여 선형화 로봇 행렬(A_l, B_l, C_l)과 설계 파라미터(ξ_i, ω_i, k_i), $i=1,2$가 필요하다. 실제로 구현할 경우 로봇 행렬은 온라인으로 얻어질 수 있다. 모의실험을 수행하기 위하여 이들 행렬은 (7), (8)을 사용하여 다음과 같이 계산 된다.

$$A_l=\begin{bmatrix}a_1+a_2\cos\theta_2 & a_3+\frac{1}{2}a_2\cos\theta_2\\ a_3+\frac{1}{2}a_2\cos\theta_2 & a_3\end{bmatrix}_p \quad (41)$$

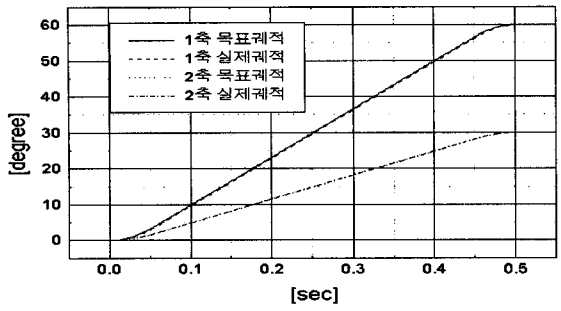
$$B_l=\begin{bmatrix}-a_2\dot{\theta}_2\sin\theta_2 & -a_2(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)\sin\theta_2\\ a_2\dot{\theta}_1\sin\theta_2 & 0\end{bmatrix}_p \quad (42)$$

$$C_l=\begin{bmatrix}-a_4\sin\theta_1-a_5\sin\theta_{12} & -a_2\dot{\theta}_K\cos\theta_2-a_5\sin\theta_{12}\\ -a_5\sin\theta_{12} & -a_5\sin\theta_{12}+\frac{1}{2}a_2\dot{\theta}_1\cos\theta_2\end{bmatrix}_p \quad (43)$$

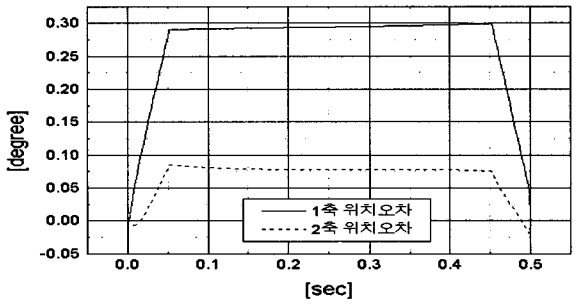
여기서, $\dot{\theta}_K=\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2+\frac{1}{2}\dot{\theta}_2^2$이고, p는 초기 값이 $\theta_1(0)=0°$,
$\theta_2(0)=0°$, $\dot{\theta}_1(0)=\dot{\theta}_2(0)=0°$로 선택된 로봇의 동작점이다. 초기 값에 해당하는 관절의 토오크는 0이고, 식 (36)의 제어법칙을 이용하여 시간에 따른 관절 토오크값
을 계산한다. 이때 위치와 속도의 동작점과의 편차는 $q(t)=\theta(t)-\theta(0)=\theta(t)$, $\dot{q}(t)=\dot{\theta}(t)-\dot{\theta}(0)=\dot{\theta}(t)$이 되고, 관절의 각도오차는 $e(t)=q_d(t)-q(t)=\theta_d(t)-\theta(t)$이다. 실제에 있어서 제어기 이득은 (38)에 의하여 계산되어야 하지만 식이 서로 결합되어 해석적으로 얻기 어렵다. 따라서 본 연구에서는 앞절의 다변수 제어기 설계에서 구한 다음의 온라인 제어법칙을 적용하여 모의 실험을 수행하였다.

$$Q_P=A_lEK\ ;\quad Q_I=A_lFK\ ;\quad Q_D=A_lK \quad (44)$$

여기서, $F=\begin{bmatrix}18 & 0\\ 0 & 16\end{bmatrix}$, $E=\begin{bmatrix}144 & 0\\ 0 & 100\end{bmatrix}$, 그리고 $K=\begin{bmatrix}100 & 0\\ 0 & 100\end{bmatrix}$
로 선정하였다. 모의실험은 우선 사다리꼴 속도 입력에

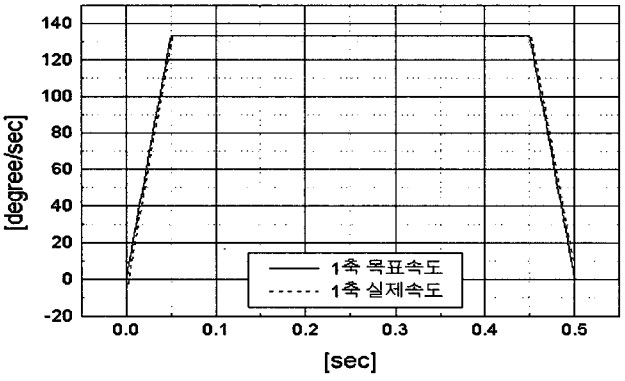


(a) 각 축의 목표 및 실제궤적

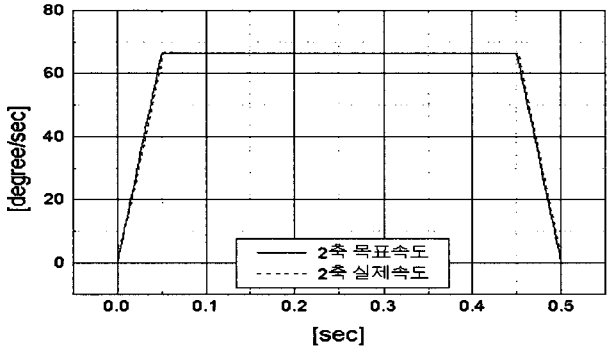


(b) 실행 위치오차

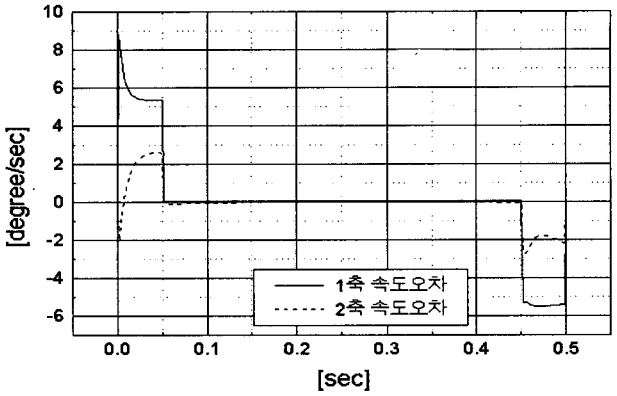
그림 4. 다변수 제어기의 위치오차.
Fig. 4. Position error of of multivariable controller.



(a) 1축의 목표 및 실제속도

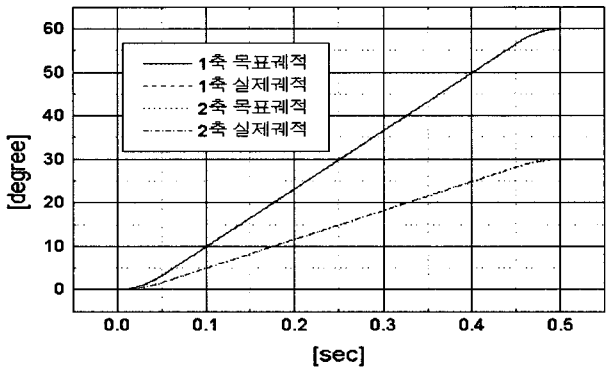


(b) 2축의 목표 및 실제속도

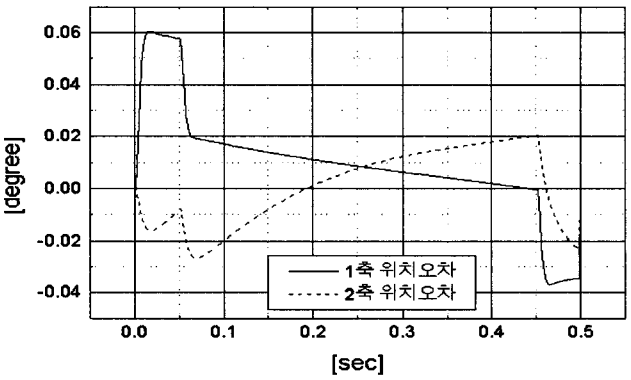


(c) 각 축의 속도오차

그림 5. 다변수 제어기의 속도오차.
Fig. 5. Velocity error of multivariable controller.



(a) 각 축의 목표 및 실제궤적

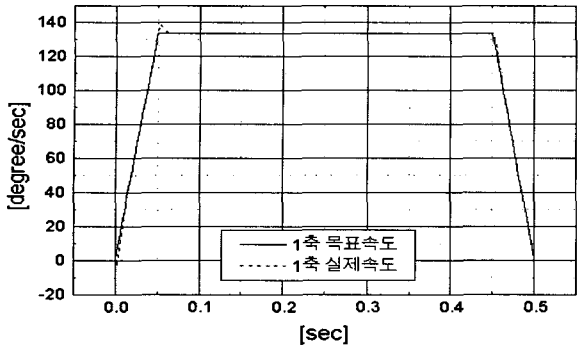


(b) 실행 위치오차

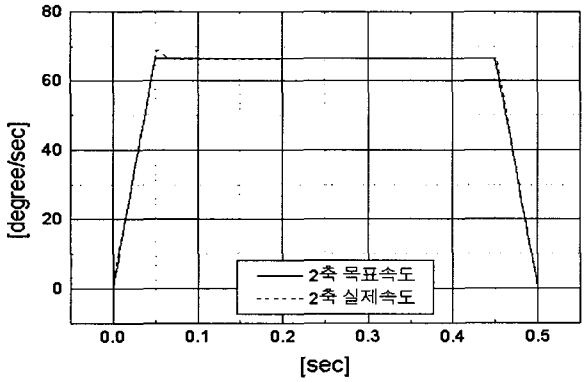
그림 6. 오차보상 제어기의 위치오차.
Fig. 6. Position error of error compansation controller.

대하여 수행한 후 다음과 같은 형태의 목표궤적 $\theta_{di}(t)$, i = 1, 2을 사용하여 초기위치 $\theta_1 = \theta_2 = 0$인 위치에서 1축은 57.5° 2축은 35° 까지 2초동안 반복해서 동작하도록 하였다.

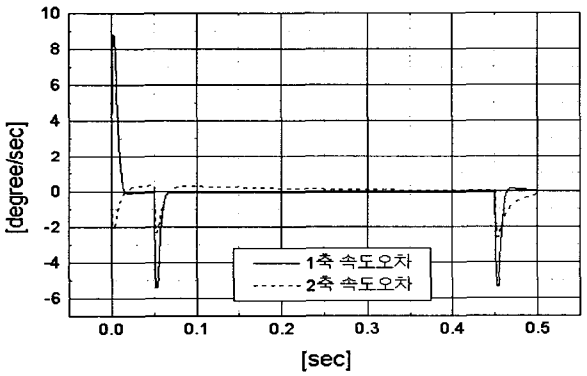
$$\theta_{d1} = 1 - \cos(2\pi ft)$$
$$\theta_{d2} = 1 - \cos(2\pi ft) \quad (45)$$



(a) 1축의 목표 및 실제속도

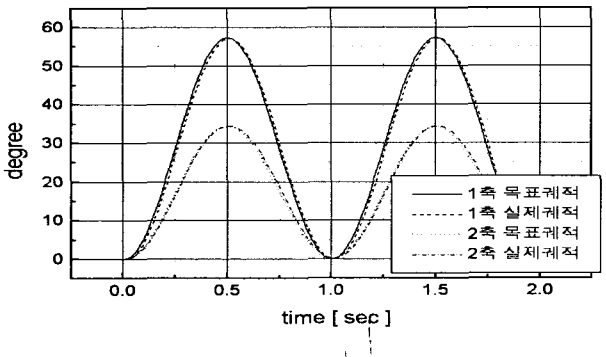


(b) 2축의 목표 및 실제속도

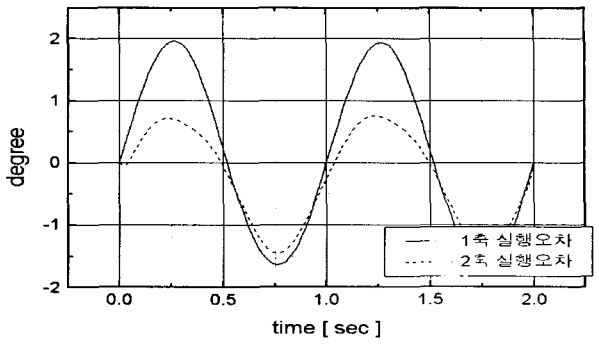


(c) 각 축의 속도오차

그림 7. 오차보상 제어기의 속도오차.
Fig. 7. Velocity error of error compansation controller.

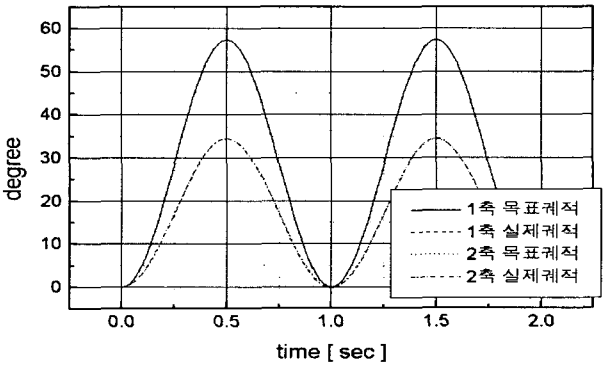


(a) 각 축의 목표 및 실제궤적

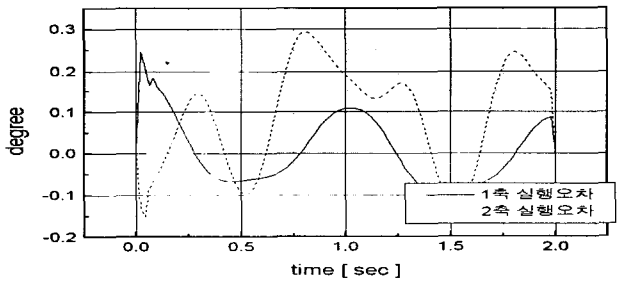


(b) 실행오차

그림 8. 다변수 제어기.
Fig. 8. Multivariable controller.



(a) 각 축의 목표 및 실제궤적



(b) 실행오차

그림 9. 오차보상 루프를 갖는 다변수 제어기.
Fig. 9. Error compensation controller.

모의실험 결과는 그림 4-9와 같다. 그림 4는 사다리꼴 속도 입력에 대한 다변수 제어기의 위치오차를 나타내고, 그림 5는 속도오차를 나타낸다. 또, 그림 6은 사다리꼴 속도 입력에 대한 모델링 오차보상 루프를 갖는 다변수 제어기의 위치오차 그림이고, 그림 7은 속도오차에 대한 그림이다. 그림에서와 같이 위치오차와 속도오차가 개선됨을 알 수 있다. 다음은 (45)와 같은 목표 궤적이 주어진 경우로 그림 8은 다변수 제어기의 목표궤적 추종 결과 및 추종 오차를 보인다. 마지막으로 그림 9는 본 연구에서 제안한 모델링 오차 보상 루프를 갖는 다변수 제어기의 모의실험 결과이다. 모의실험 결과 본 연구에서 제안한 오차보상 다변수 제어기의 성능

이 앞에 제시된 다변수 제어기에 비하여 보다 개선됨을 알 수 있다.

V. 결론 및 향후 연구 과제

본 연구에서는 오차보상 및 PID 제어기법을 이용하여 현대 제어이론이 실제의 구현에 많은 제약이 되었던 구조상의 복잡함이나 계산량이 많았던 점을 선형화 식을 사용하여 보완함으로써 산업 현장에서 쉽게 적용할 수 있으며, 개선된 성능을 갖는 다변수 제어기를 설계하여 보았다. 제안한 제어기법은 내부 루프에서 모델링 오차 및 측정 오차를 보상하고, 외부 루프에는 폐루프의 극을 임의로 배치함으로써 로봇 시스템을 안정화시키고, 원하는 궤적을 추종하도록 하기 위한 제어기를 사용하였다. 제어기의 구조상 포함된 역동력학을 구하는 문제가 있지만 모델링 시 피할 수 없는 오차를 실제의 시스템 출력과 수식 모델에서 바로 처리함으로써 그동안 제시되었던 다변수 제어기에 비하여 모의실험 결과가 만족할만한 성능을 나타냄을 알 수 있었다. 따라서 산업 현장에서 모델링에 대한 접근을 쉽게 달성할 수 있으면서도 보다 좋은 성능을 갖는 제어기를 설계할 수 있을 것으로 기대된다.

추후의 연구 과제로는 제어기의 단순한 반복 작업이 아닌 특수한 환경에서의 작업이나 보다 정밀한 작업 환경에서의 작업에도 보다 강인한 제어가 가능하도록 특수한 임무를 부여한 상황하에서의 제어 기법을 연구하고자 한다.

참고문헌

[1] M. W. Spong and M. Vidyasagar, *Robot Dynamics and Control*, Wiley Interscience, 1984.

[2] J. J. Craig, *Introduction to Robotics : Mechanics and Control*, Addison Wesley, 1986.

[3] 美多勉わ 大須賀公 ·, "ロボット 制御工學入門," コロナ社, 1989.

[4] J. M. Maciejowski, *Multivariable Feedback Design*, Addison Wesley, 1989.

[5] C. F. Lin, *Advanced Control Systems Design*, Prentice Hall, 1994.

[6] K. J. Åström and B. Wittenmark, *Adaptive Control*, Addison Wesley, 1989.

[7] J. J. Craig, *Adaptive Control of Mechanical Manipulators*, Addison Wesley, 1988.

[8] M. Tarokh and H. Seraji, "A multivariable control scheme for robot manipulators," *Journal of Robotic Systems*, vol. 8, no. 1, pp. 1-19, 1991.

[9] H. Seraji, M. Jamshidi, Y. T. Kim and M. Shahinpoor, "Linear multivariable control of two- link robots," *Journal of Robotic Systems*, vol. 3, no. 4, pp. 349-365, 1986.

[10] C. J. Li, "An efficient method for linearization of dynamic models of robot manipulators," *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, vol. 5, no. 4, August, 1989.

[11] M. Tomizuka and D. Janczak, "Linear quadratic design of decoupled for robotic arms," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 4, no. 1, spring, 1985.

[12] M. Liu & L. Gio, "Manipulator J. independent control and it's structural stability," *MIEEE International Conference on Systemsan and Cybernatics*, 17~20, vol. 3, pp. 292-297, Oct., 1993.

[13] S. J. Fournier and R. J. Schilling, "Decoupling of two-axis robot manipulator using nonlineer feedback ; a case study," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 3, no. 3, pp. 76-86, Fall, 1984

[14] 김영탁과 여인철 역, "Advanced 제어를 위한 시스템 제어 이론," 도서출판 세화, 1993.

한 상 완

제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지 제3권, 제6호, 참조.

홍 석 교

제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지 제3권, 제6호, 참조.