

Topology based Design

김기화 <한국기계연구원>

1. 서 언

구조설계라 함은 주어진 설계환경 및 조건하에 설계자가 요구하는 기능을 만족하는 구조물을 설계함을 의미한다. 이를 위해서는 주어진 환경하에서 설계공간의 설정이 중요하다. 설계공간을 수학적으로 표현하기 위해 설계변수를 사용한다. 일반적으로 구조설계에 사용되는 설계변수는 주로 부재 단면의 크기를 나타내는 치수(sizing) 변수, 구조부재 절점의 공간상 위치를 나타내는 형상(shape, geometrical, configurational) 변수, 그리고 부재들의 연결관계와 부재, 절점, 지지점의 수를 나타내는 위상(topological) 변수로 분류할 수 있다. 트러스 구조물을 예로 들면, 치수설계는 부재 단면적의 크기를 결정하는 문제이고, 형상설계는 절점의 좌표를 결정하는 문제이며, 위상설계는 절점간을 연결하는 부재의 유무를 결정하는 문제라 할 수 있다. 그리고 대부분의 경우 형상설계와 위상설계는 치수설계를 포함하는 의미를 가진다. 이러한 형상 및 위상설계를 고려함에 따라 그리고 대상 구조물이 대형화됨에 따라 설계공간이 기하급수적으로 커지게 되고 주어진 설계조건을 만족하는 수많은 설계 대안들이 존재하게 된다. 따라서 설계자가 단순히 과거의 경험만을 바탕으로 적절한 구조물을 선택하는 데는 한계가 따르므로 최적설계방법을 도입한 설계과정이 반드시 필요하다. 이러한 설계공간의 확대는 과도한 계산시간을 요구하게 되어 계산효율 증대에 대한 연구가 필요하며, 치수, 형상, 위상을 나타내는 설

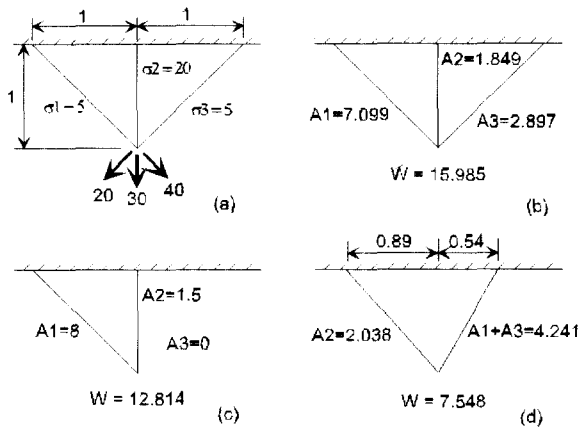
계변수들이 서로 상이한 속성을 가지고 있어 이에 대한 효과적인 처리 방법이 필요하다.

2. 위상 및 형상설계의 필요성

현재까지 대부분의 구조설계가 과거의 경험을 바탕으로 구조물의 형상 및 위상을 고정시킨 상태에서 치수설계만을 수행하여 왔다. 하지만 위상 및 형상설계를 고려한 결과가 치수만을 고려한 설계 결과에 비해 월등한 효과를 나타내는 경우가 대부분이다. 다음의 <그림 1>의 트러스 구조물을 보자. 3개의 부재로 형성된 트러스 구조물을 대상으로 목적함수는 최소중량설계이고, 제한조건은 각 부재의 응력이 허용응력을 초과하지 않도록 하였으며, 하중조건은 3가지 경우에 대해 고려하였다(그림 1(a) 참조). <그림 1>의 (b)는 단순히 치수 최적설계만을 수행한 경우이고, (c)는 위상설계가 수행된 경우로 3번 부재가 소거되었으며, (d)는 위상 및 형상설계가 모두 수행된 경우이다. 목적함수 값의 비교에서 알 수 있듯이 단순 치수설계의 결과에 비해 위상 및 형상설계의 효과가 매우 큼을 알 수 있다.

3. 연구 동향

위상최적설계의 대표적인 방법으로는 엄밀해석적방법, 근사이산화방법, 일반형상최적설계로 분류될 수 있다. 보다 자세한 내용은 문헌[1],[2]를 참조하기 바란다.



(그림 1) 치수, 위상 및 형상 최적설계 비교

3.1 엄밀해석적방법

(Exact Analytical approach)

최적조건을 나타내는 일련의 수식들을 동시에 해석하여 이론적인 최적설계를 엄밀하게 구한다. 즉 주어진 하중과 재료에 대해 중량에 해당하는 등가기준함수를 최소화하도록 구조 부재를 배열하는 방법이다. 본 방법은 19세기말과 20세기초에 Maxwell과 Michell에 의해 처음으로 시도되었다. Michell은 단일하중과 응력제한조건만을 가지는 트러스구조물에 대해 기준함수를 가지는 부재의 최적배치설계를 수행하여 기초이론을 정립하였다. 그후 1970년대에 와서 Prager와 Rozvany 등에 의해 활발한 연구가 진행되고 있다[3]. 본 방법은 structural universe라 하는 기초구조를 바탕으로 해석된다. 즉 설계대상공간의 모든 지점에서 모든 가능한 방향으로 부재가 연속적으로 배치되어 있는 기초구조에서 최적의 배치를 가지도록 부재를 분포시키는 방법이라 할 수 있다. 대부분의 해석결과는 그리드형태(grid-like)의 연속형구조, 즉 아주 작은 간격을 가지는 무한개의 부재로 형성된다.

본 방법은 엄밀해를 구할 수 있다. 이 엄밀해는 실제 구조물로는 사용할 수 없는 경우가 대부분이

나 대상 구조형태에 대한 하한치를 제공하는 의미를 가진다. 하지만 본 방법은 최적화 수치모델이 문제의 형태에 의존하는 단점을 가지고 있어, 몇몇 이상적 문제에 대해서만 해석되고 있고 일반적인 형태의 문제에 대해서는 아직 어려움이 많다.

3.2 근사이산화방법

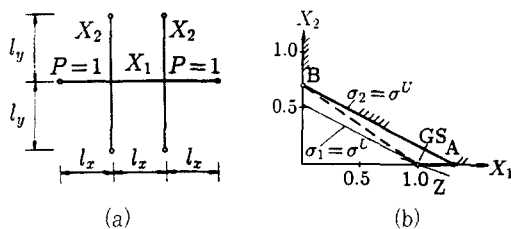
(Approximate-Discretized approach)

본 방법은 가능한 설계공간 내에 매우 조밀하게 연결된 바탕구조(ground structure)를 기본으로 설계한다. 바탕구조가 3.1절의 structural universe와 다른 점은 유한개의 부재로 형성되어 있다는 것이다. 조밀히 연결된 부재 중에서 불필요한 부재들을 제거함으로써 최적의 구조위상을 구할 수 있다. 대부분의 경우 설계변수들의 상이성 때문에 그 해석 방법이 매우 어려워 위상설계와 형상설계가 분리되어 수행된다. 하지만 위상설계와 형상설계가 별개로 분리되지 않는 경우도 있다. 고정된 위상에서 형상설계를 수행하는 도중 두 절점이 한 위치에서 일치되는 경우 그리고 치수변수의 설계범위를 영을 포함하면 위상설계가 동시에 수행된다. 또한 위상설계측면에서도 바탕구조를 대상설계영역을 충분히 확보하고 절점 및 부재를 매우 조밀히 설정하면 형상설계가 동시에 수행되는 효과가 나타난다. 하지만 실제로 초기 바탕구조를 설정하여 최적설계를 수행할 때 몇 가지 문제점이 있다. 그 중 첫 번째가 엄밀해를 구하기 위해서는 절점간의 간격이 매우 조밀한 바탕구조를 사용하여야 하는데 절점의 수가 증가할수록 설계변수의 수가 기하급수적으로 증가한다는 것이다. 즉 만일 대상 절점의 수가 n 라 하면, 부재수는 $n(n-1)/2$ 개가 되고, $(n-3)(n-2)/2$ 차 부정정 문제가 된다. 따라서 계산 효율을 위해 적절한 수의 절점을 사용하여야 하는데, 이 경우는 전체 최적점이 빠질 가능성이 늘 존재한다. 또한 위상설계는 탐색과정에서 부재가 제거되기 때문에 유한요소 해석모델과 설계변수 집합이 변한다. 이에

특집 II 새로운 개념에 의한 설계지원기술

대한 처리는 매우 복잡하고 번거롭다. 따라서 제거되는 부재를 실제로 제거하지 않고 제거되는 효과만 나타내도록 연성재료(soft material)[4]를 사용하기도 한다. 연성재료는 주어진 재료에 비해 강성(탄성계수)이 매우 작은(주로 10^3 배 정도) 가상의 재료로, 이를 사용한 부재는 실제로 그 부재가 없는 것과 같은 거동을 보인다. 그리고 또 다른 문제점은 위상설계의 해가 특이해(singular solution)가 되는 경우가 발생한다는 것이다. 다음 <그림 2>를 보자 <그림 2>의 (a)와 같은 그릴리지 구조물에 대해 설계변수는 각 부재의 폭으로 하고(깊이는 일정 함), 제한조건은 각 부재의 최대응력이 허용응력 σ^u 을 초과하지 않도록 최소중량설계를 수행하였다. 설계가능영역(feasible region)을 도시하면 <그림 2>의 (b)에서 σ_2 가 활성(active) 제한조건이 되어 A점이 최소점이 된다. 하지만 X_2 가 영이되어 제거되면 더 이상 $\sigma_2 \leq \sigma^u$ 의 제한조건을 고려할 필요가 없어지므로 최소점은 GS점이 된다. 따라서 본 문제의 설계가능영역은 AB선이 나타내는 영역과 A-GS간의 직선이 되고 특이해가 최적점이 된다. 만일 X_1 의 상한치가 A-GS 선상의 값을 가지면 설계가능영역이 두 부분으로 분리되어 형성된다. 이와 같이 특이해 또는 설계가능영역이 분리된 경우는 일반적인 최적화방법으로는 해를 구하기가 매우 어렵다.

바탕구조를 기본으로 하는 이산화 최적위상설계에 사용되는 모델은 트러스 및 그릴리지 구조가 대부분을 차지하고, 해석 방법은 목적함수와 제한



<그림 2> 특이해를 가지는 그릴리지 구조물

조건의 특성에 따라 선형계획법(linear programming)과 optimality criteria 방법이 주로 사용된다. 본 절에서 이산화라 함은 유한개의 부재를 가지는 연속적이 아닌 이산 구조를 대상으로 함을 의미한다. 따라서 위의 두 최적화방법을 사용하여 설계변수가 이산적인 경우에 대해서는 아직 위상설계에 관한 연구가 시도되지 않았다. 일반적으로 연속적 설계변수공간에서 나온 결과를 이용하여 이산공간에서의 결과를 도출할 때는 branch and bound 방법을 주로 사용하는데, 그 결과의 정확성은 떨어진다. 이러한 이산설계변수 처리에 효과가 있는 유전알고리즘(genetic algorithm)에 의해 위상설계와 형상설계를 수행한 연구가 행해졌다[5].

3.3 일반 형상최적설계

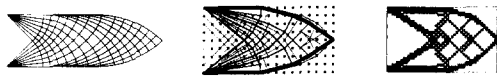
(Generalized Shape Optimization)

구조물이 차지하는 부피와 전체 설계영역에서 형성될 수 있는 최대부피와의 비율이 클 때는 앞의 두절에서와 같은 봉(bar) 형태(트러스, 그릴리지)의 구조는 최적해가 되지 않는다. 이와 같은 문제 해석방법으로 일반적 형상설계방법을 사용하는데 그 기본 원리는 대상 설계공간에 대해 적정한 재료특성을 가진 미세구조(microstructure)를 공간상에 분포시키고, 각 미세구조의 특성을 최적화하는 것이다. 분포할 재료특성으로 가장 대표적인 것이 탄성계수 (E_{ijk})이다. 하지만 공간상에 재료분포를 위해 탄성계수를 설계변수로 직접 사용하지 않고, 일반적으로 미세구조의 밀도 또는 밀도를 표현하기 위한 미세구조의 기하학적 변수를 사용한다. 이러한 기하학적 변수와 탄성특성 간의 관계는 homogenization 이론[4]에 의해 구해진다. 각 요소의 밀도를 분포시킴으로써 최적해는 구조위상과 내부경계(구멍)가 동시에 최적화된 형태로 나타나게 된다.

해의 정확성을 위해 대상설계공간에 이러한 미세구조요소를 매우 많이 분포시켜야 하고, 또한

각 요소는 여러개의 기하학적 변수를 가지므로 설계변수의 수가 매우 커진다. 현재까지 대부분의 설계모델에서는 부피제한조건 상태에서 연성 (compliance) 또는 고유진동수를 목적함수로 하여, optimality criterion 방법을 사용하여 해석하였다.

이상의 3가지 방법에 의한 최적설계 결과를 보이면 다음 <그림 3>과 같다. 3 경우 모두 실제 구조물에 사용하기에는 부적합하여, 최적화된 결과를 바탕으로 추가적인 재설계가 요구된다.



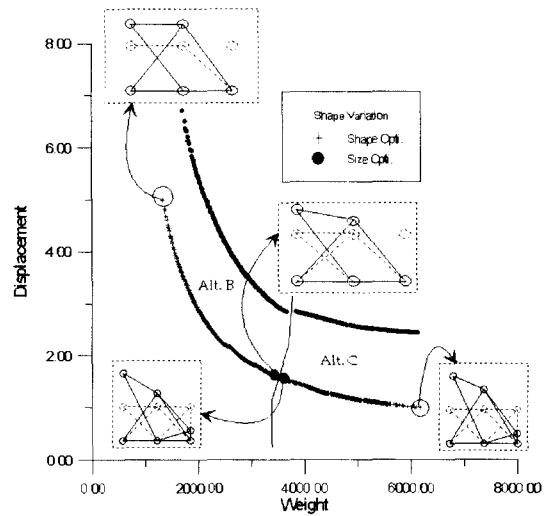
(a) 엄밀해석적방법 (b) 근사이산적방법 (c) 일반형상설계

<그림 3> 최적형상설계 비교

3.4 기타 방법

위의 3절에서 사용한 바탕구조 등의 초기구조 모델은 기본적으로 초기 구조공간을 채워 놓고 불필요한 부재를 제거 또는 변형시키는 방법이다. 이와는 반대되는 개념으로 텅 빈 공간에 부재를 채워가는 방법이 시도되었다. 트러스 구조물을 대상으로 shape grammar 및 simulated annealing 기법을 사용한 shape annealing 방법을 사용하였다[6].

그리고 트러스 구조물에 대해 중량과 변위를 목적함수로 하는 다목적함수 최적위상 및 형상설계가 시도되었다[7]. 각 부재에 대한 응력제한조건을 사용하여 유전알고리즘에 의한 이산화 설계변수도 고려되었다. 각 위상에 대한 최적해의 집합이 서로 분리되어 나타나는 특징을 보여주고 있다 (그림 4 참조). 하지만 유전알고리즘은 계산량이 방대하여 부재의 수가 증가할 때 계산효율이 문제가 된다.



<그림 4> 위상 및 형상을 고려한 다목적함수 최적설계

4. 결론

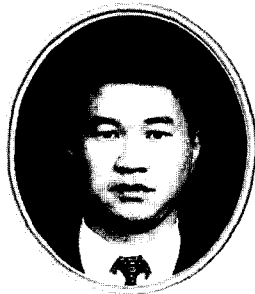
본 글에서는 위상설계의 방법 및 문제점 등에 관해 살펴보았다. 위상설계는 단순치수설계에 비해 그 연구 역사가 짧아 아직 시작 단계라 할 수 있어서, 위의 몇몇 예제에서도 알 수 있듯이 해석 대상 모델이 단순한 형태에 대한 연구가 대부분을 차지하고, 그 결과도 실제 구조물에 적용하기 위해서는 더 많은 연구가 행해져야 한다. 위상설계는 경험을 바탕으로 한 고정된 위상에서의 단순치수설계에 의한 결과 보다 향상된 결과를 주고, 특히 과거의 경험이 적은 새로운 구조물설계에는 그 응용범위 및 효과가 지대할 것으로 사료된다.

참고 문헌

- [1] Rozvany, G.I.N., Bendsoe, M.P., and Kirsch, U., "Layout Optimization of Structures," Applied Mechanics Reviews, vol. 48, no. 2, 1995.

특집 II 새로운 개념에 의한 설계자원기술

- [2] Kirsch, U., "Optimal Topologies of Structures," Applied Mechanics Reviews, vol. 42, no. 8, 1989.
- [3] Rozvany, G.I.N., "Optimal Design of Flexural Systems," Pergamon Press, 1976.
- [4] Bendsoe, M.P. and Kikuchi, N., "Generating Optimal Topologies in Structural Design Using A Homogenization Method," Comp. Meth. App. Mech. Eng., vol. 71, 1988.
- [5] Ragan, S.D., "Sizing, Shape, and Topology Design Optimization of Truss Using Genetic Algorithm," ASCE, J. of Structural Engineering, vol. 121, no. 10, 1995.
- [6] Reddy, G. and Cagan, J., "An Improved Shape Annealing Algorithm for Truss Topology Generation," ASME, J. of Mechanical Design, vol. 117, 1995.
- [7] Yang, Y.S., Ruy, W.S., and Kim, G.H., "Structured Genetic Algorithm for Optimal Truss Design," TEAM' 98, Kanazawa, 1998.



김기환

- 1963년 2월 7일생
- 1994년 공학박사(서울대 조선해양공학과)
- 1997년 10월 이후 한국기계연구원, 구조시스템연구부
- 관심 분야 : 선박 및 해양구조물 최적설계
- E-mail : ghkim@mailgw.kimm.re.kr

'98 추계학술대회 개최 안내

1998년도 대한조선학회 추계학술대회를 개최합니다.

원고양식은 본 학회 홈페이지 www.kordic.re.kr/~society/shipbuild/index.htm

『논문투고』 항목에서 다운받아 사용하십시오.

자세한 작성안내는 p.126 참조