

라돈변환을 이용한 2차원 필터링

원 중 선

연세대학교 지구시스템학과

Two-Dimensional Filtering Through the Radon Transform

Joong-Sun Won

Department of Earth System Sciences, Yonsei University

Abstract

The Radon transform has been widely used in various techniques of digital image processing such as the computerized tomography, lineament analysis in a remotely sensed image, slant-stack processing of seismic data, and so on. Compared to the Fourier transform, the utility of two-dimensional convolutional or correlational properties of the Radon transform, however, has been underestimated. We show that the two-dimensional convolution and correlation is respectively reduced to be one-dimensional convolution and correlation with respect to ρ in the Radon space. Therefore, one can achieve a two dimensional filtering by applying a simple one-dimensional convolution in the Radon space followed by an inverse Radon transform. Tests of the approach using FIR filters are carried out specifically for enhancing the ship wake in a RADARSAT SAR image. The test results demonstrate that the two-dimensional filtering through the Radon transform effectively enhance the ship wake features as well as reducing sea speckle in the image.

Although two-dimensional convolution and correlation through the Radon transform are not so much useful as those through the Fourier transform in views of efficiency and effectiveness, it can be utilized to improve the quality of a digitally processed output when the process should be accompanied by the Radon transform such as tomography and lineament analysis of SAR image.

요 약

라돈변환은 디지털 토모그래피, 원격탐사 영상의 선구조 분석, 탄성파탐사 자료의 경사중첩 등 다양한 분야에서의 디지털 영상자료 처리에 폭넓게 이용되어 왔다. 그러나 라돈변환의 2차원 콘볼루션이나 상관관계 계산은 푸리에변환과 비교해 볼 때 그 효용성에 대해서는 거의 논의되지 못하였다. 본 논문에서는 2차원 콘볼루션이나 상관관계 계산은 라돈공간에서 ρ 에 대한 1차원 콘볼루션이나 상관관계로 차원이 낮아진다는 것을 유도하였다. 이를 이용하면 영상공간에서의 2차원 필터링을 라돈공간에서의 단순한 1차원 필터링으로 효과적으로 수행할 수 있다. 본 논문에서는 FIR 필터를 이용한 라돈공간에서의 1차원 필터링을 RADARSAT SAR 영상에서 선적에 의한 구조를 증강시키는데 적용하였다. 적용결과 라돈변환을 이용한 2차원 필터링은 스펙클 잡음을 줄일 뿐만 아니라 효과적으로 선적에 의한 구조를 증강시키는 것으로 나타났다.

비록 라돈변환을 이용하는 2차원 필터링은 푸리에변환을 이용하는 방법에 비하여 효율성과 효과도가 떨어져 단순한 필터링 목적으로는 적합치 못하나, 토모그래피나 SAR 영상을 이용하여 선구조 분석을 실시하는 경우와 같이 라돈변환이 필수적으로 적용되는 경우 라돈공간에서의 2차원 필터링을 부수적으로 적용하면 효과적으로 활용될 수 있다.

1. 개 요

여러 방향에서 투영된 자료로부터 원래의 물체의 형태 및 특성을 복원할 수 있는 라돈변환(Radon transform)은 1917년 독일의 J. Radon(1917)에 의해 최초로 제안된 후 그 변환의 특성에 대한 연구와 이용기술 개발이 꾸준히 이뤄졌다. 특히 패턴인식 및 기타 여러 분야에서 활용되고 있는 디지털 토모그래피(digital tomography) 이론의 발전과 함께 그 활용가치가 급성장 하였다.

라돈변환은 또한 원격탐사 자료를 이용한 선구조 분석을 위해서도 많이 사용되고 있다. 원격탐사 자료의 선구조 분석을 위해 하프변환(Hough transform)도 많이 사용되고 있으나, 실제로 하프변환은 라돈변환의 특수 경우에 불과하다(Deans, 1983). 원격탐사 자료에 라돈변환을 이용한 선구조 분석의 예로는 Murphy(1986) 등이 있다. 이와 유사하게 하프변환을 이용한 예로는 Liu *et al.*(1996), Wang and Howarth(1989), Duda and Hart(1972) 등이 있으며 특히 Illingworth and Kittler(1988)은 하프변환의 다양한 이용분야에 대해 자세히 조사한 결과를 기술하고 있다. 라돈변환의 일반적 특성에 대해서는 Deans(1983), Durrani and Bisset(1984), Beylkin(1987), Rosenfeld and Kak(1982) 등이 대표적이나 이밖에도 수많은 문헌에서 라돈변환의 특성에 대한 분석이 실시되었다. 의학계나 지구물리 탐사법에서 많이 사용되고 있는 디지털 토모그래피는 여러 방향에서 측정된 자료를 이용하여 내부구조를 복원하는데 그 기술개발이 집중되고 있으며 이를 위해 "filtered back-projection" 알고리즘이 흔히 사용되고 있으나(Kak, 1984), 최근에는 wavelet변환을 이용하는 알고리즘도 개발되고 있다(Sahiner and Yagle, 1993; Delaney and Bresler, 1995). 라돈변환은 토모그

라피와 관련된 영상처리 기술에 뿐만 아니라 탄성파탐사 자료의 자료처리 기술 중 하나인 τ - p 변환(혹은 slant-stack)에도 사용되고 있다.

대규모 구조분석은 원격탐사 기술의 지질학적 활용분야 중 대표적인 이용분야의 하나로서 특히 단층이나 파쇄대 등의 선구조 분석에 원격탐사 기술이 폭넓게 활용되고 있다. 따라서 영상자료에서 선구조 분석에 매우 유용하게 적용되고 있는 라돈변환이나 하프변환을 이용한 선구조 분석기술은 지질학적 선구조의 방향성 및 특징적인 선구조를 분석하는데 유용하게 이용되고 있다. 대부분의 라돈변환이나 하프변환을 이용한 선구조 연구는 변환된 좌표계에서의 선구조 방향성과 선구조의 위치를 구하는데 집중되고 있으나, 일부 라돈변환을 이용한 특정 잡음을 제거하는 기술로도 활용되고 있다(Russell *et al.*, 1990). 또한 Synthetic Aperture Radar(SAR) 영상자료로부터 연안해역에서 배의 항해흔적인 선적(ship wake) 판별을 위해 사용되며 Rey *et al.*(1990) 및 Copeland *et al.*(1995) 등이 그 좋은 예이다.

라돈변환의 특성은 그 동안 상세히 연구되어 왔으나 라돈변환에 의한 콘볼루션(convolution) 및 상관(correlation) 특성의 이용가치에 대해서는 별로 주목받지 못하였다. 그 이유는 공간좌표계에서의 콘볼루션이나 상관은 각각 라돈변환 공간에서도 역시 콘볼루션이나 상관을 유지하기 때문이다(Deans, 1983; Durrani and Bisset, 1984). 이에 반해 유사한 적분변환인 푸리에변환(Fourier transform)의 경우는 콘볼루션이나 상관은 푸리에 공간에서 단순한 곱셈으로 변형되어 계산상의 복잡성을 줄일 수 있다는 장점이 있다. 이에 따라 대부분을 필터링은 푸리에변환을 이용하여 실시되고 있다. 그러나 본 연구결과 2차원 콘볼루션이나 상관은 라돈변환시 1차원의 콘볼루션 및 상관으로 단순화되는 것을 알 수 있다. 따라서 단순한 라돈변환 공간에서의 선구조 분석 외에도 영상의 복원시 라돈변환 공간에서의 2차원 필터링을 통하여 영상의 증강효과를 높일 수 있다. 이에 본 연구는 라돈공간에서의 2차원 콘볼루션 특성에 대한 수학적 유도와 이에 따른 영상처리 과정에서의 2차원 필터링 활용 가능성에 대한 연구를 중심으로 하고 있다. 라돈변환을 통한 2차원 필터링의 예로서 본 연구에서는 SAR 영상에서 나타난 연안해역에서의 선적에 적용한 결과를 통하여 그 결과를 토론했고자 한다.

2. 2차원 콘볼루션 및 상관 함수의 라돈변환 특성

라돈변환의 여러 특성 중 콘볼루션과 상관에 대한 라돈변환은 별로 유용가치가 크지 못한 것으로 여겨져 왔으며, 이와 같은 가장 큰 이유는 콘볼루션 및 상관에 대한 라돈변환 결과는 라돈변환 공간에서도 각각 콘볼루션 및 상관을 계속 유지하기 때문이다(Deans, 1983; Durrani and Bisset, 1984). 이와 같은 특성은 콘볼루션이나 상관이 푸리에변환시 단순한 두 함수의 곱으로 전환되는 것과 비교해 볼 때 라돈변환의 단점인 것이다. 그러나 우리는 여기서 2차원의 콘볼루션 및 상관 함수에 라돈변환을 실시하면 각각 1차원의 콘볼루션과 상관으로 단순화되는 것을 유도 할 수 있으며, 그 유도과정은 다음과 같다.

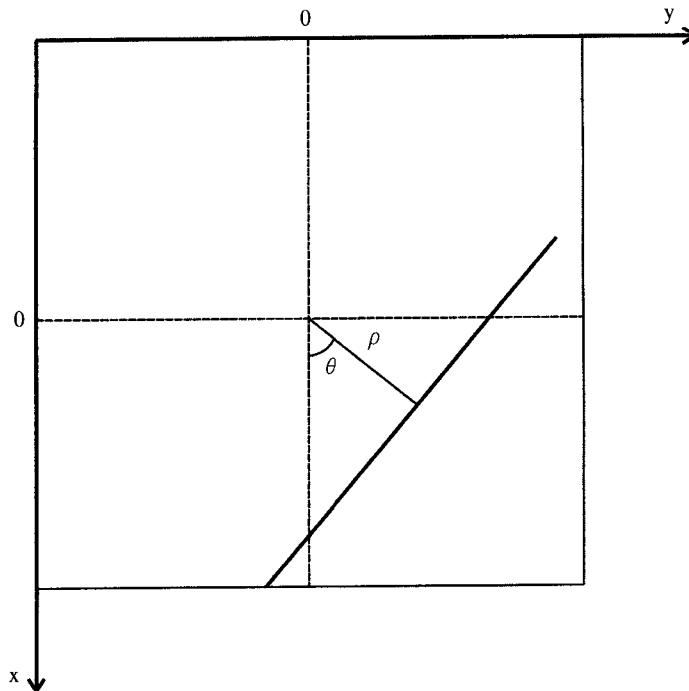


Figure 1. Coordinate specification of the feature space and the Radon transform parameters.

Fig. 1은 본 논문에서 사용하는 영상좌표계 및 라돈변환 공간 좌표계에 대한 정의를 나타낸다. Fig. 1에서와 같이 라돈공간에서의 ρ -축은 투영선의 수직반경을 나타내며 θ -축은 x -축으로부터의 수직선의 각도를 나타낸다. 함수 $f(x, y)$ 의 2차원 라돈변환(R)은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}
 F(\rho, \theta) &= Rf(x, y) \\
 &= \int \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(\rho - x \cos \theta - y \sin \theta) dx dy \dots\dots\dots (1)
 \end{aligned}$$

또한 2차원 콘볼루션의 정의는 다음과 같다. 즉,

$$q(x, y) = \int \int_{-\infty}^{\infty} f(x', y') g(x-x', y-y') dx' dy' \dots\dots\dots (2)$$

따라서 상기의 식 (1)과 (2)에 의해 2차원 콘볼루션에 대한 라돈변환은 다음과 같다. 즉,

$$\begin{aligned}
 Q(\rho, \theta) &= Rq(x, y) \\
 &= \int \int [\int \int f(x', y') g(x-x', y-y') dx' dy'] \delta(\rho - x \cos \theta - y \sin \theta) dx dy \dots\dots\dots (3) \\
 &= \int \int [\int \int g(x-x', y-y') \delta(\rho - x \cos \theta - y \sin \theta) dx dy] f(x', y') dx' dy'
 \end{aligned}$$

상기의 식 (3)에서 사각괄호 내부의 함수는 원래함수 $g(x, y)$ 에서 x' 및 y' 만큼 이동된 함수의 라돈변환을 의미한다. 라돈변환의 특성 중 이동함수에 대한 라돈변환 결과는

$$Rf(x-a, y-b) = F(\rho-x'\cos\theta - y'\sin\theta, \theta) \dots\dots\dots(4)$$

과 같다(Dean, 1983, pp. 72 Eq.(5.1)). 따라서 식(3)을 식(4)의 함수이동 성질을 이용하여 정리하면,

$$\begin{aligned} Q(\rho, \theta) &= \iint G(\rho - x'\cos\theta - y'\sin\theta, \theta) f(x', y') dx' dy' \\ &= \iint [\int G(\rho - \rho', \theta) \delta(\rho' - x'\cos\theta - y'\sin\theta) d\rho'] f(x', y') dx' dy' \dots\dots\dots(5) \\ &= \int G(\rho - \rho', \theta) [\iint f(x', y') \delta(\rho' - x'\cos\theta - y'\sin\theta) dx' dy'] d\rho' \end{aligned}$$

가 되며, 여기서

$$G(\rho, \theta) = Rg(x, y) \dots\dots\dots(6)$$

이다. 식(5)의 사각 괄호 안의 적분은 $f(x, y)$ 에 대한 라돈변환이므로 결국

$$Q(\rho, \theta) = \int G(\rho - \rho', \theta) F(\rho', \theta) d\rho' \dots\dots\dots(7)$$

이 된다. 즉 식 (7)에서 알 수 있듯이 2차원 콘볼루션에 대한 라돈변환은 ρ 방향의 1차원 콘볼루션으로 단순화된다. 상관에 대한 라돈변환 결과식도 이와 유사하게 유도할 수 있으나 여기에서는 생략한다. 라돈공간에서 특정한 θ 에 대한 ρ 값의 변화는 특정한 방향으로 투영된 함수의 변화를 의미한다. 따라서 식 (7)에서 보여 주는 것과 같이 2차원 콘볼루션은 라돈공간에서는 같은 방향으로 투영된 함수간의 1 차원 콘볼루션으로 단순화됨을 알 수 있다.

3. 라돈변환을 이용한 2차원 필터링 적용 예

1) 적용방법

앞 절에서 유도된 것과 같이 영상좌표계에서 2차원 콘볼루션 함수 혹은 상관관계 함수는 라돈공간에서는 1차원의 콘볼루션 혹은 1차원 상관으로 단순화된다. 푸리에변환에 의한 2차원 콘볼루션이나 상관관계 함수 계산의 경우 단순한 두 함수의 곱인 것과 비교해 볼 때 계산 효율적인 점에서는 푸리에변환을 이용하는 방법에 비해 효율적이지 못하다. 그러나 이미 투영된 라돈변환 함수로부터 역라돈변환을 통하여 영상복원을 하는 경우나 혹은 라돈공간에서의 상관 계산을 통하여 원하는 대상체를 구분하고자 하는 경우, 2차원 필터링은 단순한 1차원 콘볼루션 혹은 상관 계산을 통하여 가능하며 이와 같은 경우에 활용이 가능하다.

고주파통과(high-pass) 혹은 저주파통과 필터(low-pass filter)의 경우 적용되는 FIR (Finite-extent Impulse Response) 필터의 실제 크기는 영상에 비해 매우 작으며, 이에 따라 라돈공간에서의 콘볼

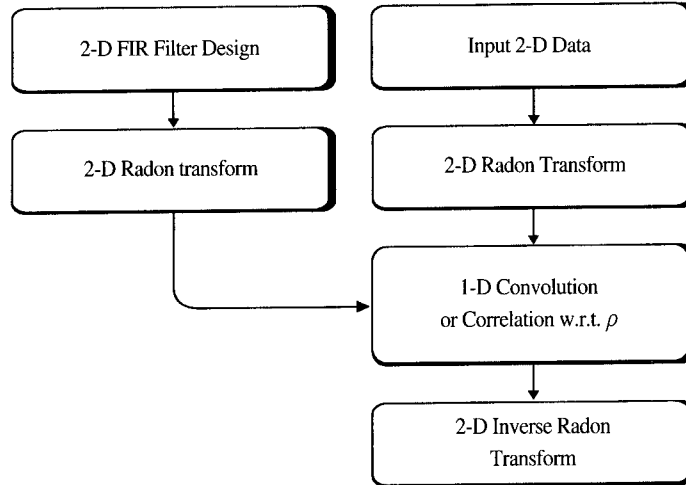


Figure 2. Flow chart for two-dimensional convolution or correlation process through the Radon transform.

류선에 필요한 계산의 수 또한 매우 작다. 본 연구에서 제안한 라돈변환을 이용한 2차원 콘볼루션 혹은 상관 함수의 계산을 위한 계통도는 Fig. 2와 같다. Fig. 2의 계통도에서 2차원 FIR 필터의 설계는 일반적으로 입력자료의 푸리에 스펙트럼의 특성을 고려하여 실시하게 된다.

2) SAR 영상자료에서의 선적의 특성

앞 절에서 유도된 2차원 콘볼루션 함수의 라돈변환에 대한 실제 활용의 타당성을 알아보기 하기 위해 SAR 영상을 이용한 선적의 관찰에 적용하였다. SAR 영상에서의 선적은 “V”자 형태로 나타나며, 이에 따라 Eldhuset(1989)은 연안에서의 선박 및 선적을 감지하는 방법을 제안하였다. SAR 영상은 일반적으로 speckle 잡음이 심하여 미세한 선구조가 그 방향성에 따라 영상공간에서의 육안 판별이 매우 어려운 경우가 종종 발생한다. 그러나 라돈변환은 직선을 따라 화소값을 적분하는 것이므로 직선의 구조는 라돈공간에서 증폭되어 신호 대 잡음비가 증가하는 반면, speckle은 평균되어 감소되는 특징을 갖는다. 이에 따라 라돈변환을 이용하여 speckle이 심한 SAR 영상 내에서의 선적을 찾는 방법이 Rey *et al.*(1990), Copeland *et al.*(1995) 등에 의해 개발되었다. Rey *et al.*(1990)의 방법은 SAR 영상으로부터 라돈변환에 의한 선적의 감지를 위해 전처리와 후처리 방법을 추가하였으나, 여전히 역라돈변환시 발생하는 인공적인 선구조 발생의 문제점을 안고 있다. Copeland *et al.*(1995)은 “localized Radon transform”과 자동화된 선적의 분별방법을 제안하였다. Liu *et al.*(1995)은 이와 유사하게 하프변환을 이용하여 선적의 라돈공간에서의 특성을 분석하였다. 이와 같은 방법들은 라돈공간에서의 선적의 특징을 구분하는데 중점을 두고 있으나, Rey *et al.*(1990)

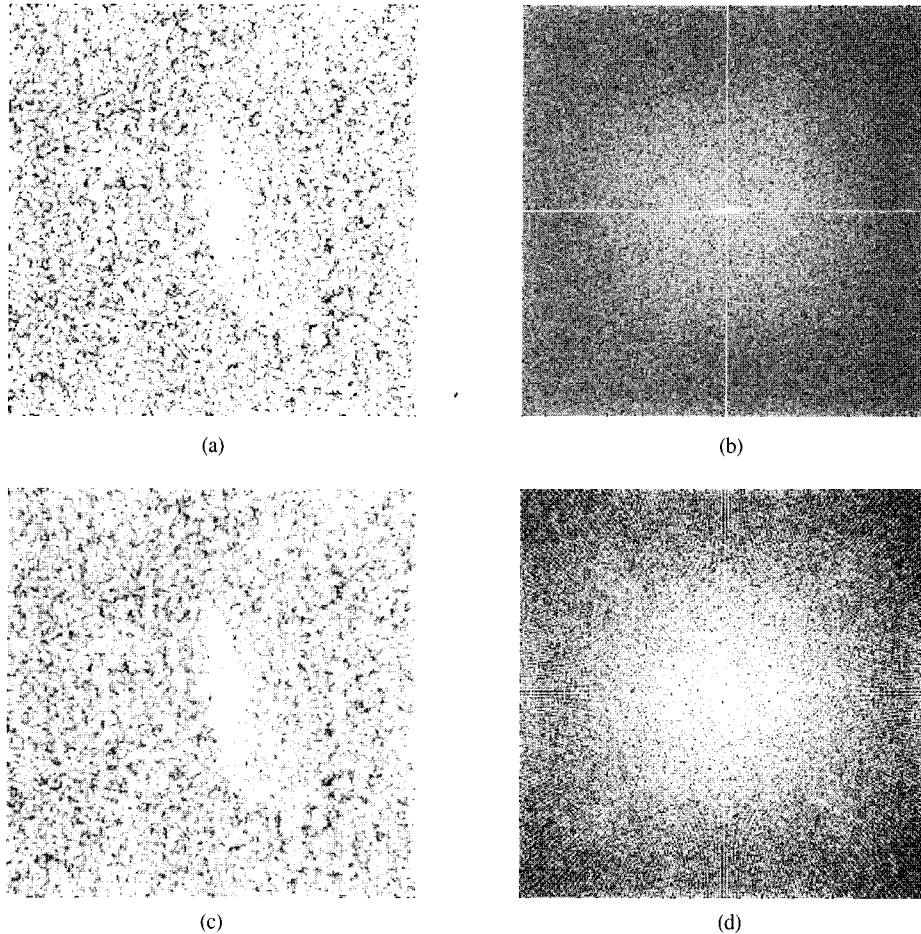


Figure 3. The original RADARSAT fine beam mode SAR image and a reconstructed image from the Radon transform: (a) the original image presenting ship wake as bright "V" shape while speckle is prominent in the rest of sea surface; (b) the logarithmic amplitude spectra of the image (a) showing near horizontal bright distribution which corresponds to near vertical ship wake; (c) the reconstructed image from the Radon transform using filtered back projection algorithm without any filtering process in the Radon space; (d) the logarithmic amplitude spectra of the image (c).

가 지적인 데로 역라돈변환을 이용하여 선적에 대한 영상의 복원하는 경우에는 역라돈변환시 발생하는 인공적인 선구조가 종종 발생하는 문제점이 있다. 또한 SAR 영상에서 선적을 분석하는 경우 speckle에 선적을 구분하기 어려운 경우가 종종 발생하며, 따라서 복원된 영상에서 신호 대 잡음비를 높이는 것도 고려되어야 할 문제점이다.

연안 해역에서의 RADARSAT SAR 영상은 연안의 특징적인 구조, 선박의 위치파악 등에 매우

유용하게 이용될 수 있으며, Fig. 3에서와 같이 선적을 이용한 선박의 위치 및 이동속도 파악 등에 활용될 수 있다(Won *et al.*, 1997). Fig. 3(a)와 (b)는 각각 본 연구에서 사용된 255×255 픽셀의 RADARSAT fine beam mode SAR 영상과 푸리에 도메인에서의 로그 스펙트럼을 나타낸다. Fig. 3(a)의 영상에서 밝은 화소값을 갖으며 “V”자 형태로 나타나는 구조가 선적이며, 이외의 특별한 구조가 발달하지 않은 일반 해상에서는 speckle이 잘 나타나고 있다. 이를 푸리에변환을 통해 얻은 로그 스펙트럼인 Fig. 3(b)를 자세히 관찰하면 거의 수평에 가까운 방향으로 비교적 높은 값이 선형의 분포를 나타내고 있으며, 이는 Fig. 3 (a)에서 관찰되는 수직방향에 가까운 선형의 선적에 의한 것임을 알 수 있다.

Fig. 3(c)와 (d)는 각각 Fig. 3(a)의 영상을 라돈변환을 취한 후 다시 역라돈변환을 취하여 얻어진 영상 및 이의 로그 스펙트럼이다. 본 연구에서 역라돈변환은 “Filtered Backprojection (Rosenfeld and Kak, 1984)”방법을 적용하였다. Fig. 3(c)와 원래의 영상 Fig. 3(a)를 비교하면 역라돈변환을 취하는 경우 영상에서 완전한 복원이 이뤄지지 못하여 주변의 해상과 선적에 의한 화소값의 차이가 적어지는 것을 알 수 있다. 따라서 역라돈변환을 실시하는 경우 이와 같은 영상 질의 저하를 막기 위하여 적절한 필터링이 필요하며, 이와 같은 필터링은 앞 절에서 설명한 라돈공간에서의 1차원 필터링 적용에 의해 가능하다.

필터링의 적용에 앞서 우선 SAR 영상에서 “V”자 형태로 나타나는 선적 및 주변 해상에 대한 영상공간과 라돈공간에서의 통계학적 특성 분석이 필요하다. 선적이 존재하지 않는 주변의 일반 해역에 대한 SAR 영상의 특성은 Fig. 4(a)에서와 같이 Rayleigh 분포를 갖으며, 이때 표준편차는 $2429.8 \times \sqrt{2}$ 의 값을 갖는다. 이와 같이 확률밀도함수가 전형적인 Rayleigh 분포를 갖는 것은 선형

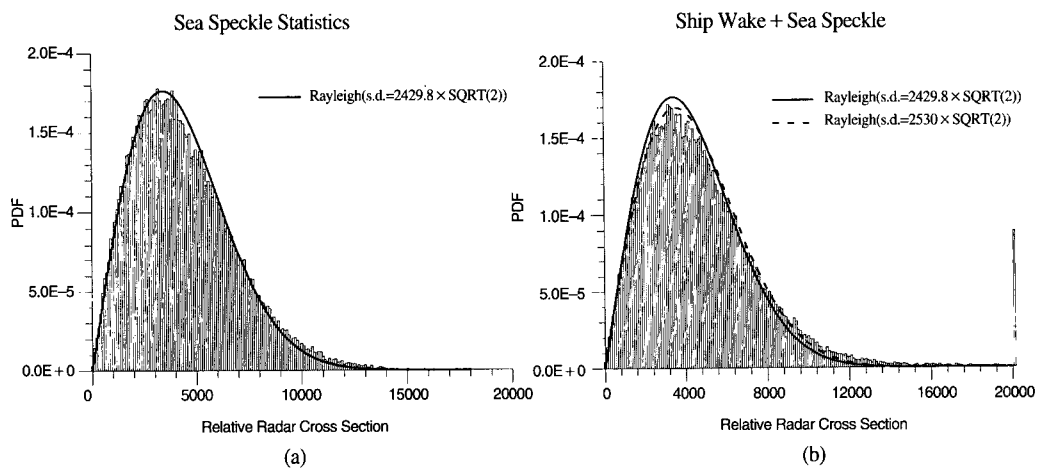


Figure 4. Sea speckle model of the SAR image: (a) a Rayleigh distribution model fitted to histogram of SAR image with no ship wake (b) the histogram of Fig. 3(a) in which the Rayleigh distribution model is slightly modified due to ship wakes.

수신(linear detection)된 single-look SAR의 특징이다. 흔히 광학영상 자료가 보여주는 정규분포의 경우는 평균값과 표준편차의 두 변수의 함수인 반면, Rayleigh 분포는 표준편차에 대한 단일 변수 함수이다. 선적이 존재하는 Fig. 3(a) 영상에 대한 확률밀도함수는 Fig. 4(b)에 보여주고 있으며 이를 Fig. 4(a)의 주변 해역에서의 특성과 비교해 볼 때 두 가지 특징이 나타난다. 첫째 전자기파에너지의 반사정도를 나타내는 상대적인 레이더 단면(Radar Cross Section) 값이 20,000 이상인 값이 상당히 존재하며, 이는 선적에 의해 발생한 매우 높은 레이더 단면에 의한 효과로 주변 해상에서는 거의 존재하지 않는 것을 알 수 있다. 두 번째 특징은 선적이 존재하는 경우 확률밀도함수가 Fig. 4(b)의 점선으로 표시된 것과 같이 Rayleigh 분포의 표준편차가 증가된 것을 알 수 있다.

Fig. 5의 (a)와 (b)는 각각 선적이 존재하지 않는 일반 해역의 영상과 선적이 존재하는 영상에 대한 라돈변환을 보여주는 것으로서, 본 연구에서 사용된 라돈변환의 샘플링 간격은 각각 $\rho=1$, $\theta=1^\circ$ 가 되도록 하였다. 따라서 255×255 픽셀의 영상자료에 대한 라돈변환 자료의 크기는 363×180 이 된다. Fig. 5(a)의 선적이 존재하지 않는 경우 특별히 높은 라돈변환 값을 갖는 밝은 부분이

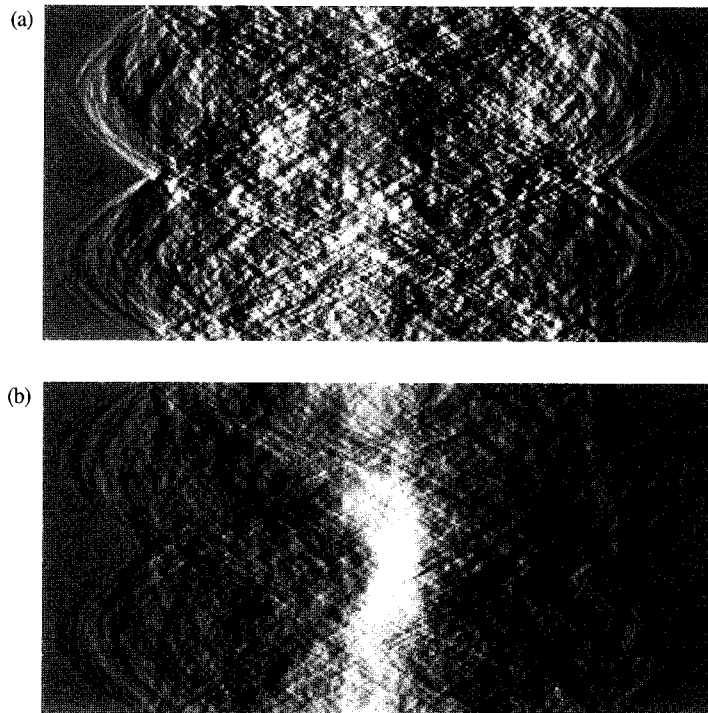


Figure 5. (a) The Radon transform of the SAR image taken from general sea surface region where no ship wake exists, and (b) that of the image with ship wakes as in Figure 3 (a). The bright spot in (b) about $\theta=100^\circ$ implies the lineament corresponding to ship wakes, while no significant points are observed in (a).

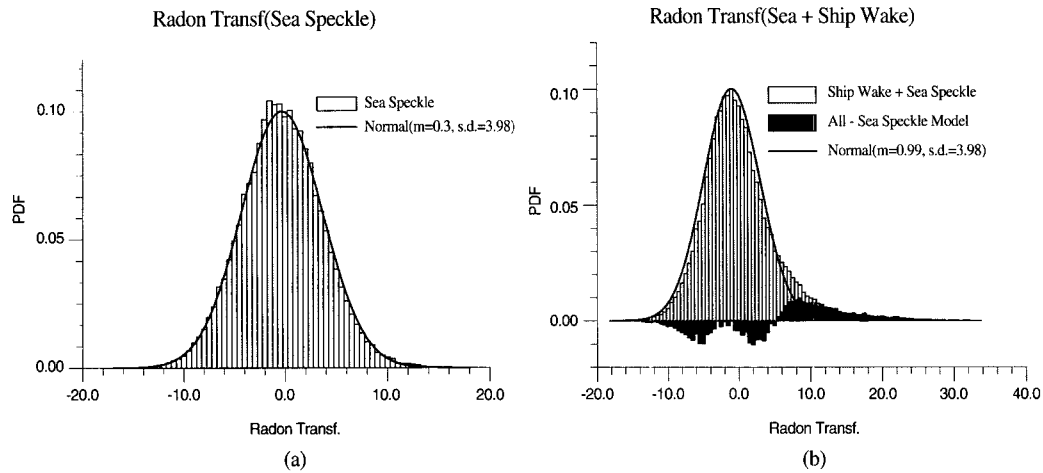


Figure 6. Sea speckle model in the Radon space: (a) a normal distribution model fitted to the Radon transform of sea speckle; (b) histogram of the Radon transform of Fig. 3(a) in which the contribution of ship wake can be separated by subtracting the sea speckle model estimated in (a).

나타나고 있지 않으나, Fig. 5(b)의 선적이 존재하는 영상의 라돈변환에서는 θ 값이 약 100인 부분 주변에 매우 밝은 부분이 존재함을 알 수 있다. SAR 영상 내에 선적이 존재하지 않는 일반 해역에 대한 라돈공간에서의 통계적 특성에 대한 분석 결과는 Fig. 6(a)에서 보는 것과 같다. 즉 Fig 6(a)에서 보여 주듯이 영상공간에서 Rayleigh 분포를 갖는 주변 해역의 특징은 라돈공간에서는 정규분포를 갖음을 알 수 있다. 레이더 단면 값에서 평균값을 뺀 후 라돈변환을 적용하였으므로 정규분포의 중심은 "0"에 존재하게 된다. 선적이 존재하지 않는 해역의 라돈변환은 Fig. 6(a)에서 굵은 실선으로 표시한 것과 같이 표준편차가 3.89인 정규분포를 갖는다. 일반 해역의 라돈변환에 대한 최적의 정규분포를 구한 결과 정규분포의 중심을 정확히 0.0에 일치하지는 않았으며 약 0.3의 값을 갖는다. 이는 실제 해상에서의 SAR 영상자료의 speckle 분포가 완전한 대칭적인 정규분포를 갖지 않기 때문인 것으로 사료된다. 그러나 여기서 중요한 것은 정규분포의 표준편차 값이며 중심 값은 선적이 있는 경우 변화되므로 중요한 역할을 하지는 않는다. 따라서 우리는 이 정규분포의 표준편차를 본 연구에 사용한 SAR 영상자료에서 특별한 구조가 포함되어 있지 않은 일반 해역에 대한 라돈변환의 확률밀도함수의 표준편차로 가정할 수 있다. Fig. 6(b)는 선적이 포함되어 있는 경우의 라돈변환으로 Fig. 5(b)에 대한 확률밀도분포 이다. 이 경우 역시 평균값을 뺀 후 라돈변환을 적용하였다. 선적이 존재하는 경우는 정규분포를 이루지 않으며 평균적인 해상에서의 레이더 단면값 보다 대체로 높은 값을 갖는다. 따라서 평균값을 뺀 후 라돈변환을 적용한 결과인 Fig. 6(b)에서 일반해상에 의한 부분인 정규분포의 중심부는 -0.99로 음의 값을 갖게 된다. Fig. 6(b)에서 굵은 실선은 Fig. 6(a)에서 얻어진 선적이 존재하지 않는 주변 해역에 대한 라돈공간에서의 확률밀도함수로서 이는 Fig. 3(a)에서 선적에 의한 구조를 제외한 부분에 의한 분포임을 알 수 있다.

Fig. 6(b)에서 확률밀도분포 중 굵은 실선으로 나타낸 일반 해역에 의한 분포로 가정되는 정규분포 값을 빼 주면 검은 색 막대그래프가 생성되며, 이는 양의 값을 갖는 부분과 음의 값을 갖는 부분으로 나뉜다. 라돈변환 값이 약 6.0인 점을 중심으로 이보다 큰 값은 대체로 양의 분포를 나타내며, 이보다 작은 값에서는 음의 분포를 갖는다. 이는 Fig. 3(a)에서 선적의 의해 발달한 선형의 구조가 Fig 5(b)에서 알 수 있듯이 라돈공간에서는 큰 라돈변환 값을 갖고 일정한 부분에 집중되어 나타난다. 이 부분이 확률밀도함수에서 일반적인 해역에서 특징적으로 나타나는 정규분포 보다 큰 값이 증가한 것을 의미하며, 반면 라돈변환 값 약 6.0이하에서는 그 분포가 일반해역에서 보다 감소하였음을 알 수 있다. 따라서 라돈공간에서 선적에 대응되는 부분은 라돈변환 값 6.0 이상을 갖는 부분 중 양의 분포를 갖는 부분임을 알 수 있다. 특히 라돈변환 값 약 15이상에서는 해상의 일반적인 특성에 의한 영향은 거의 존재하지 않으며 따라서 이는 순수하게 선적에 의한 구조를 나타냄을 알 수 있다.

한가지 더 고려할 점은 우리가 라돈변환을 적용함에 있어서 SAR 영상의 평균값을 빼 준 후 변

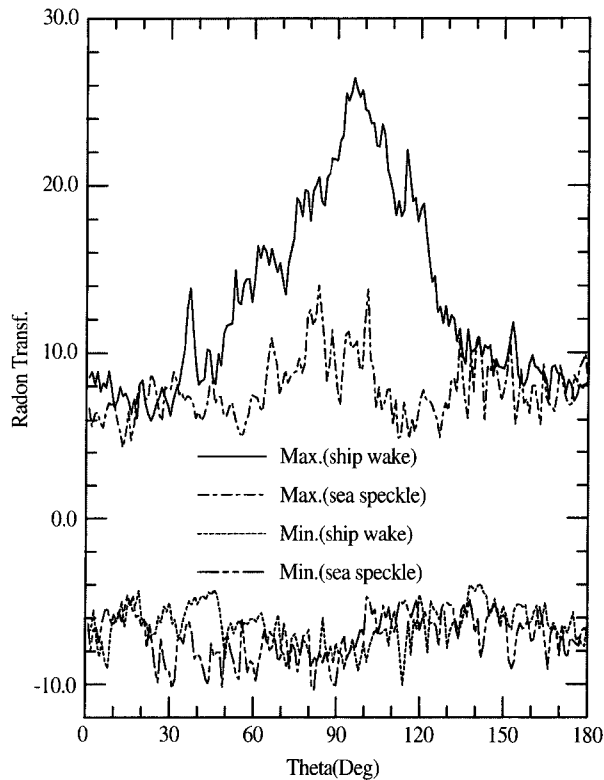


Figure 7. Variation of maximum Radon transform with respect to θ .

환을 실시하였으므로 두 종류의 선구조를 예상할 수 있다. 즉 영상에서 밝은 화소로 표현되며 매우 높은 레이더 단면 값을 갖는 선구조와 반대로 매우 낮은 레이더 단면을 갖는 선구조가 있다. 그러나 선적이 존재하는 Fig. 3(a)의 경우는 Fig. 7에서 볼 수 있듯이 레이더 단면이 높은 값을 갖는 구조만이 존재함을 알 수 있다. Fig. 7은 Fig. 5(a)와 (b)에서 θ 의 변화에 따른 최댓값 및 최소값의 변화를 나타낸 것이다. 여기서 최소 값은 변화는 선적이 존재하는 영상이나 선적이 존재하지 않는 일반 해역에서 모두 유사한 분포를 갖으며 θ 의 변화에 따라 특별한 변화는 나타나지 않고 있으나, 반면 최댓값은 변화는 선적이 존재하는 경우와 존재하지 않는 경우가 매우 다른 경향을 보이고 있다. 즉 Fig. 7에서 일점쇄선의 선적이 존재하지 않는 일반 해역의 경우의 최댓값 변화는 θ 에 따른 특별한 변화경향은 나타나지 않고 있으나, 반면 Fig. 7에서 실선은 선적이 존재하는 경우의 최댓값의 변화로서 θ 값이 약 100° 인 경우를 중심으로 하여 급격히 증가되는 것을 알 수 있다. Fig. 7의 결과를 종합하면 Fig. 3(a)에서 선적은 100° 즉 북북서 방향의 높은 레이더 단면을 갖는 선구조를 발생시킨 것으로 해석할 수 있으며, 낮은 레이더 단면에 의한 뚜렷한 선구조는 발달하고 있지 않음을 알 수 있다.

3) 라돈변환을 이용한 필터링 결과

역라돈변환을 취하여 원래의 영상을 복원할 때 Fig. 3(c)의 경우와 같이 영상의 질이 떨어지는 경우(즉 신호대 잡음비가 낮아지는 경우)가 흔히 발생한다. 이를 보완해 주기 위해 앞 절에서 설명한 라돈공간에서의 1차원 필터링을 통하여 영상을 증강시켜 줄 수 있다. 본 연구에서는 Fig. 3(c)와 같이 역라돈변환에 의해 얻어지는 영상에서 선적의 선구조를 증강시켜 주기 위해 두 종류의 필터를 적용하였다. 첫 번째 필터는 고주파 영역의 잡음을 제거하기 위해 설계된 저주파통과 필터이며, 두 번째는 선적에 의해 발달한 선구조의 방향성을 고려하여 설계된 "X" 형태의 필터이다. 2차원 FIR 필터의 라돈공간에서의 1차원 콘볼루션을 통한 필터링은 Fig. 2의 계통도를 따라 실시된다. 이를 위해 우선 필요한 2차원 FIR 필터를 설계해야 된다. 2차원 FIR 필터를 설계하는 방법은 여러 가지가 있으나 본 연구에서는 그 중 가장 손쉬운 윈도우를 이용하는 방법을 사용하였다. 이 방법은 FIR 필터 설계에 흔히 사용되는 방법 중의 하나로 이상적인 필터를 설계한 후 이에 원형이나 사각형의 윈도우 함수를 곱하여 2차원 FIR 필터를 얻는 방법이다(Dudgeon and Mersereau, 1984).

본 연구에서 사용된 2차원 FIR 필터는 31×31 의 크기를 갖도록 설계하였으며, Fig. 3(b)에서 나타나는 영상자료의 스펙트럼 특성을 고려하여 Fig. 8 및 Fig. 9와 같은 두 종류의 필터를 시험 적용하였다. 첫 번째의 저주파통과 필터는 $-\pi/2 \sim \pi/2$ (즉 저주파 50% 영역) 구간만을 통과시키며 통과영역과 주변과는 60dB 차이가 나도록 설계하여 Fig. 8(a)와 같은 푸리에 스펙트럼 특성을 갖는다. 이 2차원 저주파통과 2차원 FIR 필터의 영상공간에서의 형태는 Fig. 8(b)에 나타난 것과 같으며, 영상공간에서 역시 원점을 중심으로 한 원대칭을 이루고 있다. 이 필터를 라돈변환을 취한 후 라돈공간에서 1차원 콘볼루션을 실시함으로써 우리는 복원된 영상에서 고주파 잡음인 speckle

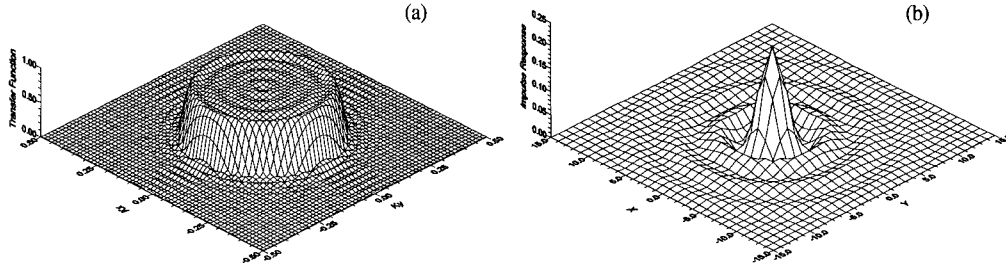


Figure 8. The characteristics of the low-pass filter designed in this study: (a) the Fourier spectra of the low-pass filter, and (b) the impulse response of the filter in the feature domain. The filter is composed of a 31 by 31 data array in the feature domain.

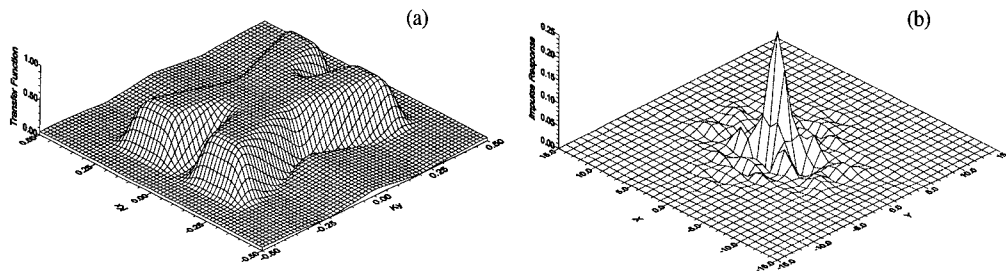


Figure 9. The characteristics of the "X"-shape filter designed in this study: (a) the Fourier spectra of filter, and (b) the impulse response of the filter in the feature domain.

을 줄일 수 있을 있다는 것을 예상할 수 있다. 두 번째 필터는 Fig 3(b)에서와 같이 선적에 의해 발생하는 선구조의 방향성을 고려하여 Fig. 9(a)와 같이 푸리에 스펙트럼의 특징이 "X" 자 형태를 갖도록 설계하였다. Fig. 9(a)에 나타나는 필터의 스펙트럼 특성은 최소 통과영역을 30% 및 최대 통과영역을 70%로 각각 하였으며, "X"자 형의 중심선의 K_y -축에 대한 기울기가 0.15가 되도록 설계하였다. 여기서 사용한 기울기 0.15는 특별히 설계된 값은 아니며 다만 영상에서 약 8.6° 의 기울기를 갖는 수직선을 나타내는 것으로 Fig. 3(a)의 영상에서 선적을 방향과 유사하다. 즉 영상에서 수직에 가까운 선구조에 대한 푸리에 스펙트럼 특성은 수평적인 분포를 갖게 되므로 Fig. 9(a)와 같은 "X" 자 형의 필터는 수직에 가까운 선구조를 증강하면서 고주파 영역에 집중되는 잡음을 제거하는 특징을 예상할 수 있다. 이로부터 설계된 31×31 2차원 FIR 필터에 대한 영상공간에서의 형태는 Fig. 9(b)와 같으며 Fig. 8(b)에 나타난 저주파통과 FIR 필터와 비교해 볼 때 사이드로브(side-lobe)가 급속히 감소하는 형태를 갖는 것을 알 수 있다. 이와 같은 "X"자 형태의 2차원 필터는 탄성과 탐사의 자료처리에서 특정 방향의 신호를 증강시키기 위해 종종 사용되는 방법이기도 하다.

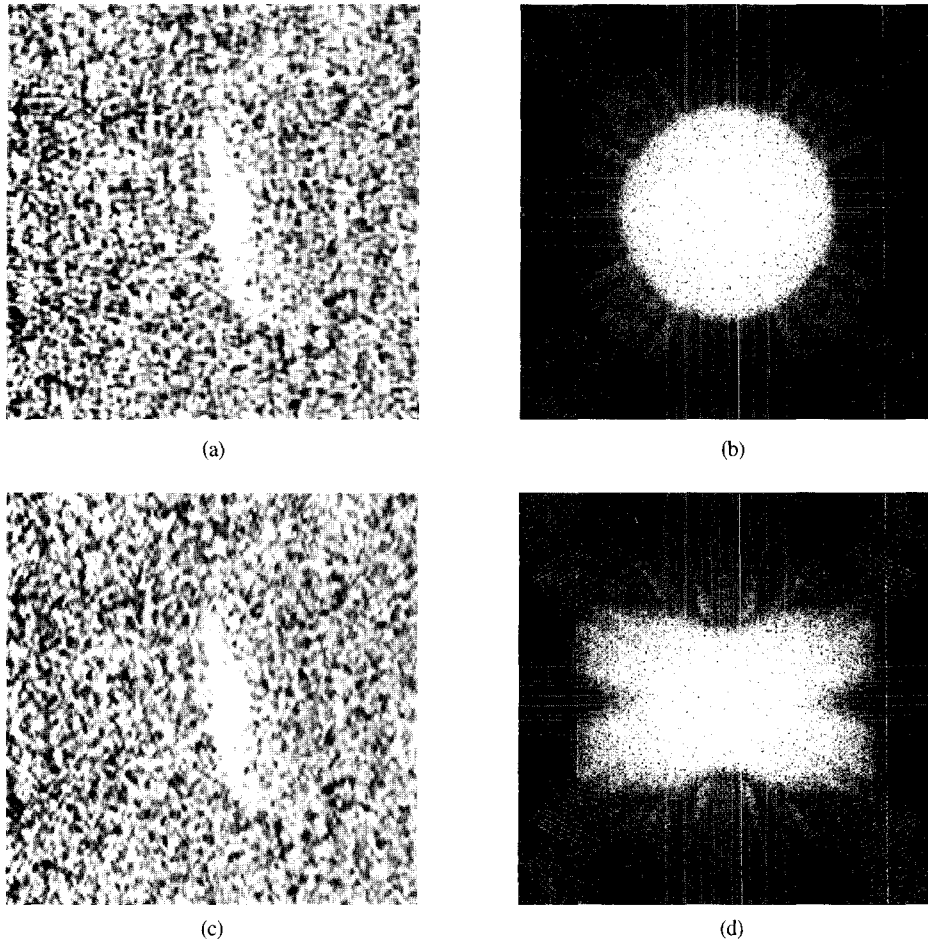


Figure 10. The reconstructed image from the Radon transform after applying the filters in the Radon space: (a) the reconstructed image after low-pass filtering in the Radon space, and (b) its Fourier spectra; (c) the reconstructed image after "X"-shape filtering in the Radon space, and (d) its Fourier spectra.

Fig. 8(b)와 Fig. 9(b)에 보여주고 있는 설계된 2차원 FIR 필터를 라돈변환 하면 자료의 크기는 54×180 로서, 이를 Fig. 5(b)의 원래 영상의 라돈변환 자료와 ρ 에 관한 1차원 콘볼루션 과정을 통하여 2차원 필터링을 실시하게 된다. 이와 같은 과정에 얻어진 2차원 필터링을 거친 자료는 Fig. 2의 계통도에서와 같이 역라돈변환을 실시하여 최종적으로 복원된 영상을 얻게 된다. Fig. 10(a)와 (c)는 각각 Fig. 8의 저주파통과 필터와 Fig. 9의 "X"자 형 필터를 적용하여 얻어진 최종 결과이다. 라돈공간에서의 1차원 콘볼루션에 의한 2차원 필터링이 얼마나 효과적인가를 검증하기 위해 Fig. 10(a)와 (c)에 푸리에변환을 적용하여 각각 Fig. 10(b) 및 (d)와 같은 푸리에 스펙트럼을 얻었다.

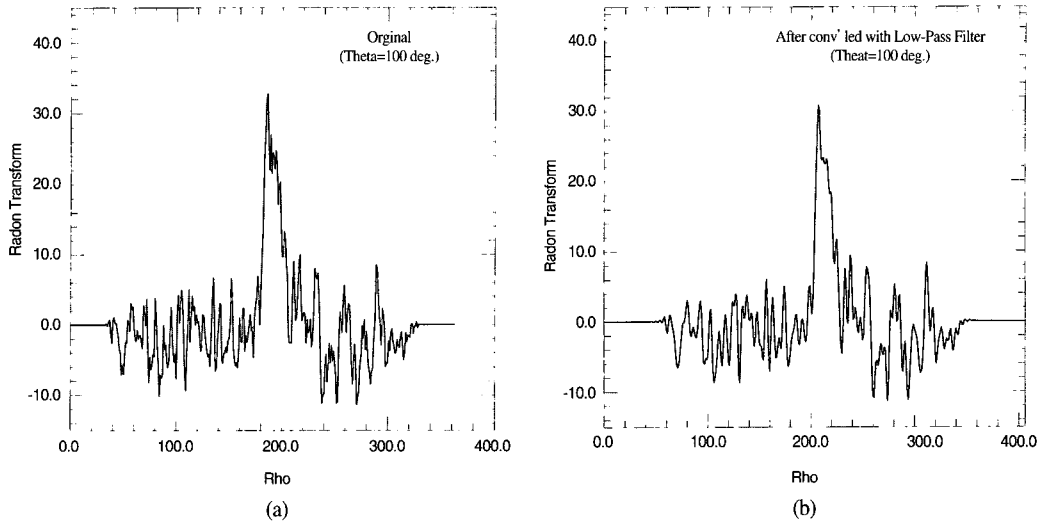


Figure 11. The Radon transform along Rho line of theta $\theta = 100^\circ$: (a) the Radon transform of the original data, and (b) that after applying the low-pass filtering process in the Radon space.

Fig. 10(b)와 (d)를 설계된 스펙트럼 형태인 Fig. 8(a) 및 Fig. 9(a)와 비교해 보면 저주파통과 필터의 경우는 Fig. 10(b)에서 보여주듯이 원래 설계된 형태를 잘 보여주고 있다. 그러나 “X”자 형 필터의 적용결과인 Fig. 10(d)와 원래 설계된 Fig. 9(a)를 비교해 보면 “X”자 형의 각 끝부분의 경계면이 뚜렷하지 않은 것을 알 수 있다. 이와 같은 문제점 역시 다양한 2차원 FIR 필터의 설계를 통하여 극복될 수 있을 것으로 사료된다.

Fig. 10(a)와 (c)의 라돈공간에서의 필터링을 통하여 복원된 영상과 원래 영상인 Fig. 3(a) 및 역라돈변환에 의해 복원된 Fig. 3(c)와 비교해 보면 라돈공간에서의 필터링을 적용함으로써 선적에 의해 나타나는 선구조의 증강과 주변 해역에서의 speckle을 효과적으로 줄인 것을 알 수 있다. 이와 같은 영상의 증강은 Fig. 11을 이용하면 쉽게 설명될 수 있다. Fig. 11의 (a)와 (b)는 각각 원래 영상의 라돈변환 중 θ 가 100° 인 선의 자료와 라돈공간에서 필터링을 적용한 후 얻어진 같은 선상의 자료를 보여주는 한 예이다. 원래 영상의 라돈변환인 Fig. 11(a)의 경우 고주파의 변화가 매우 심하게 나타나는 것을 알 수 있으며, 이는 역라돈변환을 적용하는 경우 복원된 영상에서 잡음으로 나타나게 된다. 반면 Fig. 11(b)의 저주파통과 필터를 라돈공간에서 적용한 결과를 Fig. 11(a)와 비교하면 고주파 특성을 갖는 부분이 제거된 것을 알 수 있으며, 이에 따라 역라돈변환에 의해 복원된 영상에서도 고주파 잡음이 적어지게 된다.

이와 같은 라돈공간에서의 필터링 효과를 좀 더 체계적으로 분석하기 위해 필터링을 적용 후의 라돈변환에 대한 히스토그램을 Fig. 12와 같이 작성하였다. Fig. 12(a)와 (b)는 각각 라돈공간에서 저주파통과 필터와 “X”자 형 필터를 적용한 후 얻어진 라돈변환의 통계적 특성을 보여주는 것

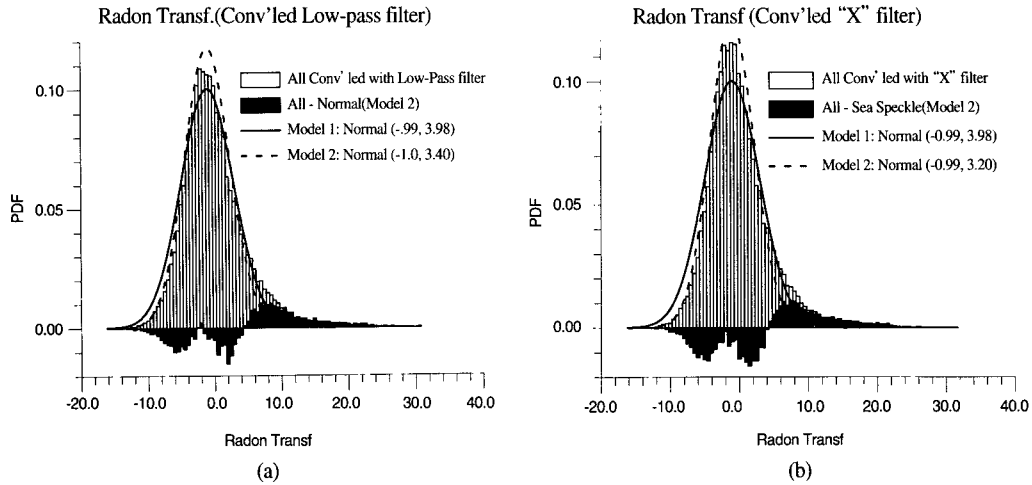


Figure 12. Histogram of the Radon transform after applying (a) low-pass filter and (b) "X"-shape filter in the Radon space. The variance of the best fitting normal distribution model is reduced in both cases.

로 Fig. 6(b)의 경우와 비교된다. 원래 영상의 라돈변환의 통계적 특징을 나타내는 Fig. 6(b)의 경우 주변해역의 특징인 정규분포와 이를 제거했을 때 선적에 의한 효과인 양의 분포가 있다. Fig. 12(a) 및 (b)에서 굵은 실선(Model 1)이 Fig. 6(b)에서 얻어진 정규분포 모델을 나타내며, 굵은 점선(Model 2)는 각각의 필터를 적용 후 얻어진 분포로부터 얻어진 최적의 정규분포이다. Fig. 12에서 알 수 있듯이 라돈공간에서 필터링을 적용한 후 정규분포 모델의 분산이 작아지며 중심부의 확률밀도함수 값은 증가한 것을 알 수 있다. 즉 라돈공간에서 나타나는 정규분포 모델은 Fig. 6(a)에서 설명한 것과 같이 특별한 구조가 없는 균질한 해상에서 speckle에 의한 것이다. 따라서 필터링에 의해 speckle에 의한 영향을 감소시킴으로서 정규분포 모델의 분산이 작아지며, 이에 따라 상대적으로 양의 분포를 갖는 부분이 증가하게 된다. 즉 필터링을 적용 후 최적의 정규분포 모델의 분산이 작을수록 효과적으로 speckle이 제거된 것이며, Fig. 12(a)와 (b)의 경우를 이 관점에서 볼 때 저주파통과 필터의 적용결과 각각 원래 모델에 비해 분산이 85.4%로 "X"자 형의 필터의 적용 결과는 80.4%로 감소되었음을 알 수 있다.

SAR 영상에 나타나는 선적과 같은 선구조를 라돈공간에서의 1차원 필터링을 통하여 얼마나 효과적으로 증강시킬 수 있는가 하는 기준은 speckle 잡음의 제거 외에 선구조를 얼마나 잘 보존하는가 하는 점이다. 즉 SAR 영상처리 과정은 가능하면 speckle의 효과는 최대한 줄이면서도 실제 존재하는 점이나 선형의 구조 혹은 지구표면에 특성이 다른 구조물간의 경계면은 최대한 유지할 수 있어야 한다. 그러나 원래 SAR 영상에 경계면이 실제로 얼마나 잘 보존되는가를 검증하는데는 많은 어려움이 따르나 본 연구에서는 Hagg and Sties(1996)가 제시한 최소자승법을 이용하여 검증 실시하였다. 이 방법은 원래 영상과 얼마나 잘 일치하는가를 이용하여 검증하는 방법으로 계산결

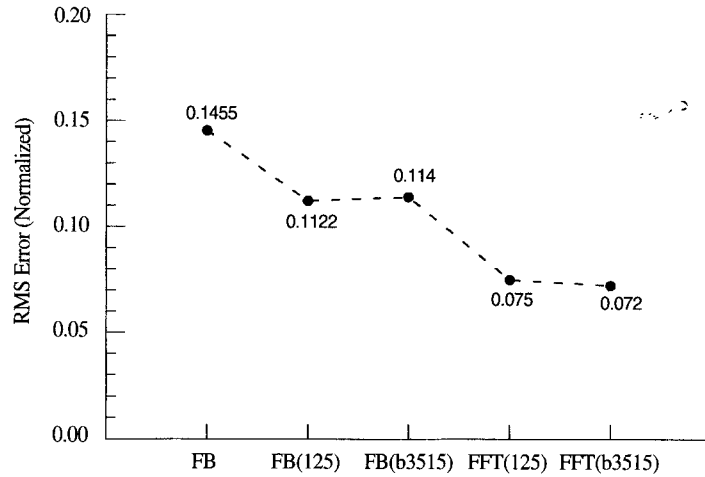


Figure 13. The RMS errors of the resulting images.

과가 “0”에 가까울 수록 경계면이 잘 보존되었음을 알려준다. 본 연구에서 얻어진 적용결과는 Fig. 13와 같다. Fig. 13에서 “FB”는 역라돈변환을 취하여 얻어진 Fig. 3(c) 영상과 Fig. 3(a)의 원래 영상과의 계산결과로 0.1455이다. 반면 라돈공간에서 필터링을 적용하여 얻어진 결과인 “FB(125)” 및 “FB(b3515)”의 경우 각각 0.1122와 0.114의 값을 갖는다. 즉 두 경우 모두 약 22.9% 혹은 21.1%의 개선이 이뤄졌음을 알 수 있다. 이는 결국 라돈공간에서 단순한 역라돈변환에 의한 영상복원은 인위적인 잡음을 발생하므로, 역라돈변환에 앞서 적절한 필터링을 적용하는 것이 효과적임을 알 수 있다. Fig. 15에서 “FFT(125)” 및 “FFT(b3515)”는 Fig. 3(c)에서 역라돈변환에 의해 얻어진 영상을 푸리에변환을 취한 후 이에 Fig. 8(a) 및 Fig. 9(a)의 필터함수를 직접 적용하여 얻어진 결과로 라돈공간에서의 1차원 콘볼루션에 의해 얻어진 결과보다 좋은 결과는 보인다.

결국 단순한 2차원 필터링을 위해 본 연구에서 제시하고 있는 라돈변환을 이용한 1차원 필터링 과정은 그 계산의 효율성이나 역변환에 의한 영상의 복원정도에 있어서는 푸리에변환 보다는 우수하지 못하다. 그러나 앞서 설명한 것과 같이 라돈변환을 통한 선구조 분석은 푸리에변환 보다 우수하며 보편적으로 활용되고 있는 방법이며, 또한 일부 방향성을 갖는 노이즈를 제거하는 데 있어 종종 사용되고 있다. 또한 토모그래피에서와 같이 투영된 신호로부터 원래의 영상복원을 복원하기 위해서는 역라돈변환을 이용해야만 가능하다. 따라서 본 연구에서 밝혀진 라돈변환을 이용한 필터링 방법을 비록 필터링 그 자체만을 목적으로 할 때는 푸리에변환을 이용하는 것이 효과적이거나, 라돈변환을 필요로 하는 여러 자료처리 과정에 있어 필터링을 추가하고자 할 때는 라돈공간에서 2차원의 필터링 과정 대신 1차원의 간단한 계산과정을 추가함으로써 목적을 달성할 수 있다는 장점이 있다.

4. 결론 및 토의

라돈변환은 선구조 분석과 투영된 신호로부터 영상복원에 매우 효과적으로 사용되고 있음에도 불구하고, 라돈변환을 통한 필터링 혹은 2차원 상관을 이용한 특징적인 형태의 선별 등의 접근방법은 그 동안 별로 주목받아 오지 못하였다. 이에 가장 주된 원인은 2차원 콘볼루션이나 상관은 라돈공간에서도 각각 2차원 콘볼루션 또는 상관을 유지한다고 여겨졌기 때문이나, 본 연구결과 2차원 콘볼루션 및 상관은 라돈변환시 각각 ρ -방향의 1차원 콘볼루션 및 상관으로 단순화된다는 것이 밝혀졌다. 이에 따라 라돈변환을 통한 필터링과정은 라돈공간에서의 1차 콘볼루션에 의해 성취될 수 있으며, 특히 대부분의 고주파통과 혹은 저주파통과 필터의 라돈변환의 자료의 크기는 원래의 영상자료에 비해서 매우 작기 때문에 효율적으로 수행할 수 있다.

본 연구에서는 라돈공간에서의 필터링의 효율성을 검토하기 위해 SAR 영상에서 선적에 의해 나타나는 선구조를 이용하여 시험을 실시하였다. 저주파통과 필터와 특정 방향에 대한 증강을 위한 "X"자 형의 필터를 이용하여 시험을 실시한 결과 이 방법은 역라돈변환 과정에서 발생하는 잡음을 효과적으로 줄일 수 있다는 것이 검증되었다. 특히 SAR 영상에서 균질한 표면에서 잘 나타나는 speckle을 효과적으로 줄여 주면서 선구조 및 경계면을 잘 보존하는 것으로 나타났다. 따라서 SAR 영상에서 나타나는 선적과 같은 선구조 분석을 위해 라돈변환에 의한 분석과 영상의 복원에 있어서 이 방법은 매우 효과적이다. 그러나 적용결과는 2차원 FIR 필터의 설계와 밀접한 연관이 있으며, 이에 대한 개선을 위해서는 본 연구에서 적용한 단순한 윈도우에 의한 방법 외에 다양한 FIR 필터의 설계방법에 의한 적용결과의 비교검토가 필요하다.

일반적인 필터링 작업만을 위해서는 푸리에변환을 이용하는 방법이 라돈변환을 이용하는 경우보다 계산 효율적이며 영상복원의 결과도 우수하다. 다만 선구조 분석이나 토모그래피 원리에 의한 영상복원을 위해 라돈변환을 이용이 필수적인 경우에는 라돈공간에서의 1차원 콘볼루션만을 추가함으로써 효과적으로 필터링을 성취할 수 있으며, 이와 같은 경우 필터링의 결과는 푸리에변환을 이용하여 실시하는 것과 같은 정도로 우수한 결과를 얻을 수 있다.

감사의 글

본 연구는 1996년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었으며, 이에 감사한다. 또한 RADARSAT SAR 영상자료는 ADRO Project(#338)의 일환으로 Canadian Space Agency에서 저자에게 제공되었다.

참고문헌

- Beylkin, G., 1987. Discrete Radon transform, *IEEE Trans. Acoust., Speech, and Signal Processing*, 35(2): 162-172.
- Copeland, A.C., G.R. Ravichandran and M.M. Trivedi, 1995, Localized Radon transform-based detection of ship wakes in SAR images, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 33(1), 35-45.
- Deans, S.R., 1983. *The Radon Transform and Some of Its Applications*, John Wiley & Sons.
- Delaney, A.H. and Y. Bresler, 1995, Multiresolution tomographic reconstruction using wavelets, *IEEE Trans. Image Processing*, 4(1): 799-813.
- Duda, R.O. and P.E. Hart, 1972. Use of the Hough transformation to detect lines and curves in pictures, *Comm. ACM*, 15(1): 11-15.
- Dudgeon, D. E. and R.M. Mersereau, 1984, *Multidimensional Digital Signal Processing*, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey.
- Durrani, T.S. and D. Bisset, 1984. The Radon transform and its properties, *Geophysics*, 49(8): 1180-1187.
- Eldhuset, K., 1988, Automated ship and ship wake detection in spaceborne SAR images from coastal regions, Proc. IGARSS88, Edinburgh Scotland, Sept. 1988.
- Hagg, W. and M. Sties, 1996. The EPOS filter: A comparison with some well-known speckle reduction techniques, Proc. ISPRS XVIII Congress, Vienna Austria, 1-6.
- Illingworth, J. and J. Kittler, 1988. A survey of the Hough transform, *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 44: 87-116.
- Kak, A.C., 1984, Image Reconstruction from Projection; *Digital Image Processing Techniques* (M.D. Ekstrom ed.), Academic Press, Inc.
- Liu, A.K., C.Y. Peng and Y.-S. Chang, 1996, Mystery ship detected in SAR image, *EOS, Trans. AGU*, 7(3): 17-18.
- Murphy, L.M., 1986, Linear feature detection and enhancement in noisy images via the Radon transform, *Pattern Recognition Letters*, 4: 279-284.
- Radon, J., 1917, Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten, *Berichte Sächsische Akademie der Wissenschaften*, 69: 262-277.
- Rey, M.T., J.K. Tunaley, J.T. Folinsbee, P.A. Jahans, J.A. Dixon and M.R. Vant, 1990, Application of Radon transform techniques to wake detection in Seasat-A SAR images, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 28(4): 553-560.
- Rosenfeld, A. and A.C. Kak, 1982, *Digital Picture Processing*, 2nd ed., Vol. 1, Academic Press, New York.
- Russell, B., D. Hampson and J. Chun, 1990a, Noise elimination and the Radon transform: Part 1, *Geophysics: The Leading Edge of Exploration*, October, 18-23.
- Russell, B., D. Hampson and J. Chun, 1990b, Noise elimination and the Radon transform: Part 2, *Geophysics*:

The Leading Edge of Exploration, October, 31-37.

Sahiner, B. and A.E. Yagle, 1993, Image reconstruction from projections under wavelet constraints, IEEE Trans. Signal Processing, 41(12): 3579-3584.

Wang, J. and P.J. Howarth, 1989. Edge following as graph searching and Hough transform algorithm for lineament detection, Proc. IGARSS89, Vancouver Canada, Vol. I, 93-96.

Won, J.S., J.H. Ryu and S.W. Kim, 1997, Speckle reduction of multiple beam mode RADARSAT SAR data using wavelet transform, J. Korean Soc. Remote Sensing, 13(3), 175-190.