

## 구속조건 관리를 이용한 다각형 모델링

김기현\*, 김재정\*\*

### Polygon Modeling with Constraint Management

Ki Hyun Kim\* and Jay Jung Kim\*\*

#### ABSTRACT

An approach has been developed to generate parametric models with Boolean operations. The approach combines Boolean operations and graph manipulation on the constraints imposed on primitives. A Boolean operation is first performed on two primitives and new geometric elements such as vertices and edges are computed. Then to generate the constraint graph of the polygon the each constraints graph of two primitives are merged by adding the new geometric elements with its corresponding constraints. In the merging process, some of the geometric elements belonging to the primitives may be eliminated based on its contribution to the polygon. A computer implementation in a 2D space is described to illustrate the approach with examples.

**Key words** : Parametric model, Boolean operation, Constraints graph

#### 1. 서 론

기하학적 모델(Geometric model)은 도면 작성에서 부터 조립 및 각종 해석에까지 설계과정 전반에 걸쳐 다양하게 이용된다. 설계과정은 일반적으로 설계 대상을 모델링하고 이를 해석한 후 결과에 따라 모델 수정을 반복하는 작업이므로 기하학적 모델을 효율적으로 변경하는 것은 전체 설계과정의 효율을 향상시키는 데에 중요한 역할을 한다.

기하학적 모델의 변경을 효율적으로 하기 위하여 모델에 여러 가지 구속조건(constraint)을 부여하는 방법이 많이 쓰이는데 이를 매개변수(parametric) 또는 변이형상(variational) 모델링이라고 한다. 구속조건은 형상 요소간의 관계를 정의하는 것으로써 형상을 변경하고자 할 때, 사용자가 구속조건내의 변수의 값을 변경하면 CAD시스템 내에서 이를 연산하여 연관된 요소들을 자동으로 변경시켜 준다.

한편 기하학적 모델을 만들 때 가장 빈번하게 사

용되는 사용자 입력수단중의 하나인 불리언 연산(Boolean operation)은 미리 정의되어 있는 간단한 모델인 프리미티브(primitive)들을 집합 연산하여 새로운 형상을 생성하는 작업이다. 하지만 불리언 연산은 모델의 기하학적 형상에만 관계하기 때문에 프리미티브나 이전의 모델이 구속조건을 갖고 있는 경우 불리언 연산의 결과로 형성된 새로운 모델에는 그에 상응하는 새로운 구속조건이 자동으로 생성되지 않는다. 그러므로 Fig. 1에서와 같이 구속조건을 갖는 형상 A와 B에 불리언 연산을 수행할 때 새로운 모델인 C의 형상뿐만 아니라 그에 상응하는 구속조건까지 생성할 수 있다면 불리언 연산의 재수행 없이 최종형상의 구속조건만을 이용하여 모델을 손쉽게 변경시킬 수 있을 것이다. 하지만 이에 관한 연구는 현재 거의 없는 실정이다.

본 연구에서는 2차원의 다각형 모델을 불리언 연산하여 형성된 모델의 구속조건을 자동으로 생성하는 알고리즘을 개발하였다. 불리언 연산전의 각각의 모델은 Fig. 1에서와 같이 형상의 정보와 구속조건 정보를 같이 갖고 있으며 구속조건은 그래프 구조로 표현된다. 이 모델들을 서로 불리언 연산할 때 생성

\*한국 IBM CAD/CAM 사업부

\*\*한양대학교 기계공학부 부교수

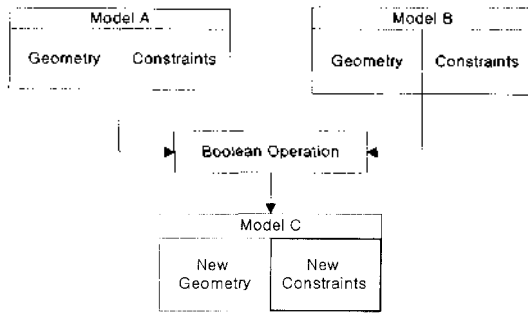


Fig. 1. Boolean operation of models with constraints.

되거나 삭제되는 기하학적 정보를 이용하여 두 모델의 구속조건 그래프를 서로 연관된 하나의 구속조건 그래프로 병합함으로써 새로운 모델에 상응하는 구속조건을 생성하였다.

## 2. 관련 연구

### 2.1 매개 변수 모델링

매개변수 모델링은 형상의 각 요소들간에 구속조건을 부여하여 모델을 정의한다. 형상 요소들을 치수로 구속하는 초기연구로는 Requicha<sup>[1]</sup>와 Gopin<sup>[2]</sup> 등이 직사각형 요소 등의 간단한 경우에 적용 가능한 개념을 발표하였는데 이 연구에서는 수직 또는 수평선간의 치수를 트리 구조로 표현하여 기하학적 모델에 적용하였으며 파잉 또는 부족 구속조건을 검사하였다.

Hillyard와 Braid<sup>[3]</sup>는 형상요소의 변위와 치수의 변화량 사이의 관계를 강성행렬(rigidity matrix)을 이용하여 표현하였는데 이를 바탕으로 Light<sup>[4]</sup>는 2차원 상에서 점들간의 기하학적 관계를 Fig. 2의 (a)에서와 같이 수식으로 표현하고 이 식들을 1차 미분한 자코비안 행렬(Jacobian matrix)을 강성행렬로 사용하여 구속조건을 관리하였다. 치수를 변경할 때에는 이 식들을 수치적(numerical) 방법으로 계산하여 각 요소의 좌표를 결정하였으며 강성행렬이 특이행렬(singular matrix)이 되는 경우에 대하여 해결방법을 제시하고 있다.

Serrano<sup>[5,6]</sup>는 구속조건들을 변수와 함수간의 관계를 표현하는 구속조건 네트워크(constraint network)를 구성하여 관리하는 심볼릭 방법(symbolic approach)을 개발하였다. 이 방법은 변수와 함수간에 Fig. 2의 (b)에서와 같이 이분 그래프(bipartite graph)를 구성하여 이것으로부터 구속조건과 변수간의 관계를 나타내는 방향그래프를 형성한다. 이 그래프를

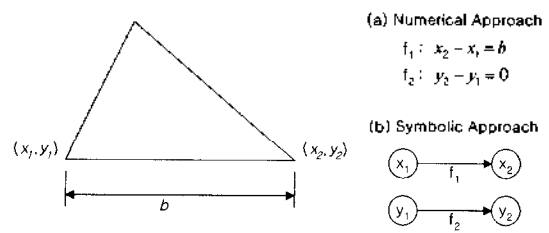


Fig. 2. Constraints management.

탐색하여 부분적으로 풀 수 있는 집합을 추출하고 여기서 구한 해를 상수로 간주하여 나머지 구속조건에 적용함으로써 구속조건 관리에 효율을 증대시켰다.

Kondo<sup>[7,8]</sup>는 Serrano와는 다른 방법인 형상요소들 그래프의 절점(node)으로 표현하고 각 형상 요소간의 구속조건을 절점간의 간선(arc)으로 나타내는 그래프를 형성하고 이를 이용해 구속조건을 관리하는 방법을 개발하였다. 본 연구에서는 Kondo의 방법을 확장하여 구속조건을 관리하였다.

### 2.2 불리언 연산

불리언 연산의 기본적인 알고리즘은 Tilove<sup>[9]</sup>와 Requicha<sup>[10]</sup>등에 의해 개발되었는데 크게 두 가지의 과정으로 이루어진다. 첫 번째는 set membership classification의 과정으로 임의의 면, 모서리, 꼭지점 등이 어떤 형상의 내부에 있는지(in) 외부에 있는지(out) 아니면 경계상에 있는지(on)를 판별하는 작업이다. 두 번째 과정은 combining classification으로 두 형상이 있을 때 각 형상별로 set membership classification을 수행한 결과에서 불리언 연산의 결과에 해당하는 경계들을 결정하는 작업이다. 본 논문의 내용 전개면에서는 이 두 과정에 대한 소개는 이 정도로 충분하므로 좀 더 자세한 설명은 참고문헌<sup>[9,10]</sup>에 미루어 두기로 한다.

## 3. 불리언 연산에 따른 구속조건 생성

매개변수 모델링에서 가장 핵심적인 부분은 구속조건을 정의하고 관리하는 방법이다. 구속조건은 각 형상 요소간의 관계를 정의한 것으로서 대수적인 식, 서술문, 또는 서브루틴(subroutine)등의 형태로 정의될 수 있다<sup>[11]</sup>. 모델에 구속조건이 적절히 부여 되면 치수의 변화에 따라 각 형상요소의 좌표를 계산하게 되며 구속조건이 어떤 형태로 정의되는가에 따라 모델링 시스템의 계산방법과 효율에서 차이가 나게 된다.

본 연구에서는 시스템 내부에 각각의 구속조건들마다 생성, 삭제, 변경, 계산하는 서브루틴들을 작성해 놓고 이 서브루틴들을 이용하여 구속조건을 정의하였는데 이들간의 관계는 Kondo가 개발한 구속조건 그래프를 이용하여 표현하였다<sup>17)</sup>. 구속조건 그래프는 관리면에서 비교적 유연성이 적은 편이지만 어떤 형상요소의 추가 및 삭제가 용이하다. 구속조건 그래프를 관리하는 알고리즘은 일반적인 그래프 이론에서 잘 알려진 기법들을 대부분 그대로 사용하였으며 일부 탐색 알고리즘을 수정하여 적용하였다.

### 3.1 구속 조건의 정의

사용자는 모델링 시 두 점을 이용하여 직선을 생성한다거나 한 직선에 평행한 또 다른 직선을 정의한다거나 또는 두 직선의 교점을 생성하는 등의 여러 가지 기능들을 이용하여 모델을 만들게 된다. 이러한 작업을 구속조건의 관점에서 보면 모델링 작업과 구속조건을 대응시킬 수 있는데 예를 들면 어떤 직선에서 거리가 d만큼 떨어진 평행선을 생성하였다면 이는 두 직선간에 평행하다는 구속조건을 부여하는 것과 대응되는 것이다. 따라서 사용자의 모델링 작업으로부터 구속조건들을 정의하는 것이 가능하다.

Fig. 3의 삼각형을 생성하는 작업을 살펴보자. 이 삼각형을 1)에서 9)까지의 작업을 수행하여 생성할 수 있다.

- 1) 꼭지점  $V_1$ 을 절대좌표 상에 생성
- 2)  $V_1$ 에서 수평으로 상대거리가 a인 꼭지점  $V_2$  생성
- 3)  $V_1$ 과  $V_2$ 사이의 모서리  $E_1$  생성
- 4)  $E_1$ 에서 거리가 b인 평행선  $D_1$  생성
- 5) 점  $V_1$ 을 지나며  $E_1$ 과 각도가  $\theta$ 인 직선  $D_2$  생성
- 6)  $D_1$ 과  $D_2$ 의 교점  $V_3$  생성
- 7)  $V_1$ 과  $V_3$ 사이의 모서리  $E_3$  생성
- 8)  $V_2$ 와  $V_3$ 사이의 모서리  $E_2$  생성
- 9)  $D_1$ 과  $D_2$ 를 삭제

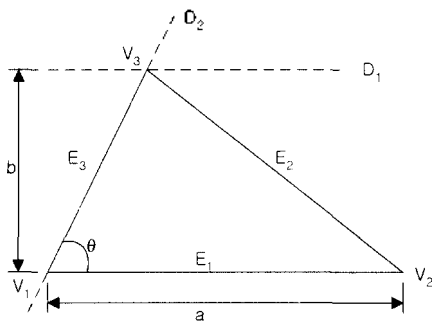


Fig. 3. A model with constraints.

위의 작업으로부터 구속조건을 구할 때 구속조건들을 어떻게 정의하는가에 따라 생성되는 조합이 다를 수 있다. 예를 들어 상대위치를 갖는 두 꼭지점간의 구속조건을 정의할 때 두 점간의 x축상의 거리와 y축상의 거리로 정의할 수 있는 반면, 두 꼭지점간의 상대거리와 어떤 기준 벡터와의 각도로 정의할 수도 있다. 따라서 본 연구에서는 형상에 부여되는 구속조건을 구속조건 이름 뒤의 괄호 안에는 구속받는 요소를 쓰고 세미콜론(semicolon) 뒤에 구속하는 요소들과 치수 파라미터를 기입하는 형태로 다음과 같이 정의하였다.

ABS\_VTX ( $V_i$ ; x, y): 꼭지점  $V_i$ 을 절대좌표상의 좌표 x, y로 정의한다.

REL\_VTX ( $V_2$ ;  $V_1$ , dx, dy): 꼭지점  $V_2$ 를 꼭지점  $V_1$ 에서부터의 상대거리로 정의한다.

이 상대거리는 각각 x축방향의 상대거리 dx와 y축방향의 상대거리 dy로 주어진다.

INT\_VTX ( $V_i$ ;  $E_1$ ,  $E_2$ ): 모서리  $E_1$ 과  $E_2$ 의 교점으로  $V_i$ 을 정의한다.

V\_TO\_V\_EDGE ( $E_i$ ;  $V_1$ ,  $V_2$ ): 꼭지점  $V_1$ 과  $V_2$ 로 모서리  $E_i$ 을 정의한다.

PARALLEL\_NODIM\_DATUM ( $D_i$ ;  $E_i$ ,  $V_i$ ): 모서리  $E_i$ 에 평행하고  $V_i$ 을 지나는 데이텀  $D_i$ 을 정의한다.

PARALLEL\_DIM\_DATUM ( $D_i$ ;  $E_i$ , d): 모서리  $E_i$ 에 평행하고 수직거리가 d인 데이텀  $D_i$ 을 정의한다.

ANGLE\_DATUM ( $D_i$ ;  $E_i$ ,  $V_i$ ,  $\theta$ ): 모서리  $E_i$ 에 시계방향의 각도  $\theta$ 를 갖고  $V_i$ 을 지나는  $D_i$ 을 정의한다.

위에서 정의한 구속조건들을 이용하면 Fig. 3의 형상에서 사용한 작업과정으로부터 다음의 구속조건들을 도출해 낼 수 있다.

$$C_1 = \text{ABS\_VTX} (V_i; x, y)$$

$$C_2 = \text{REL\_VTX} (V_2; V_1, a, 0)$$

$$C_3 = \text{V\_TO\_V\_EDGE} (E_1; V_1, V_2)$$

$$C_4 = \text{PARALLEL\_DIM\_DATUM} (D_1; E_1, b)$$

$$C_5 = \text{ANGLE\_DATUM} (D_2; E_1, V_1, \theta)$$

$$C_6 = \text{INT\_VTX} (V_3; D_1, D_2)$$

$$C_7 = \text{V\_TO\_V\_EDGE} (E_3; V_1, V_3)$$

$$C_8 = \text{V\_TO\_V\_EDGE} (E_2; V_2, V_3)$$

예를 들면  $C_2$ 는  $V_2$ 가  $V_1$ 에서 상대거리 a인 구속조건에 의해 정의되어 있음을 의미하며 세미콜론 뒤의 파라미터에 의해  $V_2$ 는  $V_1$ 과 치수 a에 종속되어 있음을 보여준다. 구속조건  $C_5$ 에서 보면 각도  $\theta$ 와 모서리  $E_1$ , 그리고 꼭지점  $V_1$ 에 종속된 요소  $D_2$ 와 같은 요소는 여러 요소들에 종속될 수도 있다. 이 종속관계는  $V_1$ 과  $E_1$ 이 결정되어 있어야  $D_2$ 를 결정할 수

있음을 의미한다. 따라서 종속관계의 순서에 따라 순차적으로 구속조건을 적용해 가면 모든 요소의 좌표를 결정할 수 있다.

삼각형의 생성과정에서 주목할 것은  $D_1$ 과  $D_2$ 이다. 이 두 개의 직선은 꼭지점  $V_3$ 를 정의하기 위해 생성한 요소이며 이는 마지막 작업에서 삭제되지만 구속조건 상에서는 이를 삭제하게 되면  $V_3$ 를 구속하는 요소가 없으므로 전체적인 구속조건의 구조가 깨어진다. 이와 같이 모델의 기하학적 요소는 아니지만 구속조건을 구성하고 있는 요소들 '데이텀(datum)'으로 정의한다. 데이텀은 기하학적 요소에 포함되지 않을 뿐 내부적으로는 다른 요소와 똑같이 기하학적 정보를 갖고 있어서 구속조건 해석과정에서는 일반적인 요소들과 똑같이 사용된다. 데이텀의 이러한 특징은 불리언 연산의 결과를 구속조건 그래프에 반영할 때 중요하게 이용된다.

**3.2 그래프에 의한 구속조건 표현**

객체와 그들간의 연결관계를 나타내고 있는 그래프를 이용하여 3.1절에서 정의한 구속조건들을 표현할 수 있다. 그래프의 절점(node)을 각 형상요소와 대응시키고, 절점간의 간선(arc)은 구속조건과 대응시킨다. 그리고 구속조건으로 연결되는 요소간의 종속관계를 간선의 방향으로 표시한다. 이와 같은 방법으로 Fig. 3의 삼각형 모델의 구속조건들을 표현하면 Fig. 4와 같다. 예를 들면 꼭지점  $V_2$ 는 꼭지점  $V_1$ 에 구속되어 있으며 이때 구속조건은  $C_1$ 임을 알 수 있다. 또한 구속조건  $C_1, C_3, C_4$ 는 각각의 치수  $a, b, \theta$ 의 함수이며 모서리  $E_1$ 은  $V_1$ 과  $V_2$ 에 종속적이고 또한 데이텀  $D_1$ 과  $D_2$ 는  $E_1$ 에 종속적이다.

이 구속조건 그래프에는 다음과 같은 두 가지 특징이 있다. 첫 번째로 이 그래프는 한 절점에서 다른 어떠한 경로를 통해서도 자기 자신으로 되돌아오지

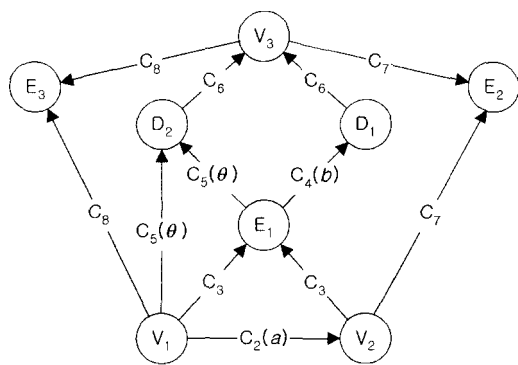


Fig. 4. Constraint graph.

못하는 비순환(acyclic) 그래프이다. 어떤 절점 A에서 다른 절점 B로 도달할 수 있는 경로가 있다는 것은 결국 형상 요소 B가 A에 종속적이라는 것을 의미하므로 그래프가 순환적(cyclic)이 되면 한 요소가 자기 자신을 구속조건에 의해 종속하게 되어 바로 과잉 구속조건이 되어있는 상태임을 알 수 있다. 또 하나의 특징은 한 절점과 부모절점(parent node) 사이에 연결되는 간선은 모두 같은 구속조건을 나타내고 있다는 것이다. 만일 한 절점과 부모절점 간의 간선이 서로 다른 구속조건을 나타내고 있다면 이 절점은 두 가지의 구속조건을 받는 것을 의미하며 이것 또한 역시 과잉 구속되어 있는 상태를 나타낸다. 이상의 두가지 특징은 과잉구속의 여부를 판별하는데 유용하게 사용된다.

**3.3 불리언 연산의 결과에 따른 그래프의 병합**

Fig. 1에서 모델 A와 모델 B를 불리언 연산했을 때 결과적으로 생성되는 구속조건들은 모델 A, B의 구속조건 그래프를 새로 생성되는 모델 C의 꼭지점과 모서리들을 매개로 하여 하나로 병합함으로써 얻어질 수 있다. Fig. 5에서와 같은 구속조건 그래프를 갖고 있는 두 모델 A와 B를 예를 들어 차집합 연산

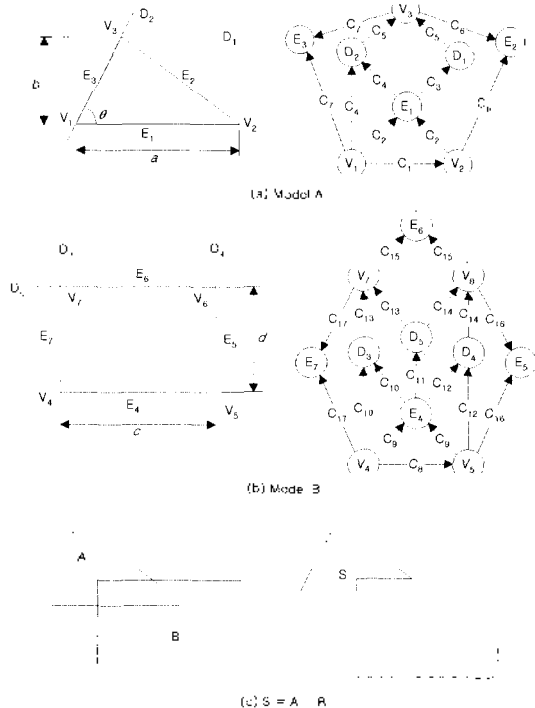


Fig. 5. Models with constraints.

Table 1. Constraints of model A

Constraints	
C <sub>1</sub>	REL_VTX (V <sub>2</sub> ; V <sub>1</sub> , a, 0)
C <sub>2</sub>	V_TO_V_EDGE (E <sub>1</sub> ; V <sub>1</sub> , V <sub>2</sub> )
C <sub>3</sub>	PARALLEL_DIM_DATUM (D <sub>1</sub> ; E <sub>1</sub> , b)
C <sub>4</sub>	ANGLE_DATUM (D <sub>2</sub> ; E <sub>1</sub> , V <sub>1</sub> , θ)
C <sub>5</sub>	INT_VTX (V <sub>3</sub> ; D <sub>1</sub> , D <sub>2</sub> )
C <sub>6</sub>	V_TO_V_EDGE (E <sub>2</sub> ; V <sub>2</sub> , V <sub>3</sub> )
C <sub>7</sub>	V_TO_V_EDGE (E <sub>3</sub> ; V <sub>1</sub> , V <sub>3</sub> )

Table 2. Constraints of model B

C <sub>8</sub>	REL_VTX (V <sub>5</sub> ; V <sub>4</sub> , c, 0)
C <sub>9</sub>	V_TO_V_EDGE (E <sub>4</sub> ; V <sub>4</sub> , V <sub>5</sub> )
C <sub>10</sub>	NORMAL_DATUM (D <sub>3</sub> ; E <sub>4</sub> , V <sub>4</sub> )
C <sub>11</sub>	PARALLEL_DIM_DATUM (D <sub>4</sub> ; E <sub>4</sub> , d)
C <sub>12</sub>	NORMAL_DATUM (D <sub>4</sub> ; E <sub>4</sub> , V <sub>5</sub> )
C <sub>13</sub>	INT_VTX (V <sub>7</sub> ; D <sub>3</sub> , D <sub>5</sub> )
C <sub>14</sub>	INT_VTX (V <sub>8</sub> ; D <sub>4</sub> , D <sub>5</sub> )
C <sub>15</sub>	V_TO_V_EDGE (E <sub>5</sub> ; V <sub>7</sub> , V <sub>8</sub> )
C <sub>16</sub>	V_TO_V_EDGE (E <sub>6</sub> ; V <sub>5</sub> , V <sub>8</sub> )
C <sub>17</sub>	V_TO_V_EDGE (E <sub>7</sub> ; V <sub>4</sub> , V <sub>7</sub> )

시 그래프의 병합 알고리즘을 설명하기로 하자.

모델 A와 B는 각각 삼각형과 직사각형을 모델링 하였고 그 구속조건 그래프는 각 모델의 오른쪽에 보여주고 있다. 한편 Table 1과 2에는 모델 A와 B에 부여된 구속조건들을 정리하였다. 우선 불리언 연산을 수행하기 전에 먼저 모델 A와 B의 모든 형상 요소의 속성을 데이터로 변경한다. 이것은 일단 모든 요소들을 기하학적 요소에서 제외시키고, 불리언 연산을 수행하면서 경계로 판별되는 요소들은 데이터의 속성을 취소 시키기 위함이다.

다음, 불리언 연산 시 Set Membership Classification을 수행할 때 모델 A와 B의 모서리들 간의 교점을 구하게 되는데 이 교점을 구속조건 그래프에 새로운 절점으로 추가 시키고 이 절점들을 구속하는 두 모서리간의 간선은 3.1절에서 정의한 구속조건 INT\_VTX로 연결시킨다.

Combine Classification 단계에서는 차집합 연산의 결과로 생성되는 물체의 경계로 결정되는 모서리를 그래프에 추가 시킨다. 이때 이 모서리가 불리언 연산 이전에 있었던 모델의 요소라면 이전에 데이터로 바꾸었던 속성을 취소 시키고 새로 생성되는 모서리라면 두 꼭지점으로 정의되는 V\_TO\_V\_EDGE의 구속조건으로 그래프 상에 추가 시킨다(3.1절 참조). Fig. 6(a)는 Fig. 5의 모델 A와 B를 차집합한 형상이며 Fig. 6(b)는 불리언 연산의 결과에 의해 병합된 그래프를 나타낸다. Table 3은 그래프 상에 새로 생성되는 요소들에 부여되는 구속조건들이다. Fig.

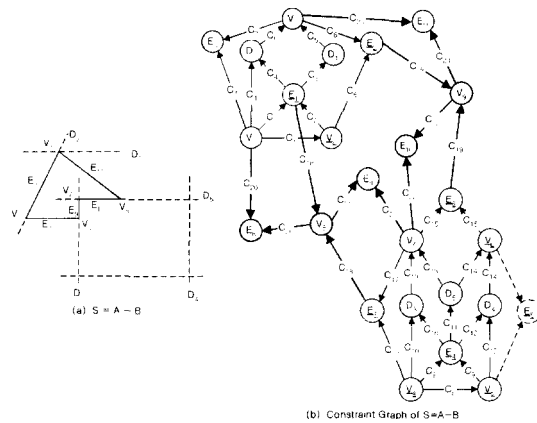


Fig. 6. Constraint graph as the result of a difference operation.

6(b)에서 굵은 선으로 표시된 절점 즉, V<sub>8</sub>, V<sub>9</sub>, E<sub>8</sub>, E<sub>9</sub>, E<sub>10</sub>, E<sub>11</sub>이 새롭게 추가되었으며 이 절점들은 각각 굵은 선으로 표시된 간선으로 연결되었는데 꼭지점에 연결되는 간선이 나타내는 구속조건은 모두 INT\_VTX이며 모서리에 연결되는 간선은 모두 구속조건 V\_TO\_V\_EDGE를 나타낸다. 구속조건 그래프 상에서 이탤릭체로 밑줄로 표시된 절점은 모델 S의 경계에 포함되지 않아서 데이터로 속성이 변경된 요소를 나타낸다. Fig. 6에서 보면 모델 A의 모서리 E<sub>3</sub>는 불리언 연산후에도 그대로 남아있게 된다. 따라서 Fig. 6의 구속조건 그래프에서도 그대로 유지된다. 그러나 S의 경계에 속하지 않는 모서리 E<sub>1</sub>은 데이터로 그 속성이 변경됨을 보여주고 있다. 이 과정을 수행하고 나면 불리언 연산 이전의 모델 A와 B의 요소들 중 최종 모델 S의 기하학적 요소가 아닌 것들이 데이터로 남아있게 된다. 만일 기하학적으로는 삭제된 모서리가 남아있는 다른 요소를 구속하고 있다면 이 모서리는 구속조건 그래프 상에서 데이터로 남아 있어야 전체적인 구속조건이 유지된다. 그러나 어떤 데이터가 다른 요소를 구속하지 않는다면 이것을 삭제해도 전체적인 구속조건은 유효하므로 이러한 절점들을 구속조건 그래프에서 삭

Table 3. Constraints of model S=A-B

Constraints	
C <sub>18</sub>	INT_VTX (V <sub>8</sub> ; E <sub>1</sub> , E <sub>7</sub> )
C <sub>19</sub>	INT_VTX (V <sub>9</sub> ; E <sub>2</sub> , E <sub>6</sub> )
C <sub>20</sub>	V_TO_V_EDGE (E <sub>8</sub> ; V <sub>1</sub> , V <sub>8</sub> )
C <sub>21</sub>	V_TO_V_EDGE (E <sub>9</sub> ; V <sub>7</sub> , V <sub>8</sub> )
C <sub>22</sub>	V_TO_V_EDGE (E <sub>10</sub> ; V <sub>5</sub> , V <sub>9</sub> )
C <sub>23</sub>	V_TO_V_EDGE (E <sub>11</sub> ; V <sub>3</sub> , V <sub>9</sub> )

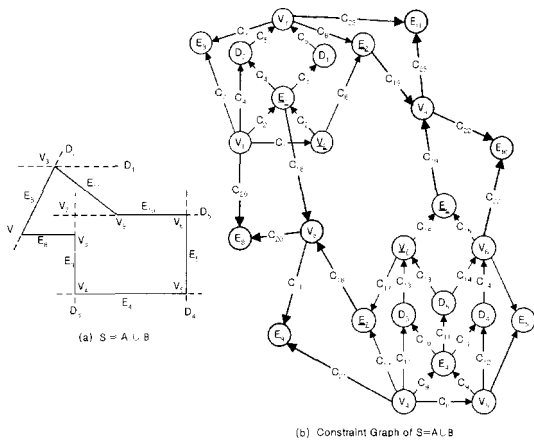


Fig. 7. Constraint graph as the result of a union operation.

Table 4. Constraints of model  $S=A \cup B$

Constraints	
$C_{18}$	INT_VTX ( $V_8; E_1, E_7$ )
$C_{19}$	INT_VTX ( $V_9; E_2, E_8$ )
$C_{20}$	V_TO_V_EDGE ( $E_8; V_1, V_8$ )
$C_{21}$	V_TO_V_EDGE ( $E_9; V_4, V_9$ )
$C_{22}$	V_TO_V_EDGE ( $E_{10}; V_6, V_9$ )
$C_{23}$	V_TO_V_EDGE ( $E_{11}; V_3, V_9$ )

Table 5. Constraints of model  $S=A \cap B$

Constraints	
$C_{18}$	INT_VTX ( $V_8; E_1, E_7$ )
$C_{19}$	INT_VTX ( $V_9; E_2, E_8$ )
$C_{20}$	V_TO_V_EDGE ( $E_8; V_2, V_8$ )
$C_{21}$	V_TO_V_EDGE ( $E_9; V_7, V_9$ )
$C_{22}$	V_TO_V_EDGE ( $E_{10}; V_7, V_9$ )
$C_{23}$	V_TO_V_EDGE ( $E_{11}; V_2, V_9$ )

제가 가능하다. 그래프에서 삭제될 데이터들을 찾아내는 과정은 간단한 일이다. 모든 절점을 탐색하여 속성이 데이터이며 간선이 시작되지 않는 절점을 삭제함으로써 이루어진다. Fig. 6(b)에서 점선으로 표시된 데이터  $E_5$ 는 그 절점에서 시작되는 절점이 아무 것도 없으므로 구속하는 요소가 없다. 따라서 이 절점과 이곳으로 향하는 간선을 삭제한다.

지금까지 불리언 연산에 따르는 두 모델의 구속조건 그래프를 차집합의 경우 병합하는 방법을 살펴본 있는데 이와 같은 방법은 불리언 연산이 합집합, 교집합인 경우에도 그대로 적용된다. 그러나 각 연산에 따라 Combining Classification의 결과가 다르므로 서로 다른 그래프를 형성하게 된다. 앞에서 예로 사용했던 Fig. 5의 삼각형과 사각형의 모델에 대해 합집합과 교집합 연산을 하였을 때 결과로 생성되는 구속조

건 그래프는 Fig. 7, 8과 같이 구성되며, 구속조건들은 Table 4, 5와 같이 정리하였다. 이전의 과정과 마찬가지로 두 데이터의 교점은 INT\_VTX의 구속조건으로, 변경되는 모서리는 V\_TO\_V\_EDGE의 구속조건으로 연결하였으며 아무런 요소도 구속하지 않는 데이터는 점선으로 표시하여 삭제하였다.

3.4 불리언 연산 후 치수 변경

치수를 변경하는 것은 구속조건내의 매개변수의 값을 변경하는 작업으로서 이 값의 변화에 의해 형상요소가 변화하게 되며 이어서 구속조건에 의해 종속되는 요소들이 함께 변화하게 된다. 종속되는 요소들은 그 구속조건이 구속하는 절점으로부터 도달 가능한 절점들을 그래프 상에서 탐색함으로써 찾아낼 수 있다. 탐색한 절점들을 구속조건에 따라 순차적으로 갱신하면 치수 변경에 따른 모든 형상 요소들의 변화를 계산해 낼 수 있다.

도달 가능한 절점을 찾을 때 탐색 순서에 따라 구속조건을 갱신하는 순서가 결정되는데 깊이우선탐색법(depth-first search)과 같은 일반적인 탐색 방법은 구속조건에 대한 고려를 할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 일반적인 깊이우선탐색법을 수정하여 사용하였는데 현재의 정점에서 간선을 따라 들어가며 탐색을 수행하는 기본 개념은 일반적인 깊이우선탐색법과 동일하다. 그러나 현재 방문된 정점에서 다음 번에 방문할 정점으로 이동할 때 가능한 여러 정점들 중 구속조건에 따라 가장 앞선 것으로 정하면 구속조건의 순서에 따라 탐색할 수 있으며 탐색된 정점이 나타내는 형상

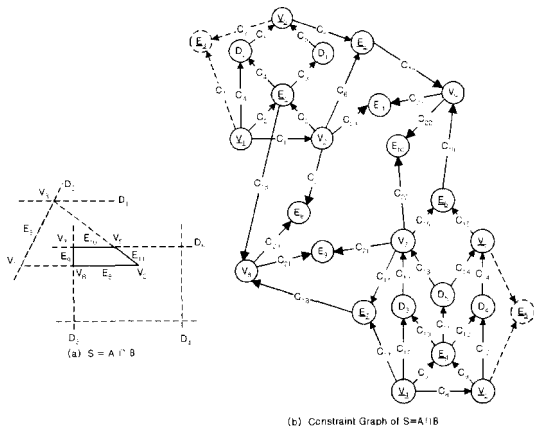


Fig. 8. Constraint graph as the result of an intersection operation.

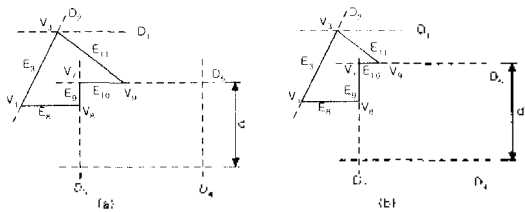


Fig. 9. Dimension change after boolean operation.

요소를 구속조건에 따라 갱신하여 치수의 변경을 적용할 수 있다. 다음 정점에서도 이전과 같은 방법으로 탐색과 형상요소의 갱신을 수행하고, 더 이상 진행 가능한 정점이 없을 때 까지 수행하면 치수변경을 모델 전체에 적용(전파)할 수 있다.

Fig. 6의 그래프를 이용하여 Fig. 9와 같이 사각형 모델 B의 높이를  $d$ 에서  $d'$ 로 변경시키는 경우를 살펴보기로 한다.

모델 B의 치수  $d$ 를 포함하는 구속조건은 Table 2에서  $C_{11}$ 이다. 이것의 치수가 변화하였으므로  $C_{11}$ 이 구속하는 절점  $D_3$ 가 변화한다. 위에서 설명한 방법으로  $D_3$ 에서 도달 가능한 정점을 모두 탐색하면서 모델을 갱신해 나가는데  $D_3$ 에서 출발하였을 때 다음의 순서에 따라 절점들이 탐색 된다. Fig. 10에서 보면  $D_3$ 에서 도달 가능한 정점은  $V_7$ 과  $V_8$ 이다. 이때 두 절점에 대한 구속조건을 살펴보면  $V_7$ 을 구속하는 구속조건은  $C_{13}$ 이고  $V_8$ 의 구속조건은  $C_{14}$ 로써  $V_7$ 을 구속하는 구속조건의 순서가 앞선다. 따라서  $V_7$ 를 탐

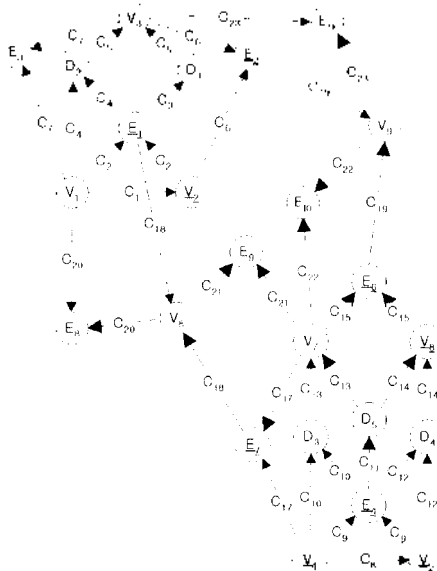


Fig. 10. Updated nodes when changing a dimension.

색하고 이 절점에서 진행 가능한 절점인  $E_9, E_6, V_8$ 을 다시 비교하여 가장 순서가 앞선  $V_8$ 로 탐색을 진행한다. 탐색을 더 이상 진행할 절점이 없을 때 까지 수행하면 다음의 순서로 모든 탐색절차가 완료된다.

$$D_3 \rightarrow V_7 \rightarrow V_8 \rightarrow E_6 \rightarrow E_7 \rightarrow V_8 \rightarrow V_9 \rightarrow E_8 \rightarrow E_9 \rightarrow E_{10} \rightarrow E_{11}$$

이와 같은 순서로 절점들의 형상요소를 갱신해 나가면 치수변경에 따른 모델의 요소들이 모두 갱신된다. 따라서 불리언 연산을 한 후 형상을 변경할 때 연산 이전의 모델을 변경한 후 다시 불리언 연산을 재수행하지 않고 곧바로 최종모델을 변경할 수 있게 된다.

#### 4. 시스템 구현

본 연구에서 제안한 불리언 연산 후 구속조건생성 알고리즘을 2차원 모델러에 적용한 시스템을 IBM RS/6000 워크스테이션 상에서 그래픽 라이브러리로 GL을 사용하여 C 언어로 제작하였다. 본 시스템에서는 꼭지점과 모서리로서 형상을 모델링하는 작업으로부터 구속조건이 자동으로 형성되며 닫힌 모서리의 집합으로 면을 만들 수 있다. 면과 면끼리 합집합, 차집합, 교집합의 불리언 연산을 수행할 수 있으며 모델의 치수를 변경할 수 있다. 이 시스템을 이용하여 Fig. 11의 형상을 모델링 하였으며 Fig. 12는 다각형과 사다리꼴을 합집합 연산하고 그 모델에 직사각형을 차집합 연산한 결과이다. Fig. 13과 14에서는 최종모델에 부여된 구속조건 그래프만을 사용하여 불리언 연산후 모델의 치수를 변경한 예를 보여 주고 있다.

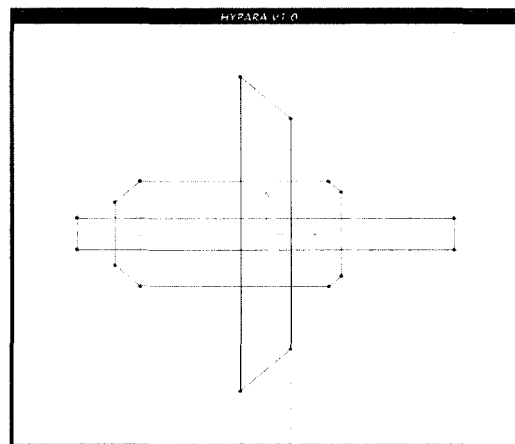


Fig. 11. Initial model.

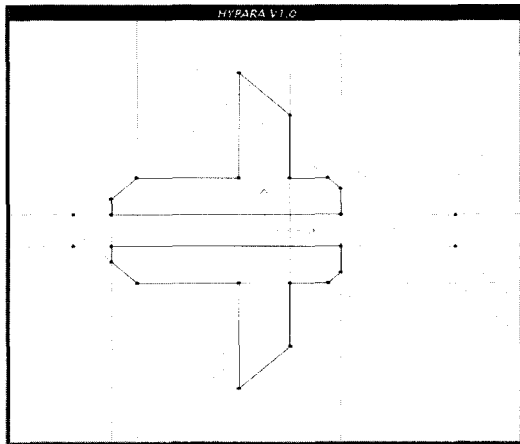


Fig. 12. Result of boolean operation.

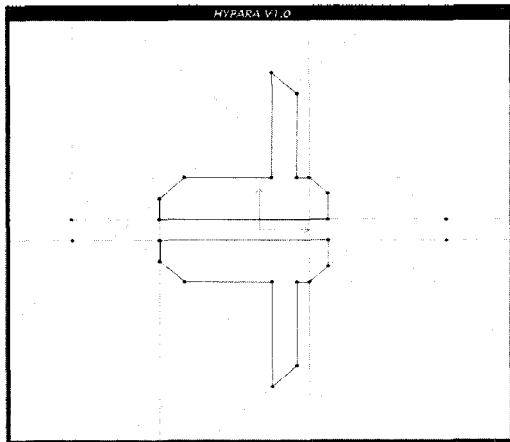


Fig. 13. Dimension change (1).

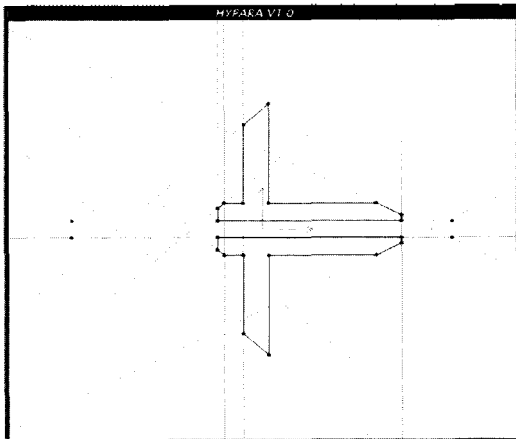


Fig. 14. Dimension change (2).

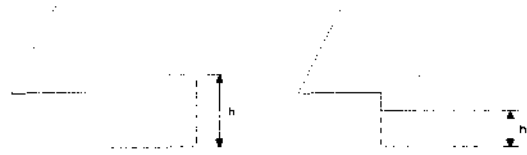


Fig. 15. Dimension change after difference operation.

### 5. 결 론

본 연구에서는 구속조건을 갖는 모델의 불리언 연산의 결과로 생성되는 모델에 이에 상응하는 새로운 구속조건을 생성하는 알고리즘에 대해 연구하였다. 구속조건들은 구속조건 그래프를 이용하여 관리하였으며 일반적인 그래프 알고리즘을 수정하여 적용하였다. 이를 통하여 다음과 같은 장점을 얻을 수 있다. 첫째로, 불리언 연산의 결과로 생성된 모델을 수정할 경우에 이전의 모델에서 수정 후 불리언 연산을 재수행 할 필요 없이 최종 모델의 구속조건을 이용하여 직접 수정할 수 있다. 둘째로, 여러 물체가 복잡하게 불리언 연산이 된 경우 사용자는 최종의 구속조건만을 관리하면 되므로 모델링의 효율을 향상시킬 수 있다. 그리고 또 하나의 장점은 불리언 연산으로 생성할 수 없는 결과를 생성할 수 있다는 것이다. Fig. 15에서 보는 바와 같이 삼각형 모델과 사각형 모델사이의 차집합 연산을 시킨 후 치수를  $h$ 에서  $h'$ 로 변경하면 오른쪽의 그림과 같은 결과를 얻을 수 있는데 이는 사용자의 측면에서는 예상할 수 있는 당연한 기능이나 이전의 삼각형과 사각형간의 불리언 연산으로는 얻을 수 없다.

본 연구에서는 이상의 알고리즘을 다각형에 대해서만 적용하였으나 구속조건 그래프를 이용한 알고리즘은 형상요소의 추가나 삭제가 비교적 용이하므로 원이나 호, 또는 곡선이 포함된 모델에 대해서 이 알고리즘을 적용하는 것도 미래의 연구로 충분히 가능할 것이다. 또한 3차원상의 모델에 확대 적용하는 연구도 미래에 가능할 것으로 본다.

### 감사의 글

본 연구는 1997년도 교육부 학술 연구 조성비(기계공학 ME97-D-20)에 의하여 연구 되었습니다.

### 참고문헌

1. Requicha, A.A.G., "PADL - Dimensioning and To-



lerancing", Univ. of Rochester, 1979.

2. Gopin, A.M., "Development of a Dimension Dependent Data Structure for Two- Dimensional Computer Graphics", Unpublished Master's Thesis, M.I. T., 1978.
3. Hillyard, R.C. and Braid, I.C., "Analysis of Dimensions and Tolerances in Computer-aided Mechanical Design", *Computer Aided Design*, Vol. 10, pp. 234-238, 1978.
4. Light, R.A. and Gossard, D.C., "Modification of Geometric Model through Variational Geometry", *Computer Aided Design*, Vol. 14, No. 4, PP 209-214, 1982.
5. Serrano, D., "Constraint Management in Conceptual Design", Ph. D. Thesis, M.I.T., 1987.
6. Serrano, D., "MATHPAK: An Interactive Preliminary Design Package", M.S. Thesis, M.I.T., 1984.
7. Kondo, K., "PIGMOD: Parametric and Interactive Geometric Modeler for Mechanical Design", *Computer Aided Design*, Vol. 22, No. 10, pp. 633-644, 1990.
8. Kondo, K., "Algebraic Method for Manipulation of Dimensional Relationships in Geometric Models", *Computer Aided Design*, Vol. 24, No. 3, pp. 141-147, 1992
9. Tilove, R.B., "Set Membership Classification: A Unified Approach to Geometric Intersection Problem", *IEEE Transaction on Computers*, Vol. 29, No. 10, pp. 874-883, 1980.
10. Requicha, A.A.G. and Voelcker, H.B., "Boolean Operation in Solid Modeling: Boundary Evaluation and Merging Algorithms", *Proc. IEEE, Oct.*, pp. 30-44, 1983.
11. 배석훈, "구속조건과 도면작업을 이용한 기초 설계

- 용 모델링 시스템의용개발", 석사학위논문, 서울대학교 기계설계학과, 1992.
12. 이재규, C로 배우는 알고리즘, 도서출판 세종, 1996.
13. 한순홍, 이현찬, 김재정, 박준영, "개방형 구조를 갖는 객체 지향적 형상모델러의 적용개발", 특정연구과제 2차년도 보고서, 과학재단, 1995.
14. Faux, I.D. and Pratt, M.J., *Computational Geometry for Design and Manufacturing*, Ellis Horwood Ltd., 1987.



**김 기 현**

1995년 한양대학교 기계설계학과 학사  
 1997년 한양대학교 기계설계학과 공학 석사  
 1997년 ~ 현재 IBM CAD/CAM 사업부 근무  
 관심분야 : Computer Graphics, Parametric Modeling, Feature Based Design



**김 재 정**

1981년 한양대학교 정밀공학과 학사  
 1983년 미국 George Washington 대학 공학석사  
 1983년 ~ 1984년 미국 National Food Processors Association 연구원  
 1989년 미국 MIT 공학박사  
 1989년 ~ 1991년 미국 IBM T.J. Watson 연구소 연구원  
 1991년 ~ 1993년 한국 IBM 소프트웨어 연구소 연구원  
 1993년 ~ 현재 한양대학교 기계공학부 부교수  
 관심분야 : Geometric Modeling, CAD/CAM, 응용