

## Chebyshev 다항식에 기초한 다수개의 절점 삽입과 곡면의 국부 수정

최성일\*, 김태규\*, 변문현\*

### Local Modification of a Surface and Multiple Knot Insertion by Using the Chebyshev Polynomial

Seong-IL Choi\*, Tae-Gu Kim\* and Mun-Hyun Byun\*

In this paper, insertion of numerous control points to be performed by using the Chebyshev polynomial root at the selection of knot vector. This method introduces a simple method of knot refinement and it is applied in a developed program. The Chebyshev roots exist densely in both ends of the range and are proposed more effective knot refinement to modify a surface. Therefore, generated control points are relatively uniform in specified knot interval. In the surface generation, a local insertion of numerous control points are easily inserted by using the characteristic of Chebyshev polynomial roots at knot refinement. It is possible to create a complex surface with a single surface. The number of control point can be reduced by using the local insertion of control points in a required shape

**Key words** : Chebyshev polynomial, Knot inserion, Local modification

#### 1. 서 론

##### 1.1 연구 동향

개념 설계에서 상세 설계까지의 일련의 작업을 컴퓨터로 수행하는 이른바 CAD화가 기계 분야를 위시하여 모든 공학과 의학 등 여러 분야에서 활발히 이루어지고 있다. 설계자는 CAD 프로그램과 상호 보완적으로 작업을 해야 한다. 이를 실현하기 위해서 설계단계에서 편리한 도구를 제공하는 많은 알고리즘이 개발되고 있다. 특히 곡면은 생활 주변에서 자주 접할 수 있으며 시대가 발전해 감에 따라서 인간은 자연적인 형태의 곡면에 가까운 가공물을 만들어 내거나 모델링 하고자 한다. 곡면 중에서 구면과 기둥면과는 다르게 특정한 수식에 의해서 표현할 수 없는 곡면을 자유 곡면이라고 부른다. 이러한 자유 곡면의 생성과 수정은 현재의 CAD/CAM 시스템에서 중요한 위치를 차지하고 있다. 특히 곡면 모델링 기법은 실제로 모델을 제작하지 않고도 복잡한 형상을 정의하고 해석할 수 있는 도구를 제공한다. 이와 같은 곡면 모델링 기법은 선박, 자동차, 항공기 등의 설계에 있어서 반드시 필요한

기술이다. 자유 곡면 표현의 수학적 노력은 Coons, Bezier, Gordon과 Riesenfeld, Piegl과 Tiller<sup>[1]</sup> 등에 의해 활발히 연구되어 왔으며 특히 NURBS는 곡면의 구성 인자들을 변화시키에 의해서 곡면의 형상 수정에 유용한 도구를 제공하고 있다. 또한 국부 수정에 좀더 편리한 도구를 제공하기 위한 관련 이론들이 아직도 연구되고 있으며 이로 인하여 자유 곡면의 형상 수정의 용이성과 수학적 자유곡면의 실제 형상으로서의 접근을 가능하게 하고 있다. 그러나 아직도 곡면의 국부 수정 부분에 있어서 실제로 복잡한 형상의 곡면 표현은 형상 곡면에 가까운 복잡하고 많은 양의 조정점에 의존하고 있다. 이 부분은 시스템 사용자에게 만족스러운 편리한 도구로서 자리 잡지 못하는 부분이다. 이러한 이유로 국부 수정을 위한 조정점의 효율적 생성과 이에 따른 수정에서 편리한 도구를 제공하는 것이 필요하다고 본다.

NURBS의 이론은 CAD 분야에 있어서 기하학적 모델링의 적용 분야를 확대 시켰는데 곡선의 수정 이론에 관한 연구를 보면 1988년 Watkins와 Worsey<sup>[2]</sup>는 Bezier곡선에서의 차수의 감소에 대하여 연구하였으며 여기서는 곡선의 저 차수로의 근사에 대하여 논하였다. 1995년 Tomomi<sup>[3]</sup> 등은 B-spline

\*충남대학교 기계설계공학과

곡선에 대한 국부 수정법을 상용 CAD시스템에 적용하였다. 1995년 Au와 Yuen<sup>[1]</sup>은 조정점과 가중치의 동시 변경에 의한 NURBS곡선의 형상 수정에 대하여 기하학적이고 수학적인 통합된 접근법으로 논하였다.

1975년 Versprille<sup>[5]</sup>은 곡면과 곡선의 기하학적 설계에 균일 유리(Uniform rational) B-spline을 적용하였다. 또한 곡면 형상에 대한 가중치의 영향을 검증하였다. 1983년 Farin<sup>[6]</sup>은 Bezier곡선의 계산을 위해 재귀 알고리즘을 도입하였다. 이 알고리즘은 또한 Bezier 곡선의 부분 분할과 곡선에서의 차수의 증가(degree elevation) 그리고 차수의 감소(degree reduction)에 이용되었다<sup>[2,7]</sup>. NURBS의 정의와 성질은 Tiller<sup>[8]</sup>에 의해 정리되었는데 Piegl과 Tiller는 NURBS Skinning 근사 기법<sup>[9]</sup>을 도입하여 조정점수를 줄이도록 하였다. 1987년 Piegl과 Tiller<sup>[11]</sup>는 자유 곡선과 고정 곡선, 그리고 곡면에 대한 수직적 통합된 접근법을 제안하였다. 1989년 Piegl<sup>[10, 11]</sup>은 NURBS의 형상을 변화시키기 위한 두 가지 방법을 제안하였다. 즉 사용자 중심의 조정점 위치에 기초한 것과 가중치에 기초한 수정 방법이 그것이다. 그리고 NURBS의 중요한 성질과 이점 및 NURBS의 특성을 정리하고 가중치의 효과를 정량화 하였다. 1991년 Kocic<sup>[12]</sup>은 차수 증가에 의한 Bezier곡선과 곡면의 수정 방법에 대하여 논하였다. 이러한 곡면 수정 기법들은 조정점의 이동 및 차수의 변화로 인한 곡면의 형상 변화에 관한 연구이며 곡면의 수정에 있어서는 조정점의 움직임에 관심을 맞추었다. 그러나 실제 모델링에 있어서 조정점의 이동과 동시에 효율적인 생성이 더 필요하며, 특히 사용자 중심의 곡면 수정을 위한 효율적 조정점 생성을 위한 연구가 필요하다고 본다.

1.2 관련이론

u방향의 차수가 p이고 v방향의 차수가 q인 NURBS곡면의 정의는 다음과 같다<sup>[13]</sup>.

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) w_{i,j} P_{i,j}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) w_{i,j}} \quad 0 \leq u, v \leq 1 \quad (1)$$

여기서  $P_{i,j}$ 는 조정점들의 네트(net)이며  $w_{i,j}$ 는 가중치이다.  $N_{i,p}(u)$ 와  $N_{j,q}(v)$ 는 절점벡터가 식 (4)와 같이 정의되는 비유리(nonrational) B-Spline 기저함수이다.

$$N_{i,p}(u) = \begin{cases} 1 & u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i,p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \quad (3)$$

여기서  $U = \{u_0, u_1, \dots, u_m\}$ 은 실수의 집합으로 된 절점(knot)의 배열이다. 예를 들어 개방형 절점벡터는 다음 형식을 따른다.

$$U = \underbrace{\{0, \dots, 0\}}_{p+1}, \{u_{p+1}, \dots, u_{r-p}\}, \underbrace{\{1, \dots, 1\}}_{p+1} \\ v = \underbrace{\{0, \dots, 0\}}_{p+1}, \{u_{p+1}, \dots, u_{s+p}\}, \underbrace{\{1, \dots, 1\}}_{p+1} \quad (4)$$

여기서  $r = n + p + 1$ 이고  $s = m + q + 1$ 이다. 이상과 같은 NURBS곡면은 유리(rational) B-spline 기저함수의 특성에 따라 다음과 같은 장점을 갖는다<sup>[14]</sup>.

- (1) 다양한 형상을 모델링 할 수 있으며, 형상의 국부적인 수정이 용이하므로 유연성이 높다.
- (2) 자유 곡면 및 해석 곡면을 모두 표현할 수 있다.
- (3) rational, nonrational Bezier 곡면, nonuniform, nonrational B-spline 곡면 등과 같은 여러 형태의 곡면은 rational B-spline의 한 특별한 경우로 취급하여 표현할 수 있다.

그리고 다음과 같은 기하학적 특성을 갖는다<sup>[14]</sup>.

- (4) 사영 이동(affine transformation) 시에는 조정점을 이동 시점에 의해서 곡면에 적용 할 수 있다. 즉 조정점만의 이동으로 곡면이 이동 한다. 이를 사영의 불변성(Affine invariance)이라 한다.
- (5) 국부 수정에 있어서 조정점  $P_{i,j}$  또는 가중치  $w_{i,j}$ 의 변화는 절점의 사각 패치 영역인

$$\left[ u_i, u_{i+p+1} \right) \times \left[ v_j, v_{j+q+1} \right)$$

의 곡면에만 영향을 미친다.

조정점을 삽입하기 위해서 우선 그것에 대응하는 새로운 절점을 생성 및 삽입해야 한다. 만약 임의의 위치에 조정점을 절점 삽입보다 먼저 행할 경우에는 원래의 곡면이 변형되므로 모델링의 일관성을 유지하기 위해서 절점을 먼저 삽입하여 삽입전의 곡면을 유지해야 한다. 조정점을 하나 삽입했을 때의 새로운 조정점 벡터를  $Q_i$ 라 하면 식 (5)를 만족해야 한다<sup>[15]</sup>.

$$\sum_{i=1}^n N_{i,p}(u) P_i^* = \sum_{i=1}^{n+1} \bar{N}_{i,p}(u) Q_i^* \quad (5)$$

삽입 절점  $\bar{u} \in [u_k, u_{k+1}]$ 이고 차수가  $p$ 이면 식 (6)과 같이 나타낸다.

$$\sum_{i=k-p}^k N_{i,p}(u)P_i'' = \sum_{i=k-p}^{k+1} \bar{N}_{i,p}(u)Q_i'' \quad (6)$$

여기서  $Q_i''$ 에 대하여 전개하면 식 (7)과 같다.

$$\begin{aligned} Q_{k-p}'' &= P_{k-p}'' \\ Q_i'' &= \alpha_i P_i'' + (1-\alpha_i)P_{i-1}'' \quad k-p+1 \leq i \leq k \\ Q_{k+1}'' &= P_k'' \end{aligned} \quad (7)$$

또한 식 (7)은 식 (8)과 같이 정리할 수 있다.

$$Q_i'' = d_i P_i'' + (1-d_i)P_{i-1}'' \quad (8)$$

여기서

$$\alpha_i = \begin{cases} -1 & i \leq k-p \\ \frac{u-u_i}{u_{i,p}-u_i} & k-p+1 \leq i \leq k \\ 0 & i \geq k+1 \end{cases}$$

식 (8)에서 임의의 위치에 절점을 삽입하였을 경우에 새로 발생한 조정점은 차수가  $p$ 이고  $\bar{u} \in [u_k, u_{k+1}]$  일 때  $P_{k-p}$ 와  $P_k$  사이에 삽입되고 새롭게 조정된다. 이것은 새로 생성되는 조정점의 영역을 예측할 수 있도록 한다. Fig. 1은 차수가  $p$ 일때 식(8)에 의하여 U방향에 추가된 절점과 새로운 조정점의 생성 관계를 보여 준다.

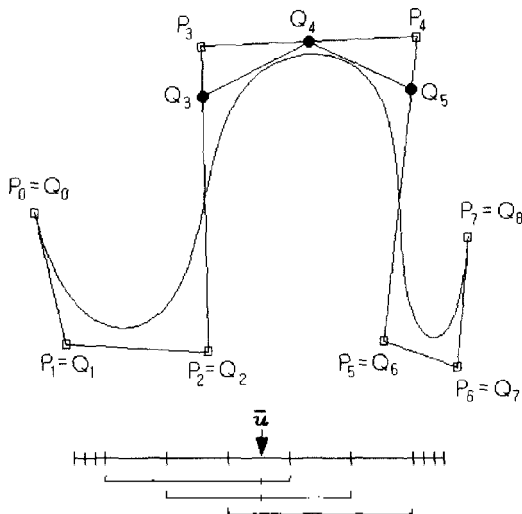


Fig. 1. The control polygon after insertion  $u=5/2$  into the knot vector  $\{0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 5, 5, 5\}$ .

## 2. 본 문

### 2.1 절점 선택

NURBS곡면의 형상을 결정하는 요소는 조정점과 가중치 그리고 절점 벡터이다. 이 세가지 중 어느 하나의 선택이 변화된다면 곡면의 형상에 영향을 미치게 된다. 본 연구에서는 곡면의 형상을 유지하면서 곡면 수정을 위한 조정점의 다수 추가가 이루어져야 하므로 존재하는 NURBS곡면에서 절점을 추가한다. 이로써 새로운 조정점을 계산할 수 있다. 한편, 절점의 추가 시에 요구되는 새로운 절점의 선택에 있어서 Chebyshev다항식의 근을 이용함으로써 수식화된 절점 선택을 한다. Chebyshev다항식은 식 (9)와 같이 정의된다.<sup>11)</sup>

$$T_k(x) = \cos(K \cos^{-1}(x)), -1 \leq x \leq 1 \quad (9)$$

그리고 이것을 급수로 표현한 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T_0(x) &= 1 \\ T_1(x) &= x \\ T_2(x) &= 2x^2 - 1 \\ T_3(x) &= 4x^3 - 3x \\ T_4(x) &= 8x^4 - 8x^2 + 1 \\ T_5(x) &= 16x^5 - 20x^3 + 5x \\ T_6(x) &= 32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1 \end{aligned}$$

임의의 고차 Chebyshev다항식을 재귀적으로 표현하면 식 (10)과 같다.

$$T_j = 2xT_{j-1}(x) - T_{j-2}(x) \quad (10)$$

한편 식 (10)에서 계수가  $K$ 인 다항식의 근은 식 (11)과 같이 cosine함수로 나타낸다.

$$K \cos^{-1}(x_n) = \left(K + \frac{1}{2} - n\right)\pi, \quad n = 1, 2, \dots, K \quad (11)$$

또는

$$x_n = \cos\left(\frac{K + \frac{1}{2} - n}{K}\pi\right), \quad n = 1, 2, \dots, K \quad (12)$$

식 (12)를 절점 선택에 사용하기 위하여 살펴보면 우선 수정하고자 하는 곡면 영역의 하한과 상한이 각각  $u_a, u_b$ 인 절점 구간에서 Chebyshev다항식 근  $x$ 를 구한다. 그러면  $u_a=a, u_b=b$ 일때 식 (12)에서 cosine 함

Fig. 2. The distribution of Chebyshev root, N=17.

수 구간  $-1 < x < 1$ 인  $x$ 와의 관계는 식 (13)과 같다.

$$u = \frac{(b-a)x + a + b}{2} \tag{13}$$

한편 Chebyshev근의 분포는 Fig. 2와 같이 중앙에서 드물고 양 끝단에서 조밀한 특성을 갖는다. 이 특성은 임의의 고차 다항식을 보간 다항식으로 변환할 때 데이터의 추출에 이용되어 원함수와 근사 함수와의 오차를 감소시킬 때 유용하게 사용되며<sup>[15]</sup> 본 연구에서는 조정점의 국부적 다수 생성을 위한 절점의 다수 생성에 이를 적용한다. 즉, 위와 같은 특성을 가지고 Chebyshev다항식의 근 식 (11)과 식 (12)를 이용하여 삽입 하고자 하는 필요한 개수의 Chebyshev다항식의 근을 구한 다음 식 (13)에 의해서 매 개변수 영역(Parametric domain)에 투영 함으로써 삽입될 절점  $u_i$ 를 생성한다. 이것으로 NURBS의 절점의 다수 추가를 행하여 새로운 조정점의 생성 및 삽입에 이용한다. Fig. 2는 식 (11)에 의한 임의의 17개의 Chebyshev 다항식의 근의 분포를 보여 준다.

2.2 knot의 삽입

본 연구에서는 절점의 다수 추가에 있어서 Chebyshev 다항식의 근을 이용하는 방법을 제안한다. Chebyshev 다항식의 근의 특징은 Fig. 2와 같이 다항식의 중앙에서 근의 분포가 드물고 영역 양 끝단의 가장자리에서는 근의 분포가 중앙보다 밀집되는 특성을 가지고 있다. 따라서 이를 NURBS의 절점 삽입에 이용하여 절점 삽입<sup>[16-17]</sup>에 의한 새로운 다수개의 조정점 추가를 적용한다. Bezier곡면을 표현하는 절점벡터, 즉 조정점의 개수가 계수(order)와 같은 B-spline의 경우 최초 생성한 곡면의 패치는  $u, v$ 가 등 간격으로 계산될 때 일정간격의 곡면 패치를 얻는다. 여기에 Chebyshev근을 이용하여 조정점의 국부 삽입에 응용할 경우 생성된 조정점의 패치는 곡면의 양 끝을 국부 수정 영역으로 설정할 경우 Fig. 3과 같이 경계 끝단에 조밀한 조정점이 발생하여 경계영역에서의 곡면의 변화를 감소시킬 수 있다. 한편, 일반적으로 모델링 하기 위해 최초 생성한 일정 간격의 조정점에서  $u, v$ 가 등 간격으로서 계산될 때 생성되는 곡면의 패치는 Fig. 4와 같이 그물의 양 끝에서 넓고 그물의 중앙에서는 조밀한 특성을 가지고 있다. 따라서 절점 삽입에 의한 조정

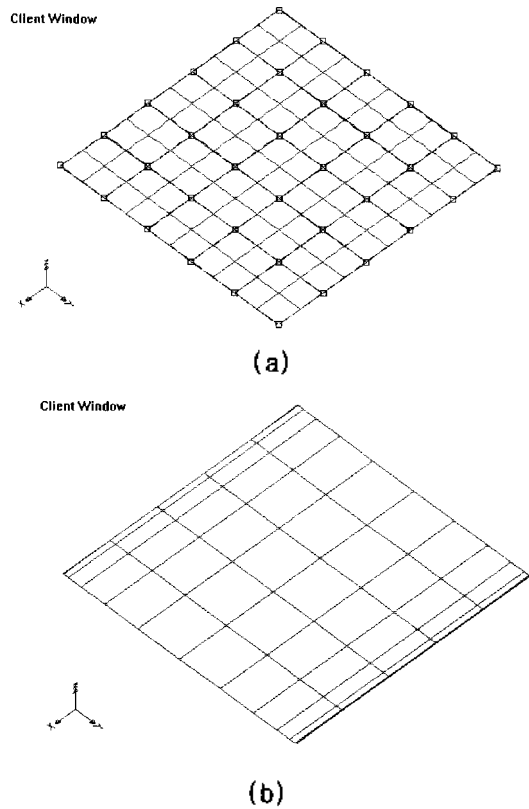
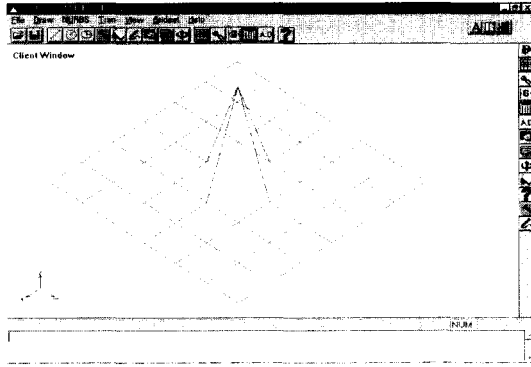


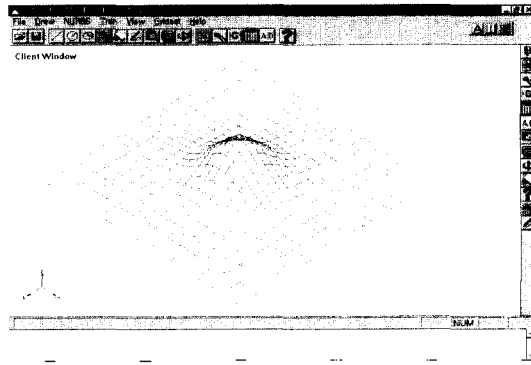
Fig. 3. A Bezier surface and control points. Order 6. (a) The knot vector {0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1}. (b) The regenerated control points of Bezier surface by using the Chebyshev root, N=7. The knot vector {0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.01, 0.11, 0.28, 0.5, 0.72, 0.89, 0.99, 1, 1, 1, 1, 1, 1}.

점의 삽입 방법에 있어서 이와 반대의 성질을 가지고 있는 Chebyshev근의 특성을 이용하면 일정 영역에서 비교적 고른 곡면의 조정점 네트를 얻을 수 있고, 수정하고자 하는 일정 영역에 이 방법을 적용하여 동일한 곡면형상을 가지면서 수정 영역에만 다수의 조정점이 추가된 NURBS곡면을 얻을 수 있다. 이를 적용함으로써 설계자는 전 곡면 영역에 걸쳐 조정점을 과도하게 정의할 필요 없이 기본적인 소수개의 조정점으로 출발하여 일정 영역에만 필요한 개수 만큼 추가하는 방법으로 형상 수정을 용이하게 할 수 있다.

절점의 삽입에 의한 조정점 생성에 관한 식은 식 (7)과 같으며  $k$ 개의 절점을 삽입 했을 때  $k$ 개의 조정점이 첨가 된다. 본 연구에서는 절점의 중복 삽입을 고려하지 않았으며 특히 비균일 개방형 절점벡터(open nonuniform knot vector)에서는 중복 삽입을 억



(a)



(b)

Fig. 4. (a) The movement of a control point and (b) A generated surface by movement of control point. The knot vector  $\{0, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 4, 4, 4\}$ .

제 하는 경우가 있었다. 이것은 곡면의 가장자리 패치를 수정 영역으로 선택할 때 인데 식 (4)에서와 같이 절점 백터의 맨 앞쪽과 맨 뒤쪽에서 계수 만큼의 중복 절점 값을 갖아야 하기 때문이었다.

기본 조정점에 적용한 예를 보면, Fig. 4의 그림이다. 이것은 모델링 하기위한 최초의 기본 조정점 및 곡면의 생성을 보여준다. Fig. 5는 Fig. 4의 조정점에 의해 생성된 곡면에 Chebyshev 다항식의 근을 이용한 절점의 다수 추가에 의한 조정점의 곡부 삽입을 보여준다. Fig. 6은 다수개의 새로운 조정점 첨가후에 조정점과 곡면의 모습인데 여전히 Fig. 4와 동일한 곡면을 갖는다는 것을 알 수 있다. 즉 동일한 곡면을 유지 하면서 곡부적으로 조정점이 추가 되었다.

**2.3 새로운 조정점의 생성**

생성된 조정점을 이용하여 곡면을 수정할 때 그 수가 부족하거나 과다하게 많을 때는 사용자에게 편

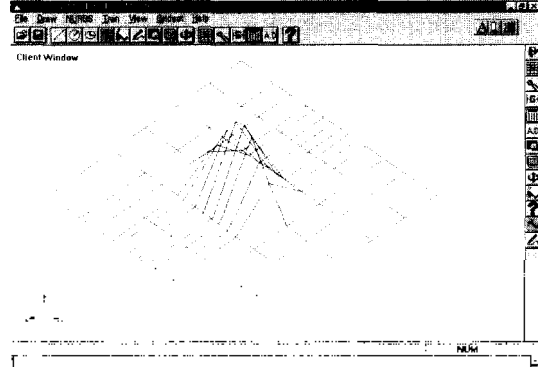


Fig. 5. The insertion of control points by using the knot refinement with Chebyshev root.

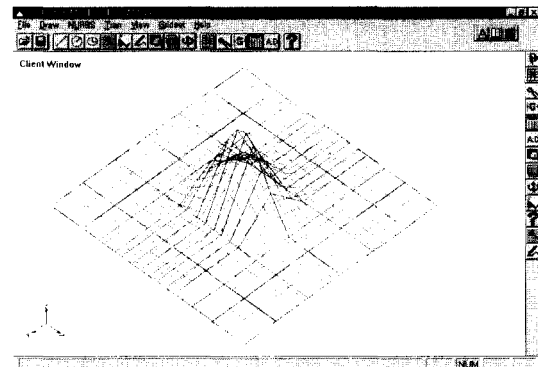


Fig. 6. The generated surface after a local insertion of control points. The knot vector  $\{0, 0, 0, 0, 0.63, 0.88, 1, 1.34, 1.9, 2, 2.46, 2.92, 3, 3.17, 4, 4, 4, 4\}$ .

리한 도구로서 접할 수 없게 된다. 반면 필요한 영역에 조정점의 수를 변화 시킬 수 있다면 수정할 때에 그 적용이 편리해 질 것이다. 또한 여기에 효율적인 조정점의 생성이 가능하다면 더욱 원활한 수정이 이루어 질 수 있다. 본 절에서는 Chebyshev 다항식을 이용하여 절점의 다수 추가를 적용할 때 일반적으로 사용하는 방법과 제안된 다항식을 이용한 방법을 비교한다.

U방향의 조정점 및 U방향의 곡선을 추출하여 새로 추가된 조정점의 분포를 살펴보면 Chebyshev 다항식의 근을 이용한 조정점 추가의 경우 Fig. 7(a)에서처럼 삽입하기 위한 다수개의 조정점 간의 간격이 서로 비교적 균일성을 유지함을 알 수 있다. Fig. 7(b)는 일반적으로 이용하는 등 간격의 절점 선택으로 인한 다수개의 새로운 조정점 생성시 조정점 간의 간격을 보여준다. (b)가 (a)보다 양 끝 단에서 추가된 조정점

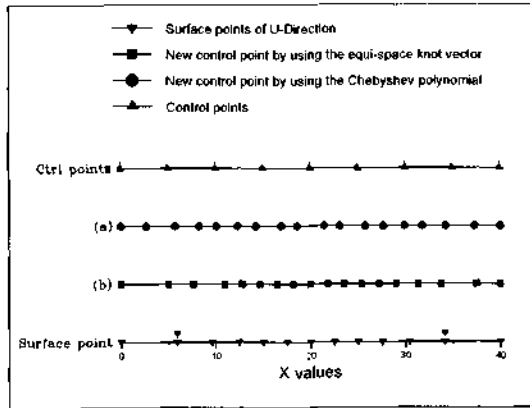


Fig. 7. A comparison of generated control points: (a) using the Chebyshev polynomial root. (b) using the equidistant knot vector.

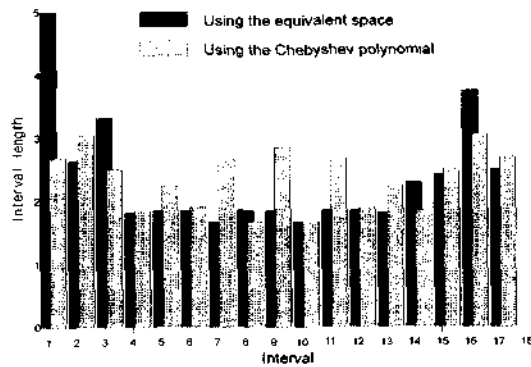


Fig. 8. A Comparison of the interval when numerous control points are inserted (N=9). The knot vector of  $\square$  {0, 0, 0, 0, 0.54, 0.83, 1, 1.39, 2, 2.14, 3, 3.0, 3.86, 4, 4.61, 5, 5.17, 5.46, 6, 6, 6, 6}. The knot vector of  $\blacksquare$  {0, 0, 0, 0, 1, 1.06, 1.61, 2, 2.17, 2.72, 3, 3.28, 3.83, 4, 4.39, 4.94, 5, 5.5, 6, 6, 6, 6}.

간의 간격이 상당히 큰 것을 볼 수 있는데 이것은 개방형 절점 벡터(Open Knot Vector)에 의해 생성된 곡면 패치의 특성과 관련된다. Fig. 8과 Fig. 9는 추가 조정점 개수가 각각 N=9와 N=7일때의 추가된 조정점들 간의 거리를 비교하고 있다. 사용자가 자유 곡

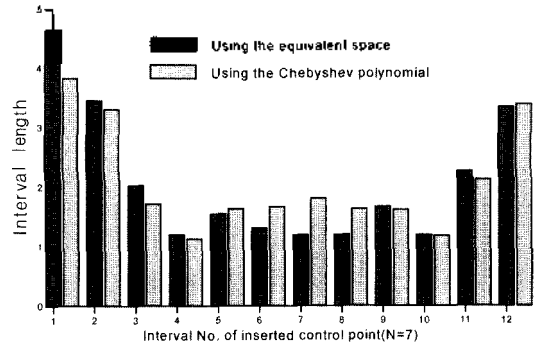


Fig. 9. A Comparison of the interval when numerous control points are inserted (N=7). The knot vector of  $\square$  {0, 0, 0, 0, 0.56, 1, 1.05, 1.92, 2, 3, 3.0, 4, 4.08, 4.95, 5, 5.44, 6, 6, 6, 6}. The knot vector of  $\blacksquare$  {0, 0, 0, 0, 1, 1.21, 1.92, 2, 2.64, 3, 3.36, 4, 4.07, 4.78, 5, 5.5, 6, 6, 6, 6}.

면 모델링을 수행할 때 실제 조작해야 하는 것은 곡면의 패치가 아닌 곡면을 생성하는 조정점이다. 따라서 실제 어떤 곡면의 임의의 구간에 있어서 수정하기 위한 새로운 조정점 삽입은 가급적 간격이 일정한 조정점이 생성되는 것이 타당하다. 그럼에도 불구하고 3차원 자유곡면의 경우 조정점과 곡면은 3차원 공간 상에 위치하므로 조정점의 간격을 절대적으로 같게 하는 것은 사실상 곡면이 변형되지 않아야 하는 한도는 전제아래 불가능하다. 이러한 이유로 새로운 조정점 생성에 있어서 변형이 발생하지 않는 효율적인 절점 선택을 고려해야 한다. 본 연구에서 도입한 Chebyshev다항식의 근은 절점 선택의 수식화와 또한 곡면 수정을 위한 조정점 생성시 간격의 일정성을 보장할 수 있었다. 결과적으로 1.2절에서 설명한 NURBS의 기하학적 특성에 따라, 이러한 절점 삽입은 조정점 이동으로 인한 수정 곡면 영역의 경계쪽에서 변형 영역을 좁게 만든다. 이것은 변형이 급한 곡면을 수정하고자 할 때 도움이 된다.

2.4 곡면 데이터를 위한 자료 구조

본 논문의 곡면 모델러는 C++로 작성하여 공간 좌

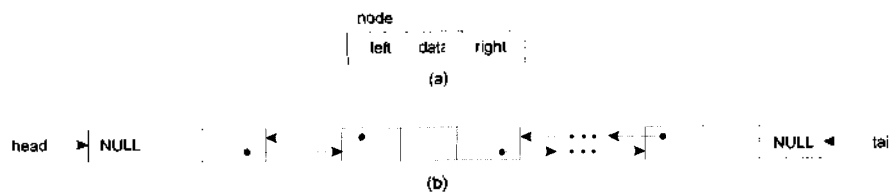


Fig. 10. (a) Data node (b) Link of a array structure.

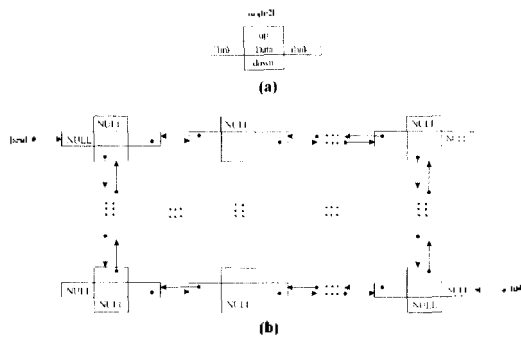


Fig. 11. (a) Data node (b) Link of a net data.

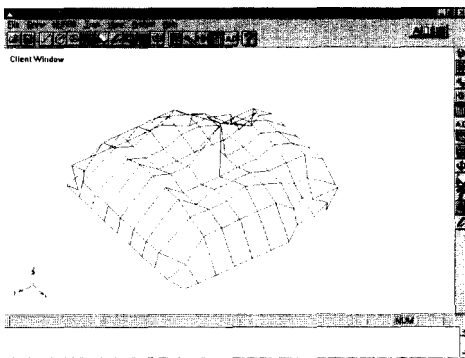
표와 가중치로 구성된 동차좌표계 좌표값과 이들의 연결 리스트를 클래스로 정의하여 프로그램을 작성하였다. 자료의 저장 형태는 배열 형태의 포인터로 구현하였으며 이로서 자료의 삼입과 삭제를 편리하게 하였고 메모리의 효율적 관리가 가능하였다. 특히 NURBS의 절점 벡터는 일차원 연결 클래스로 구현

하였고 이 클래스 연결 리스트는 Fig. 10과 같다.

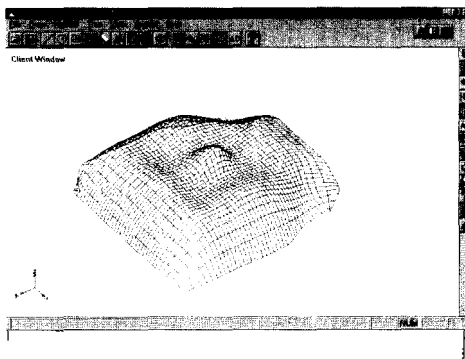
본 연구에서는 곡면의 3차원 좌표의 네트 및 네트 형태를 이루고 있는 데이터군, 예를 들면 조정점 위치 벡터의 데이터와 스크린 좌표계로 변환된 곡면의 3차원 데이터 등을 이러한 연결리스트로 연결하였다. 이러한 2차원 네트 형태의 데이터 구조는 Fig. 11과 같으며 인접 데이터의 검색이 쉽게 이루어 질 수 있어서 데이터의 활용이 더욱 원활해 질 수 있었다.

2.5 적용 사례

본 절에서는 구현한 곡면 모델러에 본 연구에서 제안한 Chebyshev다항식의 근을 이용한 국부 수정을 적용하여 모델링을 하였다. Fig. 12는 얼굴 형태를 모델하기 위해 일단 조정점을 기본적으로 생성한 후 거칠게 조정점을 이동시킨 결과이다. 이때는 조정점이 부족하다는 것을 알 수 있다. 따라서 사용자

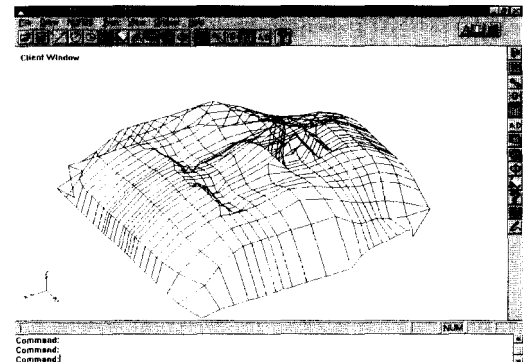


(a)

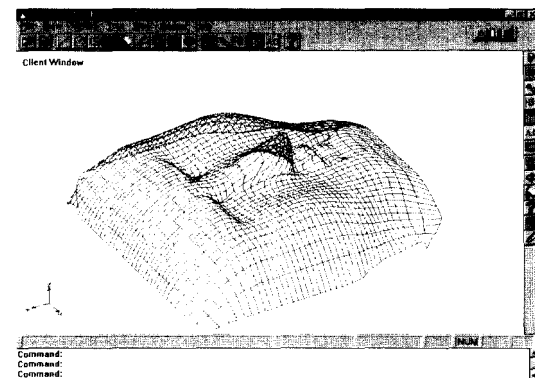


(b)

Fig. 12. The surface of a face model in a rough modification. (a) Control points and (b) Generated surface.

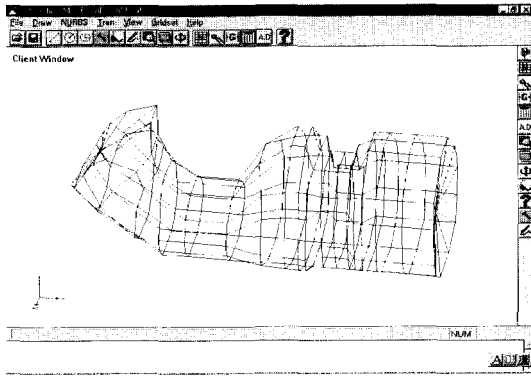


(a)

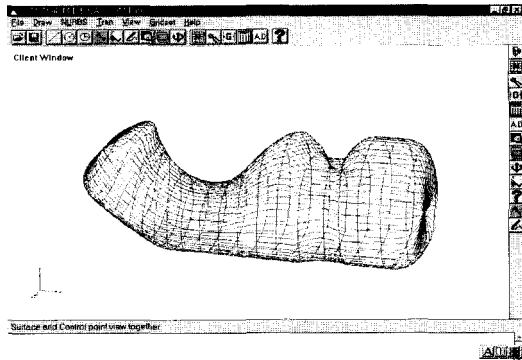


(b)

Fig. 13. A Modification of a control points in a face model and a generated surface of it. (a) control point and (b) A generated surface.



(a)



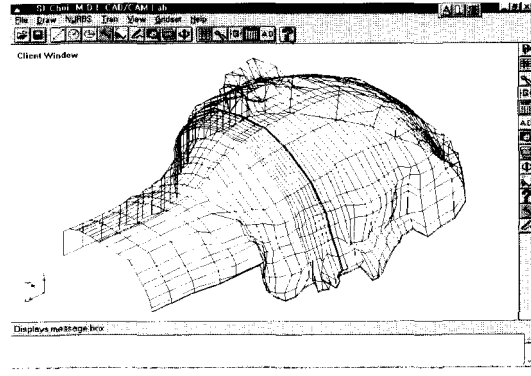
(b)

Fig. 14. The surface generation after the local modification. (a) Control points and (b) Generated surface.

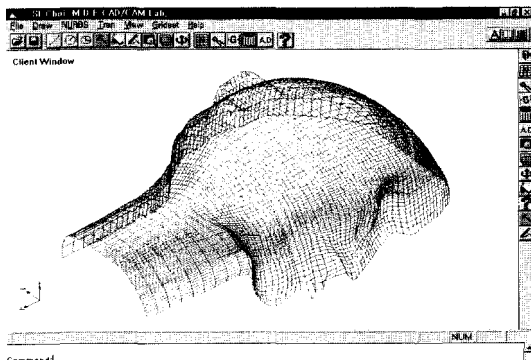
는 처음 조정점을 생성할 때 충분한 개수의 조정점을 염두해서 시작하여야 하며 충분하지 못 할 경우 다시 더 많은 개수의 조정점을 생성하여 시작하여야 하는 번거로움이 있었다. 따라서 좀더 미세 조정이 필요할 때 다시 시작할 필요 없이 사용자는 일단 유곽을 잡아서 기친 모델링을 하고 본 논문에서 적용하는 방법 즉, 필요한 곳에만 국부적으로 효율적인 조정점을 삽입하는 방법을 적용한다. Fig. 13은 눈부위를 미세 조정하기 위해서 국부적으로 조정점을 추가하여 수정했을 때 생성된 조정점과 곡면을 보여준다. 국부적 조정점 삽입은 훨씬 더 사용자에게 유연성을 주는 방법임을 알 수 있다.

두 번째 예로 물과스의 모델링이다. 물과스 모델링을 마무리 하기 위해서 다수의 조정점을 추가하여 수정한 후 그 결과 최종 완성된 그림이 Fig. 14에 있다.

세 번째 예로 Fig. 15는 사람의 얼굴을 모델링 하기 위해 최초의 소수개의 조정점을 먼저 거칠게 생



(a)



(b)

Fig. 15. The complete surface of a side face after local modification. (a) Control point and (b) Generated surface.

성하여 점차 조정점의 국부적 다수 개를 추가 하여 수정함으로써 반복된 작업으로 만족할 만큼 얻어진 곡면이다.

### 3. 결 론

곡면의 국부 수정은 곡면 모델링에서 관심 있는 부분이다. 특히 이것을 사용자와의 대화식으로 일차나 편리하게 구현할 것인가는 CAD/CAM 시스템이 개발됨에 따라서 함께 고려되어야 할 문제들이다. 본 논문은 이렇게 사용자와의 대화식의 편리성에 기여하고자 연구가 진행되었으며 그 적용으로 절점의 다수 추가에서 Chebyshev근을 사용하였으며 이로써 효과적 절점의 분포를 구하고 수정에 알맞은 조정점을 구할 수 있었다. 특히 조정점을 이용한 수정 방법은 가중치의 변경이나 단일 절점 삽입에 의한 방법보다 사용자에게 수정의 용이성을 제공하므로 다수



의 조정점 추가법을 이용하여 생성된 조정점으로 수정을 하도록 하였다. 모델링에 이용된 곡면 이론은 유연성이 좋은 NURBS를 사용하였으며 프로그램의 내부 계산 방법은 재귀적 방법을 선택하여 다수 개의 절점 삽입에 의한 새로운 조정점의 추가 시에도 곡면의 계산이 바로 이루어지도록 하였다. 이러한 방법을 적용하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 절점을 다수개 삽입함에 있어서 절점의 선택을 Chebyshev 다항식의 근을 이용하여 절점 선택을 수식화 하였다.

2) 삽입 절점의 선택에 있어서 Chebyshev 다항식의 근은 NURBS의 초기 시작 절점이 Bezier형 절점 벡터인 경우 수정곡면 경계에 조밀한 조정점을 생성하고 일반적 개방형 절점벡터에서는 비교적 간격이 균일한 새로운 조정점들을 얻을 수 있었다.

3) 수정하고자 하는 선택 영역 내에서 절점을 다수 추가하여 이로 인해 다수 개의 조정점이 삽입 되도록 하는 편리성을 제공하였다.

4) 복합 곡면이 아닌 단일 곡면으로 복잡한 형상을 생성 및 수정 할 수 있었다.

5) 조정점의 곡부 삽입 방법에 의하여 필요한 영역에 조정점을 생성할 수 있으므로 저장 데이터량을 감소시킬 수 있었다.

## 참고문헌

1. Piegl, L and Tiller, W., "Curve and surface constructions using rational B-splines", *CAD*, Vol. 19, No. 9, pp. 485-498, 1987.
2. Watkins, M.A and Worsey, A.J., "Degree reduction of Bezier curves", *CAD*, Vol. 20, pp. 398-405, 1988.
3. 本田知己, 容口直之, 岩井善郎 "ほんCADにあけるB스pline 曲線の局所修正法に関する研究", *日本機械學會 論文集(C編)*, 61卷, 591號, pp. 414-419, 1995.
4. Au, C.K and Yuen, M.M.F., "Unified approach to NURBS curve shape modification", *CAD*, Vol. 27, No. 2, pp. 85-93, 1995.
5. Versprille, K., *Computer-aided design applications of the rational B-spline approximation form*, PhD Thesis, Syracuse University, USA, 1975.
6. Farin, G., "Algorithms for rational Bezier curve", *CAD*, Vol. 5, No. 2, pp. 73-77, 1983.
7. Prautzsch, H., "Degree elevation of B-spline curves", *Comput Aid. Geom. Des.*, Vol. 1, No. 1, pp. 193-198, 1984.

8. Tiller, W., "Rational B-splines for curve and surface representation", *Computer Graphic & Applic.*, Vol. 3, pp. 61-69, 1983.
9. Piegl, L and Tiller, W., "Algorithm for approximate NURBS skinning", *CAD*, Vol. 28, No. 9, pp. 699-706, 1996.
10. Piegl, L., "Modifying the shape of rational B-splines. Part 1: curves", *CAD*, Vol. 21, pp. 509-518, 1989.
11. Piegl, L., "Modifying the shape of rational B-splines. Part 2: surfaces", *CAD*, Vol. 21, pp. 538-546, 1989.
12. Kocic, L.M., "Modification of Bezier curves and surfaces by degree-elevation technique", *CAD*, Vol. 23, pp. 692-699, 1991.
13. Piegl, L and Tiller, W., *The NURBS Book*, Springer, 1995.
14. David F.R, Adams, J.A., *Mathematical Elements for Computer Graphics*, McGRAW-HILL Inc., 1990.
15. Shoichiro Nakamura., *Applied Numerical Methods with Software*, Prentice-Hall, 1991.
16. Lyche, T, Cohen, E, and Morken, K., "knot Line refinement algorithms for tensor product splines", *Comput. Aid. Geom. Des.*, Vol. 2, pp. 133-139, 1985.
17. Boehm, W and Hansford, D., "Inserting new knots into B-spline curves", *CAD*, Vol. 12, pp. 119-201, 1980.



## 최 성 일

1995년 건양대학교 기계공학과 학사  
 1997년 충남대학교 기계설계공학과 공학석사  
 1997년 시스템공학연구소 위촉연구원  
 1997년~현재 충남대학교 기계설계공학과 박사과정  
 1998년~현재 전자통신연구소 위촉연구원  
 관심분야: CAD/CAM, Geometric modeling, Surface modeling, User interface techniques



## 김 태 규

1989년 충남대학교 기계설계공학과 학사  
 1991년 충남대학교 기계설계공학과 공학석사  
 1995년 충남대학교 기계설계공학과 박사 수료  
 1998년~현재 대덕대학 산업공학과 전임 강사  
 관심분야: Surface modeling, CNC 가공, CAD/CAM



### 변 문 현

1957년 서울대학교 기계공학과 학사  
 1959년 서울대학교 기계공학과 공학석사  
 1986년 일본 동경대학 精密機械工學科  
 佐田-木村研 공학박사  
 1994년 ~ 1995년 대한기계학회 생산 및  
 설계공학부문 위원장  
 1975년 ~ 1998년 2월 충남대학교 공과대  
 학 기계설계공학과 교수  
 1995년 ~ 현재 한국 CAD/CAM학회 고문  
 1998년 ~ 현재 충남대학교 명예교수  
 관심분야: CAD/CAM, Geometric mo-  
 deling, CIM, CALS, 생산가  
 공