

## 터보 젯 엔진을 위한 강인성 궤환 제어기의 설계: 시간영역 해석

손영창\*, 김승우\*, 지원호\*\*\*

## Design of Robust Feedback Controller for Turbo Jet Engine : Time Domain Approach

Young-Chang Shon,\* Seung-Woo Kim\* and Won-Ho Jee\*

### ABSTRACT

A theoretical and an empirical application of the speed control of a single-shaft turbo-jet engine was done using an observer for Linear Quadratic Gaussian(LQG) that is one of the robust control fields. Based on a general controller design with state feedback, a controller with output feedback was designed to find out a sufficient condition in finding an Asymptotic Stability. After defining of the total system through the modeling of a real turbo-jet engine, a Tracking Control was carried out. Furthermore, a saturation of the control input was theoretically considered in the output feedback controller to simulate more similar real condition.

### 초 록

본 연구에서는 강인성 제어의 한 분야인 LQG용 observer를 이용한 단축 터보 젯 엔진의 RPM 속도 제어에 대하여 이론을 전개하고 실제 엔진 모델에 대한 시뮬레이션을 실시하였다. 일반적인 시불변 선형 연속 시스템에 대하여 상태 출력 궤환 제어기를 설계하여 asymptotic stability를 얻기 위한 충분 조건을 도출하고, 다음으로 실제 터보 젯 엔진으로부터 구한 시스템 모델에 대하여 observer를 이용하여 추적 제어를 실시하였다. 실제 엔진과 더 가까운 상황을 재현하기 위해 제어 입력부의 saturation을 함께 고려하였다.

### 1. 서 론

가스 터빈 엔진은 민간 항공분야와 방위 무기의

발달과 더불어 그 성능이 향상되어 왔고, 그 역할도 증대하였다. 이와 더불어, 엔진 제어도 더욱 복잡해 졌으며 성능 향상과 역할 증대에 따라 처리하여야

\* (주)삼성항공 엔진연구소(Samsung Aerospace Industries, Ltd.)

할 일의 양과 그 속도가 증가하게 되었다. 이에, 전자공학의 발달에 힘입어 전자식 엔진 제어기가 엔진 제어의 임무를 수행하게 되었고, 근래에는 기체의 무게감소와 신뢰성 향상이라는 이중 이익을 위해 FADEC (Full Authority Digital Engine Controller)이라는 엔진 제어기까지 등장, 사용되고 있다.

가스터빈 엔진의 제어는 일반적으로 비선형 시스템에 관한 모델링 단계와 성능 해석 결과를 이용한 모델 변수들의 identification 단계, 그리고 특정 제어 법칙 (control law)을 이용한 보상기 설계 및 제어 단계의 3부분으로 크게 분류된다. FADEC이란 개념이 아직 정착되기 이전에는 통상적인 제어 법칙인 PID (Proportional Integral Derived) 방법이 통상적으로 사용되었으나, 시스템의 복잡화와 다변화에 의하여 modern control 개념이 고려된 새로운 제어 방법이 사용되기 시작하였다. 이와 같은 새로운 이론의 적용은 기타 전자/제어분야에서도 나타나고 있는 현상이며 중앙연산장치(CPU)의 발달로 가능케 되었다. 본 논문도 엔진 제어에 실제적으로 이용될 수 있는 새로운 제어 법칙을 이용하여 실제 엔진 모델에 적용하여 시뮬레이션함으로써 새로운 제어 법칙이 엔진 제어에 적용 가능함을 보이고자 한다.

## 2. Feedback Controller의 설계

Single shaft(one spool engine) turbo-jet 엔진에 대하여 엔진의 speed를 목표 출력으로 설정하고 PLA (Power Level Angle)를 시스템 입력으로 정의할 경우 전체 시스템은 SISO (Single Input Single Output) 시스템이 된다. 엔진은 운영하는 조건에 따라 그 특성이 변하는 시변 (time-varying) 시스템이다. 그러나 실제의 경우 idle speed 이상의 정상 상태 영역에서 단축 엔진은 시스템 변수 변동폭이 크지 않으며, 또한 그 변동이 제어에 미치는 영향이 크지 않음을 고려하여 시스템을 아래의 상태 방정식 (1)과 출력 방정식 (2)와 같은 시불변 (time-invariant) 선형 연속 미분 방정식으로 가정할 수 있다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2)$$

여기서,  $x(t)$ 는  $x(t) \in R^n$ 인 상태 벡터이며  $x(0) = x_0$ 이다. 또한  $u(t)$ 는  $u(t) \in R^m$ 인 입력 벡터이고  $y(t)$ 는  $y(t) \in R^p$ 인 출력 벡터이다. A, B, C는 상수 행렬로써 임의의 차원을 갖는다. 또한 시스템 (A, B)는 제어 가능하고 (A, C)는 관측 가능하다고 가정한다.

엔진을 위와 같은 상태 방정식으로 모델링하기 위해서는 DYGABCD와 같은 성능해석 프로그램을 이용한 직접적인 방법과 로터의 동역학식으로부터 선형화 전달함수를 유도하는 방법이 있다. 다음절에서는 전달함수 유도에 의한 모델링에 관하여 논하기로 한다.

### 2.1 State feedback controller

Fig.1과 같이 일반적인 상태궤환 제어기를 고려할 경우, 외부 입력이 없다고 가정하면 ( $r(t) = 0$ ) 제어 법칙은 식(3)과 같이 표현된다.

$$u(t) = -Kx(t) \quad (3)$$

식(1)에 식(3)을 대입하면, 일반적으로 잘 알려진 상태 궤환 시스템으로 전체 시스템을 표현할 수 있다.

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t) \quad (4)$$

여기서 pole-placement method를 이용하여 gain 벡터 K를 계산하는 방법도 있으나, 실제 엔진에서는 제어 입력이나 궤환 신호의 saturation 또는 시스템의 모델링 에러와 외란에서 오는 불확실성을 고려하여야 하므로 단순한 pole-placement 방법으로는 문제를 해결할 수 없다. 이에, 본 논문에서는 다른 접근법을 이용하여 문제를 해결하고자 한다.

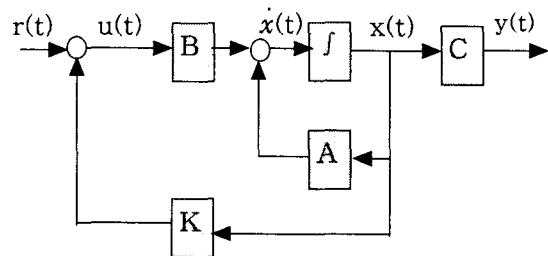


Fig. 1. State feedback controller

## [Lemma] Bellman-Gronwall's Inequality

시간에 대한 연속 실수함수  $a(t)$ ,  $b(t)$ ,  $c(t)$ 를 가정하자. 여기서  $a(t)$ 와  $b(t)$ 를 각각  $a(t) > 0$ ,  $b(t) > 0$ 로 가정하면

lemma\_1)  $b(t) = b$ 로 가정할 경우;  
만일,

$$a(t) \leq c(t) + b \int_0^t a(s) ds$$

$$a(t) \leq c(t) + \int_0^t b e^{b(t-s)} c(s) ds \text{ 라면}$$

가 성립한다.

lemma\_2)  $b(t)=b$ ,  $c(t)=c$ 로 가정하면  
만일

$$a(t) \leq c(t) + b \int_0^t a(s) ds \text{ 라면}$$

$a(t) \leq c e^{bt}$  가 성립한다.

여기서, 식(4)의 상태 천이 행렬  $\phi(t)$ 를 다음 식(5)와 같이 정의하면, [Kwakernaak et al.]에 의해, 아래의 정의가 성립함을 알 수 있다.

$$\phi(t) = e^{(A-BK)t} = e^M \quad (5)$$

## [Definition]

선형 시불변 미분 방정식  $\dot{x}(t) = Ax(t)$ 는 만일 양의 상수  $k_1$ 과  $a$ 가 아래의 조건을 만족하며 존재하면, 모든 초기 상태  $x(t_0)$ 에 대하여 지수적으로 안정하다 (exponentially stable).

$$\|\phi(t)\| \leq k_1 e^{-at}$$

이제, 위의 정의와 lemma를 본 연구에 적용하자.  
우선 식(1)의 해를 구하면 식 (6)을 얻는다.

$$x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau \quad (6)$$

식(6)의 양변에 norm을 취하면,

$$\|x(t)\| \leq \|\phi(t)\| \|x(0)\| + \int_0^t \|\phi(t-\tau)\| \|B\| \|u(\tau)\| d\tau \quad (7)$$

여기에 식(3)을 대입하면,

$$\|x(t)\| \leq \|\phi(t)\| \|x(0)\| + \int_0^t \|\phi(t-\tau)\| \|B\| \|Kx(\tau)\| d\tau \quad (8)$$

식(8)에서, 위의 정리를 적용하면,

$$\|x(t)\| \leq k_1 e^{-at} \|x(0)\| + \int_0^t k_1 e^{-a(t-\tau)} \|B\| \|K\| \|x(\tau)\| d\tau \quad (9)$$

식(9)의 양변에  $e^{at}$ 를 곱하여 정리하면,

$$\|x(t)\| e^{at} \leq k_1 \|x(0)\| + \int_0^t k_1 \|B\| \|K\| \|x(\tau)\| e^{a\tau} d\tau \quad (10)$$

식(10)에 Lemma\_2를 적용하면, 아래와 같이 정리할 수 있다.

$$\|x(t)\| e^{at} \leq k_1 \|x(0)\| e^{(k_1 \|B\| \|K\|)t} \quad (11)$$

식(11)의 지수부를 우항으로 모은 후 위의 정리를 다시 적용하면 다음의 [Theorem-1] 을 얻는다.

## [Theorem-1]

상태 궤환이 있는 시스템을 아래와 같이 정의할 때,

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ u(t) &= -Kx(t) \end{aligned}$$

다음의 조건이 성립하도록 행렬(또는 벡터)  $K$ 와 상수  $a, k_1$ 을 선정하면, 시스템은 모든 상태의 초기값에 대해 asymptotically stable 하다

$$\|\phi(t)\| \leq k_1 e^{-at}, a > 0, k_1 > 0 \quad (12)$$

$$a > k_1 \|B\| \|K\| \quad (13)$$

여기서, 상수  $a$ 는 식(5)의 행렬  $M$ 에 관한 고유치 (eigenvalue)의 실수부에 대한 최대값에 음수를 취한 것과 같다.

$$-a = \max_i \operatorname{Re}[\lambda_i(A - BK)]$$

위에서 사용되는 norm은 column sum을 의미하며, 또한, 시스템이 [Theorem-1]을 만족할 경우, 외부 입력에 대하여 BIBO (Boundary Input Boundary Output) stability도 만족한다 [1,3,4].

## 2.2 Output feedback control

일반적으로 시스템에 있어서 상태(state)는 측정이 불가능한 경우가 많다. 이 경우 일반적으로 상태를 estimation하거나 정밀도를 요구하는 경우 또는 tracking 제어의 경우에는 시스템의 출력을 궤환시키는 방법으로 제어하게 된다. 엔진 역시 출력을 이용한 tracking 제어가 필요한 시스템이므로 본 논문에서는 LQG 방법에 이용되는 Kalman filter의 반대적 성향을 갖는 full order observer를 이용한 제어 알고리즘을 도출하고자 한다.

Full order observer의 상태 방정식은 아래의 식 (14)와 같고 그 출력 방정식은 식(15)과 같다 [Fig.2 참조].

$$\dot{\hat{x}}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ko(y(t) - \hat{y}(t)) \quad (14)$$

$$y(t) = C\hat{x}(t) \quad (15)$$

우선, 외부 입력이 없다고 가정하고 시스템의 제어 gain과 관측 gain을 설계하자.

본 시스템의 경우, 제어 법칙은 다음의 식(16)과 같다.

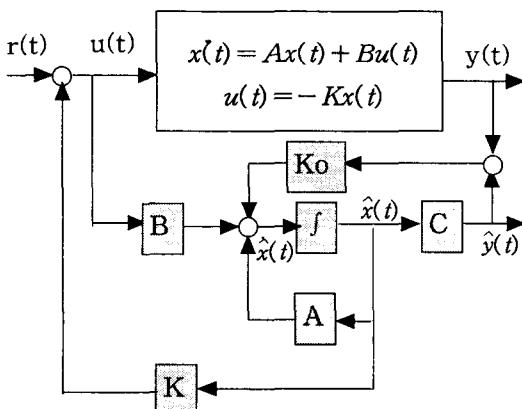


Fig. 2. Observer based output feedback control system

$$u(t) = -K\hat{x}(t) \quad (16)$$

식(16)을 식(1)과 식(14)에 각각 대입하면,

$$\dot{x}(t) = Ax(t) - BK\hat{x}(t) \quad (17)$$

$$\dot{\hat{x}}(t) = [A - BK - KoC]\hat{x}(t) + KoCx(t) \quad (18)$$

여기서, K는 제어 gain이고, Ko는 관측 gain이 된다. Observer를 이용할 경우 시스템의 상태를 증가시켜 재구성할 수 있고, 이 경우 재구성 에러를 정의함으로써 관측기를 이용한 제어 시스템의 모델을 완성한다. 재구성 에러  $e(t)$ 를 다음과 같이 정의하면;

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (19)$$

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \quad (20)$$

위와 같이 표현될 수 있으며, 재구성 시스템은 아래와 같이 상태가 증가된 1차 미분방정식으로 표현된다.

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ e(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & BK \\ 0 & A - KoC \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ e(t) \end{pmatrix} \quad (21)$$

식(21)은 [Theorem-1]에 제시된 식과 같은 형태이며 안정성을 보장하는 조건 또한 같다.

이제, 좀더 실제적인 엔진을 고려하기 위하여 제어 입력에 액추에이터등의 saturation 또는 설계자가 시스템을 보호하기 위하여 임의로 추가하는 saturation이 있을 경우를 가정하자.

이 경우 식(21)은 식(22)와 같이 표현 될 것이다.

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ e(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A - \frac{1}{2}BK & \frac{1}{2}BK \\ 0 & A - KoC \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ e(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B(satu - \frac{1}{2}u) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (22)$$

식(22)는 식(1)과 같은 형태의 방정식이므로, 위의 방법을 이용하여 전개하면 다음의 결과를 얻게된다.

### [Theorem-2]

출력 궤환이 있고 제어 입력에 saturation이 있는

시스템에 *observer*를 이용할 경우, 다음의 조건이 성립하도록 행렬(또는 벡터)  $K$ 와 상수  $a_1, k_2$ 을 설정하면, 시스템은 모든 상태의 초기값과 saturation에 대해 asymptotically stable하다

$$\|\bar{\phi}(t)\| \leq k_2 e^{-a_1 t}, \quad a_1 > 0, \quad k_2 > 0 \quad (23)$$

$$a_1 > \frac{1}{2} k_2 \|B\| \|K\| \quad (24)$$

### 3. Single shaft turbo jet engine modeling

Single shaft turbo-jet 엔진은 Fig. 3과 같이 압축기, 연소기, 터빈 그리고 배기 노즐로 구성된다.

엔진 inlet으로 흡입된 공기는 압축기에서 압축된 후 연소기에서 연료와 혼합/연소되어 팽창하게 되며 연소 공기는 배기 노즐을 통하여 대기로 배출되고 이에 의해 추진력을 얻게 된다.

압축기는 터빈과 축으로 연결되어 있으며 팽창된 가스가 터빈을 지날 때 얻는 동력으로 회전하므로 엔진 추력은 압축기의 회전 속도에 비례하게 된다. 실험 장치 이외의 정상적 운용 엔진에서는 엔진 추력의 측정이 불가능하므로 일반적으로 제어 시스템 설계시 압축기의 회전 속도를 시스템의 목표 출력으로 설정하여 사용한다.

그리므로 엔진의 동역학적 모델은 압축기 회전 속도와 연료 유량의 함수로 표현 가능하다.

통상적으로 제어를 위한 단축 엔진의 모델링은 전달 함수의 형태, 1차 비선형 미분 방정식의 형태, 그리고 1차 선형 상태 방정식의 형태로 표현 가능하다. 본 연구에서는 전달함수 표현을 중심으로 엔진을 모델링하고자 한다.

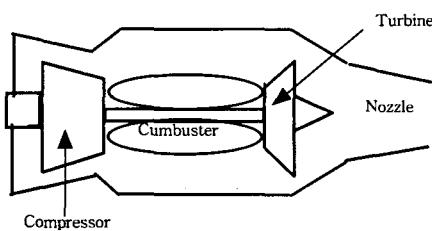


Fig. 3. Turbo jet Engine

엔진의 rotor dynamics는 식(25)과 같이 연료 유량과 압축기 회전 속도의 함수로 표현될 수 있다.

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = \Delta F(N(t), G_f(t)) \quad (25)$$

여기서  $N(t)$ 와  $G_f(t)$ 는 각각 속도와 연료 유량의 함수를 나타내며,  $\omega(t)$ 는 각속도를 나타낸다.

식(25)은 비선형 1차 미분 방정식이며 Taylor급수를 이용하여 쉽게 선형화할 수 있다. 여기에  $\omega = \frac{\pi N(t)}{30}$  를 대입하여 정리하면 식(26)을 얻는다.

$$\left(\frac{I\pi}{30}\right) \frac{dN(t)}{dt} = R \Delta N \quad (26)$$

결과적으로 식(25)은 식(27)과 같이 선형화 될 수 있다.

$$\Delta \dot{N} = \frac{\alpha}{R} \Delta N + \frac{\beta}{R} \Delta G_f, \quad (27)$$

여기서

$$\alpha = \frac{\partial F(N, G_f)}{\partial N(t)} \Big|_0$$

$$\beta = \frac{\partial F(N, G_f)}{\partial G_f(t)} \Big|_0 \text{이다.}$$

식(27)은 다시 연료 유량에 대한 속도의 관계를 나타내는 engine gain  $K_{eng}$  ( $= \beta$ )과 engine time constant  $\tau_{eng}$  ( $= R$ )을 이용하여 아래의 식(28)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta \dot{N} = \frac{\alpha}{\tau_{eng}} \Delta N + \frac{K_{eng}}{\tau_{eng}} \Delta G_f \quad (28)$$

이제, 속도 초기값을  $\Delta N(0) = 0$  로 가정하여 Laplace변환하면;

$$(\tau_{eng}s + \alpha) \Delta N(s) = K_{eng} \Delta G_f(s) \quad (29)$$

식(29)로부터 결론적으로, 엔진의 모델에 해당하는 전달함수 식(30)을 얻을 수 있다.

$$Eng(s) = \frac{\Delta N(s)}{\Delta G_f(s)} = \frac{K_{eng}}{\tau_{eng}s + \alpha} \quad (30)$$

#### 4. Observer를 이용한 turbo jet 엔진 제어 적용 예

엔진 제어에 관한 여러 논문에서 볼 수 있듯이 엔진만 모델링하면 실제 엔진을 제어하기 곤란하다. 따라서, 제어 대상이 되는 시스템은 엔진 모델과 보기류를 합한 전체 시스템이 되어야 한다. 본 연구에서는 보기류를 포함하는 단축 터보 젯 엔진을 대상 시스템으로 하여 observer를 이용한 제어 이론을 적용해보자.

엔진과 보기류를 아래 Fig. 5와 같이 연료와 관련된 구동 보기류와 연료에 대한 특성값을 앞에서 구한 엔진 모델을 대입한다.

$K_{fuel}$ 은 연료 펌프 gain으로 펌프 속도  $N_{pump}$ 에 곱하여 실제 유량  $G_f$ 를 계산하게 된다. 이 값은 사용하는 연료의 점성에 따라 변한다. 또한, 제어 모델링 에러를 연소기에서의 시간 지연으로 고려하여 전체 시스템에 추가한다.

Fig. 5의 블록 선도를 하나의 함수로 구성하면 아래의 식(31)을 얻게 되며, 이것이 본 연구의 제어 대상 시스템이 된다.

$$\frac{N(s)}{u(s)} = \frac{K_{eng} K_{fuel} K_m e^{-Ts}}{(\tau_{eng}s + \gamma)[K_m + s(\tau_{pump}s + 1)]} \quad (31)$$

여기서, 성능 해석의 결과를 이용하여 매개변수에 대한 시스템 identification을 실시하여 모델을 수치적으로 정의한다.

즉, 엔진의 각 운용점(mach number, 고도, 기상 조건)에 대하여 각 스피드 RPM에 대한 steady state 성능해석 결과를 대기온도와 대기압에 대한 보

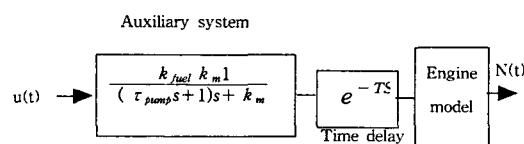


Fig. 5. Engine and auxiliary system

정을 수행하여 엔진의 동역학적 계수를 구한다. 이 계수는 위의 전달함수 (31)에서  $(\alpha, K_{eng}, \tau_{eng})$ 을 알게 해주며 연료 시스템의 dynamic test를 통하여  $(K_{fuel}, K_m, \tau_{pump})$ 를 구할 수 있다.

[예제] 연소기에서의 시간 지연을 '0'에 가까운 이상적 시스템으로 가정하자. Mach number = 0, 고도 = 0, 표준 대기압 및 상온에 대한 엔진 성능 해석으로부터, 엔진의 시스템 변수는  $K_{eng}=0.065$ ,  $\gamma=1$ ,  $\tau_{eng}=0.55$  가 된다. 이 변수를 식(31)에 대입하면 아래의 식(32)를 얻게 된다.

$$\frac{N(s)}{u(s)} = \frac{6.7665}{0.0275s^3 + 0.6s^2 + 9.25s + 15} \quad (32)$$

Canonical form을 이용하여 식(32)를 식(1)의 상태방정식으로 변형하면, 상태방정식 (33)을 얻는다.

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -21.8182 & -336.3636 & -545.4545 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (33)$$

또한, 출력 방정식은 식(34)가 된다.

$$y(t) = (0 \ 0 \ 246.0545) x(t) \quad (34)$$

(i - 1) 외부 입력이 없는 경우의 asymptotic stability 검증

적당한 고유치를 가지는 Pole placement 방법을 이용하여 (A-BK)에서의 벡터 K를 계산하고, observer의 dynamic regulator보다 빨라야 하는 특성을 이용하여 (A-KoC)에 대한 pole placement를 실시하여  $K_o$ 를 계산한다. 계산 결과가 [Theorem-2]를 만족 할 때 까지 시스템의 dynamic을 바꾸어 가며 테스트한다. 아래에 계산 결과와 MATLAB을 이용한 시뮬레이션 결과를 제시한다.

SISO system으로, Ackermann의 formula를 이용한다. 이 경우,

$$p = \lambda_i(A - BK)$$

$$q = \lambda_i(A - K_o C) \text{에서}$$

$$p = \begin{pmatrix} -7.4437 + 7.8103i \\ -7.4437 - 7.8103i \\ -2.1125 \end{pmatrix},$$

$$q = \begin{pmatrix} -10.0003 + 14.1418i \\ -10.0003 - 14.1418i \\ -1.8182 \end{pmatrix}$$

이며, 제어 계인  $K$ 와 관측 계인  $K_o$ 는 다음과 같다.

$$K = \begin{pmatrix} -4.8182 \\ -188.5036 \\ -299.5345 \end{pmatrix}$$

$$K_o = \begin{pmatrix} 0.0007 \\ -0.002 \\ -0.0048 \end{pmatrix}$$

재구성된 상태 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{vmatrix} -17.0000 & -147.8600 & -245.9200 & -4.8182 & -188.5036 & -299.5345 \\ 1.0000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -20.6371 & -335.1826 & -544.2735 \\ 0 & 0 & 0 & 2.1811 & 1.1811 & 1.1811 \\ 0 & 0 & 0 & 1.1811 & 2.1811 & 1.1811 \end{vmatrix}$$

이 경우,  $a_1=8.5976$ ,  $k_2=10000$ ,  $x(0)=1$ 로 두면, 아래와 같은 결과를 얻는다.

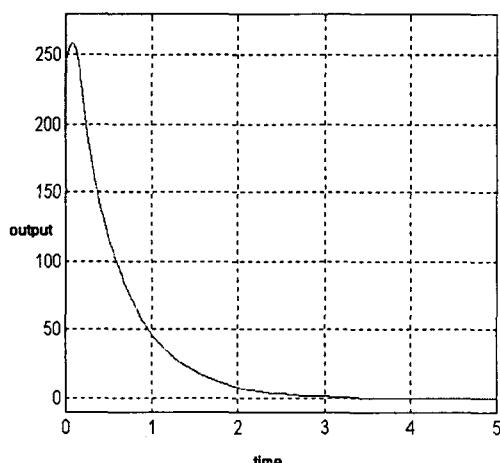


Fig. 7. System Output

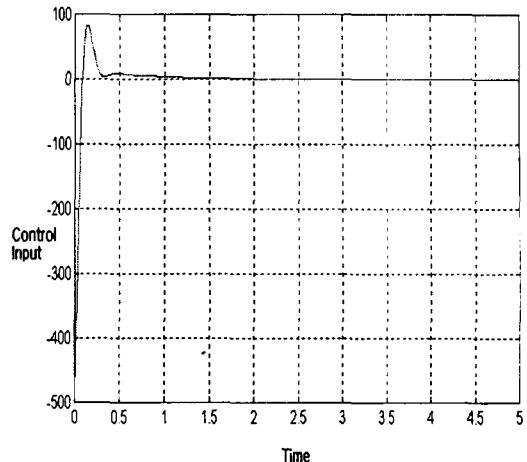


Fig. 8. Control Input

Fig. 7에서 알수 있듯이 본 observer는 시간  $t = \infty$ 에 대하여 시스템의 response를 '0'으로 수렴하게 하는 asymptotic stability를 보장한다. 이때의 제어 입력은 Fig. 8과 같다.

이 경우의 제어 입력은 외부에서의 신호 입력이 없는 상태에서, 시스템의 초기값에 의한 수렴을 유도하는 수치로 그 의미는 시스템의 외부입력이 있을 경우와 다르다.

외부에서의 추적 요구신호가 있을 경우, 이 제어 입력은 엔진의 운용에 필요한 연료를 공급하는 시스템에 요구하는 신호에 해당하며, 예로써 연료 모터의 요구 rpm 등이 이에 해당된다.

(i - 2) 외부에서의 reference 입력이 있을 경우: system의 BIBO stability와 system tracking performance에 대하여 고찰해 보자.

엔진의 요구 speed를 PLA 대신 요구 RPM으로 입력할 경우 즉, idle speed(70% rpm)에서 [MAX-5%]까지 가속 명령을 주는 경우의 시뮬레이션 결과를 Fig. 9와 Fig. 10에 각각 제시하였다.

Fig. 9에서의 직선은 엔진의 제어기에 가해진 가속 명령에 해당하는 신호로 실제의 경우 PLA (Power Level Angle) 또는 RPM 명령에 해당하며, 이 명령에 엔진의 가속률을 고려한 상태에서의 엔진 응답이 그림의 곡선 부분으로 나타난다.

본 결과에서 알수 있듯이, [Theorem-2]를 만족하는 제어 방법은 BIBO stability를 만족시키며, 높은

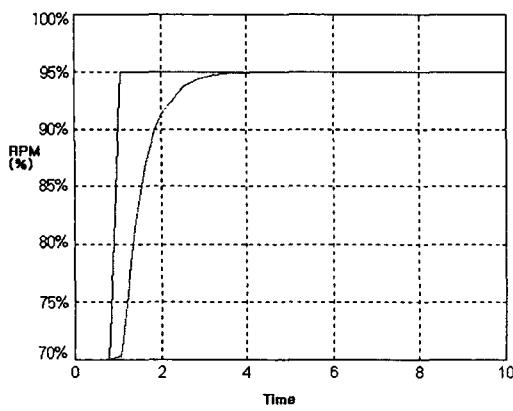


Fig. 9. System Tracking Performance

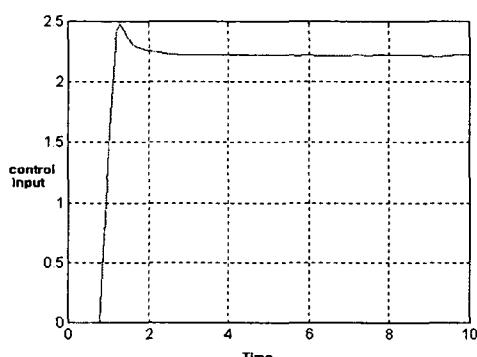


Fig. 10. Control Input

tracking performance를 보인다.

(i - 3) 엔진 연소기의 시간 지연을 고려할 경우,  
*Mach number = 0.7*, 고도 = *10000ft*, 고온 조건의  
 운영 조건에서 엔진의 *Tracking performance*:  
 우선, 제어 대상 시스템은 아래와 같고;

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -22.4876 & -349.7512 & -746.2687 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = (0.4472 \quad -17.8863 \quad 357.7255) x(t)$$

이 경우의 시스템 dynamic과 계인 벡터들은  $a_2 = 8.6652$ 와 함께, 다음과 같다.

$$p = \begin{pmatrix} -7.1740 + 7.5011i \\ -7.1740 - 7.5011i \\ -3.3213 \end{pmatrix}$$

$$q = \begin{pmatrix} -8.6088 + 9.0013i \\ -8.6088 - 9.0013i \\ -3.9855 \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} -4.8182 \\ -194.3636 \\ -388.4545 \end{pmatrix}$$

$$K_o = \begin{pmatrix} 0.0003 \\ -0.0009 \\ -0.0027 \end{pmatrix}$$

Fig. 11과 Fig. 12에 tracking performance와 control input에 대하여 시뮬레이션 결과를 제시하였다.

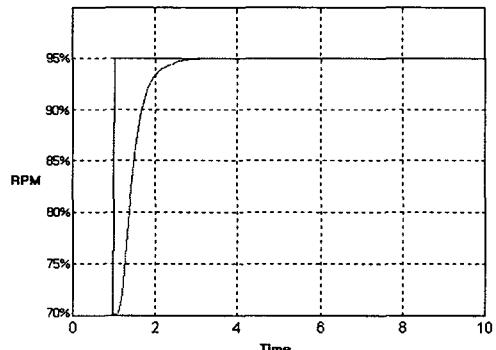


Fig. 11. System Tracking Performance

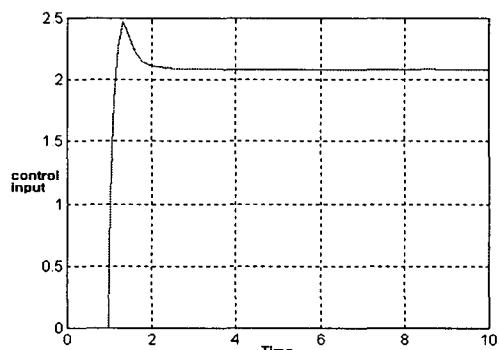


Fig. 12. Control input

#### 4. 결 론

전자식 엔진제어기용 제어 알고리즘을 LQG-observer를 이용하여 도출하였다. 그리고 실제 터보젯 엔진 모델에 본 알고리즘을 적용하여 asymptotic stability와 RPM command에 대한 tracking performance를 검증하였다. 본 연구에서는 제어 이론 및 성능 검증이 주 연구 목표이므로 연속시간 영역에서 해석을 하였으나 이산 시간 영역에서 해석 하더라도 동일한 결과를 얻을 수 있다.

#### 참 고 문 헌

1. Kwakernaak, H., 1972, "Linear Optimal Control Systems," Wiley-Interscience, Inc., Chap.1, 2.
2. Krikelis, N.J., Barkas, S.K., "Design of Tracking System Subject to Actuator Saturation & Integrator Wind-up," Int. J. Contr., Vol.39, No.4., 1984, pp.667~682.
3. Chen, B.S., Wang, S.S., "The Design of Feedback Controller with Nonlinear Saturating Actuator," Proc. 25th, Conf. on Decision & Control, 1986, pp.2048~2053.
4. Shon, Y.C., "Stabilisation Robuste des Systemes Incertains ou Certains avec Contraintes sur la Commande," ESIP, Lab. Auto. Info. Indus, 1995.
5. Poter, B., Manganas, T., "Design of Robust Digital Controllers for Gas Turbines with Explicit Actuator and Sensor Dynamics," J.Guidance, Vol.8, No.5, 1985, pp.644~649.
6. Rosenblad, L.E., "Evaluation of Control Techniques for Aircraft Propulsion Systems," J.of Eng. for Gas Turbines & Power, Vol. 112, 1990, pp.229~232.