▨ 연구논문

AOQL制約下 生産工程의 經濟的 샘플링檢査方式 設計
- A Design of Economic Sampling Inspection Plan for Production Process with AOQL Constraint -

朴 明 圭*
Park, Myeong Kyu*

ABSTRACT

In this study, a traditional concept of sampling inspection plan for the quality assurance system is extended to a consideration of economic aspects in total production system by representing and analyzing the effects between proceeding / succeeding production process including inspection. This approach recognizes that the decision to be made at one manufacturing process (or assembly process) determine not only the cost and the average outgoing quality level of that process but also the input parameters of the cost and the incoming quality to the succeeding process.

By analyzing the effects of the average incoming and outgoing quality, manufacturing / assembly quality level and sampling inspection plan on the production system, mathematical models and solution technique to minimize the total production cost for a single product manufacturing system with specified average outgoing quality limit(AOQL) are suggested.

1. 서론

본 硏究에서는 最終製品에 對한 平均出檢品質限界가 提示된 條件下에서 生産工程(檢査,加工 또는 組立工程)에서 發生하는 不良率을 決定變數로 하여 生産시스템 全體의 비용을 最少化하는 經濟的 샘플링檢査方式을 設計하고자한다. 製品生産工程에서 原材料로부터 製造生産되는 各 工程에서 價値가 附加되면서 完製品(部品)으로 製造活動이 進行되는 全製造過程을 통하여 加工 / 組立製品(半製品 또는 中間製品)은 品質水準과 不良率이 變化될 뿐 아니라 各 檢査에 使用되는 샘플링檢査方式, 製造 加工能力, 加工順序 등과 같은 여러가지 生産活動要素들이 函數關係를 갖게 된다. 따라서 어느 製造活動段階이거나 價値가 附加되는 過程에서 變換作業과 아울러 여러가지의 費用要素가 發生되며, 이러한 製造活動을 통하여 生産되는 製品은 工程段階別로 品質에 影響을 받게 된다.

生産工程을 檢査, 加工, 組立으로 分類하여 이들 各 段階가 最終製品品質에 影響을미치는 要因들을 分析하고 相互關係를 樹立하여 數理모델을 構築하고자 했다. 특히 經濟的 數理모델은 連續生産形態에 關聯되는 變數로서 投入平均不良率 p_I, 加工/組立 平均不良率 p_F, 出荷平均不良率 p_T, 平均出檢品質 AOQ, 로트의 合格確率 P_a등의 여러 要因을 考慮한 經濟的數理모델로 샘플링檢査方式 (n, c)을 결정하는方法을 제안한다.

* 明知大學校 産業工學科

2. 모델樹立을 위한 假定 및 記號

2.1 모델樹立을 위한 假定

經濟的 샘플링檢査方式의 모델樹立에 必要한 前提로서 다음과 같이 假定한다.

① 平均出檢品質限界의 條件을 滿足시키기 위하여 充分히 큰 로트의 크기(N = 1000個以上)을 生産한다.

② 原材料는 規格에 合當한 品質의 것을 購入한다.

③ 各工程에 投入되는 로트의 不良個數는 二項分布에 따르고, 로트의 크기 N, 投入 平均不良率 p_I에 따른다. 工程間을 移動하는 로트의 構成은 後續工程에 投入하기 위하여 로트의 크기를 N單位로 構成하고, 그 中에서 n個를 랜덤하게 抽出한다.

④ 加工 / 組立工程에서의 不良發生은 파라미터인 加工 / 組立 平均不良率 p_F의 베르누이 過程을 따르며, 前工程에서 發生한 不良과는 統計的으로 獨立이다.

⑤ 發見된 不良品은 發見 卽時 該當工程에서 交替하거나 修理한다.

⑥ 檢査時에는 直前工程에서 發生한 不良은 發見할 수 있는 것으로 한다.

⑦ 檢査工程에서는 良品과 不良品으로 區分하고, 製品의 缺點數는 考慮하지 않는다.

⑧ 檢査工程에서는 平均出檢品質限界(AOQL)를 基準으로 한다.

⑨ 各 工程間을 移動하는 로트의 크기는 N個로 固定한다.

2.2 用語 및 記號

N ; 로트의 크기

n ; 試料의 크기

c ; 合格判定個數

p_M ; $AOQL$일때의 投入平均不良率

k_1 ; 個當 檢査費

k_2 ; 個當修理 및 交替費用

k_3 ; 個當 變換費用

k_4 ; 個當 原材料費

k_5 ; 個當 組立費用

a ; 加工平均不良率 p_F를 維持하기 위한 基本費用

b ; 加工作業基本費用

γ ; 組立平均不良率 p_F를 維持하기 위한 基本費用

δ ; 組立作業基本費用

p_I ; 投入平均不良率

p_F ; 加工/組立 平均不良率

p_T ; 出荷平均不良率

$f(p_I)$; p_I의 費用函數

$f^*(p_I)$; $f(p_I)$의 最少費用

$f(p_T)$; p_T의 費用函數

$f^*(p_T)$; $f(p_T)$의 最少費用

$f(AOQ)$; AOQ의 費用函數

$f^*(AOQ)$; $f(AOQ)$의 最少費用

ATI ; 平均檢査量

y ; 合格判定個數 c에 따른 $P_a \cdot p_M \cdot n$의 값 (表 1)

3. 生産工程의 基本活動과 不良發生

3.1 基本活動과 不良關係

모든 製造活動은 一般的으로 檢査,加工/組立,運搬 및 包裝工程의 基本活動으로 構成되어있다. 製品生産과정에서 各 工程中 加工/組立 및 包裝工程등은 주로 價値를 創造하고 있으나 各工程의 作業特性, 制約條件, 費用發生의 差異 때문에 各 段階(工程)에서 生産되는 製品의 品質水準에 影響을 미치게 된다. 즉, 各 工程에 投入되는 製品(部品)의 品質과 加工, 完成된 製品의 品質間에는 다음과 같은 關係를 考慮할 수 있다.

$p_T \leq p_I$: 檢査工程일 境遇

$p_T \geq p_I$: 加工 / 組立工程일 境遇

p_I : 受入品質

p_T : 出荷品質

따라서 여기서는 品質과 關聯되는 檢査工程, 加工 / 組立工程에 대하여만 살펴보기로한다. 計數 選別型 샘플링檢査에서는 로트(Lot)로부터 試料의 크기 n만큼을 샘플링하여 그 中의 不良個數가 c個 以下 包含되어 있으면 發見된 不良品을 良品으로 交換하여 로트를 合格시키고, 만약 不良個數가 c個 보다 많으면 로트를 全數選別하여 發見된 不良品은 모두 良品으로 交換하여 로트를 合格시킨다. 그러므로 計數 選別型 샘플링檢査를 實施함으로써 로트의 品質水準(Quality Level)을 向上시키게 되므로, 平均受入 品質을 p_I, 平均出檢品質을 p_T라고 하면 檢査工程에서는 $p_I \geq p_T$가 된다.

加工 / 組立工程에서는 2個 以上의 部品이 結合, 組立되거나 部品 또는 資材에 作業이 追加되어 完(中間)製品으로 進行이 이루어지고 있다. 組立工程일 境遇에는 2個 以上의 部品이 結合되고, 일단의 作業者의 作業이 더해지게 되므로 組立工程의 不良은 2個以上 部品의 不良과 作業의 不良이 併發하게 된다. 따라서 組立된 半製品 / 完製品의 出荷平均不良率을 p_T, 受入部品의 投入平均不良率을 p_{AI}라고 하면, $p_T \geq p_{AI}$ 가 된다. 加工工程일 境遇에는 材料 또는 半製品에 대한 製造作業中에 不良이發生하므로 製造된 半製品 / 完製品의 出荷平均不良率을 p_T, 受入品의 投入平均不良率을 p_I라면 $p_T \geq p_I$ 가 成立된다.

3.2 發生費用

(1) 檢査費用

檢査費用은 單位當 檢査費用과 平均受入品質을 갖는 平均檢査量(ATI)의 函數로 나 타난다. 즉, 個當 檢査費用은 k_1, 平均檢査量을 ATI 라고 하면 檢査費用 K_{INS}는 $K_{INS.} = k_1 \cdot ATI$ 로 表現된다.

(2) 修理 및 交替費用

修理 또는 交替費用은 平均檢査量과 受入不良率의 函數로 表現할 수 있다. 즉, 個當修理 및 交替費用을 k_2, 平均檢査量을 ATI, 投入平均不良率 p_I 라고하면 修理 및 交替費用 K_{REF}는 $K_{REP.} = k_2 \cdot ATI \cdot p_I$로 表現된다.

(3) 檢査工程段階에서의 總費用

檢査工程段階에서의 總費用은 檢査費用 $K_{INS.}$와 修理 및 交替費用 $K_{REP.}$와의 函數로總檢査費用 $TC_{INS.}$는 다음 式 (3.1)과 같다.

$$\begin{aligned} TC_{INS.} &= K_{INS.} + K_{REP.} \\ &= k_1 \cdot ATI + k_2 \cdot ATI \cdot p_I \\ &= (k_1 + k_2 p_I) \cdot ATI \end{aligned} \qquad \text{---------- (3.1)}$$

生産시스템에서 檢査가 最初作業段階일 때의 最少受入費用은 原材料(原資材)의 受入平均不良率 p_1를 갖는 最少受入費用를 總受入費用 CT(p_1)로 表示한다. 만일 生産시스템에서 最初作業段階가 資材檢査라면 CT(p_1)는 原材料의 受入品質(p_1)을 갖는 原材料費와 같다. 그러므로 生産初期의 檢査段階에서 發生費用을 $CT(AOQ)$라 하면 다음
式(3.2)와 같이 表現할 수 있다.

$$CT(AOQ) = CT(p_1) + TC_{INS.} \quad \text{---------- (3.2)}$$

檢査費用은 平均投入品質 p_1와 檢査方式 (n, c)에 따라 決定되므로 平均出檢品質(AOQ)은 p_1, n, c의 函數가 된다. 따라서 다음 式(3.3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$CT(AOQ) = (k_1 + k_2 \cdot p_1) \cdot ATI + CT(p_1) \quad \text{---------- (3.3)}$$

4. 生産工程의 費用函數

4.1 檢査工程의 費用函數

生産工程이 檢査工程으로부터 始作되는 境遇의 受入費用은 投入될 때까지 受入된 原材料 및 附帶費用만으로 構成되는 通稱原材料費만이다. 이 原材料費는 受入平均品質 p_1에 따르는 函數 $f(p_1)$라고 할 수 있다.

檢査工程이 最初 始作工程이 아닐 때에는 投入되는 製品의 投入平均品質에 대한 最少期待費用 $f^*(p_1)$는 直前 先行工程까지의 生産에 所要된 在工品에 대한 總費用이다. 最少期待投入費用 $f^*(p_1)$를 投入品의 投入平均不良率 p_1에 따른 最少期待投入費用이라고 하면 檢査工程의 後續作業工程에 投入되는 在工品의 品質水準은 平均出檢品質(AOQ)와 같으므로 이 費用을 考慮한 檢査工程 段階에서 最少費用函數는 다음의 式(4.1)과 같이 表現할 수 있다.

$$f^*(AOQ) = Min\,(k_1 + k_2 \cdot p_1) \cdot ATI + f^*(p_1) \quad \text{---------- (4.1)}$$

여기서, $n = (yn) / (N \cdot AOQL + y)$

y = c에 따라 決定되는 값(表 1)

4.2 加工工程의 費用函數

Turner, T. E.는 그의 硏究에서 基本變換作業費用(Basic Conversion Operating Cost)이 實際製造變動費라 主張하였다. 어떠한 製造工程도 事前에 決定된 品質水準 즉 工程平均不良率 p_F에서 必要한 費用의 增減으로 製品製造活動을 管理할 수 있다고 본다.
製品生産活動에 있어서 不良個數를 줄이기 위하여는 보다 많은 費用이 所要되므로 基本單位變換作業의 費用 k_3는 工程平均不良率 p_F의 函數라고 할 수 있고, 이는 式(4.2)과 같다.

$$k_3 = a/p_P + b \quad , \quad a,\ b > 0 \quad \text{---------- (4.2)}$$

그러므로 總製造費用 TC_m은 單位當 變換作業의 費用 k_3와 로트의 크기 N으로 表示된다.

$$TC_m = k_3 \cdot N = (a/p_P + b) \cdot N \quad \text{---------- (4.3)}$$

加工工程에서 投入平均品質 p_1에 대한 最少受入費用을 $CT(p_1)$라 하면 式 (4.1)과 式 (4.3)를 利用하여 加工工程으로부터 出荷되는 로트에 대한 費用 $CT(p_T)$는 式 (4.4)로 표시된다.

$$CT(p_T) = k_3 \cdot N + CT(p_1) \quad \text{---------- (4.4)}$$

式 (4.4)에서 出荷品의 出荷平均不良率 p_T는 加工平均不良率 p_F와 投入平均不良率 p_1의 函數가 되며, k_3는 加工平均不良率 p_F의 函數가 된다. 加工段階에서의 出荷費用은 式 (4.1)의 目的函數를 가지고 出荷品質 p_T에 따른 加工不良 p_F의 決定이 可能하다.

그리고 주어진 最終製品에 대한 平均出檢品質限界 AOQL을 滿足하는 加工段階의최소 費用函數 $f^*(p_T)$는 式(4.5)와 같다.

$$f^*(p_T)=Min\ k_3N+f^*(p_I) \quad \text{----------} \quad (4.5)$$

4.3 組立工程의 費用函數

組立工程의 費用은 組立作業의 變動費와 工程維持管理費로 構成되는데 組立作業工程에서 工程維持管理費用은 加工 / 組立 平均不良率 p_F의 函數이다. 單位組立作業費用을 k_5라하면 k_5는 式(4.6)으로 표현할 수 있다.

$$k_5 = \gamma/p_P + \delta, \qquad \gamma, \delta > 0 \quad \text{----------} \quad (4.6)$$

組立工程에서는 서로 다른 品質水準을 갖는 部品(材料)이 各各 k_5單位製品으로 組立되므로 總組立費用 (TC_A)은 單位組立作業費用 와 로트의 크기 N의 곱으로 式(4.7)과 같이 表現할 수 있다.

$$\begin{aligned} TC_A &= k_5 \cdot N \\ &= (\gamma/p_P + \delta) \cdot N \end{aligned} \quad \text{----------} \quad (4.7)$$

式 (4.2)와 (4.7)를 利用하여 組立工程으로부터 出荷費用을 求하면 式(4.8)과 같다.

$$CT(p_T) = k_5 \cdot N + CT(p_{AI}) \quad \text{----------} \quad (4.8)$$

여기서 出荷品의 出荷平均不良率 p_T는 組立工程의 組立平均不良率 p_F와 前工程으로부터의 受入平均不良率 p_{AI}의 函數가 되고, k_5는 組立工程의 組立平均不良率 p_F의 函數가 된다. 組立工程段階의 出荷費用函數는 加工段階 出荷費用函數와 같이 $f^*(p_T)$로 投入部品結合不良率 p_{AI}로 表示된 函數로 表現하면 式 (4.9)이 된다.

$$f^*(p_T)=Min\ k_5N+f^*(p_{AI}) \quad \text{----------} \quad (4.9)$$

5. 生産시스템의 最少費用 모델

前述한 4.1, 4.2 및 4.3에서 生産시스템에 대한 最少費用函數 $f^*(AOQ)$는 式(5.1)과같다.

$$\begin{aligned} f^*(AOQ) &= Min \quad [\text{ 生産시스템의 總費用 }] \\ &= Min \quad [\text{ 材料費 + 檢査費 + 不良品 補修 및 交換費 + 加工/組立費用}] \end{aligned} \quad \text{----------} \quad (5.1)$$

상기 費用函數의 最少値를 動的計劃法에 의해 解를 求하기 위한 式으로 다시 표현하면 式(5.2)가 되며 아래의 制限條件下에서 最適解를 求하는 방법이 된다. 그리고 여기서 $f_{i-1}(p_T)$는 前段階에서 求한 最少費用이다.

$$f^*(AOQ) = Min\ \{ [k_4 \cdot N + (k_{1,i}+k_{2,i} \cdot p_{I,i}) \cdot ATI_i + (k_{3,i} + k_{5,i}) \cdot N] + f^*_{i-1}(p_T) \} \quad \text{----------} \quad (5.2)$$

制約條件; $AOQ \le AOQL$

$0 \le AOQL \le 1$

$0 \le p_{I,i} \le 1$

$0 \le p_{P,i} \le 1$

式 (5.2)에서 使用된 記號와 式은 다음을 意味한다.

i = 生産工程番號

① i가 檢査工程일 때, $k_{3,i}=k_{5,i}=0$;

$k_{1,i}$: 檢査工程 i에서의 個當 檢査費

$k_{2,i}$: 檢査工程 i에서의 個當 不良品 補修 및 交替費

② i가 加工 / 組立工程일 때, $k_{1,i}=k_{2,i}=0$;

$k_{3,i}$: 加工 / 組立工程 i에서 個當 變換費用

$k_{5,i}$: 加工 / 組立工程 i에서 個當 組立費用

k_4 : 個當 原材料費

$ATI_i = n_i+(N-n_i)(1-P_a)$

$n_i = (y_i \cdot N) / (N \cdot AOQL+y_i)$

y_i; c_i에 따라 決定되는 값(表 1)

6. 結論

生産시스템은 檢査와 加工 / 組立工程으로 反復 構成되어 있을 뿐만 아니라 連續變數인 加工/組立平均不良率 p_F, 受入/投入平均不良率 p_I, 出荷平均不良率 p_T, 平均出檢品質 AOQ를 가지며 샘플링檢査計劃 (n, c)는 整數를 要求하므로, 費用函數 $f(AOQ)$는 一般的인 數理解法으로는 求하기 쉽지 않기 때문에 生産시스템 最少費用을 求하기 위한 풀이법으로 動的計劃法의 前進反復法(forward recurtion method)를 이용하여 경제적 샘플링 방식을 결정할 수 있다.

表 1. Duncan, A. J.의 y값 [$y = P_a p'_M n$]

c	$P_a p'_M n$	c	$P_a p'_M n$	c	$P_a p'_M n$	c	$P_a p'_M n$
0	0.3679	11	7.233	21	14.66	31	22.50
1	0.8400	12	7.948	22	15.43	32	23.30
2	1.371	13	8.670	23	16.20	33	24.10
3	1.942	14	9.398	24	16.98	34	24.90
4	2.544	15	10.13	25	17.76	35	25.71
5	3.168	16	10.88	26	18.54	36	26.52
6	3.812	17	11.62	27	19.33	37	27.33
7	4.472	18	12.37	28	20.12	38	28.14
8	5.146	19	13.13	29	20.91	39	28.96
9	5.831	20	13.89	30	21.70	40	29.77

(資料出處) Duncan, A. J., Quality Control and Industrial Statistics 5th Edition, Irwin Inc. pp.338(Table 16.1), 1985

參 考 文 獻

[1] 김광섭, 황의철, (1988), "선형검사과오를 고려한 최소비용의 선별검사방식", 품질관리학회지, 제16권, 제2호, pp.82-91

[2] 김윤선, 황의철, (1981), "계수 선별형검사 설계의 경제성에 관한 연구", 품질관리학회지, 제9권, 제1호, pp.40-45

[3] 이병근, 정재경, (1985), "계수 선별형 샘플링 검사의 경제성에관한 연구", 품질관리학회지, 제13권, 제2호, pp.48-55

[4] 趙南浩, (1988), "多段階製造工程의 品質改善을 위한 從屬代案 選擇近似解法", 博士學位論文, 漢陽大學校

[5] 황의철, 정영배, (1980), "파괴검사에 있어서 최소비용 샘플링 검사방식의 결정에 관한 연구", 품질관리학회지, 제8권, 제2호, pp.15-22

[6] Devor, R. E., Chang, T. S. and John W., (1992), Statistical Quality Designand Control, Maxwell Macmillan

[7] Dietrich, D. L., (1971), A Bayesian Quality Assurance Model for a Multi-Stage Production Process, Arizona

[8] Farnum, N. R., (1994), Model Statistical Quality Control and Improvement, Duxbury

[9] Hald, A., (1981), Statistical Theory of Sampling Inspection by Attributes, Academic Press. New York