⊠ 연구논문

퍼지순위화법을 이용한 퍼지쌍행렬게임의 선형상보문제화
-A Linear Complementary Problem of Fuzzy Bimatrix Game using Fuzzy Ranking Method-

이 영 광*
Lee, Young Kwang
박 상 규*
Park, Sang Gyu

Abstract

In this paper a bimatrix game with imprecise values in its matrix of payoffs is considered. We propose a method for its solution based on the establishment of a linear complementary problems for two players. To solve the problems we use the auxiliary models resulting from the methods for ranking fuzzy numbers.

1. 서론

의사결정분야에서 게임이론은 적용성이 다양한 관계로 중요한 부분을 차지하고 있다. 일반적으로 게임모형에서 각 전략 선택에 따른 이득(payoff)은 정확한 값을 이용하고 있다. 그렇지만 현실적으로 이 값을 결정할 때에는 모호하거나 부정확한 상황도 존재한다. 이러한 관점을 Campos[6]는 행렬게임(matrix game)에만 적용하였으며, 그 해법은 Delgado[7]가 퍼지선형계획모형의 퍼지제약을 퍼지수(fuzzy number) 사이의 순위관계로나타낸 방법을 이용하였지만 퍼지쌍행렬게임(fuzzy bimatrix game)에는 적용하지 않았다. 따라서 본 연구에서는 참가자 두명의 전략집합은 결정되어 있으나 각 전략 선택에 따른 이득에 대한 정보는 부정확한 퍼지쌍행렬게임에 이러한 방법을 적용하는 것에 목적을 두기로 한다.

게임 참가자는 P1과 P2이며 서로 정보교환은 불가능한 상황으로 가정한다. 그리고 참가자 P1과 P2의 순수혼합전략을 다음과 같이 각각 M,N이라고 하자.

$$M = \{1,2,\ldots,m\},\ N = \{1,2,\ldots,n\} \quad \text{-----(1)}$$

참가자 P1이 전략 i를 선택할 때 참가자 P2가 전략 j로 대응할 경우에 참가자 P1의 이득을 a_{ij}, 참가자 P2의 이득을 b_{ij}라고 하면 전통적인 이득행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있다[1].

$$(A,B) = (\ a_{ij}\ , b_{ij}\ ),\ (i,j) \in M,N \quad \text{-----(2)}$$

* 대유공업전문대학 공업경영과

여기서 이득행렬은 명확한 값으로 하고 있으나 이 값에 대한 정확한 지식이나 정보가 부정확하게 고려되는 것이 타당한 경우도 있다. 예를 들어, 참가자 P1이 전략 i 를 선택하고 참가자 P2는 전략 j 로 대응할 경우 참가자 P1의 이득은 대략 10만원가량 되며, 참가자 P2의 이득은 적어도 11만원쯤 된다는 것과 같은 경우이다. 이러한 부정확한 값은 퍼지수 $\widetilde{a_{ij}} = \widetilde{10}$만원, $\widetilde{b_{ij}} = \widetilde{11}$만원으로 나타낼 수 있다. 일반적으로 N(R)를 퍼지수 집합이라고 하자. 그러면 참가자 P1이 전략 i를 선택할 때 참가자 P2가 전략 j 로 대응할 경우에 참가자 P1의 대략의 이득을 퍼지수 $\widetilde{a_{ij}} \in N(R)$, 참가자 P2의 대략의 이득을 퍼지수 $\widetilde{b_{ij}} \in N(R)$로 놓으면 이득행렬은 $(\widetilde{A}, \widetilde{B}) = (\widetilde{a_{ij}}, \widetilde{b_{ij}})$, $(i,j) \in M, N$ 이 된다.
그러면 각 퍼지수의 소속함수는 각 참가자의 이득 달성정도를 나타내는 것이 된다. 따라서 이것를 고려한 쌍행렬게임을 퍼지쌍행렬게임(fuzzy bimatrix game)이라고 하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$FBMG = \{ P, M, N, (\widetilde{A}, \widetilde{B}) \} \text{ ------------------------------------ } (3)$$

단, P={P1,P2}, M={1,2,...,m}, N={1,2,...,n}이고 $(\widetilde{A}, \widetilde{B})$는 부정확성을 퍼지수로 나타낸 이득행렬이다.

본 연구에서는 식(3)의 퍼지쌍행렬게임의 모형를 선형상보문제(linear complementary problem)로 변환시켜서 퍼지수 사이의 순위법(ranking method)을 이용하여 해를 구하는 과정을 보이고자 한다.

2. 퍼지수 사이의 관계

일반적으로 퍼지선형계획모형은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} &Max \quad cx \\ &s.t. \quad \widetilde{a_i} x_i \le \widetilde{b_i}, \; i = 1, 2, \ldots, n \text{ ---------------------------------- } (4) \\ &\qquad\quad x \ge 0 \end{aligned}$$

단, $\widetilde{a_i} = (\widetilde{a_{i1}}, \widetilde{a_{i2}}, \ldots, \widetilde{a_{in}})$, $\widetilde{b_i} = (\widetilde{b_1}, \widetilde{b_2}, \ldots, \widetilde{b_n})$, $x \in R^n$ 및 $c \in R^n$이다.
Delgado[7]는 이러한 모형에 대하여 의사결정자는 이러한 제약을 완벽하게 달성하기보다는 어느 정도 위반되는 것을 허용하지 않을 수 없다고 보고 이 정도를 다음과 같이 소속함수로 나타냈다.

$$\mu^i : N(R) \to [0, 1], \; i \in M \text{ ------------------------------------ } (5)$$

의사결정자가 식(4)의 i 번째 제약에 허용할 수 있는 정도의 크기를 퍼지수 $\widetilde{t_i}$로 나타내면 이 값은 퍼지수 $\widetilde{a_i} x_i$와 $\widetilde{b_i}$사이의 적합성 정도로 측정되므로 식(5)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\widetilde{a_i} x_i < \widetilde{b_i} + \widetilde{t_i}(1-\alpha), \alpha \in (0, 1], \; i = 1, 2, \ldots, n \text{ --------------------- } (6)$$

기호 $<$ 은 의사결정자가 선택하는 퍼지수 사이의 순위관계를 의미하며, 퍼지볼록집합이 된다. 이 장에서는 식(6)의 관계 $<$ 에 적용되는 퍼지수는 삼각퍼지수(triangular fuzzy number)로 한정하며 다음의 관점을 중심으로 고려하기로 한다.

2.1 실수선상에 퍼지수를 사영하는 순위함수인 경우

이것은 Yager[8]가 제안한 순위함수를 이용한 방법으로 다음과 같이 정의된다

$$F : N(R) \to R \text{ ------------------------------------ } (7)$$

여기서 $\tilde{a}, \tilde{b} \in N(R)$이고 F가 순위함수이면 두 삼각퍼지수 사이의 관계 $\tilde{a} < \tilde{b}$ 는 $F(\tilde{a}) \leq F(\tilde{b})$가 된다. 따라서 $\tilde{a}$ 의 무게중심은 다음과 같이 구해진다.

$$F_1(\tilde{a}) = \frac{\int_{a^L}^{a^U} x\mu_{\tilde{a}}(x)dx}{\int_{a^L}^{a^U} \mu_{\tilde{a}}(x)dx} \quad \text{------------------------------------(8)}$$

단, a는 중위수이고 a^U 와 a^L 은 삼각퍼지수 $\tilde{a}$를 지지하는 상한 및 하한경계값이다.
이 결과를 식(6)에 적용하면 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^{n} [a_i^U + a_i^L + a_i]x \leq [b_i^U + b_i^L + b_i] + [t_i^U + t_i^L + t_i](1-\alpha) \quad \text{-------------------(9)}$$

한편, $\alpha_{\max} = hight(\tilde{a})$일 때 α-수준집합이 $[a_\alpha^L, a_\alpha^U]$이고, α-수준의 원소들의 평균치를 $M[a_\alpha^L, a_\alpha^U]$이라고 하면 Yager[7]의 F_2 지수는 $\tilde{a}$의 무게중심을 나타낸다.

$$F_2 = \int_0^{\alpha_{\max}} M[a_\alpha^L, a_\alpha^U]d\alpha \quad \text{---(10)}$$

이 결과를 식(6)에 적용하면 다음과 같이 된다.

$$\sum_{i=1}^{n} [a_i^U + a_i^L + 2a_i]x \leq [b_i^U + b_i^L + 2b_i] + [t_i^U + t_i^L + 2t_i](1-\alpha) \quad \text{---------------------(11)}$$

2.2 의사결정자가 확신하는 대소관계를 우선순위화 하는 경우

이 방법은 Adamo[5]가 제안한 k -선호지수로 다음의 식으로 정의된다.

$$F_k(\tilde{a}) = \max[x \mid \mu_{\tilde{a}}(x) \geq k] \quad \text{----------------------------------(12)}$$

그러면 $k \in [0,1]$의 소속도를 갖는 두 퍼지수 사이의 관계 $\tilde{a} < \tilde{b}$ 는 다음의 대소관계를 의미한다.

$$F_k(\tilde{a}) \leq F_k(\tilde{b}) \quad \text{--------------------------------------(13)}$$

따라서 이 결과를 식(6)에 적용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum_{i=1}^{n} [ka_i + (1-k)a_i^U]x \leq [kb_i + (1-k)b_i^U] + [kt_i + (1-k)t_i^U](1-\alpha) \quad \text{--------------(14)}$$

2.3 가능성 이론인 경우

Dubois[3]가 제시한 방법으로 $\tilde{a}$에 대한 $\tilde{b}$의 지배 가능성과 지배 필요성을 다음의 두 식으로 그 정도를 나타내었다.

$$Poss(\tilde{a} \leq \tilde{b}) = \text{Sup } Min[\mu_{\tilde{a}}(x), \ \mu_{\tilde{b}}(y)] \quad \text{----------------------------(15)}$$

$$\text{Nec }(\tilde{a} \leq \tilde{b}) = \text{Inf } Max[1-\mu_{\tilde{b}}(y), \ \mu_{\tilde{a}}(x)] \quad \text{-------------------------(16)}$$

이 두 식의 결과를 식(6)에 각각 적용하면 다음의 결과를 얻는다.

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x \leq b_i + t_i(1-\alpha) \quad \text{--(17)}$$

$$\sum_{i=1}^{n} [a_i + a_i^L]x \leq [b_i + b_i^L] + [t_i + t_i^L](1-\alpha) \quad \text{------------------------(18)}$$

3. 퍼지쌍행렬게임의 선형상보문제화

일반적인 쌍행렬게임에서 참가자 P1의 전략 $i(i=1,2,\ldots,m)$와 참가자 P2의 전략 $j(j=1,2,\ldots,n)$에 대한 이득행렬이 식(2)와 같다고 하자. 이 문제의 해는 선형상보계획법으로 변환시켜 구할 수 있는데 그 변환과정은 다음과 같다.

참가자 P1의 혼합전략 X와 참가자 P2의 혼합전략 Y에 대하여 각각 이득을 최대화하려고 하므로 이 때 (X^*, Y^*)를 평형점이라고 하자. 참가자 P1에 대하여

$$X^*AY^* \le XAY^*, \forall X \qquad \text{------------------(19)}$$

가 성립한다. 이 식으로부터

$$(X^*AY^*)e_m \le AY^* \qquad \text{------------------(20)}$$

을 얻을 수 있다. 일반성을 잃지 않는 한 $A>0, X^*AY^*>0$ 이므로 식(20)은 다음과 같이 변형된다.

$$e_m \le A\eta \qquad \text{------------------(21)}$$

단, $e_m=(1,1,\ldots,1)^T, \eta=Y^*/(X^*AY^*)$ 이다.

한편, 참가자 P2에 대해서는

$$X^*AY^* \le X^*AY, \forall Y \qquad \text{------------------(22)}$$

이 성립하며 이 식은 다음과 같이 변형된다.

$$(X^*AY^*)e_n \le B^TX^* \qquad \text{------------------(23)}$$

일반성을 잃지 않는 한 $B^T>0, X^*AY^*>0$ 이므로 식(23)은 다음과 같이 변형된다.

$$e_n \le B^T\xi \qquad \text{------------------(24)}$$

단, $e_n=(1,1,\ldots,1)^T, \eta=X^*/(X^*AY^*)$ 이다.

따라서 식(21)과 (24)로 변환된 쌍행렬게임의 선형상보문제를 구체적으로 나타내면 다음과 같이 된다.

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\,\eta_j \ge 1 \;,(i=1,2,\ldots,m)$$

$$\sum_{i=1}^{m} b_{ij}\,\xi_i \ge 1 \;,(j=1,2,\ldots,n) \qquad \text{------------------(25)}$$

여기서 식(3)의 퍼지쌍행렬게임을 선형상보문제로 변환하는 방법은 이와 같은 전통적인 쌍행렬게임을 선형상보문제로 변환하는 과정에서 찾을 수 있는데 그 방법은 다음과 같다. 우선 쌍행렬게임의 선형상보문제인 식(25)의 이득행렬 (a_{ij}, b_{ij})는 $(\widetilde{a_{ij}}, \widetilde{b_{ij}})$로 대체하고, 우변상수 1은 삼각퍼지수 $\tilde{1}$로 대체하면 된다. 왜냐하면 우변상수 1은 삼각퍼지수 $\tilde{1}$은 $a^L=a=a^U=1$인 특수한 경우에 해당하기 때문이다. 그러면 식(25)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum_{j=1}^{n} \widetilde{a_{ij}}\,\eta_j \ge \tilde{1} \;,(i=1,2,\ldots,m)$$

$$\sum_{i=1}^{m} \widetilde{b_{ij}}\,\xi_i \ge \tilde{1} \;,(j=1,2,\ldots,n) \qquad \text{------------------(26)}$$

이 결과는 식(4)로 표현된 퍼지선형계획모형과 같다. 그러므로 식(26)의 퍼지쌍행렬게임은 퍼지수 사이의 순위관계를 이용하면 해를 구할 수 있다. 그 과정은 다음과 같다.

참가자 P1이 i 번째 제약에 대한 위배정도의 크기를 $\widetilde{p_i}$ $(i=1,2,\ldots,m)$, 참가자 P2가 j 번째 제약에 대한 위배정도의 크기를 $\widetilde{q_j}$ $(j=1,2,\ldots,n)$라고 하면 식(26)은 식(6)에 의해서 관계 < 또는 >로 나타내 진다.

$$\sum_{j=1}^{n} \widetilde{a_{ij}}\, \eta_j > \tilde{1} - \widetilde{p_i}\,(1-\alpha),\, (i=1,2,\ldots,m),\, \alpha\in(0,1]$$

$$\sum_{i=1}^{m} \widetilde{b_{ij}}\, \xi_i > \tilde{1} - \widetilde{q_j}\,(1-\alpha),\, (j=1,2,\ldots,n),\, \alpha\in(0,1] \quad \text{---------------------(27)}$$

따라서 퍼지수 사이의 순위관계의 결과들을 식(27)에 적용하면 퍼지쌍행렬게임의 선형상보문제는 다음과 같이 수립된다.

Yager의 순위함수의 결과인 식(9)를 적용하면 식(27)은

$$\sum_{j=1}^{n} [a_{ij}^U + a_{ij}^L + a_{ij}]\eta_j \ge 3 - [p_i^U + p_i^L + p_i](1-\alpha),\, \forall_i$$

$$\sum_{i=1}^{m} [b_{ij}^U + b_{ij}^L + b_{ij}]\xi_i \ge 3 - [q_j^U + q_j^L + q_j](1-\alpha),\, \forall_j \quad \text{---------------------(28)}$$

이 되고, 이 식을 선형상보문제로 변환시키면

$$u_i - \sum_{j=1}^{n} [a_{ij}^U + a_{ij}^L + a_{ij}]\eta_j = -3 + [p_i^U + p_i^L + p_i](1-\alpha),\, \forall_i$$

$$v_j - \sum_{i=1}^{m} [b_{ij}^U + b_{ij}^L + b_{ij}]\xi_i = -3 + [q_j^U + q_j^L + q_j](1-\alpha),\, \forall_j \quad \text{---------------------(29)}$$

단, $u_i\ge0,\, v_j\ge0,\, \eta_j\ge0,\, \xi_i\ge0,\, u_i\xi_i + v_j\eta_j = 0,\, \forall_{i,j}$ 및 $\alpha\in(0,1]$
로 수립된다.
여기서 $\widetilde{a_{ij}}=(a_{ij}, a_{ij}, a_{ij})$, $\widetilde{b_{ij}}=(b_{ij}, b_{ij}, b_{ij})$ 이고 $\alpha=1$이면 식(29)는 전통적인 쌍행렬게임의 선형상보문제와 같아진다.

이와 같은 방법으로 Yager의 식(11)을 식(27)에 적용하면

$$u_i - \sum_{j=1}^{n} [a_{ij}^U + a_{ij}^L + 2a_{ij}]\eta_j = -4 + [p_i^U + p_i^L + 2p_i](1-\alpha),\, \forall_i$$

$$v_j - \sum_{i=1}^{m} [b_{ij}^U + b_{ij}^L + 2b_{ij}]\xi_i = -4 + [q_j^U + q_j^L + 2q_j](1-\alpha),\, \forall_j \quad \text{---------------------(30)}$$

단, $u_i\ge0,\, v_j\ge0,\, \eta_j\ge0,\, \xi_i\ge0,\, u_i\xi_i + v_j\eta_j = 0,\, \forall_{i,j}$ 및 $\alpha\in(0,1]$
이 된다.

Adamo의 k -선호지수의 결과를 식(27)에 적용하면

$$u_i - \sum_{j=1}^{n} [ka_{ij} + (1-k)a_{ij}^U]\eta_j = -1 + [kp_i + (1-k)p_i^U](1-\alpha),\, \forall_i$$

$$v_j - \sum_{i=1}^{m} [kb_{ij} + (1-k)b_{ij}^U]\xi_i = -1 + [kq_j + (1-k)q_j^U](1-\alpha),\, \forall_j \quad \text{----------------(31)}$$

단, $u_i\ge0,\, v_j\ge0,\, \eta_j\ge0,\, \xi_i\ge0,\, u_i\xi_i + v_j\eta_j = 0,\, \forall_{i,j}$ 및 $\alpha\in(0,1]$
가 된다.

한편, Dubois의 가능성 이론의 결과인 식(17)를 적용한 경우에는

$$u_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\eta_j = -1 + p_i(1-\alpha),\, \forall_i$$

$$v_j - \sum_{i=1}^{m} b_{ij}\xi_i = -1 + q_j(1-\alpha), \forall_j \quad \text{-------------------------------}(32)$$

단, $u_i \geq 0, v_j \geq 0, \eta_j \geq 0, \xi_i \geq 0, u_i\xi_i + v_j\eta_j = 0, \forall_{i,j}$ 및 $\alpha \in (0,1]$

이 되며, 식(18)을 적용한 경우에는

$$u_i - \sum_{j=1}^{n} [a_{ij} + a_{ij}^L]\eta_j = -2 + [p_i + p_i^L](1-\alpha), \forall_i$$

$$v_j - \sum_{i=1}^{m} [b_{ij} + b_{ij}^L]\xi_i = -2 + [q_j + q_j^L](1-\alpha), \forall_j \quad \text{----------------------}(33)$$

단, $u_i \geq 0, v_j \geq 0, \eta_j \geq 0, \xi_i \geq 0, u_i\xi_i + v_j\eta_j = 0, \forall_{i,j}$ 및 $\alpha \in (0,1]$

가 된다.

4. 수치예

이 장에서는 3장의 퍼지쌍행렬게임을 선형상보문제화하는 과정을 보인다. 참가자 P1과 P2, 참가자 P1의 전략은 2가지, 참가자 P2의 전략은 3가지이고, 각 참가자의 전략 선택에 따른 각각의 부정확한 이득행렬은 $(\tilde{A}, \tilde{B})$이라고 하자. 그러면 이 사실은 다음과 같이 표현된다.

$$FBMG = \{ P, M, N, (\tilde{A}, \tilde{B}) \} \quad \text{--}(34)$$

단, P={P1,P2}, M={1,2}, N={1,2,3}이고 $(\tilde{A}, \tilde{B})$는 부정확성을 삼각퍼지수로 나타낸 이득행렬로 다음과 같다.

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} \tilde{2} & \tilde{2} & \tilde{1} \\ \tilde{1} & \tilde{2} & \tilde{2} \end{pmatrix} \qquad \tilde{B} = \begin{pmatrix} \tilde{1} & \tilde{3} & \tilde{2} \\ \tilde{2} & \tilde{1} & \tilde{3} \end{pmatrix}$$

여기서 각각의 부정확한 이득과 제약정도의 위배정도가 삼각퍼지수로

$\tilde{1} = [2,0,1]$, $\tilde{2} = [3,1,2]$, $\tilde{3} = [4,2,3]$ 및 $\tilde{p}_1 = \tilde{p}_2 = [0.5, 0.2, 0.3]$,

$\tilde{q}_1 = \tilde{q}_2 = \tilde{q}_3 = [0.5, 0.2, 0.3]$이라고 하면, 퍼지쌍행렬게임은 식(26)에 의해서

$$\begin{aligned} \tilde{2}\eta_1 + \tilde{2}\eta_2 + \tilde{1}\eta_3 &\geq \tilde{1} \\ \tilde{1}\eta_1 + \tilde{2}\eta_2 + \tilde{2}\eta_3 &\geq \tilde{1} \\ \tilde{1}\xi_1 + \tilde{2}\xi_2 &\geq \tilde{1} \\ \tilde{3}\xi_1 + \tilde{1}\xi_2 &\geq \tilde{1} \\ \tilde{2}\xi_1 + \tilde{3}\xi_2 &\geq \tilde{1} \end{aligned} \quad \text{-------------------------------}(35)$$

이 된다. 식(35)를 각 제약식의 위배정도를 고려하면 식(27)에 의해서

$$\begin{aligned} \tilde{2}\eta_1 + \tilde{2}\eta_2 + \tilde{1}\eta_3 &> \tilde{1} - \widetilde{0.3}(1-\alpha) \\ \tilde{1}\eta_1 + \tilde{2}\eta_2 + \tilde{2}\eta_3 &> \tilde{1} - \widetilde{0.3}(1-\alpha) \\ \tilde{1}\xi_1 + \tilde{2}\xi_2 &> \tilde{1} - \widetilde{0.3}(1-\alpha) \\ \tilde{3}\xi_1 + \tilde{1}\xi_2 &> \tilde{1} - \widetilde{0.3}(1-\alpha) \\ \tilde{2}\xi_1 + \tilde{3}\xi_2 &> \tilde{1} - \widetilde{0.3}(1-\alpha) \end{aligned} \quad \text{----------------------}(36)$$

가 된다. 그러면 식(36)에 각 퍼지수 사이의 순위결과를 적용하면 해를 구할 수 있다.

먼저 Yager의 순위함수의 결과인 식(9)를 식(36)에 적용하면

$$6\eta_1 + 6\eta_2 + 3\eta_3 \geq 3 - (1-\alpha)$$

$$3\eta_1 + 6\eta_2 + 6\eta_3 \geq 3 - (1-\alpha)$$
$$3\xi_1 + 6\xi_2 \geq 3 - (1-\alpha) \quad \text{------------------}(37)$$
$$9\xi_1 + 3\xi_2 \geq 3 - (1-\alpha)$$
$$6\xi_1 + 9\xi_2 \geq 3 - (1-\alpha)$$

가 된다. 따라서 식(37)을 선형상보문제로 변형시키면

$$u_1 - 6\eta_1 - 6\eta_2 - 3\eta_3 = -3 + (1-\alpha)$$
$$u_2 - 3\eta_1 - 6\eta_2 - 6\eta_3 = -3 + (1-\alpha)$$
$$v_1 - 3\xi_1 - 6\xi_2 = -3 + (1-\alpha) \quad \text{------------------}(38)$$
$$v_2 - 9\xi_1 - 3\xi_2 = -3 + (1-\alpha)$$
$$v_3 - 6\xi_1 - 9\xi_2 = -3 + (1-\alpha)$$

가 된다. 식(38)의 해를 구하면[2]

$(u_1, u_2, v_1, v_2, v_3, \xi_1, \xi_2, \eta_1, \eta_2, \eta_3) = (0, 0, 0, 1, 0, 0.185, 0.074, 0, 0, 2)$

이 된다. 따라서 참가자 P1과 P2의 평형점과 대략의 게임값은

$$X^* = (0.71, 0.29), v(\alpha) = 6.5/[3-(1-\alpha)], \alpha \in (0, 1]$$
$$Y^* = (0, 0, 1), w(\alpha) = 6.143/[3-(1-\alpha)], \alpha \in (0, 1].$$

이 된다.

이와 같은 방법으로 Yager의 식(30)을 식(36)에 적용하면 해는 $(u_1, u_2, v_1, v_2, v_3, \xi_1, \xi_2, \eta_1, \eta_2, \eta_3) = (0, 0, 0, 1.091, 0, 0.157, 0.066, 0, 0, 2.091)$이 되고, 참가자 P1과 P2의 평형점과 대략의 게임값은

$$X^* = (0.70, 0.30), v(\alpha) = 8.522/[4-1.3(1-\alpha)], \alpha \in (0, 1]$$
$$Y^* = (0, 0, 1), w(\alpha) = 8.519/[4-1.3(1-\alpha)], \alpha \in (0, 1]$$

이 된다.

한편, Adamo의 k -선호지수의 결과인 식(31)을 k =0.8일 때 식(36)에 적용하면 $(u_1, u_2, v_1, v_2, v_3, \xi_1, \xi_2, \eta_1, \eta_2, \eta_3) = (0, 0, 0, 0.6, 0, 0.28, 0.08, 0, 0, 1.6)$인 해를 얻는다. 따라서 참가자 P1과 P2의 평형점과 대략의 게임값은

$$X^* = (0.78, 0.22), v(\alpha) = 2.575/[1-0.34(1-\alpha)], \alpha \in (0, 1]$$
$$Y^* = (0, 0, 1), w(\alpha) = 1.422/[1-0.34(1-\alpha)], \alpha \in (0, 1]$$

이 된다.

또한 Dubois의 가능성 이론의 결과인 식(32)을 식(36)에 적용하면 $(u_1, u_2, v_1, v_2, v_3, \xi_1, \xi_2, \eta_1, \eta_2, \eta_3) = (0, 0, 0, 0.6, 0, 0.28, 0.08, 0, 0, 1.6)$이 되므로, 참가자 P1과 P2의 평형점과 대략의 게임값은 각각

$$X^* = (0.78, 0.22), v(\alpha) = 2.375/[1-0.3(1-\alpha)], \alpha \in (0, 1]$$
$$Y^* = (0, 0, 1), w(\alpha) = 1.222/[1-0.3(1-\alpha)], \alpha \in (0, 1]$$

이 된다.

마지막으로 식(33)의 결과가 식(36)에 적용되면 그 해는

$(u_1, u_2, v_1, v_2, v_3, \xi_1, \xi_2, \eta_1, \eta_2, \eta_3) = (0, 0, 0, 0.857, 0, 0.224, 0.082, 0, 0, 1.857)$

이 되므로 참가자 P1과 P2의 평형점과 대략의 게임값은 각각

$$X^* = (0.73, 0.27), v(\alpha) = 3.642/[2-0.5(1-\alpha)], \alpha \in (0, 1]$$
$$Y^* = (0, 0, 1), w(\alpha) = 2.773/[2-0.5(1-\alpha)], \alpha \in (0, 1]$$

이 된다.

5. 결론

본 연구에서는 전통적인 쌍행렬게임의 이득행렬이 부정확한 값일 때 이 값을 삼각퍼지수로 나타내고 해를 구하는 방법을 제시하였다. 퍼지쌍행렬게임은 이득행렬이 부정확한 값이기 때문에 이를 전통적인 쌍행렬게임의 선형상보문제처럼 변환이 곤란하다. 그래서 쌍행렬게임이 선형상보문제로 변환된 결과에 직접 부정확한 이득행렬로 대체하면 일반적인 퍼지선형제약이 된다는 사실을 이용하였다. 그러면 퍼지수 사이의 순위관계를 적용할 수 있어 해를 구할 수 있다. 적용되는 순위화법의 결과에 따라 그 만큼 선형상보문제도 수립되므로 의사결정자는 여러 상황을 고려한 후에 가장 알맞은 결과를 선택할 수 있어서 전통적인 쌍행렬게임보다 적용성이 높다고 할 수 있다. 특히 제약의 위배정도는 의사결정자에 따라서 차이가 있기 때문이다. 본 연구에서 적용한 결과 이외에 Chang[4]의 지수도 적용할 수 있으며, 새로운 퍼지수 사이의 순위화법의 개발과 아울러 부정확한 이득행렬을 L-R형 퍼지수로 적용하는 문제는 앞으로 더 연구할 부분이다.

참 고 문 헌

[1] 박순달, "게임이론", pp.125-145, 대영사, 1982

[2] 박순달, "BASIC 프로그램집Ⅱ", pp.429-442, 대영사, 1987.

[3] D. Dubois and H. Prade, "Ranking fuzzy numbers in the setting of possibility theory", Inform.sci. 30, pp.183-224, 1983.

[4] H. Chang, "Ranking of fuzzy utilities with triangular membership functions", Proc. Int. Conf. on Policy Analysis and Information Systems, pp.263-272, 1981.

[5] J. M. Adamo, "Fuzzy decision trees", Fuzzy Sets and Systems 4, pp.207-219, 1980.

[6] L. Campos, "Fuzzy linear programming models to solve fuzzy matrix games", Fuzzy Sets and Systems 32, pp.275-289,1989.

[7] M. Delgado, J.L. Verdegay and M.A. Vila, "A general model for fuzzy linear programming", Fuzzy Sets and Systems 29, pp.263-272, 1981.

[8] R. R. Yager,"A procedure for ordering fuzzy subsets of the unit interval", Inform. Sci.,24, pp.143-161, 1981.