

쌍곡선형 모델에 의한 반사파 성분 분해 Decomposition of Reflecting Waves by Hyperbolic Model

이 정 렬*
Jung Lyul Lee*

요 旨 : 천수방정식 형태의 쌍곡선형 완경사 방정식을 이용하여 파랑의 반사파 성분을 분해하는 방법을 제시한다. 모델의 반사파 산정능력을 평가하기 위하여 Booi 경사면 및 물결사주에 적용한다. Chamberlain and Porter (1995)에 의하여 주어진 수심경사제곱항과 수심곡률항의 효과를 포함하였을 때 Berkhoff의 완경사 방정식에 의한 결과보다 유한요소법 결과나 실험 자료와 비교하여 훨씬 만족할 만한 결과를 보여주었다.

핵심용어 : 반사율, Booi 문제, Bragg 반사, 쌍곡선형 파랑 모델

Abstract □ An approach of decomposing the reflecting components is proposed by using the mild-slope equation of hyperbolic type which has the similar form to the shallow water equations. The approach is verified on Booi's problem and sinusoidally varying ripples. Inclusion of higher-order bottom effect given by chamberlain and Porter(1995) yields even more satisfactory results than the Berkhoff's mild-slope equation when compared with finite element solution or experiments.

Keywords : reflection coefficient, Booi's problem, Bragg reflection, hyperbolic wave model

1. 서 론

본 연구에서는 천수방정식 형태의 1계 쌍곡선형 완경사 방정식 모델(Copeland, 1985; Madsen and Larsen, 1987)에서 함께 계산되어 분리될 수 없는 것으로 그동안 간주되었던 입사파 및 반사파 성분의 분해법을 제시한다. Berkhoff(1972)에 의하여 처음 유도된 소위 완경사 방정식은 선형 파랑의 회절 및 굴절, 반사 등을 모두 수행할 수 있는 방정식으로 각광을 받아왔다. 일정수심하에서 Berkhoff(1972)의 타원형 방정식은 Helmholtz 방정식이 된다. Helmholtz 방정식은 항내 부진동을 해석하는 경우 일정수심이라는 가정하에 경계요소법(Lee, 1971)으로 수치해석되었는데 완경사 방정식을 사용함으로써 수심이 변하는 항내에서의 부진동 해석도 가능하게 되었다. 아직도 방사조건을 적용하는데 있어 몇 가지 제한이 있지만 완경사 방정식의 항내

부진동 해석에는 유한요소법(Chen, 1983; 정 등, 1992)이 가장 성공적으로 적용되고 있다. 그러나 타원형 완경사 방정식은 유한차분에 의한 수치해석이 어려워 포물선형(Radder, 1979), 쌍곡선형(Copeland, 1985; Madsen and Larsen, 1987) 방정식 등 다양한 형태의 편미분 방정식으로 변형된 후 수치모형화되었다. 그 중 쌍곡선형 방정식이 구조물이나 해저 경사면으로부터의 반사파도 고려할 수 있어 항내 정온도 해석을 하는데 가장 애용되고 있는 형태이다.

최근에는 규칙파라는 가정하에 유도된 Berkhoff의 완경사 방정식을 불규칙파의 변형 예측에도 적용되도록 하는 연구가 활발히 진행되고 있다. 대표적인 경우가 Smith and Sprinks(1975), Kubo *et al.*(1994)의 2계 쌍곡선형 방정식이며 국내에서도 이에 대한 연구가 이(1995)에 의하여 수행되었다. 또한 비선형 파랑에도 완경사 방정식을 적용하려는 시도(이, 1994)가 있었으며

* 성균관대학교 토목환경공학과 (Department of Civil and Environmental Engineering, Sungkyunkwan University, Suwon Science Campus, Suwon 440-746, Korea)

Nadaoka *et al.*(1997)은 기존의 비선형은 물론 불규칙 파의 적용한계도 좀 더 확장시키는 방정식을 유도하여 이에 대한 연구 발전에 획기적 기여를 하고 있다.

이렇듯 환경사 방정식은 파랑 변형을 예측하는 데 있어 상당히 유용하게 적용되어 왔지만 말 그대로 경사가 완만한 경우에만 적용될 수 있는 것으로 알려져 저면 경사에 따른 그 적용 한계를 파악하려는 노력이 있었다. Booij(1983)는 3차원적인 유한요소법의 산정 결과와 환경사 모델의 결과를 경사면으로 인한 반사를 관점에서 비교하여 1:3의 경사까지도 적용이 가능한 것으로 판단하였다. 그 후 많은 연구자들(Massel, 1993; Chamberlain and Porter, 1995; Porter and Staziker, 1995; Suh *et al.*, 1997)은 1:3 이상의 급경사까지도 좀더 확대할 수 있는 방안을 꾸준히 추구하였는데 최근 단순히 환경사 방정식에 수심 경사제곱항(square of bottom slope term)과 수심곡률항(bottom curvature term)을 추가하는 간단한 방법을 Chamberlain and Porter(1995)가 제시함으로써 상당한 진전이 이루어지게 되었다.

본 연구에서는 1계 쌍곡선형 방정식을 이용하여 서로 분리될 수 없는 것으로 간주되었던 입사파 및 반사파 성분을 분해하는 방법을 제시한다. 다른 방법과는 달리 계산과정도 간단하며 임의의 경사면에서도 진행파 및 반사파 성분을 손쉽게 분리할 수 있다는 장점을 갖고 있다. 직접적으로 반사파 성분을 구하는 방법으로는(Suh *et al.*, 1998) 일정경사의 전면과 후면 그리고 경사면의 3구역으로 나뉘 수면 속도포텐셜을 연계하는 방법을 사용하는데 적용상 양영역이 일정 수심이여야 한다는 등의 제한이 있다. 급경사에도 적용가능한 수정된 환경사 방정식(Chamberlain and Porter, 1995)을 사용하여 Booij 경사면 및 Bragg 반사에의 적용성을 검토한다.

2. 진행 및 반사파 성분의 분해

1계 쌍곡선형 환경사 방정식(Copeland, 1985; Watanabe and Maruyama, 1986)으로부터 어떻게 진행파와 반사파가 분리될 수 있는지를 설명하기 위하여 우선 일정 수심 또는 균질 매체에 적용되는 파랑 방정식을 적으면 다음 식 (1)과 같다.

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + C^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

여기서 C 는 파속이며 η 는 수위로서 진행파(η^+) 및 반

사파(η^-) 성분을 포함하고 있으므로 $\eta = \eta^+ + \eta^-$ 이다. 식 (1)의 2계 편미분 방정식은 특성곡선법(method of characteristic line)에 의하여 다음 식 (2)와 같이 진행파와 반사파 성분으로 나뉘질 수 있다.

$$\frac{\partial \eta^+}{\partial t} + C \frac{\partial \eta^+}{\partial x} = 0 \quad (2a)$$

$$\frac{\partial \eta^-}{\partial t} - C \frac{\partial \eta^-}{\partial x} = 0 \quad (2b)$$

식 (2)를 서로 더하고 정리하면 다음 식 (3a)가 되며 식 (2)를 서로 빼면 식 (3b)가 된다.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\eta^+ + \eta^-) + C \frac{\partial}{\partial x} (\eta^+ - \eta^-) = 0 \quad (3a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\eta^+ - \eta^-) + C \frac{\partial}{\partial x} (\eta^+ + \eta^-) = 0 \quad (3b)$$

식 (3)은 Copeland(1985)에 의하여 Berkhoff(1972)의 환경사 방정식으로부터 수심이 일정하다고 가정하여 구한 식 (4)와 서로 비교될 수 있다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0 \quad (4a)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + C^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (4b)$$

따라서 매개변수로 선유량과 유사한 ζ 는 수위의 진행파 성분 η^+ 와 반사파 성분 η^- 으로 표현하여 다음 결과를 얻는다.

$$\zeta = C(\eta^+ - \eta^-) \quad (5)$$

따라서 파랑의 진행파 성분 η^+ 와 반사파 성분 η^- 를 식 (5)와 $\eta = \eta^+ + \eta^-$ 의 관계식으로부터 구하면 다음과 같다.

$$\eta^+ = \frac{1}{2} \left(\eta + \frac{\zeta}{C} \right) \quad (6a)$$

$$\eta^- = \frac{1}{2} \left(\eta - \frac{\zeta}{C} \right) \quad (6b)$$

식 (6)은 일정 수심에 대한 결과로서 환경사 수심인 경우 그 타당성을 조사한다. 식 (4a)는 Berkhoff의 환경사 방정식으로부터 유도된 것으로 매개변수인 ζ 는 속도포텐셜 ϕ 와 다음 관계가 있다.

$$\zeta = \frac{C^2}{g} \nabla \phi \quad (7)$$

그리고 식 (4a)의 유도과정에서 사용되었듯이 규칙파인 경우 동력학적 자유수면 경계조건으로부터 $i\omega\phi =$

$g\eta$ 가 된다. 식 (7)에 적용하면,

$$\zeta = \frac{C^2}{i\omega} \nabla \eta \quad (8)$$

또 수위의 진행파 성분 η^+ 와 반사파 성분 η^- 가 다음과 같이 진폭으로 표현될 수 있다고 가정하면,

$$\eta^+ = a(x)^+ e^{i(fkx - \omega t + \epsilon)}, \quad \eta^- = a(x)^- e^{i(-fkx - \omega t + \epsilon)} \quad (9)$$

식 (8)은 다음과 같이 된다.

$$\zeta = C \left\{ \eta^+ \left(1 + \frac{ik}{a^+} \frac{\partial a^+}{\partial x} \right) - \eta^- \left(1 - \frac{ik}{a^-} \frac{\partial a^-}{\partial x} \right) \right\} \quad (10)$$

진폭 변위는 수면 변위에 비하여 극히 작으므로 식 (10)은 근사적으로 식 (5)가 될 수 있다. 따라서 식 (6)의 결과는 수심이 일정하지 않은 경우에도 근사적으로 성립될 수 있다.

3. 쌍곡선형 모델

3.1 Madsen and Larsen(1987)의 방정식

본 연구에서 적용되는 방정식은 Madsen and Larsen (1987)에 의하여 유도된 것으로 Copeland(1985)의 모델에서 규칙적인 파랑 운동의 시간적인 주기성을 제거하고 구한 것으로 다음과 같다.

$$\frac{\partial S}{\partial t} - i\omega S + \frac{1}{n} \frac{\partial nP}{\partial x} = SS \quad (11a)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} - i\omega P + C^2 \frac{\partial S}{\partial x} = 0 \quad (11b)$$

여기서 ω 는 각주파수이며 SS 는 파랑을 제공하는 원천 함수, n 은 Cg/C 로 C 는 파속, Cg 는 군속도이다. P 와 S 는 공간적 변화율에 비해 시간적 변화율이 완만하여 시간 간격의 제한을 덜 받게 되므로 음해법으로 수치 해석하기에 적합하다. 식 (11)을 유도하는 데 있어 다음과 같이 규칙파의 시간적인 주기성이 제거되었다.

$$\eta(x, t) = S(x; t) \exp(-i\omega t), \quad (12)$$

$$\zeta(x, t) = P(x; t) \exp(-i\omega t)$$

여기서 (t)는 파랑의 시간 주기적인 변위가 아닌 완만한 시간적 변위를 의미한다. 진행파의 경우 수위 η 와 다음 관계를 갖는다.

$$\eta(x, t) = S(x; t) \exp(-i\omega t) = \frac{P(x; t)}{C} \exp(-i\omega t) \quad (13)$$

식 (11)의 미지수인 S 와 P 로부터 파랑의 진행파 성분 S^+ 와 반사파 성분 S^- 를 구하기 위하여 식 (6)에 식 (12)의 관계를 대입하면 다음 결과를 얻는다.

$$S^+ = \frac{1}{2} \left(S + \frac{P}{C} \right) \quad (14a)$$

$$S^- = \frac{1}{2} \left(S - \frac{P}{C} \right) \quad (14b)$$

입사 파랑은 다음 내부 조파식에 의하여 형성된다.

$$SS = \frac{CH}{\Delta x} \quad (15)$$

여기서 H 는 입사파고이며, Δx 는 x 방향의 격자간격이다.

3.2 수치해석

Fig. 1에서와 같은 격자계에서의 음해법을 수심 적분된 본 모델의 1차원 해석을 위한 수치 해석법으로 사용하였다. 음해 계수 α 를 도입하여 Fig. 1과 같은 격자 체계에서 식 (11)을 유한 차분하면 다음과 같다.

$$\frac{S_i^{n+1} - S_i^n}{\Delta t} - i\omega[\alpha S_i^{n+1} + (1-\alpha)S_i^n] + \alpha \frac{P_{i+1}^{n+1} - P_i^{n+1}}{\Delta x} + (1-\alpha) \frac{P_{i+1}^n - P_i^n}{\Delta x} = SS_i \quad (16a)$$

$$\frac{P_i^{n+1} - P_i^n}{\Delta t} - i\omega[\alpha P_i^{n+1} + (1-\alpha)P_i^n] + \alpha C^2 \frac{S_i^{n+1} - S_{i-1}^{n+1}}{\Delta x} + (1-\alpha)C^2 \frac{S_i^n - S_{i-1}^n}{\Delta x} = 0 \quad (16b)$$

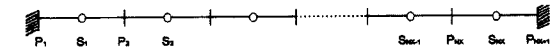


Fig. 1. Grid system employed.

유한 차분식 (16)은 각각 다음과 같은 삼대각 행렬을 형성한다.

$$a_1 P_i^{n+1} + b_1 S_i^{n+1} + c_1 P_{i+1}^{n+1} = d_1 \quad (17a)$$

$$a_2 S_{i-1}^{n+1} + b_2 P_i^{n+1} + c_2 S_i^{n+1} = d_2 \quad (17b)$$

여기서

$$a_1 = -\frac{\alpha}{\Delta x}, \quad b_1 = \frac{1}{\Delta t} - i\alpha\omega, \quad c_1 = \frac{\alpha}{\Delta x},$$

$$d_1 = \left[\frac{1}{\Delta t} + i(1-\alpha)\omega \right] S_i^n - (1-\alpha) \frac{P_{i+1}^n - P_i^n}{\Delta x} + SS_i$$

$$a_2 = -\frac{\alpha C^2}{\Delta x}, \quad b_2 = \frac{1}{\Delta t} - i\alpha\omega, \quad c_2 = \frac{\alpha C^2}{\Delta x},$$

$$d_1 = \left[\frac{1}{\Delta t} + i(1-\alpha)\omega \right] P_i^n - (1-\alpha)C^2 \frac{S_{i+1}^n - S_i^n}{\Delta x}$$

두 삼대각 행렬은 연립하여 하나의 삼대각 행렬을 형성하게 되는데 본 연구에서 적용되는 양면 투과경계의 처리기법은 다음과 같다.

본 연구에서는 파랑의 시간에 대한 주기적 성분이 제거되었으므로 경계처리상 유리할 수 있다. 따라서 경계에 여분의 흡수층을 두어 투과 경계 조건을 처리하는 방법 대신 Neumann 경계조건을 유한차분하여 간단히 처리한다.

파가 +x 방향으로 진행할 때 S는 x 방향으로 다음 관계를 만족한다.

$$\frac{\partial S}{\partial x} = ikS \tag{18}$$

파가 +x 방향으로 진행할 때 P는 S와 P=CS의 관계를 가지므로 우측 경계에서의 P_{NX+1}^n 는 CS_{NX}^+ 로 치환할 수 있다. 따라서 식 (16a)를 다시 적으면 다음과 같이 된다.

$$\frac{S_{NX+1}^n - S_{NX}^n}{\Delta t} - i\omega[\alpha S_{NX+1}^n + (1-\alpha)S_{NX}^n] + \alpha \frac{CS_{NX+1}^n - P_{NX}^n}{\Delta x} + (1-\alpha) \frac{CS_{NX+1}^n - P_{NX}^n}{\Delta x} = SS_{NX} \tag{19}$$

여기서 CS_{NX}^+ 는 식 (18)에 대한 유한 차분 관계로부터 $\Delta x/2$ 만큼의 간격 차이가 있는 S_{NX} 와 다음 관계가 성립된다.

$$\frac{S_{NX}^+ - S_{NX}}{\Delta x} = ik \frac{S_{NX}^+ + S_{NX}}{4} \Rightarrow S_{NX}^+ = \left[\frac{ik + 4/\Delta x}{ik - 4/\Delta x} \right] S_{NX}$$

이 관계를 대입하면 식 (19)는 다음과 같은 삼대각 행렬의 계수를 얻는다.

$$a_1 = -\frac{\alpha}{\Delta x}, \quad b_1 = \frac{1}{\Delta t} - i\alpha\omega + \frac{\alpha CF_r}{\Delta x},$$

$$d_1 = \left[\frac{1}{\Delta t} + i(1-\alpha)\omega \right] S_{NX}^n - (1-\alpha) \frac{P_{NX+1}^n - P_{NX}^n}{\Delta x} + SS_{NX} \tag{20}$$

여기서 $F_r = \frac{ik + 4/\Delta x}{-ik + 4/\Delta x}$ 이며 $P_{NX+1}^n = CF_r S_{NX}^n$ 으로 주어진다.

파가 -x 방향으로 진행할 때 S는 x 방향으로 다음 복소수 관계를 만족한다.

$$\frac{\partial S}{\partial x} = -ikS \tag{21}$$

마찬가지로 파가 -x 방향으로 진행할 때 P는 S와 P=-CS의 관계를 가지므로 좌측 경계에서의 P_1 을 CS_1 로 치환하여 다음과 같은 삼대각 행렬의 계수를 얻는다.

$$b_1 = \frac{1}{\Delta t} - i\alpha\omega + \frac{\alpha CF_l}{\Delta x}, \quad c_1 = \frac{\alpha}{\Delta x},$$

$$d_1 = \left[\frac{1}{\Delta t} + i(1-\alpha)\omega \right] S_1^n - (1-\alpha) \frac{P_2^n - P_1^n}{\Delta x} + SS_1 \tag{22}$$

여기서 $F_l = \frac{ik + 4/\Delta x}{ik - 4/\Delta x}$ 이라면 $P_1^n = CF_l S_1^n$ 이 된다.

4. 저면 반사파 산정 방법의 검증

4.1 Booij 문제

본 연구의 접근 방법이 얼마나 만족할 만한 결과를 주는 지 파악하기 위하여 Booij 문제에 적용하여 기존의 반사파 산정 방법의 결과와 비교하였다. Berkhoff (1972)에 의하여 제안된 완경사 방정식은 다음과 같이 파장에 비하여 수심의 경사(∇h)가 완만한 완경사에서 적용될 수 있는 식으로 간주되었다.

$$\frac{|\nabla h|}{kh} \ll 1$$

여기서 k는 파수이다. 그러나 실험조건에 국한되지만 Booij(1983)에 의하여 1:3의 경사까지도 적용이 가능한 것으로 입증되었다. Fig. 2에 도시된 바와 같이 파랑이 수심 0.6 m로부터 입사되어 수심 0.2 m로 투과되는데 그 사이에 폭 b의 경사면이 있어 부분적으로 입사파를 반사하도록 하였다. 입사 파랑의 주기는 2초이다. 폭 b에 따른 반사율을 산정하고 3차원 경계요소법 해석 해와 비교하였다. 이 문제를 Booij 문제라 칭하기도 하며 Berkhoff(1972)가 유도한 식을 완경사의 수심변화 해역에나 적용할 수 있는 완경사 방정식이라고 하지만 기대보다는 급경사에도 적용될 수 있는 것으로 드러났다. 그러나 이 후 많은 연구가들(Massei, 1993; Cham-

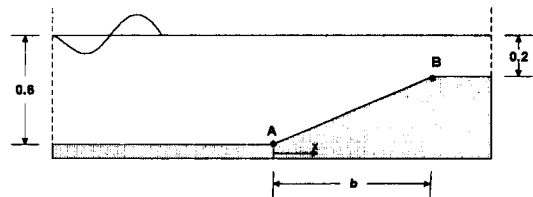


Fig. 2. Bottom sketch of the Booij's (1983) problem.

berlain and Porter, 1995; Porter and Staziker, 1995; Suh *et al.*, 1997)에 의하여 상당히 급한 경사에도 적용할 수 있는 방법이 꾸준히 제기되어 상당한 진전을 이루게 되었다. 최근에 Chamberlain and Porter(1995)는 완경사 방정식에 추가되는 수심 경사제곱항과 수심곡률항에 대하여 간략한 식을 제안하였는데 본 쌍곡선형 모델에 적용하면 식 (11a)가 다음과 같이 대체된다.

$$\frac{\partial S}{\partial t} - i\omega S + \frac{1}{n'} \frac{\partial nP}{\partial x} = SS \quad (23)$$

여기서 $n' = n + R_1 \left(\frac{dh}{dx}\right)^2 + \frac{R_2}{k} \frac{d^2h}{dx^2}$ 이고, R_1 과 R_2 는 무차원 값으로 다음과 같이 주어진다.

$$R_1 = \frac{\text{sech}^2 kh}{12(2kh + \sinh 2kh)^3}$$

$$\left[(2kh)^4 + 4(2kh)^3 \sinh 2kh - 9 \sinh 2kh \sinh 4kh \right]$$

$$R_2 = \frac{\text{sech}^2 kh}{4(2kh + \sinh 2kh)} (\sinh 2kh - 2kh \cosh 2kh)$$

이와 같이 적용되는 Chamberlain and Porter(1995)의 수정 완경사 방정식과 순수 완경사 방정식이 FEM 결과와 함께 비교된다. FEM 결과는 Suh *et al.*(1998)에서 주어진 결과이다. 총 격자수 $NX=600$, 격자 간폭 $\Delta x=0.02$ m, 음해계수 $\alpha=1$ 로 두었으며 C_r (Courant number= $C\Delta t/\Delta x$)=10에 대하여 모델이 수행되었다. Fig. 3에 그 결과가 제시되었는데 Chamberlain and Porter(1995)의 식을 적용한 결과가 FEM결과와 상당히 유사한 결과를 제공하고 있으며 또한 본 연구에서 제안된 반사파 산정 방법에 의한 반사율 결과가 상당히 만족할 만한

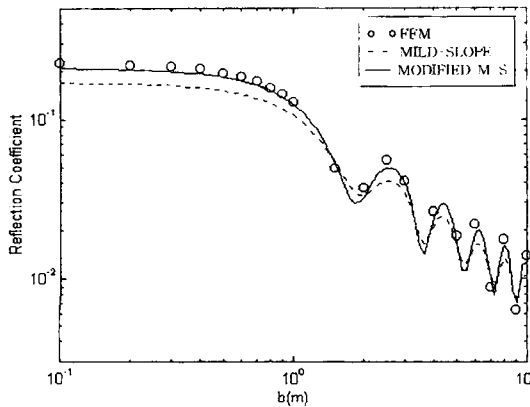


Fig. 3. Results of the reflection coefficients versus horizontal length of a plane slope.

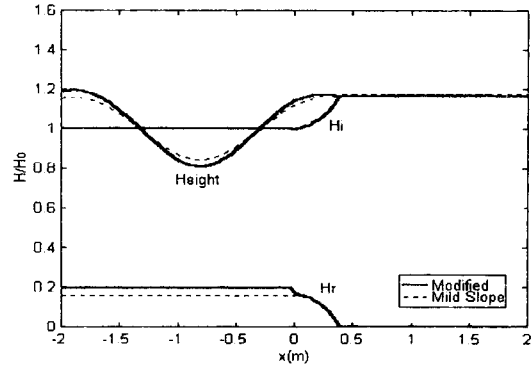


Fig. 4. Variation of the wave heights, propagating and reflecting components of waves formed by a bottom slope.

결과를 제공하고 있다는 것을 입증하고 있다. Fig. 4는 합성파, 진행 및 반사파의 파고 변화를 보여주고 있다. 수정된 완경사 방정식의 결과는 수심 경사가 불연속적인 A점에서 순수 완경사 방정식에서는 볼 수 없는 상당량의 반사파를 보여주고 있다. 따라서 Booij문제에서 순수 완경사 방정식과 보완된 완경사 방정식간의 반사율 차이는 A와 같이 수심 경사의 변화가 일어나는 곳에서 발생하는 반사를 순수 완경사 방정식에서는 모사하지 못하고 있다고 볼 수 있다.

4.2 물결 사주

주기적인 물결 사주로 인한 반사파(resonant Bragg reflection)에 대한 연구가 Davies and Heathershaw(1984)의 실험 후 Booij 문제와 함께 상당히 활발하게 진행되고 있다. 주로 수치모델의 검증차원에서 인용되고 있는데 Kirby(1986)는 포물선형 모델과 비교하기 위하여 그리고 Massel(1993), Chamberlain and Porter(1995), Suh *et al.*(1997)은 급경사에 적용될 수 있도록 제안된 모델의 검증차원에서 인용하고 있다. 국내 학술지에 발표된 연구로는 이와 박(1997) 그리고 Suh *et al.*(1998) 등이 있다.

본 연구에서 제안되는 반사파 분해법을 또한 Bragg 반사에 적용하여 Davies and Heathershaw(1984)의 실험 결과와 비교한다. Davies and Heathershaw는 여러 개의 물결사주에 대하여 실험을 수행하였는데 본 연구에서는 물결 사주가 10개인 경우 물결사주를 따라서 생성되는 반사파를 실험치와 비교한다. Fig. 5는 물결 사주의 진폭 b 가 평균 수심 h 의 12%이고 10 m에 걸쳐서 10 개의 물결과가 있는 경우의 결과를 도시한 것

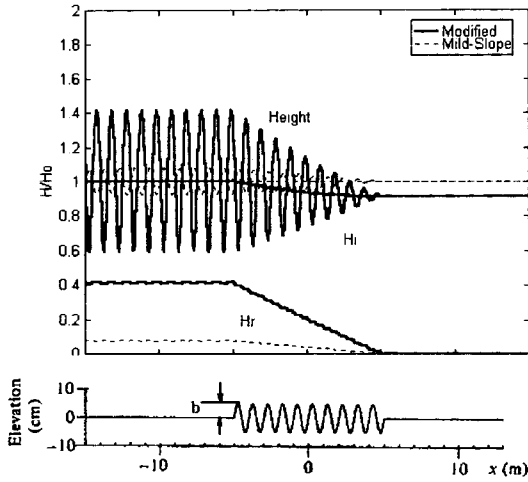


Fig. 5. Variation of the wave heights, propagating and reflecting components of waves formed by the ripples ($b/h=0.12$, $T=1.23$ s).

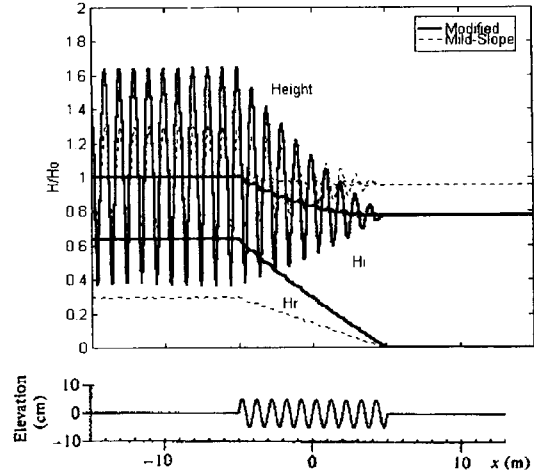


Fig. 7. Variation of the wave heights, propagating and reflecting components of waves formed by the ripples ($b/h=0.16$, $T=1.31$ s).

이다. 주기 1.23 s인 경우로 완경사 방정식과 수정 완경사 방정식에 의한 합성과, 진행파 및 반사파의 파고를 서로 비교하였다. 서로의 결과가 상당한 차이를 보이고 있어 완경사 방정식에 추가되는 수심 경사제곱항과 수심곡률항이 물결사주인 경우 큰 영향을 미치고 있음을 알 수 있다. Fig. 6은 Davies and Heathershaw (1984)의 실험치와 반사율을 비교한 것으로 본 연구의 결과가 만족할 만한 결과를 주고 있다. Davies and Heathershaw(1984)은 이론적으로 선형섭동법을 이용하여 실험치와 비교하였는데 최대 반사율이 0.48로 본 연구의 결과인 0.41보다 실험치에 비하여 큰 결과를 제공하고 있다. Fig. 7은 입사파의 주기가 1.31 s이며 물결사주의 진폭 b 가 평균 수심 h 의 16%이고 첫 번째 경우와 마찬가지로 10 m에 걸쳐서 10 개의 물결파가

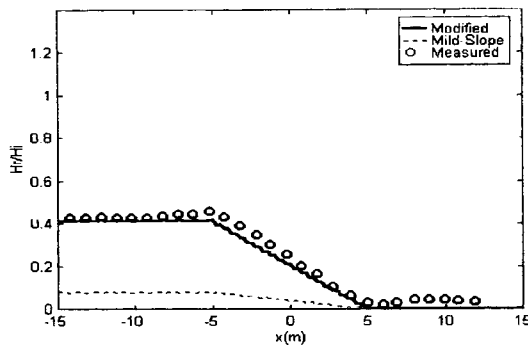


Fig. 6. Comparison with experimental reflection coefficients for $b/h=0.12$ and $T=1.23$ s (Davies and Heathershaw, 1984).

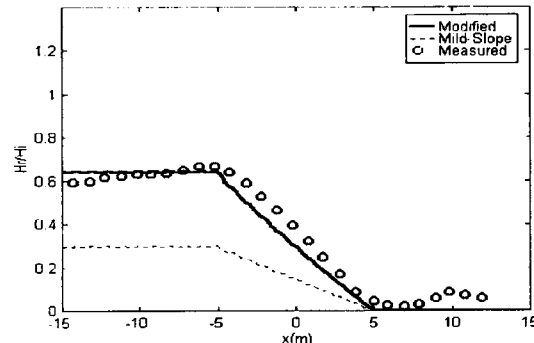


Fig. 8. Comparison with experimental reflection coefficients for $b/h=0.16$ and $T=1.31$ s (Davies and Heathershaw, 1984).

있는 경우의 결과를 도시한 것이다. 첫 번째 경우보다는 덜하지만 서로의 결과에는 여전히 차이를 보이고 있다. Fig. 8은 Davies and Heathershaw(1984)의 실험치와 반사율을 비교한 것으로 대체로 만족스러운 일치를 보이고 있다. 0.6부터 0.7 내의 반사율을 보이는 실험치와 비교하여 Davies and Heathershaw(1984)의 이론에 의한 최대 반사율 0.75는 큰 값이지만 본 연구의 결과인 0.64는 실험치에 좀더 근접하는 것으로 사료된다.

5. 결 론

천수방정식 형태의 쌍곡선형 완경사 방정식의 매개변수를 이용하여 파랑의 반사파 성분을 분해하는 방법을 제시하였다. 기본 개념은 파랑 방정식을 특성곡선

법으로 진행파 및 반사파 성분으로 분해한 후 천수방 정식 형태의 쌍곡선형 환경사 방정식과 비교하여 진행파 및 반사파 성분에 해당하는 조합을 얻는 방법이다. Chamberlain and Porter(1995)에 의하여 제안된 수심 경사제곱항과 수심곡률항에 대한 수식을 환경사 방정식에 추가하여 임의의 경사에서도 만족할 만한 결과를 얻도록 하였다.

모델의 반사파 분해 능력을 평가하기 위하여 Booij 경사면 및 물결사주에 적용하여 유한요소법 결과 및 실험 자료와 비교하였다. Booij 경사면에 적용한 결과 유한요소법보다는 다소 과소평가되었지만 상당한 정확도를 유지하고 있으며 수심 경사가 불연속적인 지점에서 적지않은 반사가 환경사 방정식의 추가항에 의하여 일어나는 것을 알 수 있었다. 물결사주의 수심에 적용하여 Davies and Heathershaw(1984)의 실험치와 비교한 결과 선형 섭동 이론을 통한 그들의 이론치보다 더 만족할 만한 결과를 얻었다.

참고문헌

- 이정렬, 1994. 비선형 불규칙 환경사 파랑 모델의 유도, 한국해양·해양공학회지, **6**(3): 281-289.
- 이창훈, 박우선, 1997. 수심변화가 심한 경우에 적용가능한 Copeland형 파랑식, 대한토목학회논문집, **17**(II-2): 157-164.
- 이창훈, 편종근, 1995. 시간 의존 환경사 방정식의 파군 거동, 대한토목학회논문집, **15**(6): 1659-1668.
- 정원무, 편종근, 정신택, 정경태, 1992. 복합요소법을 이용한 항내 파랑 응답 수치해석, 한국해양·해양공학회지, **4**(1): 34-44.
- Berkhoff, J.C.W., 1972. Computation of combined refraction-diffraction, *Proc. 13th Coastal Engrg. Conf.*, ASCE, pp. 471-490.
- Booij, N., 1983. A note on the accuracy of the mild-slope equation, *Coastal Engrg.*, **7**, pp. 191-203.
- Chamberlain, P.G. and Porter, D., 1995. The modified mild-slope equation, *J. Fluid Mech.*, **291**, pp. 393-407.
- Chen, H.S., 1984. Hybrid element modeling of harbor resonance, *Proc. 4th Int. Conf. on Applied Numerical Modeling*, pp. 312-316.
- Copeland, G.J.M., 1985. A practical alternative to the mild slope wave equation, *Coastal Engrg.*, **9**, pp. 125-149.
- Davies, A.G. and Heathershaw, A.D., 1984. Surface-wave propagation over sinusoidally varying topography, *J. Fluid Mech.*, **144**, pp. 419-443.
- Kirby, J.T., 1986. A general wave equation for waves over rippled beds, *J. Fluid Mech.*, **162**, pp. 171-186.
- Kubo, Y., Kotake, Y., Isobe, M. and Watanabe, A., 1992. Time-dependent mild slope equation for random waves, *Proc. 23rd Coastal Engrg. Conf.*, ASCE, pp. 419-431.
- Lee, J.J., 1971. Wave-induced oscillations in harbors of arbitrary geometry, *J. Fluid Mech.*, **45**, pp. 375-394.
- Madsen, P.A. and Larsen, J., 1987. An efficient finite-difference approach to the mild-slope equation, *Coastal Engrg.*, **11**, pp. 329-351.
- Massel, S.R., 1993. Extended refraction-diffraction equation for surface waves, *Coastal Engrg.*, **19**, pp. 97-126.
- Poter, D. and Staziker, D.J., 1995. Extensions of the mild-slope equation, *J. Fluid Mech.*, **300**, pp. 367-382.
- Nadaoka, K., Beji, S. and Nakagawa, Y., 1997. A fully dispersive weakly nonlinear model for water waves, *Proc. Roy. Soc. of London, A*, **453**, pp. 303-318.
- Radder, A.C., 1979. On the parabolic equation for water-wave propagation, *J. Fluid Mech.*, **95**, pp. 159-176.
- Smith, R. and Sprinks, T., 1975. Scattering of surface waves by a conical island, *J. Fluid Mech.*, **72**, pp. 373-384.
- Suh, K.D., Lee, C. and Park, W.S., 1997. Time-dependent equations for wave propagation on rapidly varying topography, *Coastal Engrg.*, **32**, pp. 91-117.
- Suh, K.D., Park, W.S. and Lee, C., 1998. A note on the modified mild-slope equation, *J. Korean Soc. of Coastal and Ocean Engrs.*, **10**(2), pp. 55-63.
- Watanabe, A. and Maruyama, M., 1986. Numerical modeling of nearshore wave field under combined refraction, diffraction, and breaking, *Coastal Engrg. in Japan*, **29**, pp. 19-39.