

# 레이리 페이딩 채널에서 리드-솔로몬 부호와 MFSK를 사용하는 주파수 도약 다중 접속 통신의 Tradeoff

정회원 김 상 우\*, 김 승 호\*\*

## Tradeoffs in Frequency-Hopped Multiple-Access Communications with Reed-Solomon Code and MFSK in Rayleigh Fading Channel

Sang Wu Kim\*, Seung Ho Kim\*\* *Regular Members*

### 요 약

본 논문에서는 레이리 페이딩(Rayleigh fading) 채널에서 부호 심볼 크기가  $Q$ 인 리드-솔로몬(Reed-Solomon) 부호와  $M$ -ary FSK ( $M \leq Q$ ) 변조를 사용하는 주파수 도약 다중 접속(frequency-hopped multiple-access) 통신 시스템을 고려한다. 단위 시간과 단위 대역폭당 성공적으로 전송되는 평균 정보 비트의 수로 정의되는 정규화 처리량(normalized throughput)을 최대로 하는 변조 심볼 크기( $M$ ), 주파수 슬롯 갯수, 부호율(code rate) 사이의 tradeoff를 조사한다. 잡음 제한 환경(noise-limited environment)에서는 큰  $M$ 을 사용하는 것이 정규화 처리량을 증가시키고, 간섭 제한 환경(interference-limited environment)에서는 오류 정정 기술을 사용하여 오류를 정정하거나  $M$ 을 증가시켜 오류율을 줄이는 것 보다는 주파수 슬롯의 갯수를 증가시켜 충돌(hit)에 의한 오류를 방지하는 것이 정규화 처리량을 증가시킨다.

### ABSTRACT

We consider a frequency-hopped multiple-access communication system that employs Reed-Solomon code over  $GF(Q)$  and  $M$ -ary FSK signaling ( $M \leq Q$ ) in Rayleigh fading channel. We investigate the tradeoff among the modulation symbol size ( $M$ ), the number of frequency slots, and the code rate in maximizing the average number of successfully transmitted information bits per unit time and unit bandwidth (called normalized throughput). We find that it is desirable to use a large  $M$  in noise-limited environment. In interference-limited environment, it is more important to prevent errors (hits) by increasing the number of frequency slots than to correct them with forward error correction techniques or to reduce the error rate by increasing  $M$ .

\* 한국과학기술원 전기 및 전자공학과

\*\* LG 전자 미디어 통신 연구소

論文番號 : 98127-0319

接受日字 : 1998年 3月 19日

## I. 서론

본 논문에서는  $M$ -ary FSK (MFSK) 변조와 부호 심볼의 크기가  $Q (\geq M)$ 인 리드-솔로몬(Reed-Solomon) 부호를 사용하는 주파수 도약 다중 접속(frequency-hopped multiple-access) 통신 시스템을 고려한다. MFSK 변조는 스펙트럼 측면에서는 다소 비효율적이지만, 효과적인 논코히어런트(noncoherent) 수신기의 구현이 용이하다. 특히, 주파수 도약 통신 시스템에 있어서는 코히어런트 수신기의 구현이 어렵다. 게다가 위성을 통한 마이크로파 채널에서와 같이 포화 영역(또는 근처)에서 동작하는 RF 증폭기를 사용하는 채널은 신호를 엄격히 제한한다. 그러한 채널은 영교차(zero crossing)를 유지하기 때문에 영교차에 의하여 정보가 전달되는 MFSK를 이용하여 거의 감쇄가 없는 수신기를 구현할 수 있다.

또한, MFSK 변조에서는 심볼의 크기  $M$ 이 커지는 경우에는 비트 오류 확률이 감소하게 된다. 이것은 요구되는 비트 오류 확률이 정해져 있을 경우에는 변조 심볼 크기를 증가시켜 보다 많은 가입자를 수용할 수 있음을 의미한다. 하지만 직교 MFSK 신호에 있어서 요구되는 대역폭은 변조 심볼의 크기  $M$ 에 비례하여 증가하기 때문에 대역폭이 증가하는 부담을 안게 된다. 이것은 단위 시간과 단위 대역폭당 성공적으로 전송되는 평균 정보 비트의 수를 최대로 하는 최적의 변조 심볼 크기가 존재함을 암시한다. 만약, 부호화에 의하여 증가된 대역폭을 고려하여 처리량(throughput)을 부호율로 나누어 정규화 한다면 최적의 부호율이 또한 있을 수 있다. 한편, 주파수 슬롯의 갯수를 증가(처리 이득 증가)시키면 충돌(hit) 확률이 작아져 심볼 오류는 줄어든다. 하지만 이것 또한 대역폭의 확장을 요구한다.

무선 채널에서의 변조 방법은 대역폭의 제한 때문에 그 성능뿐만 아니라 대역폭의 효율이 중요한 고려 사항이 된다. 지금까지는 부분 대역 방해(partial-band jamming)와/또는 다중 사용자 간섭(multiuser interference) 환경에서 다양한 오류 정정 기술과 MFSK 변조에 대한 성능 분석이 이루어 졌다 [1],[2],[3]. [4]에서는 블록 오류 확률(block error probability)에 대한 최적의 부호율과 처리 이득(processing gain)의 선택에 대하여 조사되었다. 그리고 [5]에서는 정규화 처리량(normalized throughput)을 최대로 하는 최적의 부호율이

주어졌다. 하지만 [4]와 [5]에서는 최적화를 수행할 때 최악 경우 오류 모델(worst-case error model)이 사용되었다.

본 논문에서는 지금까지 이루어지지 않았던 주어진 대역폭에 대하여 단위 시간과 단위 대역폭당 성공적으로 전송되는 평균 정보 비트의 수로 정의되는 정규화 처리량을 최대로 하기 위하여 변조 심볼 크기, 주파수 슬롯 갯수, 부호율 사이의 tradeoff를 조사한다. Tradeoff를 조사하기 위하여 먼저 심볼 오류 확률이 유도되며, 그 결과는 컴퓨터 모의 실험을 통하여 비교된다. 이러한 결과들은 주파수 도약 다중 접속 통신 시스템의 디자인 파라미터를 어떻게 결정할 것인가를 제시하여 시스템 디자인에 많은 도움을 줄 수 있다.

## II. 시스템 모델

먼저  $K$  명의 사용자가  $q$  개의 주파수 슬롯을 이용하여 통신한다고 가정한다. 각 송신기는 이전 도약 주파수와 독립이고  $q$  개의 주파수 슬롯에 대하여 같은 확률로 랜덤하게 도약하는 주파수 도약 패턴을 사용한다. 이 때, 두 개 이상의 송신기가 동일한 주파수 슬롯으로 동시에 심볼을 전송하는 경우를 "충돌(hit)"이라고 한다. 본 논문에서는 동기 도약(synchronous hopping)을 가정한다. 동기 도약의 경우 서로 다른 송신기가 동시에 같은 주파수 슬롯으로 도약할 확률, 즉 충돌이 발생 될 확률은  $1/q$ 이 된다. 이와 같이 동기 도약을 가정하면 비동기 도약(asynchronous hopping)의 경우 보다 설명과 분석이 쉬워진다. 하지만 동기 도약의 가정은 이것 보다 복잡한 비동기 경우의 분석에서와 유사한 경향을 볼 수 있기 때문에 유용하게 쓰일 수 있다. 모든 비동기 시스템은 많은 사용자가 있는 등가의 동기 시스템으로 볼 수 있고, [6]에서는 동기 도약 경우의 오류 확률이 비동기 도약 경우의 오류 확률에 매우 가까이 접근함을 볼 수 있다.

본 논문에서는 다중 접속 간섭(multiple access interference)과 가산성 백색 가우시안 잡음(additive white Gaussian noise)을 가진 느린 주파수 비선택적 레일리 페이딩(slow frequency-nonsselective Rayleigh fading) 채널을 고려한다. 또,  $Q$ -ary 리드-솔로몬 부호 심볼이  $L = \log_M Q$  개의  $M$ -ary 심볼들로 구성되며 이 심볼들은 직교 MFSK 신호로 전송되고, 주파수 도약율은 도약당 한 개의 부호 심볼인 주파수 도약 시스템을 고

려한다. 이 때 부호 심볼을 구성하는  $M$ -ary 심볼들은 이상적으로 인터리빙 되어 있다고 가정한다. 따라서 리드-솔로몬 부호를 구성하는  $L$  개의  $M$ -ary 심볼들 중 적어도 한 개의 심볼에서만 오류가 발생해도 부호 심볼에서는 오류가 발생하게 된다. 결과적으로  $Q$ -ary 부호 신호는  $D(=M \log_M Q)$  차원의 비직교 신호가 된다. 만약에  $M$ 이  $Q$ 와 같으면  $D=M$ 이 된다. 본 논문에서는 실제로 많이 사용되는 변조 심볼 크기가  $M \leq Q$ 인 경우만 고려한다. 참고로 MFSK 신호의 복조에 대한 복잡도는  $M$ 에 비례하여 증가한다.  $qDn/k = nqM \log_M Q/k$ 는 부호화 하지 않은 ( $k/n=1$ ) 비 주파수 도약 ( $q=1$ ) 이진 FSK ( $M=2$ ) 시스템에 대한 전체 대역폭 확장 요소가 된다.  $T$  초 동안 전송되는  $M$ -ary 직교 FSK 신호는 근사적으로  $M/T$  Hz의 대역폭을 차지하고  $M$  차원 신호이기 때문에, "차원"에 대한 단위는 사실상 "sec · Hz"이 된다.

### III. 심볼 오류 확률

#### 3.1 심볼 오류 확률 분석

$k$  번째 사용자,  $k=0, 1, \dots, K-1$ , 가 전송하는 신호를  $s_k(t)$ 라 하면 다음과 같이 표현 될 수 있다.

$$s_k(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos[2\pi(f_c + f_h^{(k)} + f^{(k)})t + \theta_k], \quad 0 \leq t \leq T \quad (1)$$

여기서  $E_s$ 는 신호 에너지,  $f_c$ 는 반송 주파수,  $f_h^{(k)}$ 는  $k$  번째 사용자의 도약 주파수,  $f^{(k)} (\in \{f_0, f_1, \dots, f_{M-1}\})$ 는  $k$  번째 사용자의 톤 주파수,  $\theta_k$ 는  $k$  번째 사용자의 위상이다. 여기서  $\theta_k$ 는  $[0, 2\pi]$ 에 대하여 균일(uniform)한 분포를 갖는다. 그리고 톤 간격  $|f_i - f_{i+1}|$ 은  $1/T$ 이고 이것은 직교 신호를 만든다 [7]. 만약 모든 사용자로부터 전송되는 각  $M$ -ary 신호가 동일한 확률(즉,  $1/M$ )로 전송된다면 신호 집합의 대칭성 때문에 오류 확률은 전송되는 신호와 독립이다. 즉 모든 신호는 같은 심볼 오류 확률을 갖는다. 본 논문에서는 기준 사용자(reference user)로부터 전송되는 톤 주파수를  $f_0$ 로 설정한다.

느린 주파수 비 선택적 레이리 페이딩 채널에서 수신 신호  $r(t)$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$r(t) = \sum_{k=0}^{K-1} \beta_k s_k(t - \tau_k) + n(t) \quad (2)$$

여기서  $\{\beta_k\}$ ,  $k=0, 1, \dots, K-1$ , 는 독립이고 동일한(레이리) 분포를 갖으며,  $n(t)$ 는 백색 가우시안 잡음이며,  $\tau_k$ 는  $k$  번째 사용자의 시간 지연이다. 여기서  $\tau_k=0$ 라고 가정한다(동기 도약).

그림 1은 논코히어런트 MFSK 복조기를 나타낸다. 복조기 출력의 심볼 오류 확률을 유도하기 위하여 채널에서 발생하는 충돌수  $m$ 에 대하여  $j$  번째 충돌 패턴을  $\mathbf{h}_j(m) = (h_{0,j}^{(m)}, h_{1,j}^{(m)}, \dots, h_{M-1,j}^{(m)})$ 로 표시한다. 여기서  $h_{i,j}^{(m)}$ 는  $j$  번째 충돌 패턴에서  $i$  번째 톤에 있는 간섭 신호(interfering signal)의 갯수를 나타낸다. 예를 들어 심볼 크기  $M=4$ 이고, 두 개의 간섭 신호가 기준 신호와 동시에 같은 주파수 슬롯을 사용한다면(즉,  $m=2$ ), 나타날 수 있는 모든 충돌 패턴은 표 1과 같다. 일반적으로, 충돌수  $m$ 에 대한 충돌 패턴의 갯수는  $M H_m = \binom{M+m-1}{m}$ 과 같이 쓸 수 있다. 전송되는 톤은 동일한 확률(즉,  $1/M$ )을 가질 경우,  $j$  번째 충돌 패턴이 발생할 확률  $P(\mathbf{h}_j(m))$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P(\mathbf{h}_j(m)) = \frac{1}{M^m} \binom{m}{h_{0,j}^{(m)}} \binom{m-h_{0,j}^{(m)}}{h_{1,j}^{(m)}} \dots \binom{m-\sum_{i=0}^{M-2} h_{i,j}^{(m)}}{h_{M-1,j}^{(m)}} \quad (3)$$

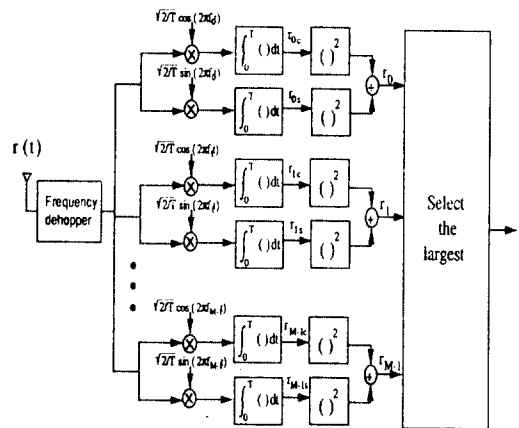


그림 1. 논코히어런트 MFSK 복조기  
Fig. 1 Noncoherent MFSK demodulator

표 1.  $M=4$ 에 대하여 두 개의 간섭 사용자( $m=2$ )  $I_1, I_2$ 로 부터 만들어지는 충돌 패턴  $\mathbf{h}_j(m) = (h_{0,j}^{(m)}, h_{1,j}^{(m)}, h_{2,j}^{(m)}, h_{3,j}^{(m)})$

Table 1. Hit patterns,  $\mathbf{h}_j(m) = (h_{0,j}^{(m)}, h_{1,j}^{(m)}, h_{2,j}^{(m)}, h_{3,j}^{(m)})$ , made by 2 interfering users ( $m=2$ ),  $I_1$  and  $I_2$  for  $M=4$

$I_1 \setminus I_2$	(1,0,0,0)	(0,1,0,0)	(0,0,1,0)	(0,0,0,1)
(1,0,0,0)	$\mathbf{h}_1(m) = (2,0,0,0)$	$\mathbf{h}_2(m) = (1,1,0,0)$	$\mathbf{h}_3(m) = (1,0,1,0)$	$\mathbf{h}_4(m) = (1,0,0,1)$
(0,1,0,0)	$\mathbf{h}_5(m) = (1,1,0,0)$	$\mathbf{h}_6(m) = (0,2,0,0)$	$\mathbf{h}_7(m) = (0,1,1,0)$	$\mathbf{h}_8(m) = (0,1,0,1)$
(0,0,1,0)	$\mathbf{h}_9(m) = (1,0,1,0)$	$\mathbf{h}_{10}(m) = (0,1,1,0)$	$\mathbf{h}_{11}(m) = (0,0,2,0)$	$\mathbf{h}_{12}(m) = (0,0,1,1)$
(0,0,0,1)	$\mathbf{h}_{13}(m) = (1,0,0,1)$	$\mathbf{h}_{14}(m) = (0,1,0,1)$	$\mathbf{h}_{15}(m) = (0,0,1,1)$	$\mathbf{h}_{16}(m) = (0,0,0,2)$

기준 사용자에게 의하여 전송된 톤 주파수가  $f_0$ 이고,  $j$  번째 충돌 패턴이 발생한 경우 그림 1에 나타난 적분기 출력  $r_{ic}$ 와  $r_{is}$ ,  $i=0, 1, \dots, M-1$ , 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$r_{ic} = \delta_{i,0} \sqrt{E_s} \beta_0 \cos \theta_0 + \sum_{v=1}^{h_{i,j}^{(m)}} \sqrt{E_s} \beta_{i,v} \cos \theta_{i,v} + n_{ic} \quad (4)$$

$$r_{is} = -[\delta_{i,0} \sqrt{E_s} \beta_0 \sin \theta_0 + \sum_{v=1}^{h_{i,j}^{(m)}} \sqrt{E_s} \beta_{i,v} \sin \theta_{i,v} + n_{is}] \quad (5)$$

여기서,

$$\delta_{i,0} = \begin{cases} 1, & \text{for } i=0 \\ 0, & \text{for } i \neq 0 \end{cases} \quad (6)$$

그리고  $n_{ic}$ 와  $n_{is}$ 는 평균값 0과 분산  $N_0/2$ 를 갖는 독립적인 가우시안 랜덤 변수이다.  $\{\beta_{i,v}\}$ 과  $\{\theta_{i,v}\}$ ,  $v=1, 2, \dots, h_{i,j}^{(m)}$ , 는 각각  $i$  번째 톤에 있는  $v$  번째 간섭 신호에 대한 레일리 페이딩 크기와,  $[0, 2\pi]$ 에 대하여 균일하게 분포하는 랜덤 위상이다. 따라서  $\sqrt{E_s} \beta_{i,v} \cos \theta_{i,v}$ 과  $\sqrt{E_s} \beta_{i,v} \sin \theta_{i,v}$ 은 평균값 0을 갖는 독립적인 가우시안 랜덤 변수가 되며[8] 분산은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sigma_{i,v}^2 = \frac{1}{2} E[\beta_{i,v}^2] E_s, \quad i=0, 1, \dots, M-1 \quad (7)$$

만약 모든  $i$ 와  $v$ 에 대하여  $E[\beta_{i,v}^2]$ 가 상수라고 가정하면, 즉 수신되는 평균 전력이 동일하다면 식 (7)

을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_{i,r}^2 &= \frac{1}{2} \overline{E_s} \\ &= \frac{1}{2} r \overline{E_b} \log_2 M \end{aligned} \quad (8)$$

여기서,  $\overline{E_s}$ 는 평균 ( $M$ -ary) 심볼 에너지,  $\overline{E_b}$ 는 평균 정보 비트 에너지를 나타내고,  $r$ 은 부호율이다. 그러면 검파기 출력  $r_0, r_1, \dots, r_{M-1}$ 은 독립이고,  $j$  번째 충돌 패턴이 주어졌을 때 그들의 조건부 확률 밀도 함수는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$f(r_i | \mathbf{h}_j(m)) = \frac{1}{\sigma_i^2} \exp\left(\frac{-r_i}{\sigma_i^2}\right), \quad i=0, 1, \dots, M-1 \quad (9)$$

여기서,

$$\sigma_i^2 = \delta_{i,0} \overline{E_s} + h_{i,j}^{(m)} \overline{E_s} + N_0 \quad (10)$$

$j$  번째 충돌 패턴이 주어졌을 때 수신기에서 바른 결정(correct decision)을 할 조건부 확률은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} P_c(\mathbf{h}_j(m)) &= \int_0^\infty P(r_i < r_0, i=1, 2, \dots, M-1 | \mathbf{h}_j(m)) \\ &\quad \cdot f(r_0 | \mathbf{h}_j(m)) dr_0 \\ &= \int_0^\infty \prod_{i=1}^{M-1} \left[1 - \exp\left(\frac{-r_0}{\sigma_i^2}\right)\right] \frac{1}{\sigma_0^2} \exp\left(\frac{-r_0}{\sigma_0^2}\right) dr_0 \end{aligned} \quad (11)$$

그러면, 주어진 충돌수  $m$ 에 대하여 바른 결정을 할 조건부 확률은 다음과 같다.

$$P_{c,M}(m) = \sum_{j=1}^{M^m} P_c(\mathbf{h}_j(m)) P(\mathbf{h}_j(m)) \quad (12)$$

그리고 바른 결정을 할 확률은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_{c,M} = \sum_{m=0}^{M-1} P_{c,M}(m) \binom{M-1}{m} \left(\frac{1}{q}\right)^m \left(1 - \frac{1}{q}\right)^{M-1-m} \quad (13)$$

각각의  $Q$ -ary 부호 심볼은 이상적으로 인터리빙 된  $\log_M Q$  개의  $M$ -ary 심볼들로 구성되어 있기 때문에 부호 심볼 오류 확률은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_e = 1 - P_{c,M}^{\log_M Q} \quad (14)$$

### 3.2 근사적 심볼 오류 확률

주어진 총돌수  $m$ 에 대하여 수신기에서 바른 결정을 할 근사적 확률을  $h_j(m)$ 의 평균값을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_{c,M}(m) \approx P_c(\bar{h}_j(m)) \quad (15)$$

여기서,  $\bar{h}_j(m) = (\bar{h}_{0,j}^{(m)}, \bar{h}_{1,j}^{(m)}, \dots, \bar{h}_{M-1,j}^{(m)})$  이고,  $\bar{h}_{i,j}^{(m)}$  는  $j$  번째 총돌 패턴에서  $i$  번째 톤에 있는 평균 간섭 신호의 갯수를 나타내며 다음과 같다.

$$\bar{h}_{i,j}^{(m)} = \frac{m}{M}, \quad \forall i, j \quad (16)$$

그러면  $\sigma_0^2 = (1 + \frac{m}{M}) \bar{E}_s + N_0$ ,  $\sigma_i^2 = \frac{m}{M} \bar{E}_s + N_0$ ,  $i = 1, 2, \dots, M-1$  이 된다.  $\sigma_0^2$ 과  $\sigma_i^2$ 를 식 (11)에 대입하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} P_{c,M}(m) &\approx \int_0^\infty \left[ 1 - \exp\left(\frac{-r_0}{(1 + \frac{m}{M}) \bar{E}_s + N_0}\right) \right]^{M-1} \\ &\quad \times \frac{1}{(1 + \frac{m}{M}) \bar{E}_s + N_0} \exp\left[\frac{-r_0}{(1 + \frac{m}{M}) \bar{E}_s + N_0}\right] dr_0 \\ &= \sum_{k=0}^{M-1} \binom{M-1}{k} \frac{(-1)^k}{1 + k \left( \frac{m}{M} \bar{E}_s + N_0 \right)} \end{aligned} \quad (17)$$

표 2는 사용자수  $K$ 에 대한  $M$ -ary 변조 심볼 오류 확률과 그것의 근사화된 값을 나타낸다. 근사화에 대한 정확도는 심볼 크기  $M$  또는  $\bar{E}_s/N_0$ 가 작아짐에 따라 개선됨을 볼 수 있다. 특히  $M$ 이 2인 경우에는 근사화된 값은 식 (12)의 값과 일치하며, 그 증명은 부록에 나타나 있다.

표 2. 사용자수  $K$ 에 대한  $M$ -ary 변조 심볼 오류 확률  $P_{e,M}$ :  $r=1$ ,  $q=100$  (a)  $\bar{E}_s/N_0 = 10$  [dB] (b)  $\bar{E}_s/N_0 = 20$  [dB]

Table 2. Probability of  $M$ -ary modulation symbol error,  $P_{e,M}$ , against the number of users  $K$ :  $r=1$ ,  $q=100$  (a)  $\bar{E}_s/N_0 = 10$  [dB] (b)  $\bar{E}_s/N_0 = 20$  [dB]

K	M = 2		M = 4		M = 8	
	Exact Eq. (12)	Approx. Eq. (17)	Exact Eq. (12)	Approx. Eq. (17)	Exact Eq. (12)	Approx. Eq. (17)
10	9.996e-02	9.996e-02	1.091e-01	1.035e-01	1.117e-01	9.810e-02
20	1.174e-01	1.174e-01	1.373e-01	1.260e-01	1.454e-01	1.180e-01
30	1.337e-01	1.337e-01	1.637e-01	1.474e-01	1.770e-01	1.371e-01
40	1.491e-01	1.491e-01	1.886e-01	1.677e-01	2.069e-01	1.555e-01
50	1.636e-01	1.636e-01	2.121e-01	1.870e-01	2.349e-01	1.733e-01
60	1.773e-01	1.773e-01	2.341e-01	2.054e-01	2.613e-01	1.903e-01
70	1.902e-01	1.902e-01	2.549e-01	2.229e-01	2.862e-01	2.068e-01
80	2.023e-01	2.023e-01	2.745e-01	2.396e-01	3.097e-01	2.227e-01

(a)

K	M = 2		M = 4		M = 8	
	Exact Eq. (12)	Approx. Eq. (17)	Exact Eq. (12)	Approx. Eq. (17)	Exact Eq. (12)	Approx. Eq. (17)
10	3.108e-02	3.108e-02	4.124e-02	3.410e-02	4.622e-02	2.981e-02
20	5.328e-02	5.328e-02	7.482e-02	6.054e-02	8.551e-02	5.253e-02
30	7.407e-02	7.407e-02	1.063e-01	8.559e-02	1.223e-01	7.436e-02
40	9.356e-02	9.356e-02	1.357e-01	1.093e-01	1.568e-01	9.534e-02
50	1.118e-01	1.118e-01	1.634e-01	1.319e-01	1.891e-01	1.155e-01
60	1.290e-01	1.290e-01	1.893e-01	1.533e-01	2.194e-01	1.349e-01
70	1.451e-01	1.451e-01	2.136e-01	1.736e-01	2.479e-01	1.536e-01
80	1.602e-01	1.602e-01	2.364e-01	1.929e-01	2.746e-01	1.715e-01

(b)

### 3.3 컴퓨터 모의 실험

본 논문에서 분석된 결과의 정확도를 확인하기 위하여 컴퓨터 모의 실험을 하였다. 그림 2는 컴퓨터 모의 실험에 대한 블록도를 나타낸다. 먼저  $K$ 명의 각각의 사용자는 독립적인  $M$ -ary 심볼을 생성한다. 각각의 심볼은 MFSK 변조기를 거치고 frequency hopper를 거친다음 레일리 페이딩 채널로 전송 된다. 이 때, frequency hopper에서는 랜덤한 주파수 도약 패턴이 생성된다. 레일리 페이딩 채널에서는 각각의 전송된 신호에 레일리 랜덤 변수  $\beta_k$ ,  $k=0, 1, \dots, K-1$ , 가 곱해진다. 레일리 랜덤 변수는 평균이 0인 두 개의

가우시안 랜덤 변수를 생성하여 각각의 제곱을 더한 다음 제곱근을 취하여 만들 수 있다. 그러면  $\overline{E_b/N_0}$  를 결정하는  $E[\beta_k^2]$ 는 가우시안 랜덤 변수 생성시 그 분산을 조정하여 원하는 값으로 만들 수 있다. 레일리 페이딩 채널로 전송된 각각의 신호는 가산성 백색 가우시안 잡음(AWGN)과 함께 모두 더해진다. 이러한 신호는 frequency dehopper와 MFSK 복조기를 통과한 다음 처음 생성된 심볼 값과 비교된다. 만약 처음 생성된 심볼과 복조후 심볼값이 다르면 심볼 오류로 판정된다. 이때, 발생한 심볼 오류는 가산성 백색 잡음과 다른 사용자와의 간섭 신호에 의하여 발생된 것이다. 컴퓨터 모의 실험 결과를 표 3에 나타내었다. 이 표로부터 컴퓨터 모의 실험과 수식 분석 결과가 거의 일치함을 볼 수 있다.

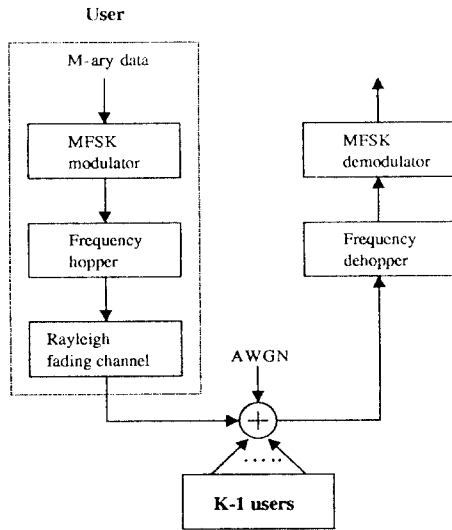


그림 2. 컴퓨터 모의 실험에 대한 블록도  
Fig. 2 Block diagram of computer simulation

#### IV. 정규화 처리량

$(n, k)$  리드-솔로몬 부호는 부호 심볼 오류 개수  $l$  이  $l \leq \lfloor (n-k)/2 \rfloor$  를 만족하는 범위 내에서 오류가 바르게 정정될 수 있다.  $K$  명의 사용자에 대하여  $(n, k)$  리드-솔로몬 부호를 사용할 경우 바르게 복호화(성공적으로 전송)될 확률,  $P_s(K)$ 는 다음과 같다 [9].

표 3. 사용자수  $K$ 에 대한  $M$ -ary 변조 심볼 오류 확률  $P_{e,M}$ 의 수식 분석 결과와 컴퓨터 모의 실험 결과:  $r=1$ ,  $M=8$ ,  $q=100$

Table 3. Probability of  $M$ -ary modulation symbol error,  $P_{e,M}$ , against the number of users  $K$ :  $r=1$ ,  $M=8$ ,  $q=100$

K	$\overline{E_b/N_0} = 10$ [dB]		$\overline{E_b/N_0} = 20$ [dB]		$\overline{E_b/N_0} = 30$ [dB]	
	Eq. (12)	Simulation	Eq. (12)	Simulation	Eq. (12)	Simulation
10	1.116e-01	1.117e-01	4.622e-02	4.641e-02	3.913e-02	3.910e-02
20	1.453e-01	1.448e-01	8.551e-02	8.544e-02	7.906e-02	7.886e-02
30	1.770e-01	1.773e-01	1.223e-01	1.224e-01	1.164e-01	1.163e-01
40	2.068e-01	2.075e-01	1.568e-01	1.573e-01	1.514e-01	1.517e-01
50	2.349e-01	2.356e-01	1.891e-01	1.897e-01	1.842e-01	1.844e-01
60	2.613e-01	2.609e-01	2.194e-01	2.185e-01	2.149e-01	2.156e-01
70	2.862e-01	2.863e-01	2.479e-01	2.466e-01	2.438e-01	2.437e-01
80	3.096e-01	3.094e-01	2.746e-01	2.744e-01	2.709e-01	2.722e-01
90	3.317e-01	3.312e-01	2.997e-01	3.005e-01	2.963e-01	2.959e-01
100	3.526e-01	3.508e-01	3.233e-01	3.212e-01	3.202e-01	3.209e-01

$$P_s(K) = \sum_{l=0}^{\lfloor (n-k)/2 \rfloor} \binom{n}{l} P_e^l (1-P_e)^{n-l} \quad (18)$$

$Q$ -ary 정보 심볼 전송 시간  $T_s$ 에 대하여  $M$ -ary 변조 심볼 전송 시간  $T$ 와의 관계는  $T = (kT_s)/(n \log_2 M)$ 로 표현 될 수 있다. 그러면, 시스템 전체의 대역폭은 다음과 같다.

$$B = \frac{qM}{T} = \frac{qnM \log_2 M}{kT_s} \quad (19)$$

$K$  명의 사용자에 대하여 단위 시간과 단위 대역폭당 성공적으로 전송되는 평균 정보 비트의 수, 즉 정규화 처리량  $W$ 는 다음과 같다.

$$W = \frac{k(\log_2 Q) K P_s(K)}{nqD} = \frac{k K P_s(K) \log_2 M}{nqM} \text{ [bits/(sec} \cdot \text{Hz)]} \quad (20)$$

#### V. 수치적 결과 및 토론

본 장에서는 앞에서 유도한 수식을 이용하여 정규

화 처리량  $W$ 를 최대로 하는 변조 심볼 크기 ( $M$ ), 주파수 슬롯 갯수 ( $q$ ), 부호율 ( $r=k/n$ )을 조사하고, 그것들을  $M_o, q_o, r_o$  (또는  $n$ 이 고정되어 있을 경우  $k_o$ )로 표시한다. 여기서 리드-솔로몬 부호의 길이  $n$ 은  $Q-1$ 로 설정한다.

### 5.1 최적의 ( $q, k$ ) 쌍

그림 3과 4는 전체 대역폭이  $B=3$  MHz이고, 변조 심볼 크기가  $M=8$ 인 경우에 대한 최적의 ( $q, k$ ) 쌍을 나타낸다. 그림 3은  $\overline{E}_b/N_0$ 가 감소함에 따라  $q_o$ 와  $k_o$ 가 증가함을 보여 준다. 이것은 낮은  $\overline{E}_b/N_0$ 에서는 오류 정정을 할 수 없을 정도로 부호 오류 확률이 크기 때문에  $\overline{E}_b$ 가 고정되어 있을 경우  $r$ 을 증가시켜  $\overline{E}_s (= r\overline{E}_b)$ 를 증가시키는 것이 성능의 향상에 도움이 됨을 나타낸다. 또 전체 대역폭이 고정되어 있기 때문에 부호율이 증가함에 따라 주파수 슬롯의 갯수는 증가한다. 그림 4는 사용자수  $K$ 가 증가함에 따라  $q_o$ 와  $k_o$ 가 증가함을 보여 준다. 이것은 사용자수  $K$ 가 증가함에 따라 주어진 대역폭을 오류 정정

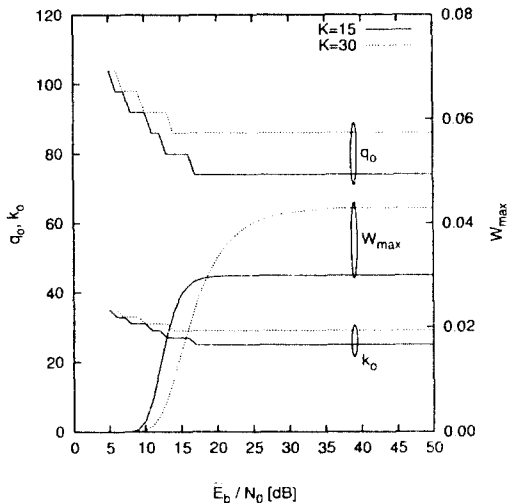


그림 3.  $\overline{E}_b/N_0$ 에 대한 최적의 ( $q, k$ ) 쌍과 최대 정규화 처리량  $W_{\max}$ :  $B=3$  [MHz],  $T_s=10^{-3}$ ,  $Q=64$ ,  $M=8$ ,  $(63, k)$  리드-솔로몬 부호  
 Fig. 3 Optimum ( $q, k$ ) pair and the maximum normalized throughput  $W_{\max}$  against  $\overline{E}_b/N_0$ :  $B=3$  [MHz],  $T_s=10^{-3}$ ,  $Q=64$ ,  $M=8$  and  $(63, k)$  RS code

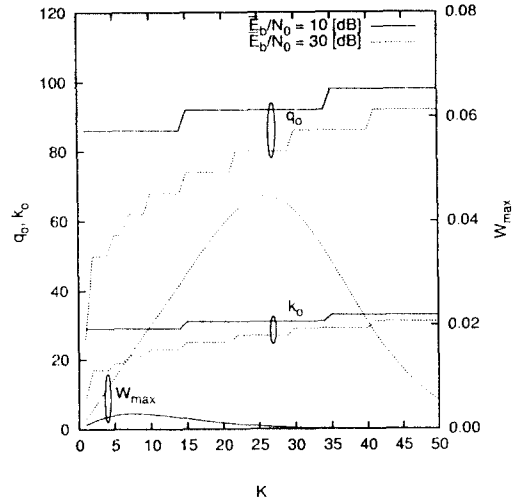


그림 4. 사용자수  $K$ 에 대한 최적의 ( $q, k$ ) 쌍과 최대 정규화 처리량  $W_{\max}$ :  $B=3$  [MHz],  $T_s=10^{-3}$ ,  $Q=64$ ,  $M=8$ ,  $(63, k)$  리드-솔로몬 부호  
 Fig. 4 Optimum ( $q, k$ ) pair and the maximum normalized throughput  $W_{\max}$  against the number of users  $K$ :  $B=3$  [MHz],  $T_s=10^{-3}$ ,  $Q=64$ ,  $M=8$  and  $(63, k)$  RS code

기술에 할당하여 오류를 정정하는 것 보다는 주파수 슬롯의 갯수  $q$ 를 증가시켜 충돌에 의한 오류를 방지하는 것이 성능 향상에 보다 효과적임을 나타낸다.

### 5.2 최적의 ( $M, k$ ) 쌍

그림 5는  $q=45$ ,  $B=3$  MHz 일 때  $\overline{E}_b/N_0$ 에 대한 최적의 ( $M, k$ ) 쌍을 나타낸다. 주어진 파라미터에 대하여 모든 가능한 ( $M, k$ ) 쌍은 (2, 11), (4, 11), (8, 15), (64, 60)이다. 낮은  $\overline{E}_b/N_0$ 에서는 부호 심볼 오류 확률  $P_e$ 가 매우 커서 오류 정정이 어렵기 때문에 변조 심볼 크기  $M$ 을 증가시켜  $P_e$ 를 줄이는 것이 바람직하다. 높은  $\overline{E}_b/N_0$ 에서는  $P_e$ 가 작아져 오류 정정이 중요한 역할을 하게 되며, 작은  $k$ 를 사용하는 것이 좋을음을 알 수 있다. 그림 6은 사용자수  $K$ 에 대하여 최적의 ( $M, k$ ) 쌍을 나타낸다. 높은  $\overline{E}_b/N_0$ 에서는  $K$ 에 대하여 최적의 ( $M, k$ ) 쌍이 변하지 않음을 알 수 있다.

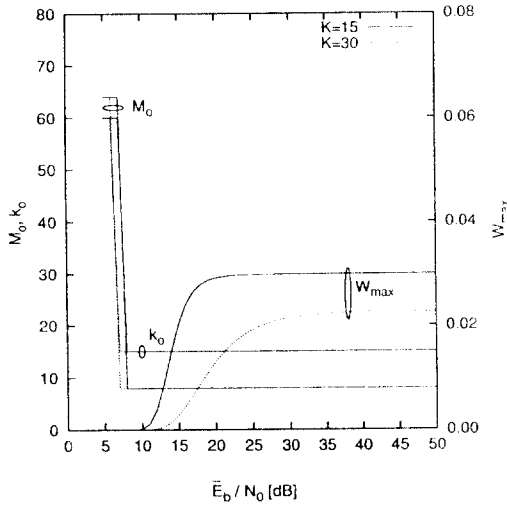


그림 5.  $\bar{E}_b/N_0$ 에 대한 최적의  $(M, k)$  쌍과 최대 정규화 처리량  $W_{\max}$ :  $B=3$  [MHz],  $T_s=10^{-3}$ ,  $Q=64$ ,  $q=45$ ,  $(63, k)$  리드-솔로몬 부호  
 Fig. 5 Optimum  $(M, k)$  pair and the maximum normalized throughput  $W_{\max}$  against  $\bar{E}_b/N_0$ :  $B=3$  [MHz],  $T_s=10^{-3}$ ,  $Q=64$ ,  $q=45$  and  $(63, k)$  RS code

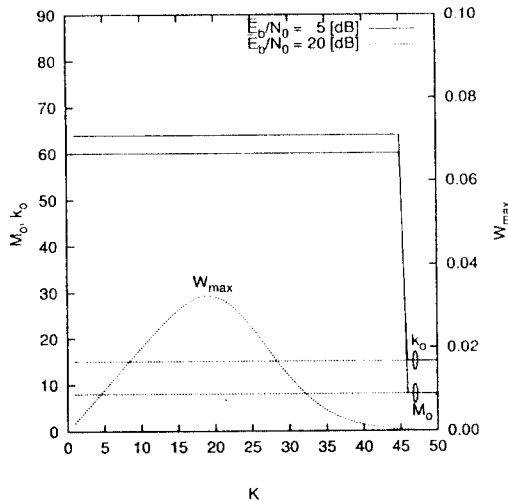


그림 6. 사용자수  $K$ 에 대한 최적의  $(M, k)$  쌍과 최대 정규화 처리량  $W_{\max}$ :  $B=3$  [MHz],  $T_s=10^{-3}$ ,  $Q=64$ ,  $q=45$ ,  $(63, k)$  리드-솔로몬 부호  
 Fig. 6 Optimum  $(M, k)$  pair and the maximum normalized throughput  $W_{\max}$  against the number of users  $K$ :  $B=3$  [MHz],  $T_s=10^{-3}$ ,  $Q=64$ ,  $q=45$  and  $(63, k)$  RS code

5.3 최적의  $(M, q)$  쌍

그림 7은  $(63, 32)$  리드-솔로몬 부호가 사용될 때  $\bar{E}_b/N_0$ 에 대한 최적의  $(M, q)$  쌍을 나타낸다. 낮은  $\bar{E}_b/N_0$ 에서는 가산성 백색 가우시안 잡음의 영향이 크다. 이 경우에는 추파수 슬롯 갯수  $q$ 를 이용하여 잡음의 영향을 줄일 수 없고, 변조 심볼  $M$ 을 증가시켜 그 영향을 줄일 수 있다. 또,  $\bar{E}_b/N_0$ 가 증가함에 따라 다중 사용자 간섭으로부터의 영향이 증가한다. 이 경우  $M$ 을 증가시키는 것 보다는  $q$ 를 증가시키는 것이 보다 효과적이다. 그림 8은 사용자수  $K$ 에 대한 최적의  $(M, q)$  쌍을 나타낸다. 사용자수  $K$ 가 증가함에 따라  $q$ 를 증가시켜 충돌을 방지하는 것이 보다 바람직함을 알 수 있다.

5.4 최적의  $(M, q, k)$

그림 9와 10은 각각  $\bar{E}_b/N_0$ 와  $K$ 에 대한 최적의  $(M, q, k)$ 를 나타낸다. 앞에서 언급된 바와 같이 낮은  $\bar{E}_b/N_0$ , 즉 잡음 제한 환경(noise-limited environment)

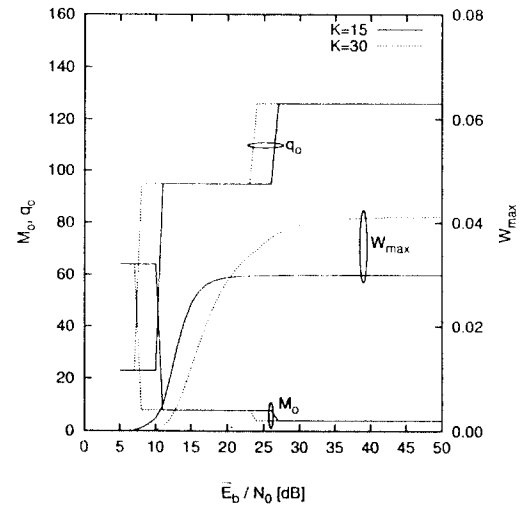


그림 7.  $\bar{E}_b/N_0$ 에 대한 최적의  $(M, q)$  쌍과 최대 정규화 처리량  $W_{\max}$ :  $B=3$  [MHz],  $T_s=10^{-3}$ ,  $Q=64$ ,  $(63, 32)$  리드-솔로몬 부호  
 Fig. 7 Optimum  $(M, q)$  pair and the maximum normalized throughput  $W_{\max}$  against  $\bar{E}_b/N_0$ :  $B=3$  [MHz],  $T_s=10^{-3}$ ,  $Q=64$  and  $(63, 32)$  RS code



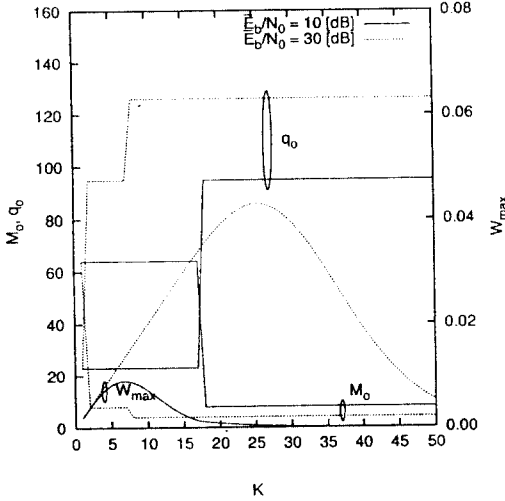


그림 8. 사용자수  $K$ 에 대한 최적의  $(M, q)$  쌍과 최대 정규화 처리량  $W_{max}$ :  $B = 3$  [MHz],  $T_s = 10^{-3}$ ,  $Q = 64$ ,  $(63, 32)$  리드-솔로몬 부호

Fig. 8 Optimum  $(M, q)$  pair and the maximum normalized throughput  $W_{max}$  against the number of users  $K$ :  $B = 3$  [MHz],  $T_s = 10^{-3}$ ,  $Q = 64$  and  $(63, 32)$  RS code

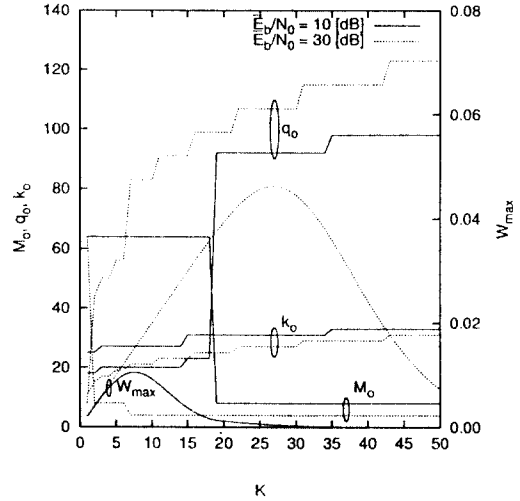


그림 10. 사용자수  $K$ 에 대한 최적의  $(M, q, k)$  쌍과 최대 정규화 처리량  $W_{max}$ :  $B = 3$  [MHz],  $T_s = 10^{-3}$ ,  $Q = 64$ ,  $(63, k)$  리드-솔로몬 부호

Fig. 10 Optimum  $(M, q, k)$  triple and the maximum normalized throughput  $W_{max}$  against the number of users  $K$ :  $B = 3$  [MHz],  $T_s = 10^{-3}$ ,  $Q = 64$  and  $(63, k)$  RS code

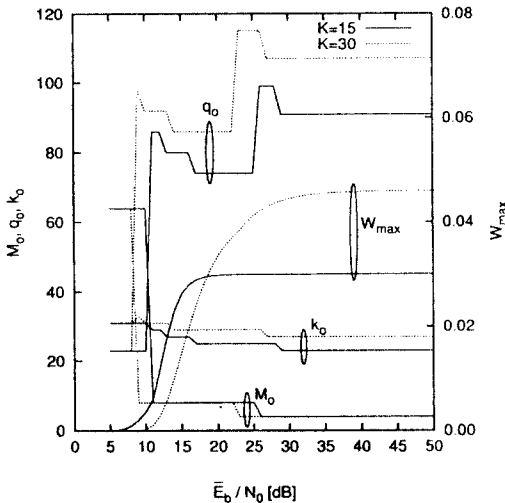


그림 9.  $\bar{E}_b/N_0$ 에 대한 최적의  $(M, q, k)$ 와 최대 정규화 처리량  $W_{max}$ :  $B = 3$  [MHz],  $T_s = 10^{-3}$ ,  $Q = 64$ ,  $(63, k)$  리드-솔로몬 부호

Fig. 9 Optimum  $(M, q, k)$  triple and the maximum normalized throughput  $W_{max}$  against  $\bar{E}_b/N_0$ :  $B = 3$  [MHz],  $T_s = 10^{-3}$ ,  $Q = 64$  and  $(63, k)$  RS code

에서는 가산성 백색 잡음의 영향이 크기 때문에 큰  $M$ 을 사용하는 것이 바람직하다. 다중 사용자 간섭이 증가함에 따라 (높은  $\bar{E}_b/N_0$  또는 큰  $K$ )  $M$ 을 감소시키고  $q$ 와  $k$ 를 증가시키는 것이 바람직하다. 이것은 다중 사용자 간섭의 영향이 큰 경우, 즉 간섭 제한 환경(interference-limited environment)에서는 오류 정정 기술을 사용하거나  $M$ 을 증가시켜 오류를 줄이는 것 보다는 충돌을 방지하여 오류를 줄이는 것이 보다 중요함을 나타낸다.

## VI. 결론

본 논문에서는 주파수 비 선택적인 레일리 페이딩 (frequency-nonselctive Rayleigh fading) 채널에서 리드-솔로몬 부호와 FSK 변조를 사용하는 주파수 도약 다중 접속(frequency-hopped multiple-access) 통신 시스템에 대하여 정규화 처리량(normalized throughput)을 최대로 하는 변조 심볼 크기( $M$ ), 주파수 슬롯 갯수( $q$ ), 부호율( $r = k/n$ ) 사이의 tradeoff를 조사하였다. 잡음

제한 환경(noise-limited environment)에서는 큰  $M$ 을 사용하는 것이 바람직하였고, 간섭 제한 환경(interference-limited environment)에서는 오류 정정 기술을 사용하거나  $M$ 을 증가시켜 오류를 줄이는 것 보다는 주파수 슬롯의 갯수를 증가시켜 충돌(hit)에 의한 오류를 방지하는 것이 보다 효과적임을 알 수 있었다. 또한,  $(q, k)$ ,  $(M, k)$ ,  $(M, q)$  사이의 tradeoff도 함께 조사되었다.

**부 록:  $M=2$ 에 대한  $P_{c,M}(m)$**

식 (12)에  $M=2$ 를 대입하면, 주어진 충돌 수  $m$ 에 대하여 수신기에서 바른 결정을 할 조건부 확률을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 P_{c,M}(m) &= \sum_{j=1}^{H_r} P_c(\mathbf{h}_j(m)) P(\mathbf{h}_j(m)) \\
 &= \sum_{j=1}^{H_r} \int_0^{\infty} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{r_0}{h_{1,j}^{(m)} E_s + N_0}\right) \right] \frac{1}{E_s + h_{0,j}^{(m)} E_s + N_0} \\
 &\quad \times \exp\left(-\frac{r_0}{E_s + h_{0,j}^{(m)} E_s + N_0}\right) dr_0 \\
 &\quad \times \frac{1}{2^m} \binom{m}{h_{0,j}^{(m)}} \binom{m-h_{0,j}^{(m)}}{h_{1,j}^{(m)}} \\
 &= \sum_{j=1}^{H_r} \frac{N_0 + (h_{0,j}^{(m)} + 1) \overline{E_s}}{2N_0 + (h_{0,j}^{(m)} + h_{1,j}^{(m)} + 1) \overline{E_s}} \quad (21) \\
 &\quad \times \frac{1}{2^m} \binom{m}{h_{0,j}^{(m)}} \binom{m-h_{0,j}^{(m)}}{h_{1,j}^{(m)}}
 \end{aligned}$$

$2H_m = m+1$ 이고,  $h_{0,j}^{(m)} + h_{1,j}^{(m)} = m$ 이기 때문에 위 식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 P_{c,M}(m) &= \sum_{j=1}^{H_r} \frac{N_0 + (h_{0,j}^{(m)} + 1) \overline{E_s}}{2N_0 + (m+1) \overline{E_s}} \times \frac{1}{2^m} \binom{m}{h_{0,j}^{(m)}} \\
 &= \sum_{h_{0,j}^{(m)}=0}^m \frac{N_0 + (h_{0,j}^{(m)} + 1) \overline{E_s}}{2N_0 + (m+1) \overline{E_s}} \times \frac{1}{2^m} \binom{m}{h_{0,j}^{(m)}} \\
 &= \frac{1}{2N_0 + (m+1) \overline{E_s}} \left[ (N_0 + \overline{E_s}) \sum_{h_{0,j}^{(m)}=0}^m \frac{1}{2^m} \binom{m}{h_{0,j}^{(m)}} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\overline{E_s}}{2^m} \sum_{h_{0,j}^{(m)}=0}^m h_{0,j}^{(m)} \binom{m}{h_{0,j}^{(m)}} \right] \quad (22) \\
 &= \frac{N_0 + (\frac{m}{2} + 1) \overline{E_s}}{2N_0 + (m+1) \overline{E_s}}
 \end{aligned}$$

**참 고 문 헌**

1. E. Geraniotis and J. W. Gluck, "Coded FH/SS communications in the presence of combined partial-band noise jamming, Rician nonselective fading, and multiuser interference", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 5, pp. 194-214, Feb. 1987.
2. Q. Wang and Y. Chao, "Frequency-hopped multiple access communications with coding and side information", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 10, pp. 317-327, Feb. 1992.
3. L. B. Milstein, S. Davidovici and D. L. Schilling, "Coding and modulation techniques for frequency-hopped spread-spectrum communications over a pulse-burst jammed Rayleigh fading channel", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 3, pp. 644-651, Sep. 1985.
4. K. Cheun and W. E. Stark, "Optimal selection of Reed-Solomon code rate and the number of frequency slots in asynchronous FHSS-MA networks", IEEE Transaction on Communications, vol. 41, pp. 307-311, Feb. 1993.
5. S. W. Kim and W. E. Stark, "Optimum rate Reed-Solomon codes for frequency-hopped spread-spectrum multiple-access communication systems", IEEE Transaction on Communications, vol. 37, pp. 138-144, Feb. 1989.
6. M. A. Wickert and R. L. Turcotte, "Probability of error analysis for FHSS/CDMA communications in the presence of fading", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 10, pp. 523-534, Apr. 1992.
7. J. G. Proakis, Digital Communications. McGraw-Hill, 3rd ed., 1995.
8. A. Papoulis, Probability, Random Variables and Stochastic Processes, McGraw-Hill, 2nd ed., 1984.
9. R. E. Blahut, Theory and Practice of Error Control Codes, Addison-Wesley Publishing Company, 1983.



김 상 우 (Sang Wu Kim) 중신회원

1958년 5월 21일생

1981년 2월: 연세 대학교, 공학사  
(전자공학)

1983년 2월: 한국과학기술원, 공  
학석사 (전자공학)

1987년 5월: Univ. of Michigan,  
공학박사 (전자공학)

1996년 1월~1997년 1월: California Institute of Tech-  
nology 전기 공학과, 방문 부교수

1987년 6월~현재: 한국과학기술원, 전기 및 전자 공  
학과, 부교수

※주관심분야: CDMA, 오류 정정, 이동 무선 통신



김 승 호 (Seung Ho Kim) 정회원

1968년 1월 28일생

1990년 2월: 연세 대학교, 공학사  
(전기공학)

1992년 2월: 한국과학기술원, 공  
학석사 (전기 및 전  
자공학)

1998년 2월: 한국과학기술원, 공  
학박사 (전기 및 전  
자공학)

1997년 6월~현재: LG 전자 미디어 통신 연구소

※주관심분야: 오류 정정, CDMA 모델