

물의 순환에 관한 3차원 유한요소 모형 A Three-Dimensional Finite Element Model of Water Circulation

정 태 성*
Tae Sung Jung*

요 旨 : 물의 유동을 해석하기 위한 3차원 수치모형이 개발되었다. 모형은 균질류에 대한 σ -좌표에서 방정식들을 유한요소법을 사용하여 해석한다. 모형의 정확성을 검토하기 위하여 1차원 수로에서 취송류 분포, 정상각형 호수에서 취송류 분포를 해석하고 해석해와 비교검증하였으며, 마산-진해만에서 조류분포를 계산하고 현장관측자료와 비교검증하였다. 계산결과가 비교된 해석해 및 관측치와 대체로 일치하는 양호한 결과를 보였다. 따라서, 개발된 모형은 복잡한 육지경계를 갖는 자연 수괴의 3차원적 순환현상을 해석하는 데 널리 활용될 수 있을 것이다.

핵심용어 : 3차원 모형, 유한요소법, 모드분리, 마산-진해만

Abstract □ A three-dimensional numerical model of water circulation has been developed. The model employs the equations on σ -coordinate and the finite element method for numerical integration. To verify accuracy of the model, a series of numerical experiments have been conducted. The experiments include wind-driven currents in an one-dimensional channel, wind-driven currents in a square lake, and tidal current distributions in Masan-Jinhae Bay. The simulation results showed good agreements with the analytic solutions for wind-driven currents and the field data sets in Masan-Jinhae Bay. The model can be used widely for modelling of water circulation in the waters with a complex geometry.

Keywords : three-dimensional model, finite element method, mode splitting, Masan-Jinhae Bay

1. 서 론

자연하천, 호수, 연안해역의 대부분은 수심과 육지 경계의 변화가 심한 지형적으로 복잡한 형상을 하고 있다. 따라서, 자연수괴에서 물의 유동은 위치 및 수심에 따라 지역적으로 복잡하게 변화하는 3차원 구조를 갖고 있다. 이러한 복잡한 자연 현상을 모의하기 위하여 수치모형이 사용되어 왔다.

수괴의 형상이 불규칙하고 복잡하게 변화하는 해역의 수치모형에는 격자구성이 비교적 자유로운 유한요소모형이 효율적이다. 따라서, 지형이 복잡한 만, 하구 등에서의 물의 유동 해석에 유한요소모형이 널리 사용되어 왔다. 특히, 해수유동모형으로 평면 2차원 모형은 유속의 수심분포를 계산하지 않음으로써 간단한 계산

구조, 적은 기억용량의 필요, 계산시간의 효율성 등으로 인하여 각종 수리학적 흐름문제의 해석에 널리 사용되어 왔다(Wang, 1975; 정·김, 1992; 서·박, 1996). 그러나, 평면 2차원 모형은 유속의 연직분포를 제시할 수 없어 물의 유동에 관해 완전히 이해하지 못하는 단점이 있다. 따라서, 최근에는 전산기 특히 PC의 기억용량과 연산 처리속도가 급속도로 증진됨에 따라 3차원 모형을 활용하여 실제 수리학적 흐름현상들을 정확히 해석하기 위한 노력이 국내 외에서 활발히 진행되고 있다. 그러나, 대부분의 연구는 수치해석기법으로 유한차분 방법(Blumberg and Mellor, 1987; 정·이, 1994)을 사용하고 있으며, 불규칙한 육지경계를 제한된 격자수로 비교적 정확히 표현할 수 있는 유한요소모형을 사용한 연구는 그리 많지 않은 실정이다. 연직방향 격자크기를

*한남대학교 토목환경공학과(Department of Civil and Environmental Engineering, Hannam University, Taejon 306-791, Korea)

모든 장소에 균등하게 분할하는 z-좌표계에서 다단 모형(multi-level model)을 개발하여 연안 해수유통의 해석에 활용하였으며(Wang, 1976; Kawahara et al., 1983; Robert and Ouellet, 1987), 연직 경계층의 위치를 시간에 따라 변화시키며 계산하는 다층 모형(multi-layered model)이 개발되어 물의 유통 연구에 활용되어 왔다(Wang, 1975; Kawahara et al., 1981). z-좌표계에서 모형은 수심이 깊은 곳에서는 여러 층으로 분할되어 유속의 연직분포를 제대로 계산할 수 있으나, 수심이 얇은 곳에서는 수심이 1개로 분할되어 유속 연직분포를 계산할 수 없으며, 조석에 의한 변화보다 수면에서 연직층을 작게 설정할 수 없다. 따라서, 이러한 z-좌표계의 단점을 개선하기 위하여 연직정규좌표(σ -좌표)에서 모형이 최근에 개발되고 있다. 연직정규좌표에서 모형으로는 유한차분법을 사용하여 개발된 Blumberg and Mellor(1987), 정·이(1994) 등이 국내외에서 개발되어 널리 활용되고 있으며, 유한요소법을 사용하여 개발된 모형으로는 Luettich et al.(1992) 등이 파-연속 방정식을 사용하여 개발하여 활용하고 있으나 연구개발실적이 많지 않다.

따라서, 본 연구에서는 물의 순환에 관한 3차원 유한요소 수치모형 개발의 첫단계로 균질류에 대한 3차원 수치모형의 개발을 시도하였다. 3차원 유한차분모형중 널리 사용되고 있는 Blumberg and Mellor(1987)의 방법에서 공간차분에 유한차분법 대신 유한요소법(정·김, 1992)을 사용하였다. 모형은 연직정규좌표를 사용하고, 계산의 효율성을 기하기 위하여 내부모드와 외부모드를 분리하여 계산한다. 수립된 모형의 정상적인 작동과 신뢰성을 조사하기 위하여 1차원 수로에서 취송류에 대한 해석해와 비교, 호수에서 3차원 취송류 분포 계산 및 기존 연구결과와 비교, 마산-진해만에서 조류계산 및 현장관측결과와 비교하였다. 마산-진해만의 3차원 조류에 대해서는 유한차분모형을 이용한 연구가 수행된 바 있다. Kim(1994)은 연직방향으로 4개 층으로 분할하여 계산하고 단지 1개정점의 표층에서 관측된 조류타원과 비교한 후에 계산결과를 제시하여 모형결과의 신뢰성을 충분히 확보하지 못하였으며, 정(1996)은 연직층으로 10개층으로 분할하여 비교적 정밀한 계산을 시도하고 25시간 동안의 층별 유속변화를 3개 정점에서 관측치와 비교하였다. 본 연구에서는 기존 연구시 활용하였던 관측자료보다 많은 7개정점에서 1개월이상 관측된 층별 유속자료를 사용하여 조

류분포 현황을 조사하고, 개발된 모형의 현장검증을 수행하였다.

2. 수치모형

직교좌표에서 3차원 연속방정식과 운동량방정식을 연직방향에 대하여 정규화한 σ -좌표에서 식으로 변환한 식을 Galerkin 유한요소법을 사용하여 해석하였다.

3차원 유통을 나타내는 정수압 가정하에서 균질류에 대한 연속방정식과 운동량방정식은 직교좌표계에서 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} - fv \\ = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} (A_v \frac{\partial u}{\partial z}) + F_x \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} + \frac{\partial vw}{\partial z} + fu \\ = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} (A_v \frac{\partial v}{\partial z}) + F_y \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \quad (4)$$

여기서, t 는 시간, (u, v, w) 는 (x, y, z) 방향 속도성분이며, f 는 Coriolis 상수, ρ 는 밀도, P 는 압력, F_x 와 F_y 는 각각 x 와 y 방향 수평확산항이며, A_v 는 연직 와점성계수로 상수 또는 간단한 함수형태가 사용되었다.

수심 z 에서의 압력은 식 (4)를 적분하고 대기압을 무시하면, 다음과 같다.

$$P = \rho g (\eta - z) \quad (5)$$

자유수면 $z = \eta(x, y, t)$ 에서 경계조건은 다음과 같다.

$$\rho A_v \left(\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right) = (\tau_{xx}, \tau_{yy}) \quad (6)$$

$$w = u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (7)$$

여기서, τ_{xx} 와 τ_{yy} 는 각각 x 와 y 방향 바람마찰응력이다. 바닥에서 경계조건은 다음과 같다.

$$\rho A_v \left(\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right) = (\tau_{bx}, \tau_{by}) \quad (8)$$

$$w = -u \frac{\partial H}{\partial x} - v \frac{\partial H}{\partial y} \quad (9)$$

여기서, H 는 총수심이며, τ_{bx} 와 τ_{by} 는 각각 바닥마찰응

력 $\vec{\tau}_b$ 의 x 와 y 방향 성분이며, $\vec{\tau}_b$ 는 바닥경계층에서 유속분포에 대한 대수법칙에 의하면 다음과 같다 (Blumberg and Mellor, 1987).

$$\vec{\tau}_b = \rho C_D |\vec{v}_b| \vec{v}_b \quad (10)$$

식 (10)에서 \vec{v}_b 는 바닥층에서 유속이며, 항력계수 C_D 는 다음과 같다.

$$C_D = \left[\frac{1}{\kappa} \ln(H+z_b)/z_0 \right]^{-2} \quad (11)$$

여기서, z_b 는 바닥으로부터 \vec{v}_b 계산점까지의 연직거리, z_0 는 바닥조도로 조류계산시 1 cm가 사용되었다.

상기식들은 수심변화에 관계없이 수평 계산격자점에서 동일한 연직격자점수를 유지하도록 하기 위하여 $\sigma = (\eta - z)/H$ -좌표계에 대한 식으로 변환되었다 (Freeman et al., 1972). 식 (5)를 대입하여, 식 (1)-(3)을 σ -좌표계에서 식으로 변환한 결과는 다음과 같다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial uH}{\partial x} + \frac{\partial vH}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} = 0 \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial uH}{\partial t} + \frac{\partial(uuH)}{\partial x} + \frac{\partial(uvH)}{\partial y} + \frac{\partial(u\omega)}{\partial \sigma} - fvH \\ + gH \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\frac{A_v}{H} \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right] + F_{\alpha} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial vH}{\partial t} + \frac{\partial(uvH)}{\partial x} + \frac{\partial(vvH)}{\partial y} + \frac{\partial(v\omega)}{\partial \sigma} + fuH \\ + gH \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\frac{A_v}{H} \frac{\partial v}{\partial \sigma} \right] + F_{\beta} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서, ω 는 σ 방향의 유속, F_{α} 와 F_{β} 는 각각 σ -좌표계에서 식으로 변환된 x, y 방향 수평확산항이다.

식 (13)과 (14)에서 수면변위 η 는 다음과 같은 2차원 천수방정식으로부터 구한다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial UH}{\partial x} + \frac{\partial VH}{\partial y} = 0 \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial UH}{\partial t} + \frac{\partial(UUH)}{\partial x} + \frac{\partial(UVH)}{\partial y} - fvH + gH \frac{\partial \eta}{\partial x} - DF_x \\ = \frac{\tau_{xx}}{\rho} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} - \frac{\partial \overline{HU'^2}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{HU'V'}}{\partial y} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial VH}{\partial t} + \frac{\partial(UVH)}{\partial x} + \frac{\partial(VVH)}{\partial y} + fuH + gH \frac{\partial \eta}{\partial y} - DF_y \\ = \frac{\tau_{yy}}{\rho} - \frac{\tau_{by}}{\rho} - \frac{\partial \overline{HU'V'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{HV'^2}}{\partial y} \end{aligned} \quad (17)$$

여기서, U 와 V 는 각각 x, y 방향 수심평균 유속, DF_x 와

DF_y 는 각각 x, y 방향 수평확산항, $U=u-U, V=v-V$ 이며, \overline{B} 는 임의변수 B 의 수심적분된 값이다.

식 (15)-(17)은 Galerkin 유한요소법을 사용하여 유한요소화한 후에 3각형 요소의 lumped한 선형 보간 및 가중함수를 사용하여 2단계 양해법(정·김, 1992)에 의하여 계산하였다. 유한요소화 과정은 다음과 같다.

미지수 A 는 다음과 같이 보간함수에 의하여 표현된다.

$$A = \langle N_i N_j N_k \rangle \begin{bmatrix} A_i \\ A_j \\ A_k \end{bmatrix} = \langle N \rangle (A) \quad (18)$$

여기서, i, j, k 는 삼각형요소의 절점들이며, N 은 보간함수(shape function) 또는 가중함수(weighting function)로 다음과 같다.

$$N_i(x, y) = \frac{(a_i + b_i x + c_i y)}{2\Delta} \quad (19)$$

$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{bmatrix} \quad (20)$$

여기서, $a_i = x_j y_k - x_k y_j, b_i = y_j - y_k, c_i = x_k - x_j$ 이다.

식 (18)과 (19)를 사용하고, 2차원 연속방정식 (15)를 Galerkin 방법(Chung, 1978)에 의하여 유한요소화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sum_{e=1}^n \int_{\Delta} \langle N \rangle^T [\langle N \rangle \eta_t + \langle N_x \rangle (UH) \\ + \langle N_y \rangle (VH)]_e dA = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

여기서, 아래첨자는 미분, 윗첨자 T 는 교차행렬(transpose of matrix), e 는 유한요소이다.

$$\begin{aligned} \sum_{e=1}^n \int_{\Delta} \langle N \rangle^T [\langle N \rangle (UH)_t + \langle N_x \rangle (UUh) \\ + \langle N_y \rangle (UVH) - f \langle N \rangle (VH) + g \langle N \rangle H \langle N_x \rangle \eta \\ - \langle N_x \rangle DF_{xx} - \langle N_y \rangle DF_{yy} - \langle N \rangle \frac{\tau_{xx} - \tau_{bx}}{\rho} \\ + \langle N_x \rangle (\overline{HU'^2}) + \langle N_y \rangle (\overline{HU'V'})]_e dA = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

여기서 DF_{xx} 와 DF_{yy} 는 각각 식 (16)의 DF_x 에서 x 와 y 에 대한 미분항이다. y 방향 운동량방정식 (17)도 식 (16)을 식 (22)로 변환한 것과 같이 유한요소화된다.

식 (13)은 연직확산항, 수면경사항, 나미지항을 분리하여 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial uH}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\frac{A_v}{H} \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right] = F_{xs} + gH \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (23)$$

여기서, $F_{xs} = -\frac{\partial(uuH)}{\partial x} - \frac{\partial(uvH)}{\partial y} - \frac{\partial(u\omega)}{\partial \sigma} + fvH + F_{\alpha}$ 이다.

식 (23)을 수면경사항과 연직확산항에 대해 음해법을 사용하여 차분화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u_m^{n+1} = & u_m^n \frac{H^n}{H^{n+1}} + \frac{\Delta t}{(H^{n+1} \Delta \sigma)^2} [A_{vm} (u_m^{n+1} - u_m^n) \\ & - A_{vm+1} (u_m^{n+1} - u_{m+1}^n)] \\ & + \Delta t \left[\frac{F_{xs}}{H^{n+1}} + g \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_m^{n+1} \right] \end{aligned} \quad (24)$$

식 (24)에서 m 은 수면에서 1이고 바닥방향으로 증가하는 격자점 번호이며, F_{xs} 를 식 (22)에서와 같은 방법으로 유한요소화하여 계산하고 수면경사항을 2차원 천수방정식의 결과를 이용하면, 식 (24)는 u 에 대한 삼중대각행렬식이 된다. 이를 Thomas 알고리즘(Press et al., 1986)을 사용하여 해석하여 u 의 연직 유속분포를 얻었으며, v 에 대해서도 u 에 대한 식 (23)과 (24)와 같은 방법으로 연직 유속분포를 얻을 수 있다. 한편, 계산시 바람마찰응력 $\vec{\tau}_b$ 는 식 (22)의 τ_{sx} 와 표층류 계산시 식 (24)의 A_{vm} 을 포함하는 항에 대입되며, 바닥마찰응력 $\vec{\tau}_b$ 는 바닥층 유속계산시 식 (24)의 A_{vm+1} 을 포함하는 항에 대입된다.

위와 같이 계산시각의 효율성을 기하기 위하여 3차원 방정식의 수면변위 η 계산에 2차원 천수방정식을 사용하는 방법을 모드분리법이라고 한다. 조석과 같은 자유수면파가 계산시간간격을 선정하는 데 큰 제약조건으로 작용하는 문제점을 해결하기 위하여, 2차원 방정식인 (15)~(17)을 자유수면파에 의한 제약조건을 따르도록 계산시간간격을 선정하여 안정적으로 계산하고, 계산시간이 많이 걸리는 3차원 식인 (12)~(14)에 대해서는 자유수면파와 관계없이 비교적 큰 계산시간간격을 갖고 계산할 수 있도록 한다. 자유수면 계산시에 비하여 3차원 계산시 약 50~100배가 큰 계산시간간격을 사용하였다. 자세한 계산과정은 다음과 같다.

(가) 천수방정식을 해석하여 수면변위 η 를 계산한

다. 새로운 유속의 연직분포를 계산하는 시간까지 계속적으로 계산한다.

(나) (가)에서 계산된 수면변위를 사용하여 식 (24)와 같은 삼중대각행렬을 해석하여 u 와 v 의 분포를 계산한다.

(다) 3차원 연속방정식 (12)에 의해 ω 를 계산한다.

(라) (가)~(다)의 과정을 매 계산시간단계마다 반복한다.

2차원 천수방정식에서 바닥마찰응력은 3차원 유속분포 계산시 식 (10)을 사용하여 구한 결과를 사용하였다. 또한, 계산시 3차원 유속 계산결과가 천수방정식에 의하여 계산된 수심평균유속과 일치하지 않는 현상이 발생하여, 이를 보정하기 위하여 수평유속 연직분포의 수심평균값이 천수방정식에 의하여 얻은 수심평균유속과 같도록 조정하였다.

3. 수치모형의 검증 및 적용

수립된 모형의 정확성을 확인하기 위하여 1차원 수로에서 취송류 수심분포의 해석해와 비교검증, 정사각형 호수에서 취송류 분포의 해석해와 비교 등을 실시하고, 마산-진해만에서 M_2 조석에 의한 조류의 연직분포 계산 및 현장조사결과와 비교하였다.

3.1 1차원 수로에서 취송류의 연직분포

수립된 모형의 정확성을 조사하기 위하여 수로의 길이가 유한한 수로에 바람이 부는 경우에 발생하는 취송류의 연직분포에 대하여 비교검증을 수행하였다. 수면경사항과 연직확산항만을 고려하여 정상상태에서 취송류 유속분포를 해석적으로 구하면, 다음과 같다 (Cooper and Pearce, 1977).

$$u(z) = \frac{\tau_{sx}}{4\rho A_v} (H - z) \left(1 - 3\frac{z}{H} \right) \quad (25)$$

길이가 20 km, 폭이 5 km, 수심 10 m인 수로를 수평 길이방향으로 1 km, 폭방향으로 5/6 km, 수심방향으로 10/11 m인 격자크기로 격자망을 구성하였으며, 연직 와점성계수로 50 cm², 계산시간간격 50초, 바람마찰응력 1 dyne/cm²을 사용하였다. Fig. 1은 정상상태에서 유속분포를 식 (24)로부터 구한 해석해와 비교한 것으로 계산결과(원)가 해석해와 잘 일치하는 모습을 보였다. 그림에서 삼각형은 식 (16)과 (17)의 우변의

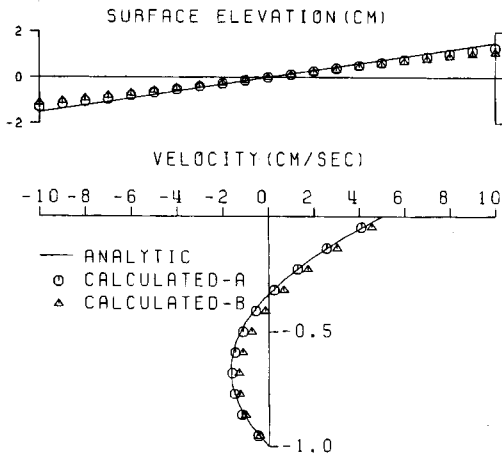


Fig. 1. Comparison of steady wind-driven velocity profiles.

마지막 2개항 즉 평균유속과 3차원 수평유속의 차에 의한 응력항을 무시하고 계산하였을 경우로 해석해와

계산치가 차이를 보이고 있어, 계산시 반드시 고려해야 함을 알 수 있었다.

3.2 정사각형 호수에서 취송류 분포

3.2.1 일정수심

한변의 길이가 100 km인 수심 20 m의 정사각형 호수(Fig. 2)에 바람마찰응력이 1 dyne/cm^2 으로 그림의 위에서 아래로 작용하는 경우에 대하여 수치실험을 실시하였다. 격자간격은 수평방향으로 10 km, 수심방향으로 11개층으로 등간격으로 분할, 계산시간간격은 200 s, 연직 와점성계수는 $20 \text{ cm}^2/\text{s}$, 수평 와점성계수는 $300 \text{ m}^2/\text{s}$, Coriolis 상수는 0.0001를 사용하였다.

Fig. 2는 준정상상태(100시간계산후)에서 결과로 층별($m=1, 4, 8, 11$) 유속의 평면분포도이다. Coriolis 힘의 작용에 의하여 표층류($m=1$)가 바람방향의 우측으로 향하고 있으며, 저층류($m=11$)는 표층류와 반대방

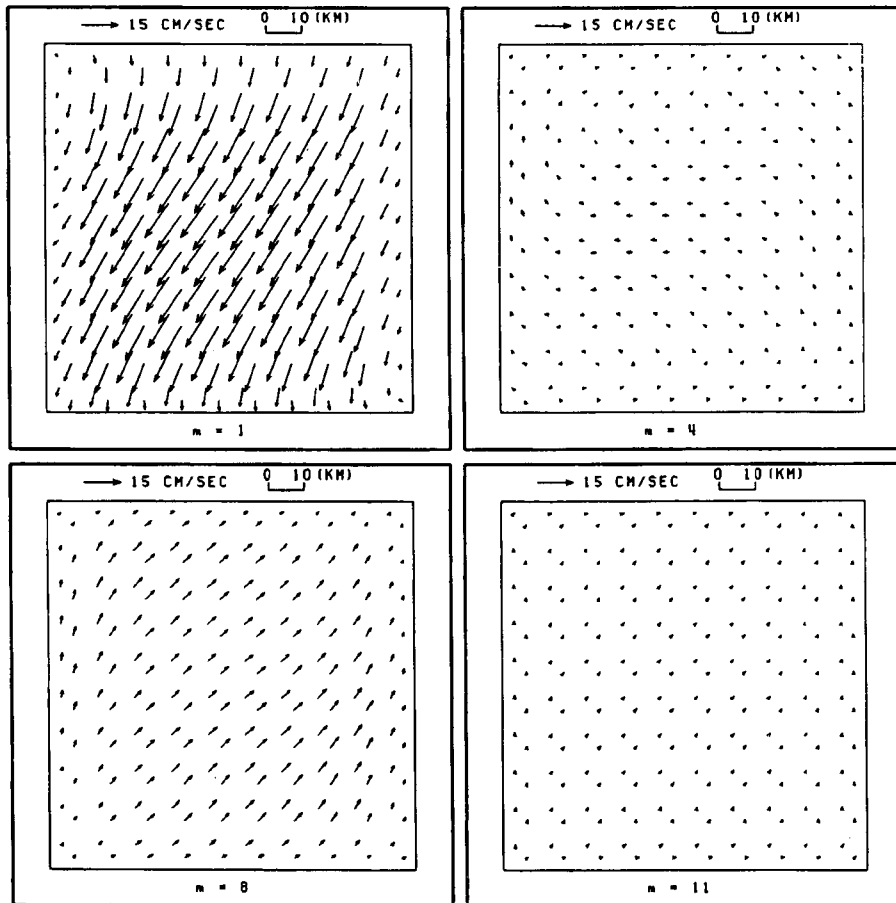


Fig. 2. Horizontal distributions of currents for square lake with constant depth.

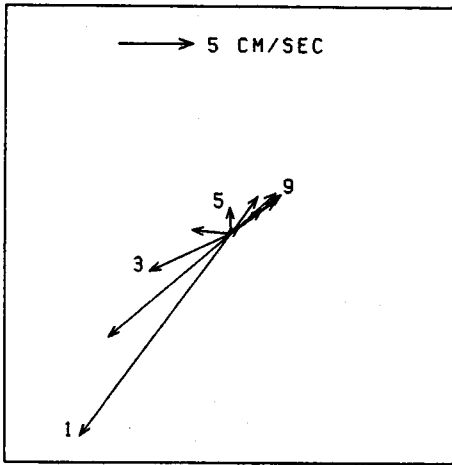


Fig. 3. Velocity vectors at the center of square lake.

향으로의 흐름분포를 보이고 있다. Fig. 3은 호수중앙 점에서 유속으로 숫자는 표층으로부터 증가하는 연직 층 번호를 나타낸다. 표층에서 유속은 Coriolis 힘의 작용에 의하여 바람방향에 대하여 오른쪽으로 향하는 모습을 보이며, 바닥으로 갈수록 흐름방향이 시계방향으로 회전하여 5번째층에서는 바람방향과 반대방향, 6번째층에서는 표층류와 반대방향의 흐름을 보이고 있다. 유속크기는 수심이 깊어짐에 따라 바닥마찰의 영향에 의하여 유속크기가 감소하는 모습을 보였다. 이는 Ekman의 이론 및 유한차분모형을 이용하여 계산한 결과(정·이, 1994)와 일치하는 결과이다. Fig. 4는 호수중앙에서 좌우(x방향) 및 아래위(y방향) 연직단면에서 유속분포도로 연직방향 유속은 크기가 수평유속에 비해 2500배 확대되어 도시되었다. 바람방향과 일치하는 상하 연직단면에서 유속분포를 보면, 표층에서는 바람방향과 같은 방향으로 유속이 발생되었으나, 저층에서는 표층류에 의한 질량 수송을 보존하기 위하여 반대방향으로 흐름을 보이고 있으며, 육지경계부근에서는 용승류와 하강류가 나타나고 있다. 좌우방향은 Coriolis 힘에 의해 바람방향과 오른쪽으로 표층류가 편향됨에 따라 표층류는 위에서 좌로, 저층류는 표층에서 질량수송을 보존하기 위하여 좌에서 우로 흐름을 보였다.

3.2.2 가변수심

σ -좌표계의 정상적인 작동여부를 조사하기 위하여 상기와 같은 정사각형 호수에서 다른 제원은 동일하고, 수심이 남에서 북으로 10 m에서 30 m로 선형적으로 증가하는 조건에 대하여 수치실험을 실시하였다. 준정상상태에서 표층과 저층에서 유속의 수평분포는

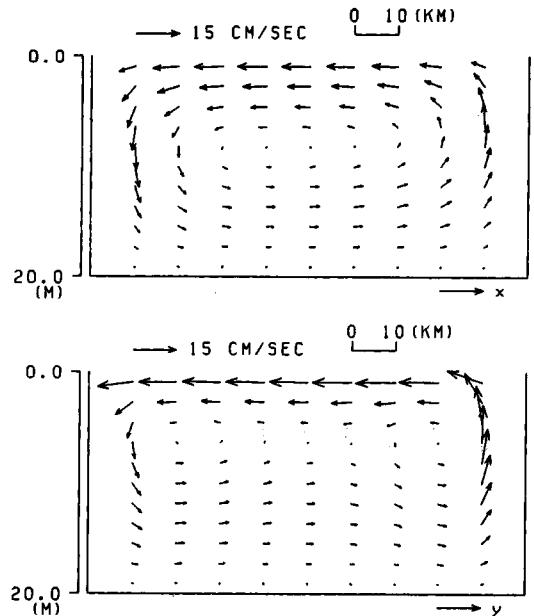


Fig. 4. Vertical distributions of currents for square lake with constant depth.

Fig. 5와 같으며, 호수중앙 연직단면에서 유속분포는 Fig. 6과 같다. 수심이 깊은 호수의 윗해역에서는 일정수심에 대한 계산결과와 같이 바람방향에 대해 우측으로 편향되어 표층류의 흐름이 나타나고 있으나, 수심이 얇은 아래해역에서는 Coriolis 힘에 의한 편향이 바닥마찰로 인하여 북쪽해역보다 작게 나타났다. 또한, 연직분포는 일정수심에 대한 결과와 비슷하나 호수의 아랫부분에서 저층류가 작은 수심으로 인하여 일정수심보다 큰 모습을 보였다. 이와 같은 계산결과는 유한차분모형을 사용하여 동일한 계산을 실시한 정·이(1994)의 결과와 일치하는 결과이다.

3.3 마산 진해만의 조류분포 계산에 적용

마산-진해만에서 조류분포를 계산하기 위하여 Fig. 7과 같이 유한요소 격자의 크기가 250 m~2,500 m인 격자를 총격자수 547개, 총요소수 808개로 구성하였으며, 수로국 해도로부터 편집된 계산영역의 수심분포가 Fig. 7에 격자망과 함께 도시되었다. 계산시간간격은 20초를 사용하였으며, 연직방향으로는 10개층을 균등하게 분할하여 계산하였다. 계산은 5조석주기 동안 수행하여 최종 2조석주기의 결과를 분석하였다. 연직 확산계수는 $0.1 Hu_{*}(1-\sigma)$ ($u_{*} = \sqrt{|\vec{\tau}_b|/\rho}$; Jin and Kranenburg, 1993)에 의하여 산정하였다. 계산은 M_2 조석

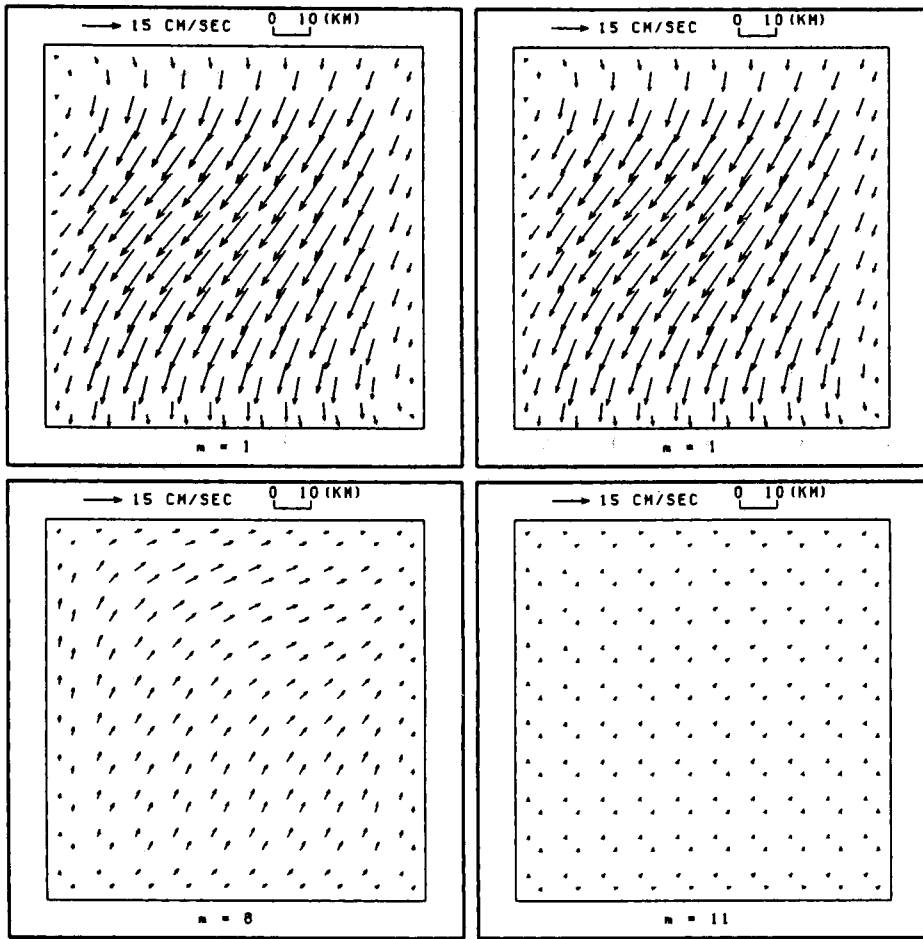


Fig. 5. Horizontal distributions of currents for square lake with variable depth.

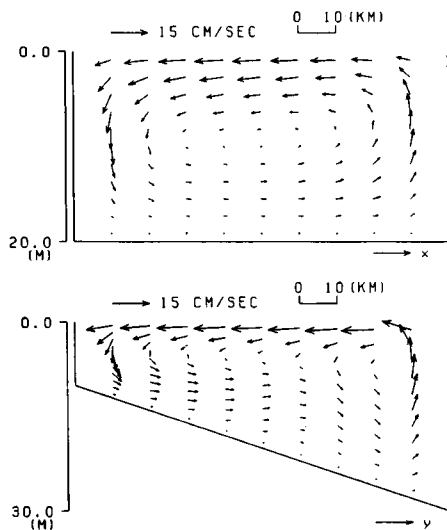


Fig. 6. Vertical distributions of currents for square lake with variable depth.

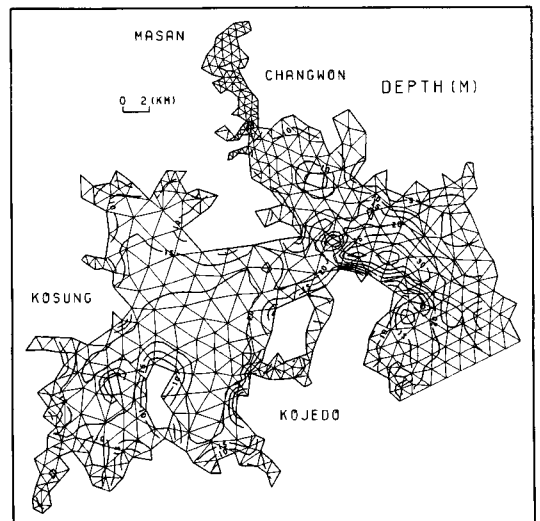


Fig. 7. Grid system and depth profiles for the Masan-Jinhae Bay study.

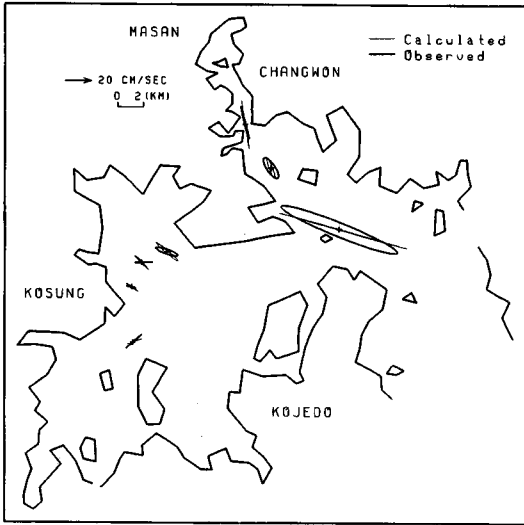


Fig. 8. Comparison of M_2 tidal current ellipses at surface layer.

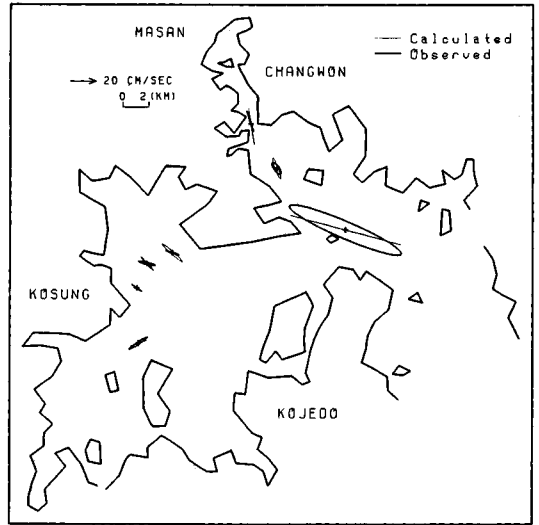


Fig. 9. Comparison of M_2 tidal current ellipses at bottom layer.

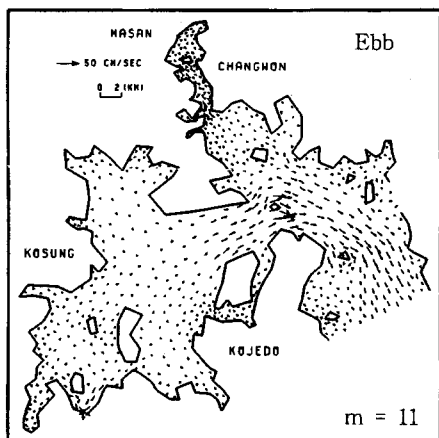
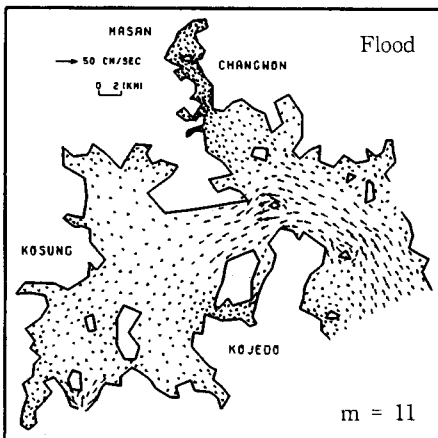
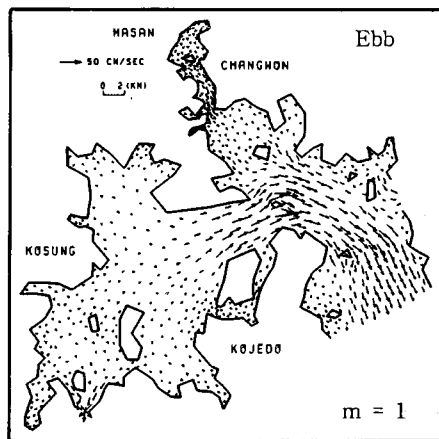
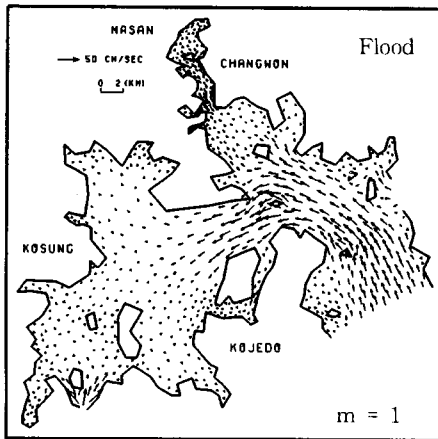


Fig. 10. Horizontal distributions of M_2 tidal currents in the Masan-Jinhae Bay.

에 의한 조류에 대하여 수행하였으며, 정확성 검토를 위하여 1982년과 1983년에 연구해역에서 1개월이상 5 또는 10분간격으로 층별로 조사한 유속관측자료(한국 해양연구소, 1992)중 비교적 관측자료의 상태가 양호한 자료를 검증자료로 활용하였다. 현장관측자료는 Godin의 조류분석법(Foreman, 1978)에 의하여 분석하였으며, 분석결과중 M_2 조류타원의 장축 및 단축의 크기 및 방향을 계산치(25시간동안 매시간 자료를 분석하여 얻은 조류타원에 대한 결과)와 비교하였다. Fig. 8은 표층에서의 M_2 조류타원을 비교도시한 것으로 거제도 동측에서 마산만으로 향하는 수로에서 관측치와 계산치가 유속크기와 방향에서 전반적으로 일치하는 모습을 보였으며, 상대적으로 유속이 작은 진해만에서는 유속크기는 대체로 관측치와 일치하였으나 일부정점에서 방향이 차를 보였다. 이는 차이가 나는 지역이 위치에 따라 유향의 변화가 심한 곳으로 관측정점과 비교정점의 위치가 정확히 일치되지 못함, 계산격자사이를 수용할 만큼 세밀하게 분할되지 못한 점 등에 기인한 것으로 사료된다. 또한, 저층(Fig. 9)에서도 표층에서와 마찬가지로 경향을 보였으나, 유속크기는 표층에 비해 작았다. 전반적으로 계산치가 관측치와 일부지점에서 유향에 약간의 차이가 있는 점을 제외하고는 대체로 관측치와 일치하는 모습을 보였다. 계산치와 관측치의 비교는 관측수심이 정점에 따라 다름에 따라 관측위치와 가장 가까운 연직위치에서 계산된 결과를 관측치와 비교하였다. Fig. 10은 표층($m=1$) 창조류, 저층($m=11$) 창조류, 표층 낙조류, 저층 낙조류의 계산결과이다. 창조시는 거제도 동측수로를 통해서 유입된 해수가 대부분 진해만으로 유입되며, 일부는 마산만으로 유입되는 모습을 보이고 있으며, 견내량 해협을 통해 해수가 진해만으로 유입되는 모습을 보이고 있으며, 낙조시는 창조시와 반대되는 흐름방향을 나타내었다. 이와 같은 흐름양상은 수로국 관측결과(수로국, 1993)와 수리모형 실험결과(김 등, 1994)와 일치하는 양호한 계산결과이다.

4. 결 론

물의 유동에 관한 3차원 유한요소모형을 수립하고 일련의 검증과정을 거쳐 모형의 정확성을 입증하였다. 검증결과에 의하면, 모형은 1차원 수로와 정사각형 호수에서 취송류 분포를 잘 재현하였으며, 지형이 복잡

한 폐쇄성 내만인 마산-진해만에서 M_2 조류의 분포를 비교적 정확히 재현하였다. 따라서, 본 연구에서 수립된 3차원 모형은 복잡한 육지경계를 갖는 자연하천, 호수, 해안 등에서 물의 3차원 유동현상을 정확히 해석하는 데 적극적으로 활용되어, 유동관련 수리학 및 환경문제를 해결하는 데 기여할 수 있을 것이다. 또한, 현재의 결과는 균질류에 대한 결과로 밀도류에 대해 모형을 확장하기 위한 연구가 요망되며, 모형의 신뢰도를 보완하기 위해 다양한 관측자료와 비교검증 및 난류모형 등의 도입이 앞으로 연구되어야 할 것이다.

감사의 글

본 논문은 1996년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었습니다. 연구비 지원에 감사드립니다.

참고문헌

- 김차검, 장선덕, 이종섭, 1994. 진해만 조류의 2차원 수리 및 수치모델링, 한국해양학회지, **29(2)**: 83-94.
- 서승원, 박경원, 1996. 조간대 모의를 위한 2차원 유한요소해석, 한국해양·해양공학회지, **8(1)**: 103-113.
- 수로국, 1993. 조류도(부산에서 여수), 서지 제 1420호.
- 정태성, 1996. 마산-진해만 조류에 관한 3차원 수치모형, 대한토목학회논문집, **16(II-1)**: 63-72.
- 정태성, 김창식, 1992. 이동경계를 고려한 유한요소 해수 유동모형, 한국해양·해양공학회지, **4(3)**: 146-155.
- 정태성, 이길성, 1994. 연직변환좌표에서 3차원 유동 수치모형, 대한토목학회논문집, **14(5)**: 1145-1158.
- 한국해양연구소, 1992. 진해만 해양관측자료 관측집(I) -'82-'83년도 조류, 조석, 기상 관측자료-
- Blumberg, A.F. and Mellor, G.L., 1987. A description of three-dimensional coastal ocean circulation model, In *Three-Dimensional Coastal Ocean Models*, edited by N.S. Heaps, AGU, pp. 1-16.
- Chung, T.J., 1978. *Finite element analysis in fluid dynamics*, McGraw-Hill, Inc.
- Cooper, C.K. and Pearce, B.R., 1977. A three-dimensional numerical model to calculate currents in coastal waters utilizing a depth varying vertical eddy viscosity, *Rep. No. 226*, Ralph M. Parsons Lab. for Water Resources and Hydrodynamics, MIT.
- Foreman, M.G.G., 1978. *Manual for tidal currents analysis*

- and prediction, Institute of Ocean Sciences, Patricia Bay, Sidney, B.C.
- Freeman, N.G., Hale, A.M. and Donard, M.B., 1972. A modified sigma equations' approach to the numerical modelling of Great Lakes hydrodynamics, *J. Geophys. Res.*, **77**(6), pp. 1050-1060.
- Jin, X. and Kranenburg, C., 1993. Quasi-3d numerical modelling of shallow-water circulation, *J. Hydr. Engrg.*, **119**(4), pp. 458-472.
- Kawahara, M., Kobayashi, N. and Nakada, K., 1983. Multiple-level finite element analysis and its application to tidal current flow in Tokyo Bay, *Applied Math. Modelling*, **7**(6), pp. 197-211.
- Kawahara, M., Morihira, M., Kataoka, S. and Hasegawa, K., 1981. Periodic finite elements in two-layer tidal flow, *Int. J. Numerical Methods in Fluids*, **1**, pp. 45-61.
- Kim, C.K., 1994. Three-dimensional numerical model experiments of tidal and wind-driven currents in Chinhae Bay, *J Korean Soc. of Oceanography*, **29**(2), pp. 95-106.
- Luetlich, R.A., Westerink, J.J. and Scheffner, N.W., 1992. ADCIRC, An advanced three-dimensional circulation model for shelves, coasts, and estuaries, *Tech. Rep. DRP-92-6*, US Army Corps of Engineers, Washington, DC.
- Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A. and Vetterling, W.T., 1986. *Numerical recipes, The art of scientific computing*, Cambridge University Press.
- Robert, J.-L. and Ouellet, Y., 1987. A three-dimensional finite element model for the steady and non-steady natural flows, In *Three-Dimensional Models of Marine and Estuarine Dynamics*, edited by J.C.J. Nihoul and B.M. Jamart, pp. 359-372.
- Wang, H.-P., 1976. Multi-leveled finite element hydrodynamic model of Block Island Sound, Ph.D thesis, Univ. of Rhode Island, USA.
- Wang, J.D., 1975. Mathematical modelling of near coastal circulation, Ph.D thesis, MIT, USA.