한국학교수학회논문집 제 1 권, 제 1 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 1, Number 1, 69-79, 1998

오일러의 생애와 업적에 관한 연구

노 영 순[1] · 강 덕 기[2]

I. 서 론

A. 연구의 필요성 및 목적

수학의 의미, 성격, 방법 등은 시대에 따라 변천되어 왔지만 수학을 연구하는 계기는 인간의 지적 욕구에서 비롯된다는 사실만은 변함이 없었다. 수학을 뒷받침하는 근거는 고도의 직관과 상상력인 것이다. 위대한 수학자일 수록 상상력이 풍부하고 직관력이 왕성한 법이다. 수학사를 통해 우리가 절실히 느낄 수 있는 것은 수학적 창조가 어떤 예술 못지 않게 완벽하다는 사실이다. 수학 정신의 발자취는 理性의 역사이며 완전한 것으로 향하는 인간의 의욕을 불러 일으켜주는 정신이다. 수학사에서 우리가 얻으려는 것은 인간에게 부여된 이 정신의 발자취인 것이다. 수학사를 연구하는 재미는 딱딱하고 無개성적인 수학적 명제의 표현 속을 뚫고 들어가 당시의 사회적인 조건 등을 고려에 넣으면서 이러한 수학자의 내적 경험을 파 해치는 데에도 있다.

1) 공주대학교 수학교육과
2) 대전광역시 충남고등학교

수학사에 대한 센스는 교사의 훌륭한 지도자료가 된다. 수학사에서의 思考의 흐름은 수학을 시작하는 학생들에게 흥미 있는 대상이 되고, 또 "왜"(why)를 이해하는 데 도움이 된다. 수학사는 논리적 통찰력을 길러주는데 크게 기여하며 수학사를 통해서 역사적인 아이디어를 얻어 문제의 해결 방법이나 과정을 선택하는데 도움을 줄 수 있다.

오일러(Leonhard Euler, 1707~1783)는 중학교 교과서에서 '오일러의 정리', '한 붓 그리기' 및 '연결상태가 같은 도형' 등으로 소개되어 친숙한 이름의 수학자이다. 그는 뛰어난 直觀과 풍부한 想像力, 비상한 記憶力 등을 바탕으로 일생동안 초인적인 양의 논문과 저서를 발간하였고, 수학의 전 분야에 걸쳐 공식이나 이론 등을 재조직, 재증명 하였을 뿐만 아니라 이들을 연결시키고 체계화하여 수학의 골간을 세우고 맥이 통하게 함으로써 18세기 수학을 대표하고 있다.

그간 오일러에 관한 단행본이 출간된 것이 없어 본 '오일러의 생애와 수학에서의 업적에 관한 연구'를 통해 오일러가 살아간 삶의 발자취와 수학에서 이룩한 위대한 업적 등 오일러의 모든 것을 한 눈에 알아볼 수 있도록 구성함으로써, 오일러에 관한 이해를 돕고 수학사 연구에 도움을 주고자 하는 데에 본 연구의 취지와 목적이 있다.

B. 연구의 방법

본 연구는 수학사에서 不滅의 업적을 남긴 수학자 오일러의 생애와 업적을 문헌을 통해 究明하였다.

오일러가 살아간 인간적인 발자취와 師表로서의 자세, 그의 著書 및 논문, 그가 발견 및 창안하고 증명해 낸 수학 전반에 걸친 수많은 공식 · 정리 등과 지적 탐구과정, 그가 부디쳤던 난관과 그 극복과정, 시대적 배경, 교류하고 영향을 주고받은 수학자들과 오일러와의 연관되는 부분, 오일러의 수학적 업적이 후대에 미친 영향, 그의 부족한 점과 잘못된 이론 및 예측, 그가 해결하지 못한 증명 등에 대하여 연구하였다.

Ⅱ. 본 론

A. 오일러의 생애

수학사에서는 18세기를 흔히 '오일러의 시대'라고 부른다. 오일러는 이 시기에 가장 뛰어난 수학자이면서 최고의 계산가(algorist)였다. 그는 수학사에서 가장 많은 초인적인 저작을 기록했는데, 이는 사절판 73권에 해당하는 방대한 분량으로서 연평균 약 800쪽에 달한다. 이 중에는 그의 완전 실명 기간인 12년간의 저술도 포함되어 있으며 그의 死後에도 성 페테르브르크 학술원의 회보를 47년 동안이나 보강해 왔을 만큼 충분한 원고를 남겼다. 이 책들은 미적분학에서 체계를 이룬 것을 비롯하여 해석학, 기하학, 수론, 변분학, 위상수학, … 등 수학의 전 분야에 걸쳐 있으며, 오일러 多項式, 오일러 定理, 오일러 函數, 오일러 公式, 오일러 常數, 오일러 積分, 오일러 표수, 오일러 그래프, 오일러 방정식, 오일러 직선, … 등 그의 이름이 붙어 있는 것만 해도 일일이 열거할 수 없다. 이 방대한 저작들은 수학뿐만 아니라 역학, 물리학, 광학 등 과학의 모든 분야를 비롯하여 의학, 신학, 동양 언어 등 학문의 전반적 영역에 걸친 것이다. 라플라스는 "오일러는 18세기 후반의 모든 수학자에게 공통의 스승이었다."라고 찬사를 보냈다.

오일러는 스위스의 바젤에서 태어나 칼뱅교 목사인 아버지의 뜻에 따라 바젤 대학에 입학하여 신학과 헤브라이어를 공부했다.

그는 당시의 저명한 수학자 요한 베르누이(Johan Bernoulli, 1667~1748)로부터 수학을 배웠고 그 능력을 인정받았다. 그의 아버지는 오일러가 신학에 전념할 것을 바랬지만 베르누이 일가 사람들이 '오일러는「리히엔의 목사」가 아니라 수학자가 될 운명'이라고 설득하여 마침내 단념했다.

오일러는 이후 수학사에서 불멸의 업적을 끊임없이 쌓아갔다. 이는 그의 탁월한 천재성에도 기인하지만 일찍이 안정된 직장을 가진 결과였다고도 볼 수 있다. 26세의 젊은 나이로 러시아 페테르부르크 학술원의 수학 주임이라는 행운을 잡았다. 그러나 28세(1735년) 때 소행성 케레스에 관한 관찰과 그 궤도를 구해내기 위한 3일 간의 집중적인 몰입의 결과 마침내 그 문제는 해결했지만 이때 오른쪽 시력을 잃고 만다. 1741년에는 프로이센 베를린 학술원의 수학 부장을 맡게 되어 14년 동안 활동을 한 러시아를 떠난다. 오일러를 존경한 러시아인들은 그가 떠난 후에도 약간의 월급을 계속 지급하였다.

그러나 프로이센의 프리드리히 대왕은 그를 '수학적 외눈박이'라고 불러 댔으며 학술원 안에서도 조화를 이루지 못해 잡음이 있어 왔다. 베를린에 머문 지 25년이 되는 59세(1766년) 때 오일러는 러시아 에카테리나 여제의 초청을 받고 다시 페테르부르크로 돌아갔고, 그에게는 특별한 배려가 주어졌다.

그는 64세(1771년) 때 완전한 장님이 되었는데 실명 중에도 비상한 기억력과 집중력을 가지고 바젤에서 찾아온 제자 푸스(N. Fuss)와 아들 알베르의 도움에 힘입어 창작 활동을 계속했다.

오일러는 1783년에 76세를 일기로 생애를 마쳤는데 콩도르세가 말한 것처럼 "그가 계산하며 사는 것을 그만 두었다" 하는 순간에 숨을 거둔 것이다. 그는 마지막 날에도 손자들과 함께 최근의 정리와 천왕성에 대한 이야기를 하고 있었다고 한다.

콩도르세는 또, "그는 사람을 놀라게 하는 작은 만족보다는 제자를 가르치는 일을 더 좋아했다."고 말했다.

또한 오일러는 너그러운 사람으로 알려져 있다. 그가 오래 연구한 결과 마침내 等周문제를 해결하여 발표하기 직전에, 나이 어린 경쟁자 라그랑주가 그 문제를 변분법을 사용한 일반적인 방법으로 해결하여 오일러에게 평가를 부탁하자 자신의 방법보다 우수하다고 칭찬하고 라그랑주가 먼저 출간하도록 도왔을 뿐만 아니라 자신의 후임으로 베를린 학술원장에 추천한 그의 태도는 수학사에서 가장 훌륭한 욕심 없는 한 예이다.

그는 온 생애를 통해 비상하다고 밖에는 표현할 수 없는 기억력의 축복을 받았다. 수론의 연구에서 기억력은 큰 도움을 주었다. 아라고는 "오일러는 거의 은유법을 쓰지 않고 과장도 없이, 말하자면 '해석학의 화신'이라 불릴 수 있을 것이다. 오일러는 마치 사람이 숨을 쉬듯, 독수리가 공중에 떠있듯이 겉으로 보기에는 아무 힘도 들이지 않은 듯이 계산을 거뜬히 치뤄나갔다."고 칭찬했다. 당시 존재하고 있던 수학 전 영역에 걸친 모든 주요한 공식은 정확히 그의 기억 속에 저장되어 있었다. 실제로 오일러는 만능에 가까운 천재적인 힘을 나타내고 있다.

또한 능숙한 교재 집필가로서 그의 교재는 명료하고 알기 쉬웠으며, 수학적인 기호를 잘 선택해서 기초적인 수학적 개념을 상세하고 완벽하게 기술하여 명성을 얻었다. 대표적인 저서로는 <무한해석 序說>(1748), <미분법>(1755), <적분법>(1768~1774)이 있다. 이 책들은 오늘날에 이르도록 해석학의 일반적인 방향을 인도해 왔으며 역학과 대수학에 관한 다른 책들과 함께 다른 어떤 책보다 더 오늘날의 많은 대학 교재들의 표본이 되고 있다. 오일러의 저술은 오늘날의 독자들에게도 현대적인 책을 대하고 있는 것 같은 느낌을 주는데 이것은 오일러의 영향력이 너무 커서 그 뒤에 오는 모든 수학자들이 그의 스타일과 기호와 형식을 본받았기 때문이라고 봐야 한다.

B. 오일러의 저술 및 논문의 개요

오일러의 연구는 수론 · 대수학 · 급수론 · 대수해석 · 미적분학 · 변분법 · 해석기하학 · 확률론 · 역학 · 유체역학 등에 널리 걸쳐 있으며 그가 남긴 저술은 45권인데, 그 중에는 <力學>(1736), <무한해석 서설 Ⅰ,Ⅱ>(1748), <변분법>(1774), <미분법>(1755), <적분법 Ⅰ,Ⅱ,Ⅲ>(1763~1774), <剛體역학>(1765), <천체운동론>(1774) 등이 있다. 886편이나 되는 논문은 현 단계에서는 제1부 순수수학(30권), 제2부 역학·천문학(32권), 제3부 물리학 기타(12권), 제4부 認識문제(7권) 등 81권으로 엮어져서 간행되어 있다.

제1부의 제 1장에서는 아래와 같은 함수의 분류가 실려 있다.

$$\text{함수}\begin{cases}\text{대수함수}\begin{cases}\text{무리함수}\\ \text{유리함수}\begin{cases}\text{유리정함수}\\ \text{분수함수}\end{cases}\end{cases}\\ \text{초월함수}\begin{cases}\text{삼각함수}\\ \text{로그함수}\\ \text{지수함수}\end{cases}\end{cases}$$

제1부 제4장은 함수의 무한급수 전개를 내용으로 하며, 여기서는 무한급수의 일반적인 성질이 다루어지고 있다. 이어서 제6장에서는 지수함수와 로그함수, 제7장에서는 무한급수 전개가 다루어진다. 예를 들어

$$(1+\frac{z}{n})^n = 1+\frac{n}{1!}\cdot\frac{z}{n}+\frac{n(n-1)}{1\cdot 2}\cdot\frac{z^2}{n^2}+\cdots$$

$$\therefore\ e^z = 1+\frac{z}{1}+\frac{z^2}{1\cdot 2}+\cdots$$

를 비롯하여 $\sin x$, $\cos x$, $\log(1+x)$ 등의

무한급수 전개가 다루어지고, 제8장에서는 원에 관한 超越量이 주된 대상이 된다.
제9장에서는 매우 아름다운 오일러의 공식(Euler's fomula) $e^{ix}=\cos x+i\sin x$를 유도했고, 또 순전히 전형적인 과정들에 의하여 $i^{i}=e^{-\frac{\pi}{2}}$와 같은 수많은 진기한 관계식을 얻었다. 제2부에서는 2차곡선, 3차곡선, 2차 곡면의 분류가 다루어지고 있는데, 이것은 <미분법>, <적분법> 등과 함께 근대 수학의 핵심적인 구실을 하였다. 현재 쓰이고 있는 수학상의 많은 용어와 기호는 주로 여기서 등장한 것들이다. <역학>에서 처음으로 뉴턴의 물리학을 해석적으로 따짐으로써 해석역학의 길을 열었다. 해석학 분야에서는 Γ함수, β함수 등을 정의하였고, 等周문제를 변분법을 써서 해결하였으며, '케니히스베르크의 다리문제'로 불려지는 논문(1736년)을 발표하여 오늘날 그래프 이론의 기초를 개척하였고, 위상기하학의 방향을 시사하였다. 이밖에 수론 등에서 뛰어난 업적을 많이 남겼다.

C. 오일러의 주요 업적

1) 수론

(1) 페르마의 素數의 성질에 대한 예측의 증명

「4로 나누어 1이 남는 소수는 반드시 유일한 방법으로 두 완전 제곱의 합으로 나타낼 수 있으며, 두 번째 타입의 소수, 즉 4로 나누어 3이 남는 소수는 결코 두 완전 제곱의 합으로 나타낼 수 없다」는 페르마의(증명되지 않은)정리를 1747년에 증명하였다.

(2) 페르마의 작은 정리의 증명

「$a\in Z$이고 p가 a를 나누지 않는 소수이면 p는 $a^{p-1}-1$을 나눈다. 즉, $a\not\equiv 0 \pmod p$에 대하여 $a^{p-1}\equiv 1 \pmod p$이다.」를 1736년에 증명했다.

(3) 페르마의 素數공식의 예측에 관한 오일러의 反證

페르마의 「$2^{2^n}+1$(n은 자연수)꼴의 정수는 모두 소수이다」라는 예측을 페르마의 작은 정리들을 요긴하게 사용하여 차례로 보조정리를 구한 뒤 이를 일반화하여 $n=5$일 때 소수가 아님을 밝혀내었다.

(4) 오일러의 ϕ함수

1760년경 오일러는 주어진 양의 정수 n보다 작거나 같으면서 n과 서로 소인 양의 정수의 개수를 결정하는 문제를 제기하고 그것을 풀었다. 이 개수를 보통 $\phi(n)$으로 나타내고 이 함수 $\phi: Z^{+}\to Z^{+}$를 「오일러의 ϕ함수」라고 한다. 여기서 $\phi(n)$은 0인자가 아닌 Z_n의 원소의 개수이다.

(5) 페르마의 작은정리에 관한 오일러의 일반화 : a가 n과 서로 소인 정수 이면

$a^{\varphi(n)}-1$은 n으로 나누어진다.

즉, $a^{\varphi(n)}\equiv 1 (\mathrm{mod}\ n)$이다.

(6) 親和數와 完全數

친화수란 첫 번째 수의 진약수들의 합이 둘째 수와 같고, 둘째 수의 진약수들의 합이 첫 번째 수와 같아지는 한 쌍의 수를 말한다.(예: 220, 284) 피타고라스의 첫 번째 발견 이후 오랫동안 발견되지 않다가 오일러가 1747년에 122,265와 139,815의 네 번째 친화수로부터 무려 30쌍을 한꺼번에 발표했고, 1750년 사이에 그밖에도 다른 많은 친화수를 발견하여 62번째의 쌍까지 찾아냈다. 그가 이렇게 많은 친화수를 찾게 된 것은 친화수를 만들어 내는 메뉴를 알아냈기 때문이다.

완전수란 자신이 진약수의 합과 같은 수이다. 오일러의 遺稿에서 짝수의 완전수는 반드시 어떤 수 n이 존재해서 유클리드의 식 $2^{n}(1+2+4+8+\cdots+2^{n})$을 만족한다는 증명이 나왔다.

(7) 그 밖의 정수론에서의 업적

페르마의 마지막 정리(Fermar's last theorem) 「$n>2$ 일 때, $x^{n}+y^{n}=z^{n}$을 만족하는 양의 정수 x, y, z, n은 존재하지 않는

다」를 4차의 경우는 1738년에, 3차의 경우는 1770년에 증명하였다.

2) 해석학

(1) 해석학 분야에서의 오일러의 업적

해석학의 화신으로 불린다. 오늘날 해석학에 출현하는 많은 함수들을 개발했으며 뉴턴의 물리학과 역학을 종합기하학적 증명의 속박에서 벗어나 해석적으로 해내는 중요한 업적을 남겼다. 변분법으로 그 명성을 날렸고, 해석적 삼각법의 도입 등으로 미적분학의 참다운 힘이 오일러에 의해 비로소 행해졌고, 이로써 기초과학의 새 시대가 개시되었다.

(2) 오일러 해석의 문제점과 정비과정

무한급수의 수렴과 함수의 연속성에 관한 개념에서 명확한 해답을 얻지 못하고 혼란에 빠졌다. 이후에 달랑베르, 가우스, 코시, 데데킨트, 칸토르 등에 의해 비판, 정비 및 보완되었다.

3) 미적분학

대표적인 저서로 <미분법>(1755)과 세 권으로 된 <적분법 I, II, III>(1768~1774년)가 있다. 이 책들은 오늘날에 이르도록 해석학의 일반적인 방향을 인도해 왔으며 역학과 대수학에 관한 다른 책들과 함께 문체, 영역, 표기법에 있어 다른 어떤 책보다 더 오늘날의 많은 대학 교재들의 표본이 되고 있다.

오늘날에도 미적분학의 초보과정은 오일러의 정의만으로도 충분하다. 오일러의 미적분학은 코시에 의해 엄밀하게 정비되었다.

4) 함수

(1)오일러의 함수 및 연속·불연속의 정의

18세기 전반에 오일러는 함수개념을 나름대로 명확히 정의하였다. 오일러는 1734년에 '변수와 상수로서 조립된 해석적인 식 즉, 그래프가 매끄러운 한 연속 곡선으로 나타내는 것'에 대하여 함수라는 말을 썼다. 또한 식의 형태에 따라 양함수, 음함수, 대수함수, 초월함수라는 말을 썼다. 그는 함수의 이론에 관한 첫 책인 <무한해석 서설>(1748)에서 함수를 다음과 같이 정의하고 있다.『한 변수의 함수란, 그 변수와 몇 개인가의 상수로 된 해석적인 식을 말한다.』또 함수와 곡선의 관계에 관해서『x의 임의의 함수는 직선 또는 곡선을 나타내지만, 역으로 임의의 곡선은 함수에 의해서 나타내어진다. 곡선이 단 하나의 함수에 의해서 표현될 때, 그 곡선을 '연속곡선'이라 하고, 그렇지 않을 때 '불연속적 곡선' 또는 '혼합적곡선'이라고 한다.』라고 정의하고 있다.

(2) 실수 급수에의 복소수(복소함수)의 도입 : 실수급수에 복소수를 대입함으로써 $e^{ix} = \cos x + i\sin x$ 등의 공식을 비롯하여 수리물리학상의 중요한 성과를 거두었다.

5) 미분방정식

미분방정식의 해를 구하는 데 있어 함수의 급수 전개를 이용한 해법 등을 고안했다. 상수 계수를 가지는 선형미분방정식의 체계적인 해법을 제시했으며 동차와 비동차 선형미분방정식을 구분하였다. 오일러의 미분방정식 $x^n y^{(n)} + a_1 x^{n-1} y^{(n-1)} + \cdots + a_n y^{(0)} = f(x)$을 창안했고, $x = e^t$을 대입하면 상수계수를 가지는 선형미분방정식으로 바뀜을 보였다.

6) 위상수학

(1) 오일러의 다면체 정리

볼록 다면체에서 꼭지점의 수를 v, 모서리의 수를 e, 면의 수를 f라 하면 $v-e+f=2$이다. Euler의 공식을 만족하는 다면체는 모두 위상적 동치이다.(구, 다면체, …)

(2) 한 붓 그리기

i 임의의 그래프에서 홀수점의 개수는 짝수이다.

ii 홀수점을 가지지 않는 그래프는 시작점에서 끝나는 한붓그리기가 가능하다.

iii 꼭 두 개의 홀수점을 가지는 그래프는 한 홀수점에서 시작하여 다른 홀수점에서 끝

나는 한붓그리기가 가능하다.

ⅳ 두 개보다 많은 홀수점을 가지는 그래프는 한붓그리기가 불가능하다.

7) 기타의 업적

(1) 그밖에 오일러의 업적

오일러 직선, 오일러 도표, 오일러의 표수, 오일러의 정리「$f(x, y)$가 n차의 동차식이면 $xf_x + yf_y = nf$」, 평면의 等角寫像을 복소함수로 제시, 부정방정식 $xy = ax + by + c$의 재 발명, 연 분수 이론을 최초로 발전시킴. 유한 차분법의 시도, 변분법을 개발해서 광학 등 여러 가지 물리적인 문제를 해결, 원형곡선(원과 같이 일정한 폭을 가지는 볼록 타원 모양의 곡선)의 고찰

(2) 수학적 오락에 관한 논문

한 붓 그리기, 체스판 위의 요각의 나이트 길, 그리스-라틴 사각형

(3) 응용수학 분야

태음운동론, 潮水이론, 楕圓體의 引力, 水理學, 造船學, 砲術學, 음악이론

(4) 기타

독일 왕녀에게 쓴 편지, 피노 운하의 개축, 포츠담 궁정의 관수 시설 설계, 물리학에서의 에테르 가설, 색지움 렌즈 발명, 水力學 연구, 연금제도, 터어빈 이론 정립, …

천문학, 약학, 의학, 식물학, 동물학, 화학, 신학, 문학, 동양 언어, …

(5) 오일러의 오류 및 증명 실패

▼「오일러의 추측」의 오류: $n>2$에 대하여 그 자체가 n제곱이 되는 합을 가지려면 적어도 n개의 n제곱들이 필요하다고 추측했다. 반례) $27^5 + 84^5 + 110^5 + 139^5 = 144^5$

▼「대수학의 기본정리」의 증명 실패

"임의의 n차 다항식은 n개의 1차식의 곱으로 나타낼 수 있다."의 증명에 실패했다. 가우스가 증명하고 확장시켰으며, 오일러의 시도에 대해서는 명확성의 결핍을 지적했다.

▼1750년경 오일러는 일반 4차방정식의 해가 결국 3차방정식의 해법으로 구해진다는 것에 착안, 그와 유사하게 일반 5차방정식의 해를 4차방정식의 해법으로 구해 보려고 시도했으나 실패했다.

▼오일러는 오늘날 '2차 상호율'이라는 이름으로 알려져 있는 수론의 진주라고 할 수 있는 '황금정리'를 귀납법으로 발견했으나 증명하지는 못했고 후에 가우스가 증명했다.

▼ 오일러는 당시의 지배적인 이데올로기였던 神學의 영향을 받아서 그의 수학지식을 이른바 목적론적인 견해에 결부시키는 억지 주장을 하였다.

8) 오일러의 수학기호 및 용어법

$f(x)$, π, e, a, b, c, s, r, R, $\sum$, i

D. 오일러와 관계 있는 수학자

1) 오일러에게 영향을 준 수학자

♣페르마(Pierre de Fermat, 1601?~1665):

17세기의 가장 위대한 프랑스 수학자라고 불리고 있다. 정수론에 대한 많은 업적은 그가 지니던 1621년에 펴낸 <디오판토스의 算學>의 라틴어 번역판의 여백에 쓰여진 각주에 나타나고 있다. 그가 발표한 많은 미증명 정리들의 대부분을 오일러가 증명했다.

♣호이겐스(Christian Huygens, 1629~1695)

네덜란드의 천재 수학자로서 여러 분야에 걸쳐 공헌을 많이 했다. 그의 확률론에 관한 최초의 공식적인 논문은 후에 오일러 등 다수의 수학자들이 발전시켰다. <振子시계>(1673)에서 뒤집힌 사이클로이드의 인접한 두 호 사이를 진동하는 진자는 일정한 주기로 진동한다는 것을 보였으며 오일러가 이를 증명했다.

♣요한 베르누이(Johann Bernoulli, 1667~1748): 오일러의 스승으로서 독일의 라이프니츠와 잦은 서신 교환을 가졌으며 '라이프니츠의 미적분학'을 온 대륙에 유포한 수학자였다. 요한에 따르면, 『어떤 양보다도 작아지는 양』인 무한소는 반드시 0을 가리키

는 것은 아니었으나 오일러는 '0 이외의 무한소는 없다'는 입장을 취했다. 특히 오일러에게 영향을 준 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{k}+\cdots$ 가 발산한다는 증명에 성공하였고,

$$1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\frac{1}{25}+\cdots+\frac{1}{k^2}+\cdots$$

이 2보다 작은 수에 수렴한다는 것은 알아냈지만 그 수렴치는 알지 못했다. 오일러는 1734년에 이 수렴치가 $\frac{\pi^2}{6}$ 임을 증명했다.

♣데카르트(René Descartes, 1596~1650):

그의 입체 해석기하학은 오일러가 전반적으로 잘 발전시켰으며 1640년에 데카르트가 공간에 놓인 볼록다면체의 면들의 이웃한 변 사이의 각들의 합을 생각해서 $v-e+f=2$가 항상 성립한다는 것을 발견하였지만 출판하지 못했고 1860년이 되어서야 이 논문이 세상에 공개되었다. 그사이 오일러는 독자적으로 이 공식을 알아냈고 증명하였다.

♣데자르그(Gerald Desargues, 1593~1662)

원추곡선의 이론으로 그의 死後에 유명해진 데자르그는 사영기하학의 초석을 마련했다. 극과 극선의 개념이 구까지 또 어떤 다른 2차 곡면으로까지 확장할 수 있다는 그의 발견은 1748년에 오일러에 의해 알려졌다.

♣디오판토스(Diophantos of Alexandria, 250년 경): 그의 유명한 저서 <산학>에서 두서너 개의 제곱수의 합으로 수를 표현하는 명제는 오일러 등에 의해서 완성되었다.

♣테일러(Brook Taylor, 1685~1731)

테일러 전개를 발견했고 수치방정식의 해에 그의 급수를 적용하였다. 테일러 급수의 중요성이 완전히 인정받게 된 것은 오일러가 그것을 미분법에 적용한 1755년의 일이며 그 명칭도 사실은 오일러가 이름지은 것이다.

2) 오일러와 교류한 수학자

♣달랑베르(Jean Le Rond D'Alember, 1717~1783): 24세의 젊은 나이로 프랑스 아카데미 회원으로 선출된 데 이어, 1754년에는 그곳의 종신서기의 영광을 차지하게 된 그는 당시 프랑스에서 가장 영향력이 큰 과학자였다. 오일러와 많은 공동 관심사를 가진 두 사람은 서로 수많은 주제에 관하여 서신 왕래를 했다. 달랑베르는 다른 수학자들과 마찬가지로 '음수에 관한 로그의 특성'에 대하여 당황하고 있었다. 1747년에 오일러는 올바른 처리를 설명하는 답장을 달랑베르에게 써보냈다.

오일러가 증명한 $(a+bi)^{c+di}=p+qi$ 의 식에서 달랑베르는 $a+bi$를 변수로 생각하여 그 함수의 미분을 구하였다. 오일러는 무한대를 무한소의 역수로 해석하였으나 무한소의 개념을 배척한 달랑베르는 무한대를 극한에 의해서 정의하였다. 프리드리히 대왕은 오일러의 후임으로 그를 프로이센의 학술원장으로 초청했으나 그는 그 시대의 어떤 학자도 오일러보다 학문적으로 높은 자리에 앉는 것은 적절치 못하다고 거절했다.

♣라그랑주(Joseph Louis Lagrange, 1736~1813): 오일러를 제외하면 18세기의 가장 뛰어난 수학자로 평가받고 있다. 1766년 오일러가 베를린을 떠나자 그 자리를 이어받아 20년 동안 지켰다. 라그랑주의 가장 뛰어난 업적이라고 할 수 있는 것은 <변분법>이다. 이 변분법은 새로운 수학 분야로서 라이프니츠, 요한 베르누이, 오일러 등이 연구해 왔다. 이 중 가장 단순한 경우는

$$\int_a^b g(x,y)\,dx$$

를 극대 또는 극소가 되게 하는 함수관계 $y=f(x)$를 결정하는 일이다. 1755년에 라그랑주가 오일러에게 보낸 편지에서 변분법에 관한 일반적인 방법을 제시하고 있다.

♣골드바흐(Christian Goldbach, 1690~1764)

수론에 매료된 사람으로서, 유명한 미해결 문제인 '골드바흐의 예측'을 1742년 오일러에게 편지를 보낸 이래로 꾸준한 서신 왕래를 통해 페르마의 증명되지 아니한 많은 명제들을 오일러의 관심 속으로 끌어들였다.

3) 오일러가 영향을 준 수학자

♣르장드르(Legendre, Adrien Marie, 1752~1833): 그의 <적분학 연습>(1811~1819)을 더 발전시킨 것이 <타원함수 및 오일러 적분론>(1825~1832)인데, 여기서 쓸모가 많은 해석학의 기본적인 수법을 개발하고 있다.

♣포앙카레(Henri Poincare, 1854~1912)

20세기에 큰 영향을 미친 19세기의 거인으로서 <위치해석>(1895)에서 체계적 학문으로서의 토폴로지를 정립했다. n차원 다면체를 생각하여 오일러의 다면체공식을 일반화한 '오일러-포앙카레의 공식'을 세웠고, '오일러-포앙카레의 표수'를 미분기하에 적용했다.

♣가우스(Carl Friedrich Gauss, 1777~1855)

복소수를 수학적 실재의 대상으로 파악했고, 현대적인 정수론의 건설, 타원함수론, 대수학, 기하학, 측지학, … 등의 업적으로 수학사에서는 오일러의 18세기 수학에서 가우스의 19세기 수학으로 전환되었다고 한다. 대표적인 저서인 <수론 연구>(1801)는 엄격한 수학 체계의 형성에 많은 영향을 끼쳤다.

오일러가 증명에 실패한 '방정식의 기본정리'를 복소수의 虛部와 實部의 그래프의 교점을 이용하여 증명했고 그 뒤에도 이 증명을 세 가지 측면에서 다루고 있다. 오일러가 사용한 복소수는 실수의 체계에 복소수를 형식적으로 투입하는 것으로, 수학적 엄밀성에서 결함이 있었던 것을 그가 제거했다. 그의 토러스 문제의 연구는 본질적으로 오일러의 다면체정리와 같은 성격의 것이었다.

♣코시(A. L. Cauchy, 1789~1857)

'함수론의 아버지'로 불리며 극한이라는 개념을 써서 연속성과 無限小상태에 대하여 정의했다. <미적분학 교재>(1821)에서 변수, 함수, 미분, 적분의 정의와 기본 정리로부터 시작하여 연속성, 수렴성 등을 $\varepsilon-\delta$ 논법에 의한 극한의 엄밀한 정의를 써서 미적분학의 논리적 기초를 확립하였고 연속함수 또는 구분적으로 연속인 함수에 대하여 정적분을 정의하였다. 적분과 미분의 역연산 사이의 관계를 '평균값의 정리'를 써서 증명하고 있다. 코시에 의해 오일러의 해석학이 정비되었다.

Ⅲ. 결론 및 제언

본 연구를 통해 18세기 최대의 수학자 오일러의 위대한 생애와 업적을 알아보았다. 그는 '해석학의 화신'이며 위대한 형식주의 계산가로서 이후의 모든 수학자들에게 공통의 스승이었다는 찬사를 들었다. 그의 천재성과 참신함이 여실히 드러나는 不朽의 名著들은 수학의 면모를 심오하게 바꾸어 놓았다. 그는 수학사를 통해 가장 많은 저서를 남겼으며 그의 지적 탐구 영역은 수학의 모든 분야를 망라했을 뿐만 아니라 과학의 전 분야와 더불어 학문의 전반에 이르는 광범위한 것이었다. 그는 아마도 최초, 최대의 만능 수학자라고 할 수 있을 것이다. 그의 대표적인 업적으로는 미적분학에서 체계화를 이루어 오늘날까지 해석학의 일반적인 방향을 인도해 오고 있는 것이다. 그는 함수를 정의했고 해석적 삼각법을 도입했으며 삼각함수에서 사용되는 기호를 창안했다. 복소변수의 삼각함수의 개념을 도입했고 실수 급수에 복소수를 대입함으로써 복소함수의 개념을 창시했다. 또한 '오일러의 공식'을 창안하여 초월함수 사이의 관계를 밝혔다. 다면체에서의 '오일러의 정리'를 발견 증명했으며 '케니히스베르크의 다리문제'로 오늘날의 <그래프 이론>의 기초를 개척함으로써 위상기하학의 방향을 시사하였다. 페르마의 증명되지 않은 많은 정리들을 증명했고, '오일러의 미분방정식'을 창안했으며 '선형미분방정식의 해법'을 고안했다. 그는 이와같이 수학사에 크게 기여했고 수학자로서 진정한 길을 걸어갔다.

그의 정신과 발자취는 수학을 공부하는 사람에게는 귀감이 된다. 오일러는 비단 한 시대를 풍미했을 뿐만 아니라 이후의 수학사 및 모든 수학자에 막대한 영향을 미쳤으며

오늘날에 이르도록 그의 위업은 향기를 발산하고 있다. 현재 사용되는 수학 기호 중 $f(x)$, π, r. e, i, s, R, $\sum$, a, b, c, …등이 오일러에 의해 처음 제시되어 현재까지 그 원형을 잃지 않고 지속되어 오는 것은 오일러의 뛰어나면서도 적절한 기호 구사를 다른 수학자들이 그대로 이어받아 사용해 온 때문이라는 것도 본 연구를 통해서 알게 되었다.

그는 평생을 학문 연구와 집필 활동에 전념했고 후학들을 가르치는 데서 기쁨을 누렸다. 실명을 극복한 超俗적인 자세, 진리 탐구에 대한 열정, 그의 인간적인 면이나 師表로서의 삶은 본 연구자에게 많은 감명을 준다.

오일러에게서 부족한 점은 그가 해석학을 신봉한 나머지 형식주의에 치우쳐서 문제가 되는 부분에서 계산으로 교묘하게 해결하려고 한 것이다. 문제의 본질 속을 파고드는 엄밀한 분석을 하지 않았기에 완벽하지 못했다는 점이 아쉬움으로 남는다.

본 오일러의 연구를 바탕으로 교사들에게 다음과 같이 제언하고자 한다.

1. 중·고등학교에서 다루는 수학의 교과내용은 대부분 직관적인 이해를 요구하는 것이다. 오일러의 통찰과 지적 탐구 과정은 학생들의 직관력과 상상력을 향상시킬 뿐만 아니라 발견적 탐구 활동을 증진시킴으로써 수학에 관한 흥미와 학습 동기를 유발시킬 것으로 확신한다. 따라서 본 연구의 내용을 교과서의 단원에 맞추어 자료로 만들어서 수업 시간 중 적절히 활용 할 것을 요구한다.
2. 오일러의 기호와 간결한 공식 등을 통해 수학의 아름다움을 느끼고, 순수한 지적 탐구과정에서 비롯한 수학적인 통찰이 언젠가는 반드시 유용성 있는 결과로 나타난다는 것을 믿어 수학을 가르친다는 데에 자부심을 느껴야 한다.
3. 오일러의 연구 정신과 사표로서의 자세 등을 본받아야 한다.

참 고 문 헌

교육부(1995), 고등학교 수학과 교육과정, 교육부

구장서(1994), 수학사와 관련한 중등 수학 교수학습지도자료 개발연구, 교원대학교 석사학위 논문

김도상, 석용징, 신현성, 이준렬 공저(1994), 수학과 교재론, 경문사

김용운, 김용국 공저(1994), 수학사대전, 도서출판 祐成

————————(1983), 세계수학문화사, 전파과학사

노영순(1996), 위상수학, 경문사

박세희(1995), 수학의 세계, 서울대학교 출판부

신영미(1992), 수학사와 수학교육, 서울대학교 대학원 석사학위 논문

신현성(1995), 수학 교육론, 경문사

안재구 옮김(1993), 수학을 만든 사람들(上) 미래사

엄상섭 편저(1990), 수학통사, 성균관대학교 출판부

오승재 편역(1995), 수학의 천재들, 경문사

우정호 역(1991), 수학적 발견의 논리, 민음사

이성헌(1977), 세계수학사 및 수학교수법, 교학사

이우영, 신항균(1996), 수학사, 경문사

임병선(1996), 동기유발을 위한 수학사적 수업매체 활용이 학업성취에 미치는 효과 연구, 공주대학교 교육대학원 석사학위 논문

천장호 역(1996), 현대대수학, 대영사

Barrett O'Neill(1966), Elementary Differential Geometry, Academic Press Inc.

Fraleigh. John B(1993), A first course in abstract algebra with historical notes by Victor Katz.-5th ed.

Neal H. McCoy(1970), The Theory of Numbers, The Macmillan Company

Ruel V. Churchil, James W. Brown, And Roger F. Verhey(1977), Complex Var-iables and Applications (third edition), International Student Edition

Serge Lang(1971), Analysis I, Addison-Wesley Publishing Company

A Study on the Life of Euler and his Academic Achievements in Mathematics

Ro, Youngsoon[1)] and Kang, Teog Ki[2]

ABSTRACT

My suggestions to the teachers on the basis of my research are as follows:

1. A mathematical curriculum in high school requires an intuitive understanding. I'm sure we can not only improve the student's intuition and imagination by Euler's insight and intellectual investigation, but also induce motive and interest in mathematical learning by increasing the inquiry activities. Therefore, I suggest that we take advantage of teaching aids available from this research by processing the units in the mathematical textbook.
2. We can feel the beauty of mathematics by Euler's symbols and simple formulas. We must take pride in teaching mathematics because the mathematical insight is very useful in the inqury process.
3. We have to model ourselves after Euler's spirit of inquiry and energetic activities.

1) Department of Mathematics Education, Kongju National University, Kongju, 314-701, Korea
2) Chungnam High School, Daejon, 302-223, Korea