

☒ 응용논문

가능성분포함수를 이용한 계층적 품질구조를 가진 제품의 만족도 평가

-An Evaluation on the Degrees of Satisfaction of Product with
Hierarchical Quality Structure Using Possibility Distribution Function-

김 정 만*

Kim, Jeong Man

ABSTRACT

In conventional probability-based quality evaluation of products with qualitative characteristics, many factors that affect the evaluation are not easily represented quantitatively, because the relation between reliability of human evaluator and each of these factors is not clear. In order to evaluate the quality of product with qualitative characteristics quantitatively, in this paper, the relation is represented as the shape of possibility distribution function of fuzzy set on the interval [0,1].

Furthermore, fuzzy reasoning is used to obtain the estimates of quality characteristics. And, it is supposed that many quality characteristics affected by the above factors are connected with the final characteristic through hierarchical structures. Finally, using the estimates gained from the final evaluation, qualitative characteristics are evaluated by use of concept of pattern recognition.

1. 서 론

인간의 감각을 계측수단으로 하는 제품의 정성적 품질평가에서는 평가 및 판단에 영향을 미치는 애매함(fuzziness)의 정도를 정량적으로 파악할 필요가 있다. 종래 5단계 또는 7단계 심리 척도를 사용한 인간의 대상에 대한 평가치를 2치논리(binary logic)에 입각한 확률 및 통계이론에 기초하여 해석하고 있으나, 이 경우 평가에 수반되는 주관적 애매함을 평가결과에 반영할 수 없다는 문제점이 있다[1]. 따라서 인간을 대상으로 하는 평가 및 판단은 애매한 것이라는 전제하에 종래의 2치논리에 근거한 방법을 확장한 퍼지이론을 제품의 정성적 품질평가에 적용할 필요가 있는 것이다.

본 연구에서는 제품에 대한 다수의 정성적 품질특성이 계층구조(hierarchical structure)를 통해 최종 품질특성을 구성할 때, 각 계층의 품질특성을 고려한 평가치를 퍼지추론을 이용하여 구하며, 이들 평가치를 [0,1]의 토대집합(support set)상에 표현하기 위하여 평가자의 평가상의 애매함 및 평가상의 과오가능성(error possibility)을 반영한 가능성분포함수(possibility

*경일대학교 산업공학과

distribution function)[2][3][4]의 형태로 나타낸다. 또한, 패턴인식(pattern recognition)의 개념을 이용하여 평가된 최종품질과 전형적(typical)품질간의 유사도를 언어적(linguistic)으로 평가한다.

2. 퍼지추론

일반적으로 다수의 속성에 대한 퍼지추론은 다입력-1 출력의 모형으로 정형화할 수 있다. 이를 수식으로 표시하면

$$y = f(x)$$

로 나타낼 수 있다. 여기에서 y 는 출력변수로서 종합평가치이며, $x = (x_1, \dots, x_n)$ 는 n 차원 입력변수로서 평가대상의 속성을 나타낸다. 이러한 평가에서 얻은 결과는 일정한 규칙으로 제시되는데, 입력변수가 퍼지변수로 구성되는 경우에는 그 규칙이 퍼지규칙이 된다. 또한 이론적으로 퍼지시스템이 임의의 연속함수를 임의의 정밀도(precision)로 근사시킬 수 있음이 증명되고 있다. n 입력-1출력 함수를 가정하는 경우, 가장 간단한 퍼지 If-then 규칙은 다음과 같다.

$$\text{규칙 } j : \text{If } x_1 \text{ is } \mu_{1j} \text{ and } \dots \text{and } x_n \text{ is } \mu_{nj} \text{ then } y_j = b_{0j} + b_{1j}x_1 + \dots + b_{nj}x_n$$

여기에서 j 는 규칙, $x_i = (x_1, \dots, x_n)$ 는 n 차원 입력변수, μ_{ij} 는 퍼지집합, y_j 는 출력변수, b_{ij} 는 실수이다. 일반적으로 이러한 제어규칙은 복수개인데, 이 식들의 결과를 종합한 최종추론 결과는 식(1)과 같이 표현할 수 있다.

$$\mu_o = \frac{\sum \mu_j(f_i) \cdot f_i}{\sum \mu_j(f_i)} \quad (1)$$

3. 품질평가의 가능성분포함수

인간의 평가 및 판단구조를 이해할 때, 수식을 주로 하는 수리모델보다는 언어를 주로 하는 언어모델의 편이 유연성이 풍부하고, 인간의 복잡함 및 다양성을 보다 용이하게 수용할 수 있기 때문에 확률 및 수식을 사용하기 보다는 자연언어(natural language)로써 인간의 평가구조를 표현함이 적합하다. 그러나, 자연언어는 언어표현의 대상이 지니는 의미를 명확하게 표현함이 곤란하므로 여기에서 fuzzy이론의 적용이 필요하게 된다.

鬼澤 등은 인간의 대상에 대한 평가의 신뢰도를 $[0,1]$ 상의 퍼지집합으로 생각하여 이를 평가의 과오가능성을 나타내는 가능성분포(possibility distribution)를 제안하고 있다[2][4]. 즉, 鬼澤은 대상에 대한 평가시, 평가의 가능성이 0이 되지 않게 하기 위한 귀속도함수(membership function)를 식(2)와 같이 제안하고 있다.

$$F(x) = \frac{1}{1 + 20 \times |x - x_o|^m} \quad (2)$$

여기에서, x 는 $[0,1]$ 상의 귀속도함수로서의 평가치이고 x_o 는 그 가능성이 1이 되는 횡축상의 평가치로서 퍼지추론에 의해 구한다.

표.1 평가의 애매함과 파라미터 m

수 준	평가의 애매함의 정도	m
1	애매함은 작다	2.0
2	애매함은 보통이다	2.5
3	애매함은 약간 크다	3.0
4	애매함은 크다	3.5

또한, m 은 평가의 애매함의 정도를 나타내는 파라미터이며, 이는 간략치로서 「작다」, 「보통이다」, 「약간 크다」 및 「크다」에 대한 2.0, 2.5, 3.0 및 3.5의 값을 표.1과 같이 사용한다 [4].

품질평가에 영향을 미치는 다수의 속성이 있을 때, 이들 속성과 품질특성간의 관계는 정량적으로 표현함이 곤란하나 이들의 관계에는 다음과 같은 경향이 있음을 언어변수(linguistic variables)[5]로써 나타낼 수 있다. 예를 들어, 이들 품질속성으로서 부드러움(softness), 탄력성(flexibility) 및 안정감(stability)의 세 가지를 생각할 때,

- { 부드러움이 강하면 품질은 좋다.
부드러움이 약하면 품질은 나쁘다.
- { 탄력성이 약하면 품질은 약간 나쁘다.
탄력성이 적당하면 품질은 좋다.
탄력성이 강하면 품질은 나쁘다.
- { 안정감이 강하면 품질은 좋다.
안정감이 약하면 품질은 나쁘다.

로 평가하면 부드러움이 「강하다」 「약하다」, 탄력성이 「약하다」 「적당하다」 「강하다」, 안정감이 「강하다」 「약하다」에 대해 품질이 「좋다」 「나쁘다」 「약간 나쁘다」 등의 의미를 명확하게 표현할 수 없는 언어를 그림.1과 같이 [0,1]상의 퍼지집합으로 나타낼 수 있다.

예를 들어, 부드러움이 강한 정도를 그림.1의 ①에서 횡축상의 s^* 로 하면, 이에 대응하는 품질의 평가치는 종축의 w_1 의 값에 따라 ②의 횡축상의 x_1 이 된다. 즉, 그림.1에서 화살표 좌측의 퍼지집합은 부드러움, 탄력성, 안정감 등의 품질속성의 평가를 나타내고, 우측의 품질의 양부는 식(2)의 파라미터 x_0 로 치환해서 나타낸 것이다. 이 때 귀속도함수는 평가자 자신의 주관적인 기준에 의해 결정하게 되는데 예를 들어, 탄력성과 품질에 관해서, 탄력성의 횡축은 0이 극도로 낮고, 0.5가 최적, 1이 극도로 높음을 의미하며, 「약하다」 「적당하다」 「강하다」를 [0,1]상의 퍼지집합으로 표현한 것이며, 품질에 관해서는 「나쁘다」 「약간 나쁘다」 「좋다」를 x_0 에 관한 [0,1]상의 퍼지집합으로 나타낸다. 특히 탄력성이 「강한」 경우는 탄력성이 「약한」 경우에 비해서 품질의 저하정도가 작기 때문에, 품질이 「약간 나쁘다」의 퍼지집합을 표하는 parameter x' 를

$$x' = \frac{x'_0 + 1}{2} \tag{3}$$

으로 나타낸다. 또한, 부드러움의 평가치를 s^* , 탄력성의 평가치를 f^* , 안정감의 평가치를 t^*

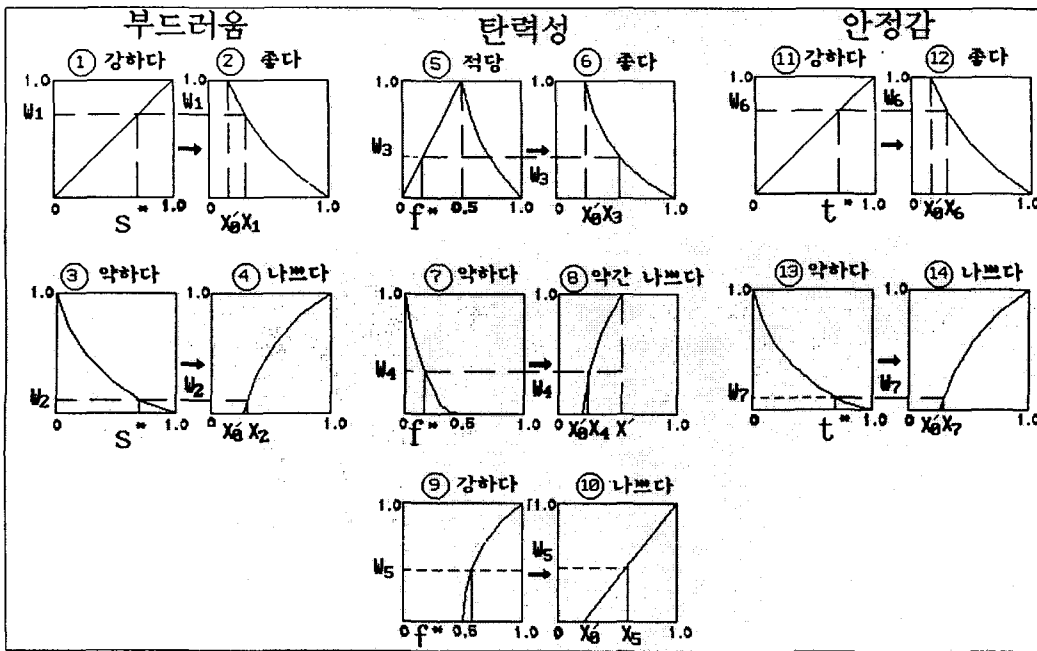
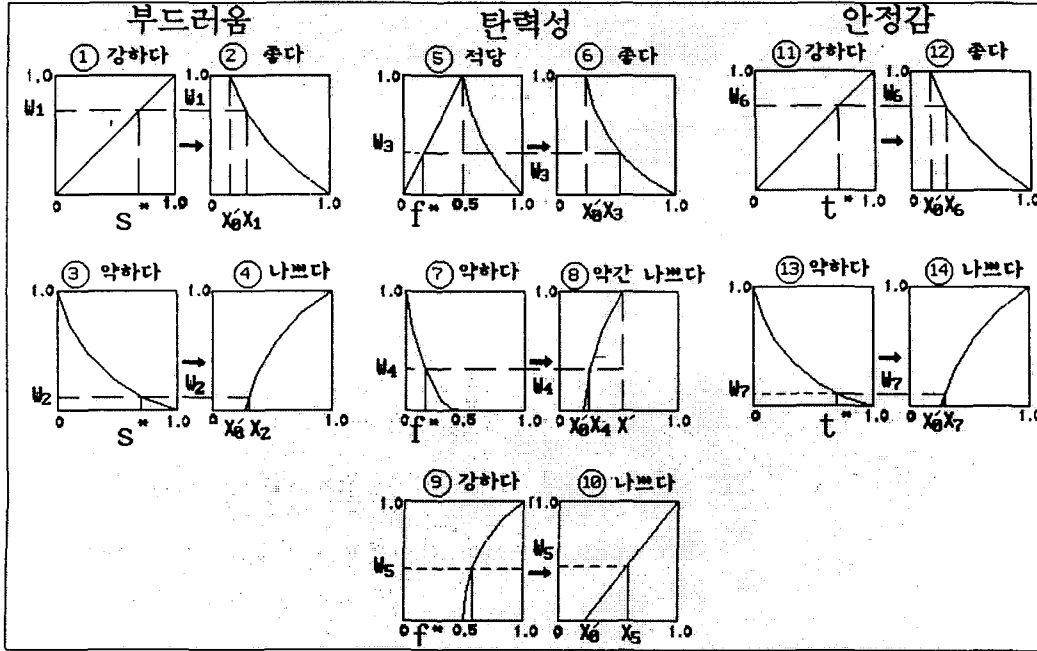


그림.1 퍼지추론에 의한 각 속성의 품질평가

로 하여 x_0 를 퍼지추론에 의해 구하고, 전술한 주관적 평가치를 나타내는 퍼지집합으로 품질을 평가하는데, 이때 각 속성 관한 언어적 표현이나 그 의미를 나타내는 퍼지집합의 결정은 평가자에게 맡겨진 부분이며 여기에는 평가자의 주관이 개입된다.

또한 x_0 는, 그림.1에서와 같이 $h_{s_i}(x)(i=1,2)$, $h_{f_i}(x)(i=3,4,5)$, $h_{t_i}(x)(i=6,7)$ $g_i(i=1,2,\dots,7)$ 를 각기 부드러움, 탄력성, 안정감 및 품질을 나타내는 퍼지집합의 귀속도함수로 할 때 아래와 같이 구한다.

$$i) \begin{cases} w_i = h_{s_i}(s^*) & (i=1,2) \\ w_i = h_{f_i}(f^*) & (i=3,4,5) \\ w_i = h_{t_i}(t^*) & (i=6,7) \end{cases}$$

로 되는 w_i 를 구한다.

$$ii) w_i = g_i(x_i) \quad (i=1, \dots, 7)$$

으로 되는 x_i 를 구한다. 또한, 식(1)을 변형하여 그 가능성이 1이 되는 평가의 대표치를

$$iii) x_0 = \frac{\sum_{i=1}^7 x_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^7 w_i} \quad (4)$$

와 같이 구한다. 식(4)에서 구한 x_0 의 값으로부터 각 평가항목의 평가치를 [0,1]상의 귀속도함수로서 나타내어 평가항목간 퍼지연산을 통해 종합적 품질평가치를 다음과 같이 구한다. 그러나 주관적 품질평가에서, 각 항목의 평가에 포함되는 애매함의 영향을 단정적인 형태로 평가함은 곤란하기 때문에 여기에서는 Blockley[6]에 의해 제안된 언어변수에 따른 평가법을 이용한다. 지금 평가항목을 E_i 로 표시하면, E_i 의 평가는 언어변수를 사용해서 행하게 되는데, 이에 대한 주관적 평가치를 G_i 로 하며 이는 퍼지집합으로 나타낸다. 여기에서 사용하는 각 언어변수는 [0,1]로서 정의되는 토대집합(support set)을 가진 퍼지집합으로서 규정되고, 그 특성은 귀속도함수로 주어진다.

지금, 항목 i 에 대한 토대집합상의 귀속도함수를 $\mu_{E_i}(x)$ 라 하면

$$\mu_{E_i}(x) = \mu_{G_i}(x) \vee \mu_{G_2}(x) \vee \dots \vee \mu_{G_n}(x) \quad \text{단, } x \in [0,1] \quad (5)$$

여기에서, 기호 \vee 는 max연산을 의미한다.

4. 품질 pattern의 유사도평가

퍼지집합으로 표현된 품질평가 결과를 언어로써 표현함에는 여러가지 레벨에서의 해가 존재하므로 어려운 문제이며, 지금까지 다수의 수법이 제안되어 왔지만 일반적인 해법은 존재하지 않는다. 본 연구에서는 2종류의 퍼지집합간의 거리를 기준으로 품질 pattern의 유사도를 평가하는 것으로 한다. 이제 계층구조상의 개개의 평가항목에 대한 주관적 평가치가 최종 평가항목에 대한 종합적 평가치로 나타날 때, 이 종합적 평가치에 대한 귀속도함수를 사용하여 미리 정해진 전형적인 품질 pattern에 대한 유사도를 pattern인식의 개념을 사용하여 평가할 수 있다.

종합적 평가치의 귀속도함수를 $\mu_{E_r}(x)$, 그림.2와 같은 전형적 pattern의 귀속도함수를 $\mu_{E_l}(x)$ 라 하면, 이들 귀속도함수가 $\alpha \in [0,1]$ 에 대하여 0.1간격의 토대집합상에서 나타나므로 $k(k=1,2,\dots,l)$ 를 전형적 pattern의 수라 할 때, 이들간 유사도는

$$V_k = \int_0^1 | \mu_{iE_T}(x) - \mu_{jE_T}(x) | dx \quad (6)$$

로 나타낼 수 있으며, 이로써 종합적 품질평가결과가 어느 pattern으로 분류될 수 있는가를 판정할 수 있다.

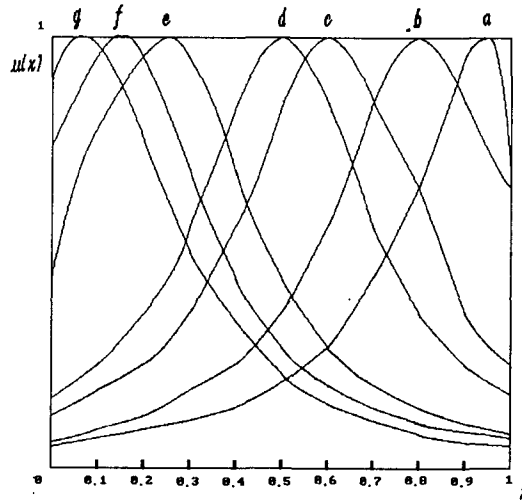


그림.2 전형적 품질 pattern

여기에서는 전형적인 품질 pattern을 그림.2와 같이, a를 「매우 좋다」, b를 「좋다」, c를 「약간 좋다」, d를 「보통이다」, e를 「나쁘다」, f를 「제법 나쁘다」, g를 「매우 나쁘다」의 7종류의 전형적인 pattern으로 분류한다. 즉, 이와 같이 구해진 귀속도함수가 어느 전형적인 pattern과 유사한가 하는 상대적인 값을 식(6)에 의해 V(a)에서 V(g)까지로 나타내는데, 이 값이 작을 수록 종합적 품질은 해당하는 각 전형적인 품질 pattern에 가까운 특성을 가진다고 해석할 수 있다.

5. 수치예

평가항목 ①, ②, ③, ④, ⑤가 그림.3과 같은 계층구조로 연결될 때, 이들 항목의 품질속성은 부드러움, 탄력성, 안정감으로 구성되며 각 항목별 평가치는 표.2와 같은 것으로 한다.

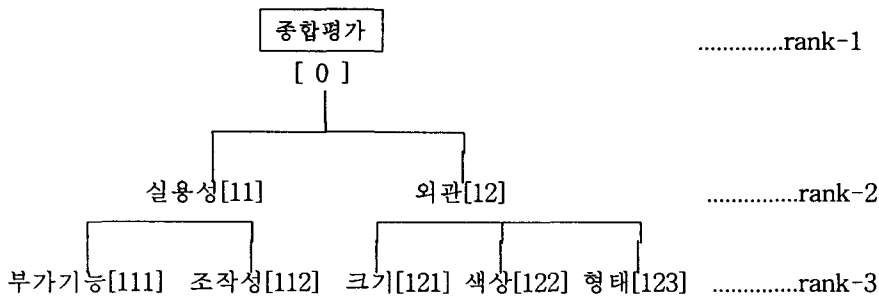


그림.3 항목간 계층구조 (단, []는 항목번호)

표.2 품질속성별 평가치

평가 항목	[111]	[112]	[121]	[122]	[123]
부드러움 (s^*)	1.0	0.5	0.3	0.6	0.7
탄력성 (f^*)	0.5	0.3	0.5	0.7	0.4
안정감 (t^*)	1.0	0.5	0.8	1.0	0.8

즉, 먼저 그림.3에서와 같이 rank-1의 평가치는 각기 다른 품질정도를 가진 다수 계층의 평가항목간 평가치의 퍼지연산을 통해 구하는 것으로 한다. 먼저 항목 [111]에 대한 가능성이 1이 되는 품질속성을 고려한 평가의 최대치는, 식(4)에 의해 $x_{d[111]}=0.31$ 를 얻는다. 이와 같이, 항목 [112], [121], [122] 및 [123]에 대해서도 $x_{d[112]}=0.36$, $x_{d[121]}=0.40$, $x_{d[122]}=0.67$, $x_{d[123]}=0.28$ 을 구할 수 있다. 또한, 인간의 평가의 애매함을 표.1에서 $m=2.5$ 로 할 때, 각 평가항목에 대한 품질평가치의 퍼지집합은 식(1)과 그림.1로 부터 아래의 표.3과 같이 구할 수 있다.

표.3 항목별 평가치의 퍼지집합

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$\mu_{E_{111}}(x)$	1.0	0.94	0.74	0.50	0.33	0.22	0.15	0.11	0.08	0.06	0.05
$\mu_{E_{112}}(x)$	0.28	0.43	0.64	0.87	0.99	0.98	0.83	0.59	0.39	0.26	0.18
$\mu_{E_{121}}(x)$	0.5	0.74	0.94	1.0	0.94	0.74	0.5	0.33	0.22	0.15	0.11
$\mu_{E_{122}}(x)$	0.57	0.81	0.97	1.0	0.89	0.66	0.44	0.29	0.2	0.14	0.1
$\mu_{E_{123}}(x)$	0.66	0.89	1.0	0.97	0.81	0.57	0.38	0.25	0.17	0.12	0.09

따라서, 그림.3의 각 평가항목간의 계층구조를 고려하여 식(5)로써 항목간 퍼지연산을 행하면, rank-0의 종합적 품질평가치를 구할 수 있다. 즉,

$$\mu_{E_{11}}(x) = \mu_{E_{111}}(x) \vee \mu_{E_{112}}(x), \quad \mu_{E_{12}}(x) = \mu_{E_{121}}(x) \vee \mu_{E_{122}}(x) \vee \mu_{E_{123}}(x)$$

$$\mu_{E_0}(x) = \mu_{E_{11}}(x) \vee \mu_{E_{12}}(x)$$

에 의해 구한 종합평가치는 표.4와 같다.

표.4 종합적 평가치의 퍼지집합

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$\mu_{E_0}(x)$	0.39	0.61	0.89	1.0	1.0	0.83	0.91	0.98	0.75	0.49	0.3

또한, 표.4의 종합적 평가치와 그림.2의 전형적 품질 pattern과의 유사도 V_k 는 식(6)에 의해 $V_a=6.14$, $V_b=5.01$, $V_c=3.07$, $V_d=2.99$, $V_e=3.66$, $V_f=4.96$, $V_g=5.77$ 로서 종합적 품질평가는 「보통이다」에 가깝게 평가된다고 할 수 있다.

6. 결론

퍼지이론의 제품의 만족도평가에의 적용을 위하여, 평가대상인 제품의 품질특성이 계층적구조로 이루어짐을 전제로 하였고, 퍼지추론모델을 이용하여 계층별로 주어진 평가항목간 상대적 중요도와 언어변수의 형태로 얻어진 항목별 평가치인 입력정보가 계층구조를 경유해 최상위 계층으로 전달되는 과정을 종합평가의 과정으로 해석하였으며, 이러한 과정에서 평가자의 평가상의 애매함과 평가상의 과오의 가능성을 감안하였다. 또한 귀속도함수로서 구한 평가자의 종합적 품질평가 결과와 전형적인 품질 pattern상의 귀속도함수간의 유사도를 기준으로 품질 pattern을 식별하고자 시도하였다. 단, 이러한 시도는 실용면에서 볼 때 모델의 완성도나 신뢰성면에서 충분한 것이라고는 말할 수 없다. 그러나, 제품에 대한 만족도를 기준으로한 품질예측 단계에서는, 전문가에 의해 명제의 귀속도함수와 항목간 중요도가 주어지면, 품질특성을 다양한 언어변수의 형태로 표현함으로써 비교적 용이하게 평가자의 품질평가 pattern을 식별할 수 있으며 나아가 소비자의 다양한 가치관에 쉽게 대응할 수 있고, 품질요소의 변화에 적응력이 강하다는 이점을 가질 수 있다고 할 것이다. 단, 종합적 평가치와 전형적 품질 pattern과의 유사도를 평가할 때, 유사도 V_k 값들의 근소한 차이로써 다른 언어적 품질평가를 행할 수 있는 기준에 대해서는 추후 연구되어야 할 과제라고 생각한다.

7. 참고문헌

- [1] Buckley, J. J: Fuzzy hierarchical analysis. Fuzzy sets and systems. 17, pp.233-247, 1985
- [2] T. Onisawa: An Application of Fuzzy Concept to Modelling of Reliability Analysis(Review Article), Fuzzy Sets and Systems, Vol.37, No.3, pp.267-286, 1990
- [3] 鬼澤武久: 自然言語を用いるシステムの信頼性解析におけるファジィ集合の演算について, 日本ファジィ學會誌, Vol.5, No.1, pp.43-544, 1993
- [4] 鬼澤武久: システムの事故の定性的表現とその信頼性解析, 日本ファジィ學會誌, Vol.2, No.2, pp.231-245, 1990
- [5] Wang, L. X: Fuzzy systems as universal approximators. Proc. FUZZ-IEEE. Sandiego, CA. March 8-12, pp.1153-1162, 1992
- [6] Blockley, D., Predicting the likelihood of structural accidents, Proc., ICE, Vol.59, pp.659-668, 1975