

# 회절현상의 관점에서 본 포물선형 완경사방정식의 비교 Comparison of Parabolic Mild-Slope Equations in View of Wave Diffraction

이해균\* · 이길성\*\* · 이창훈\*\*\*

Haegyun Lee\*, Kil Seong Lee\*\* and Changhoon Lee\*\*\*

**요 旨** : 수치모형이 파랑변형 중에서 회절을 어느 정도로 정확히 해석할 수 있는 지에 대한 연구는 매우 중요한 일이다. 세가지 포물선형 방정식인 단순 포물선형, 광각 포물선형, 삼변수 포물선형 방정식에 대하여 파의 회절의 관점에서 비교하였다. 단순 포물선형 방정식에 대해서는 측면경계에서 불필요한 반사를 피하기 위하여 Dalrymple and Martin(1992)이 제안한 완전경계조건을 적용하였다. 반무한 방파제의 경우에 Penney and Price (1952)의 해석해와 각 모형의 결과를 비교하였다. 입사각이 방파제에 대하여 직각일 때는 모두 좋은 결과를 보여 주었으나, 입사각이 직각에서 편향됨에 따라 단순 포물선형 방정식에 의한 해의 오차가 가장 컸고 삼변수 포물선형 방정식에 의한 해의 오차가 가장 작았다.

**핵심용어** : 포물선형 방정식, 회절, 반무한 방파제

**Abstract** □ Among the phenomena of water-wave transformation, the wave diffraction is prominent for waves inside the harbor. It is important to study how accurately the diffraction can be resolved by the numerical model. Three parabolic mild-slope equations, i.e., simple, wide-angle, three-parameter parabolic equations, are compared in view of the diffraction of water-waves around a semi-infinite breakwater. To avoid reflections at lateral boundaries, we apply the perfect boundary condition of Dalrymple and Martin (1992) in case of simple parabolic equation. The numerical results for the case of a semi-infinite breakwater are compared with the analytical solution of Penney and Price (1952). All the results are very accurate when waves attack the breakwater normally. When waves attack the breakwater obliquely, however, the simple parabolic equation yields the worst solution and the three-parameter parabolic equation yields the most accurate solution.

**keywords** : parabolic equation, diffraction, semi-infinite breakwater

## 1. 서 론

해안에서의 파랑변형은 중요한 연구분야로서 많은 해안공학자와 과학자들은 이와 관련된 다양한 문제를 연구해 왔다. 파랑변형 현상 중에서, 천수(shoaling), 굴절(refraction), 회절(diffraction), 쇄파(breaking), 그리고 반사(reflection) 등은 우리가 해안 지역에서 쉽게 볼

수 있는 현상들이며 공학적으로도 중요하다. 이러한 현상 중에서 회절현상은 방파제나 이안제가 있는 해안에서 가장 중요하게 고려해야 할 문제이다.

본 논문의 적용 대상인 반무한 방파제 주위의 회절현상에 대하여 처음으로 연구한 사람은 Penney and Price(1952)이다. 그들은 반무한 스크린에 대한 빛의 회절현상을 설명하는 Sommerfeld(1896)의 해를 파의

\*한국전력 전력연구원 토건그룹 (Civil and Structural Group, Korea Electric Power Research Institute, Taejon 305-380, Korea)

\*\*서울대학교 토목공학과 (Department of Civil Engineering, Seoul National University, Seoul 151-742, Korea)

\*\*\*한국해양연구소 연안·항만공학연구센터 (Coastal and Harbor Engineering Research Center, Korea Ocean Research and Development Institute, Ansan, P.O. Box 29, Seoul 425-600, Korea)

회절문제에 적용했다. Penney and Price는 방파제에 개구부가 있는 경우, 즉, 양익 방파제에 대하여도 그들의 해가 적용될 수 있음을 보였으나, Carr and Stelzriede (1952)가 지적했듯이 Penney and Price의 해는 방파제 개구부의 크기가 파장의 2배 이하인 경우에는 만족할 만한 결과를 얻을 수 없었다. 이는 각각의 방파제에서 경계조건이 다른 쪽 방파제로 인한 간섭으로 인하여 만족되지 않기 때문이다. 또한 이런 식의 선형중첩은 파가 방파제에 수직이 아닌 다른 각도로 입사하는 경우에는 적용할 수가 없다.

Carr and Stelzriede는 Mathieu함수를 이용하여 개구부가 있는 방파제에 대한 회절현상을 설명하였다. Memos(1980)는 더 나아가 한 방파제의 연장선이 다른 방파제의 끝을 지나는 경우에, 개구부를 중심으로 두 방파제가 임의의 각도로 배치되어 있을 때에도 적용할 수 있는 해석해를 제안했다. Memos가 제안한 식은 다음과 같다.

$$F(x, y) = -\frac{\pi^2}{\alpha_0} \sin(\alpha_0 - 3\pi/2 + \alpha) \int_0^{BL} \left[ \exp\{-2\pi i q \cos(\alpha_0 - 3\pi/2 + \alpha)\} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \varepsilon_m J_{m/\pi\alpha_m}(2\pi r_+) H_{m/\pi\alpha_0}^{(1)}(2\pi r_-) \cos\left(\frac{m\pi}{\alpha_0}\theta\right) \right] dq \quad (1)$$

여기서 회절계수  $K_d$ 는  $|F(x, y)|$ 이고  $\alpha_0$ 는 양익 방파제가 이루는 각이고,  $\alpha$ 는 x축에 대한 파의 입사각이고  $\varepsilon_m$ 은  $m$ 이 0일 때 1이고,  $m$ 이 1 이상일 때는 2이고,  $J$ 는 Bessel 함수이고,  $H^{(1)}$ 은 제 1종 Hankel 함수이고,  $r_+$ 와  $r_-$ 는 적분변수  $q$ 와  $\sqrt{(x/L)^2 + (y/L)^2}$ 중에서 각각 작은 값과 큰 값이다. Memos의 해는 방파제 개구부 부근에서는 다소 과도한 값을 산정하나 대체로 실험 결과와 잘 일치하는 것으로 알려져 있다.

Chen(1987)은 임의의 각을 가진 쇄기에 대하여, 입사한 파의 반사와 회절을 동시에 설명할 수 있는 식을 제안하였다. 그는 먼저 직교 좌표계가 아닌 원통형 좌표계로 변환된 Helmholtz 방정식에, 쇄기표면에서의 속도가 0인 경계조건과 Sommerfeld의 방사경계조건(radiation boundary condition)을 적용하여 이 경계치문제에 대한 해를 제시하였다. 그의 해는 쇄기의 중심각이 0°일 때는 반무한 방파제에 대한 해로 귀착된다. 이

처럼 파랑변형에 대한 해석적인 해를 제시할 수 있는 경우는 매우 이상적인 조건에 한정된다. 따라서 보다 일반적인 경우에는 수치모형에 의존할 수 밖에 없다.

Berkhoff(1972)는 파의 회절과 굴절을 동시에 고려할 수 있는 다음의 환경사방정식을 제안하였다

$$\nabla_h \cdot (CC_g \nabla_h \hat{\phi}) + k^2 CC_g \hat{\phi} = 0 \quad (2)$$

여기서  $C$ 는 파의 위상속도,  $C_g$ 는 파의 군속도이고,  $k$ 는 파수이고,  $\nabla_h$ 는 수평미분연산자이다.  $\hat{\phi}$ 는 속도포텐셜  $\phi$ 와 다음과 같은 관계에 있다.

$$\phi = \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \hat{\phi} e^{-i\omega t} \quad (3)$$

여기서  $h$ 는 수심이고,  $\omega$ 는 파의 각주파수이다.  $\omega$ 와  $k$ 는 다음의 분산관계식을 만족한다.

$$\omega^2 = gk \tanh kh \quad (4)$$

식 (2)와 같은 타원형 환경사방정식은 경계치문제로 분류된다. 일반적으로 경계치문제는 수치해석에 많은 계산시간과 큰 기억용량을 필요로 한다. 따라서, 타원형 환경사 방정식에 의한 파랑변형의 계산은 좁은 지역에만 적용이 가능하였다.

그 대안으로서 쌍곡선형과 포물선형 방정식이 연구되고 있다. Smith and Sprinks(1975)는 Green의 두번째 항등식을 이용하여 다음의 시간의존 환경사방정식을 유도하였다.

$$\frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial t^2} - \nabla_h \cdot (CC_g \nabla_h \tilde{\phi}) + (\omega^2 - k^2 CC_g) \tilde{\phi} = 0 \quad (5)$$

여기서  $\tilde{\phi}$ 는 평균수면에서의 속도포텐셜이다.  $\tilde{\phi} = \hat{\phi} e^{-i\omega t}$ 의 규칙파인 경우, 위 식은 Berkhoff의 환경사방정식이 된다. Smith and Sprinks가 위의 시간의존 환경사방정식을 제안한 이래로 몇몇 공학자들은 여러 형태의 쌍곡선형 환경사방정식을 제안하였다(Nishimura *et al.*, 1983; Copeland, 1985; Radder and Dingemans, 1985; Kubo *et al.*, 1992; Lee, 1994). 쌍곡선형 환경사방정식은 해를 구할 때 타원형 환경사방정식보다는 기억용량과 계산시간을 덜 필요로 하지만 포물선형 방정식에 비하면 여전히 많이 요구된다. 그러나, 포물선형 방정식은 반사파를 고려하지 못하는 단점이 있다. 또한 계산된 파의 진행방향이 처음에 가정한 주 진행방향으로부터 크게 벗어 나는 경우에는 오차가 커진

다. 이러한 이유로 포물선형 방정식의 계산에 비직교 좌표계가 채용되기도 하고(Kirby, 1988), Fourier 변환 기법을 사용하여 편미분방정식인 선형 환경사방정식을 상미분방정식으로 바꾸어 해를 구하기도 하였다(Dalrymple *et al.*, 1989).

포물선형 방정식에 의한 해석은 해안공학보다는 광학, 음향학, 전자기학 등의 분야에서 먼저 시작되었다. 포물선형 방정식은 Berkhoff(1972) 또는 그 외의 타원형 환경사방정식의 근사로 간주될 수 있다. Radder(1979)가 행렬분리법(splitting-matrix method)을 이용하여 포물선형 방정식을 원형천퇴(circular shoal) 주위의 파랑 변형에 적용한 이래로 많은 새로운 시도가 계속되고 있다. Mei and Tuck(1980)은 가장 단순한 형태의 포물선형 방정식을 제안하였고, Booij(1981)는 포물선형 방정식으로 파랑-흐름 상호작용을 설명하였으며, 한편 Kirby and Dalrymple(1983)은 파의 비선형성을 고려한 포물선형 방정식을 제안하였다. 국내에서는 파향선 좌표계를 이용한 이 등(1989)의 연구가 있었으며, 서(1990)는 비선형성이 포함된 분산관계식을 이용하여 허용입사 파향각을 확장한 고차의 포물선형 방정식으로 원형 및 타원형 천퇴 주위의 파랑장을 계산하여 실험치와 비교하였다. 그리고 이·이(1994)는 반사파가 존재하며 수심이 거의 일정한 항내의 정온도 해석에 적용할 수 있는 포물선형 방정식을 이용한 수치기법을 제시하였다.

먼저 다음 절에서는 본 논문의 관심 영역인 일정 수심인 경우에 적용될 수 있는 포물선형 환경사방정식을 제시하고, 각각의 식의 측면경계 조건에 대해서 소개한 다음, 마지막으로 유한차분법을 통하여 해석한 결과를 Penney and Price(1952)의 해석해와 비교하여 포물선형 방정식이 회절현상을 어느 정도의 정확도로 해석할 수 있는지 규명하려 한다.

## 2. 포물선형 방정식과 차분식

### 2.1 포물선형 방정식

관심 영역이 일정 수심일 때에는 Berkhoff의 방정식은 상수 계수의 Helmholtz 방정식으로 귀결된다.

$$\nabla_k^2 \hat{\phi} + k^2 \hat{\phi} = 0 \quad (6)$$

여기서 파의 주진행방향을  $x$ 방향이라 할 때,  $\hat{\phi}$ 을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{\phi} = A(x, y)e^{ikx} \quad (7)$$

여기서  $A(x, y)$ 는 파의 주진행방향인  $x$  방향 성분을 제외한 진폭이다. 식 (7)을 식 (6)에 대입하여,  $\partial^2 A / \partial x^2$ 과 그 이상의 차수를 가진 항을 무시하여 정리하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$2ik \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0 \quad (8)$$

식 (8)을 포물선형 방정식 중에서 가장 간단한 형태로서 단순 포물선형 방정식이라고 한다. 이는  $A(x, y)$ 가  $x$ 축 방향으로 급격하게 변하지 않는다는 다음의 가정으로 정당화될 수 있다.

$$|\partial A / \partial x| \ll |kA| \quad (9)$$

식 (8)이 바로 Mei and Tuck(1980)이 제안한 식이다.

단순 포물선형 방정식은 Padé 근사(Baker, 1975)를 이용하여 유도할 수 있다. Padé 근사는 실수 함수를 두 다항식의 비로 표현하는 기법으로, 이는 다음에 설명할 분수식 근사의 특별한 형태라고 할 수 있다. 즉, Padé ( $M, N$ ) 근사는 다음과 같이 표현된다.

$$R_{M,N}(x) = \frac{\sum_{k=0}^M a_k x^k}{1 + \sum_{k=1}^N b_k x^k} \quad (10)$$

여기서 우리가 근사식을 얻고자 하는 원래의 함수를  $f(x)$ 라고 하면 Padé ( $M, N$ ) 근사  $R_{M,N}(x)$ 는 다음 관계를 만족해야 한다.

$$R_{M,N}(0) = f(0) \quad (11a)$$

$$\left. \frac{d^k}{dx^k} R_{M,N}(x) \right|_{x=0} = \left. \frac{d^k}{dx^k} f(x) \right|_{x=0}, \quad k=1, 2, \dots, M+N \quad (11b)$$

식 (11)은 미지수  $a_0, a_1, \dots, a_M$ 과  $b_1, \dots, b_N$ 에 대하여  $M+N+1$ 개의 식을 제시한다. 포물선형 방정식의 근사를 위해서는 Padé 근사를 파수벡터의  $x$ 축 방향 성분에 대한  $y$ 축 방향 성분의 근사에 적용하여야 한다. 정확한  $x$  성분과  $y$  성분의 관계는 다음과 같다.

$$\frac{k_x}{k} = \sqrt{1 - \left(\frac{k_y}{k}\right)^2} \quad (12)$$

여기서 아래첨자  $x, y$ 는 각각  $x, y$ 축 방향의 파수를

나타낸다. 식 (12)는 직접 포물선형 방정식에 적용될 수 없기 때문에 다른 방법으로 급수를 이용하여 근사식을 구해야만 한다. Padé (1, 0) 근사는 다음과 같다.

$$\frac{k_x}{k} = 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{k_y}{k} \right)^2 \quad (13)$$

이는 사실상 식 (12)를 Taylor 급수로 전개하여 첫 두항을 취한 것이기도 하다. 여기서 Kirby(1986a)가 제안한 연산자일치법(operator correspondence method)을 적용하면 단순 포물선형 방정식인 식 (8)이 된다. 같은 방법으로 다음의 Padé (1, 1) 근사를 이용할 수 있다.

$$\frac{k_x}{k} = \frac{1 - (3/4)(k_y/k)^2}{1 - (1/4)(k_y/k)^2} \quad (14)$$

Padé (1,1) 근사에 다시 연산자일치법을 적용하면 다음과 같은 광각 포물선형 방정식(wide-angle parabolic equation)을 얻을 수 있다.

$$2ik \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{i}{2k} \frac{\partial^3 A}{\partial x \partial y^2} = 0 \quad (15)$$

이러한 방법은 다음 삼대각행렬(tri-diagonal matrix)을 구성하는 Crank-Nicolson 방법으로 차분이 불가능한 고차 근사로도 확장이 가능하다.

과의 진행방향과 관련된 포물선형 방정식의 단점을 극복하기 위하여 Kirby(1986c)는 다음과 같은 보다 더 일반적인 분수식 근사를 제안하였다.

$$\frac{k_x}{k} = \frac{a_0 + a_1(k_y/k)^2}{1 + b_1(k_y/k)^2} \quad (16)$$

다시 식 (16)을 이용하면 단순, 광각 포물선형 방정식을 유도했던 것과 같은 방법으로 다음의 삼변수 포물선형 방정식(three-parameter parabolic equation)을 얻을 수 있다(Kirby, 1986c).

$$2ik \frac{\partial A}{\partial x} + 2k^2(a_0 - 1)A + 2(b_1 - a_1) \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} - \frac{2ib_1}{k} \frac{\partial^3 A}{\partial x \partial y^2} = 0 \quad (17)$$

여기서 세 계수  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $b_1$ 은 최소·최대 근사(mini-max approximation), (Morris, 1983)를 이용하여 구할 수 있다. 최소·최대 근사는 다음의 오차  $e$ 를 최소화하는 것이다.

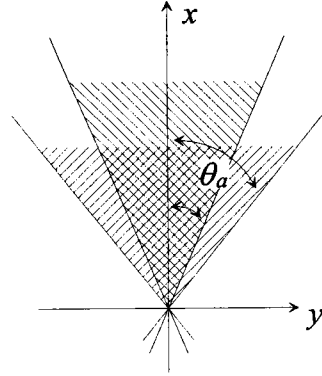


Fig. 1. Aperture angle  $\theta_a$  for parabolic equation.

Table 1. Coefficients of the rational approximation determined by varying angle  $\theta_a$  (adapted from Kirby (1986c)).

$\theta_a$	$a_0$	$a_1$	$b_1$
10°	0.999999972	-0.752858477	-0.252874920
20°	0.999998178	-0.761464683	-0.261734267
30°	0.999978391	-0.775898646	-0.277321130
40°	0.999871128	-0.796244743	-0.301017258
50°	0.999465861	-0.822484968	-0.335107575
60°	0.998213736	-0.854229482	-0.383283081
70°	0.994733030	-0.890064831	-0.451640568
80°	0.985273164	-0.925464479	-0.550974375
90°	0.956311082	-0.943396628	-0.704401903

$$e = \max \left| \frac{k_x}{k}(\theta) - \cos \theta \right|; 0 \leq \theta \leq \theta_a \quad (18)$$

여기서  $\theta_a$ 는 오차를 최소화하는 각의 범위를 나타낸다(Fig. 1). Kirby(1986c)는 각각의  $\theta_a$ 에 대하여  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $b_1$ 을 구했다(Table 1). 여기서,  $\theta_a$ 가 0°로 접근함에 따라

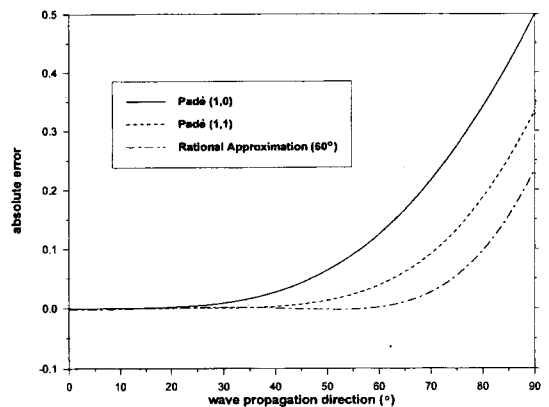


Fig. 2. Absolute errors of two Padé expansions and rational approximation for  $\theta_a=60^\circ$ .

Padé (1,1) 근사가 됨을 알 수 있다. Fig. 2는 Padé (1,0) 근사, Padé (1,1) 근사,  $\theta_n=60^\circ$ 인 경우의 Kirby(1986c)의 근사를 엄밀해인 식 (12)와 비교하여 절대오차를 도시한 그림이다.

## 2.2 방정식의 차분

단순 포물선형 방정식, 광각 포물선형 방정식, 삼변수 포물선형 방정식에 대하여 다음과 같이 Crank-Nicolson 방법을 이용하여 차분하였다. 삼변수 포물선형 방정식은  $A=\bar{A}e^{ik(a_n-1)x}$ 을 이용하여 광각 포물선형 방정식과 같은 형태로 변환하여 차분하였다.

$$2ik \left( \frac{A_n^m - A_{n-1}^m}{\Delta x} \right) + \frac{1}{2} \left\{ \frac{A_{n+1}^m - 2A_n^m + A_{n-1}^m}{(\Delta y)^2} + \frac{A_{n+1}^{m-1} - 2A_n^{m-1} + A_{n-1}^{m-1}}{(\Delta y)^2} \right\} = 0 \quad (19)$$

$$2ik \left( \frac{A_n^m - A_{n-1}^m}{\Delta x} \right) + \frac{1}{2} \left\{ \frac{A_{n+1}^m - 2A_n^m + A_{n-1}^m}{(\Delta y)^2} + \frac{A_{n+1}^{m-1} - 2A_n^{m-1} + A_{n-1}^{m-1}}{(\Delta y)^2} \right\} + \frac{i}{2k\Delta x} \left\{ \frac{A_{n+1}^m - 2A_n^m + A_{n-1}^m}{(\Delta y)^2} - \frac{A_{n+1}^{m-1} - 2A_n^{m-1} + A_{n-1}^{m-1}}{(\Delta y)^2} \right\} = 0 \quad (20)$$

여기서  $A_n^m = A(m\Delta x, n\Delta y)$ 이다.

## 3. 초기조건 및 경계조건

포물선형 방정식은  $x=0$ 에서  $+x$ 축 방향으로 전진해 나가면서 계산을 하게 된다. 따라서 처음 계산이 시작되는 곳에 미리 값을 지정해 주어야 한다. 초기값은 방파제가 없이 파가 입사하는 부분에는 진폭을 1이라고 생각하여 다음과 같이 주어진다.

$$A(0, y) = \exp(iky \sin \alpha) \quad (21)$$

이는 파가 방파제에 수직으로 입사하지 않을 때, 파가 입사하는 측면경계에도 같이 적용되었다. 방파제가 있는 곳에는  $A(0, y)=0$ 인 초기값을 주었다. 입사파가 방파제 후면에 직접 닿지 않아서 충분히 작은 값이 예측되므로, 본 연구에서는 근사적으로 0의 초기값을 주

었다.

포물선형 방정식의 계산에서 어려운 문제 중의 하나는 측면경계조건의 처리이다. 불완전한 경계조건은 측면경계에서 파를 반사시킨다. 지금까지 많은 경우에 완전반사조건을 이용하여 측면경계를 처리했다. 따라서 실제 필요한 영역 이상의 커다란 영역에서 계산을 해야만 했다(Radder, 1979; Kirby and Dalrymple, 1983; 정선태, 1990). 이는 계산 시간이나 기억장치 용량면에서 낭비될 수밖에 없다. Kirby(1986b)는 투과경계조건을 제안했으나, 이 경계조건은 파를 산란시키는 물체로부터 멀리 떨어진 위치에서 쓰여야 하며 그렇지 않을 경우 약간의 반사를 감수해야 함을 지적했다. Kirby가 제안한 경계조건은 단순한 평면파의 경우에만 적용시킬 수 있는 것이다.

이에 대한 대안으로 Dalrymple and Martin(1992)은 완전경계조건(perfect boundary condition)을 제안하였다. 기본 원리는, Laplace 변환기법을 이용하여 방파제로 인한 차폐역의 해석해를 구한 뒤 계산영역의 수치해와 맞추는 것이다. 계산영역과 차폐역에서 구하고자 하는 해가 각각  $A(x, y)$ 와  $B(x, y)$ 로 표현될 때, 다음과 같은 방법으로 맞추게 된다.

$$A(x, y_b) = B(x, y_b), \quad \frac{\partial A(x, y_b)}{\partial y} = \frac{\partial B(x, y_b)}{\partial y} \quad (22)$$

여기서  $y_b$ 는 계산영역과 차폐역 경계의  $y$  좌표이다. Dalrymple and Martin은 단순 포물선형과 광각 포물선형 방정식에 적용이 가능한 형태를 제시했다. 단순 포물선형 방정식에 대하여 다음과 같은 경계조건을 차분하여 적용이 가능하다.

$$\frac{\partial A(x, y_b)}{\partial y} = (1+i)\sqrt{\frac{k}{\pi}} \int_0^x \frac{\partial A(\xi, y_b)}{\partial \xi} \frac{d\xi}{\sqrt{x-\xi}} \quad (23)$$

광각 포물선형 방정식과 삼변수 포물선형 방정식에 는 다음의 경계조건을 적용할 수 있다.

$$\frac{\partial A(x, y_b)}{\partial y} = 2ik \int_0^x e^{i\lambda(x-\xi)} J_0(\lambda(x-\xi)) \frac{\partial A(\xi, y_b)}{\partial \xi} \frac{d\xi}{\sqrt{x-\xi}} \quad (24)$$

여기서  $J_0$ 는 제 1종 Bessel 함수이며  $\xi$ 는  $0 \leq \xi \leq x$ 인 적분변수이다.

#### 4. 결과 분석 및 결론

해석해와 비교하기 위하여 반무한 방파제에서 단순 포물선형, 광각 포물선형, 삼변수 포물선형 방정식 각각의 경우에 대하여 방파제에 대한 입사각이  $90^\circ$ ,  $30^\circ$  일 때의 회절계수를 비교하였다. 입사각이  $90^\circ$ 가 아닌 경우에, 광각 포물선형 방정식과 삼변수 포물선형 방정식에 대해서는 완전경계조건을 적용할 수 없었다. 이는 완전경계조건을 적용하기 위해서는 보다 더 정교한 적분이 필요함을 보여주는 것으로 판단된다. 따라서 반사를 피하기 위해서 계산 영역을  $-y$  방향으로  $10L$ 에서  $30L$ 로 연장하였다.

엄밀해인 Penney and Price(1952)의 해와 포물선형 방정식에 의한 해를 비교하였다. Fig. 3과 Fig. 4는 반

무한 방파제에 파가 각각  $90^\circ$ 와  $30^\circ$ 의 각도로 입사할 때의 회절계수를 보인 것이다. 방파제와의 각이  $90^\circ$ 인 경우에는 세 모델이 정확한 결과를 보였다. 이는 파의 진행방향이 미리 정해진 방향과 같기 때문에, 다른 어떤 입사각의 경우보다 더 정확한 결과를 보여주는 것으로 추정된다. 그러나, 입사각이  $90^\circ$ 에서 편향됨에 따라 세 모델 모두 부정확한 값을 보여 주었다. Fig. 5는 파의 진행방향이 방파제에 대하여  $30^\circ$ 일 때의 회절계수 0.5인 선을 비교한 것이다. 오차는 단순 포물선형이 가장 크고, 삼변수 포물선형 방정식이 가장 작았다. Fig. 6은 파가 방파제에 대하여 수직으로 입사할 때, 회절계수 0.2인 선을 비교한 것이다. 세 포물선형 방정식이 비슷한 결과를 보여준다. Fig. 7은 파가 방파제에 대하여  $150^\circ$ 로 입사할 때, 회절계수 0.5인 선을 비교한

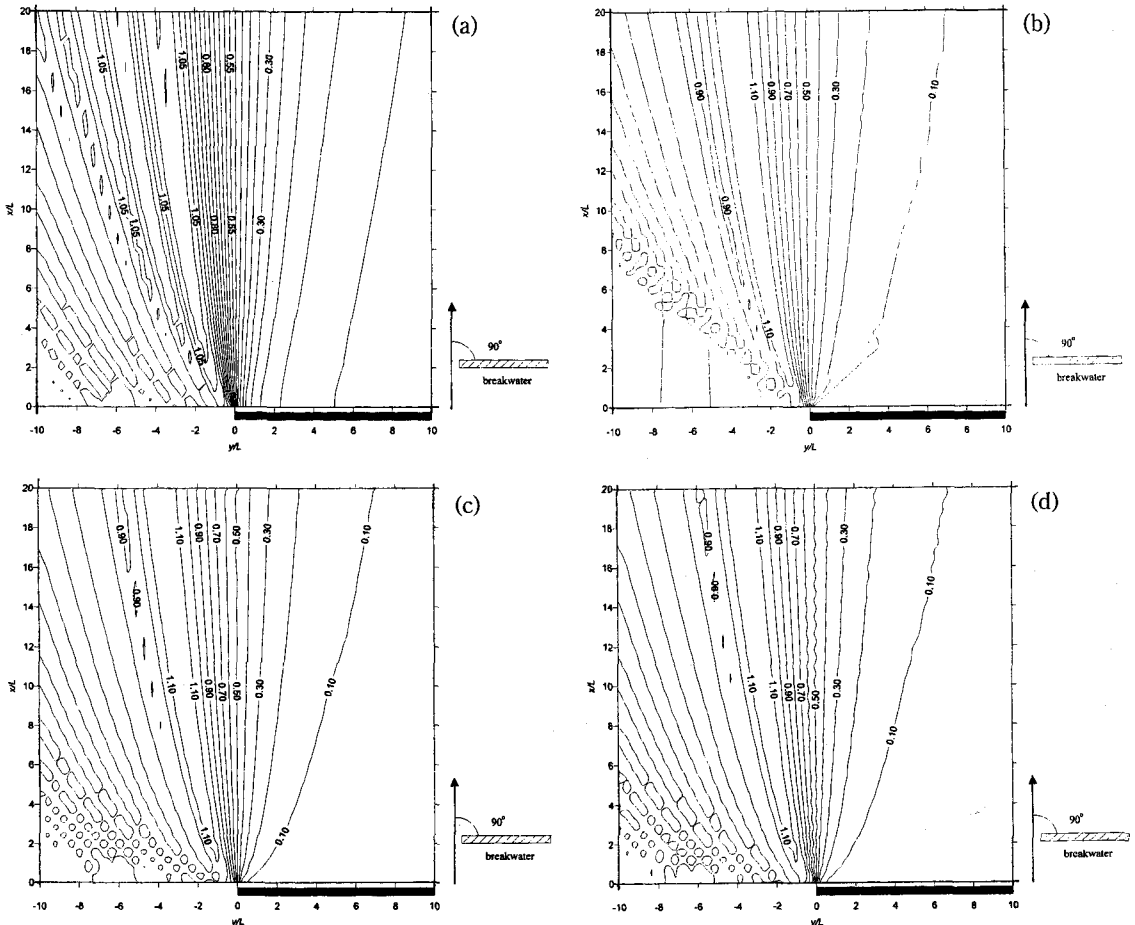


Fig. 3. Diffraction coefficients in case of semi-infinite breakwater ( $90^\circ$ ). (a) Penney and Price (1952), (b) simple parabolic equation, (c) wide-angle parabolic equation, (d) three-parameter parabolic equation.

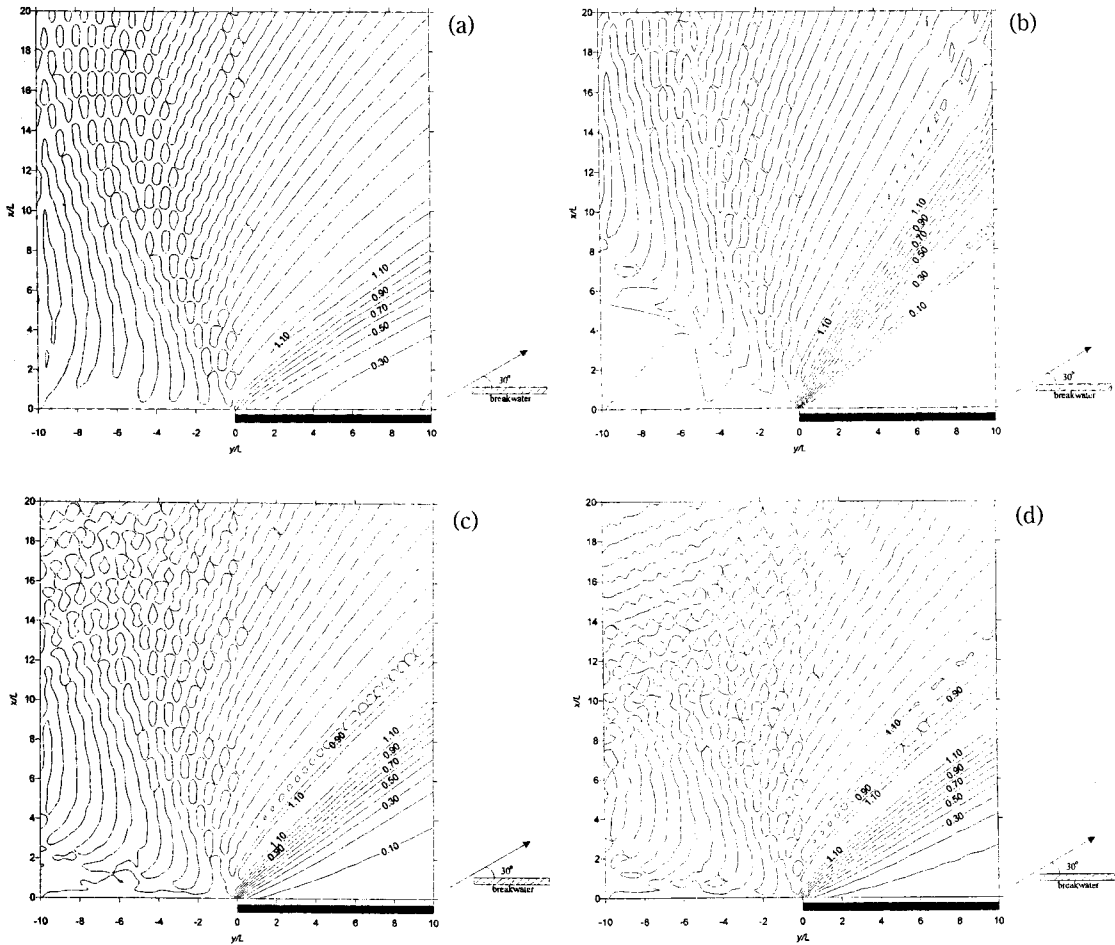


Fig. 4. Diffraction coefficients in case of semi-infinite breakwater ( $30^\circ$ ), (a) Penney and Price (1952), (b) simple parabolic equation, (c) wide-angle parabolic equation, (d) three-parameter parabolic equation.

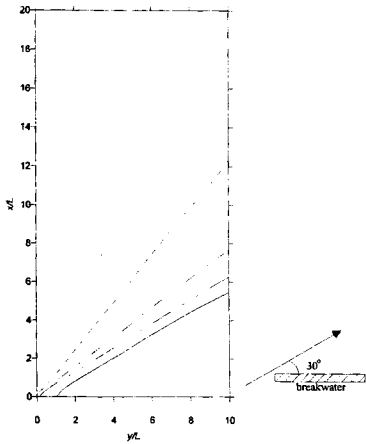


Fig. 5. Lines of diffraction coefficient 0.5. ( $30^\circ$ ). —: Penney and Price (1952), ----: simple parabolic equation, .....: wide-angle parabolic equation, - · - · -: three-parameter parabolic equation.

것이다. 역시 삼변수 포물선형 방정식이 가장 정확한 결과를 보여준다.

본 논문에서 연구한 세가지 포물선형 방정식은 파의 회절의 관점에서만 판단한다면 모두 정확하지 않다는 결론을 내릴 수 있다. 이러한 결과는 파가 방파제 뒤로 회절이 될 때 파의 진행방향이 처음에 가정한 주 진행 방향과 많은 차이를 보이기 때문인 것으로 판단된다. 이는 해석적으로 기대되는 오차와 일치한다. 또한 방파제에 대한 초기조건  $A(0, y)=0$ 에 의한 세가지 포물선형 방정식 모두에서 발생하는 오차도 포함된 것으로 보인다.

향후에는 파의 비선형성을 고려할 수 있도록, 비선형 분산관계식을 이용하여 각 격자에서 파의 특성변수들을 반복 계산하는 형태로 모형을 발전시킬 수 있겠

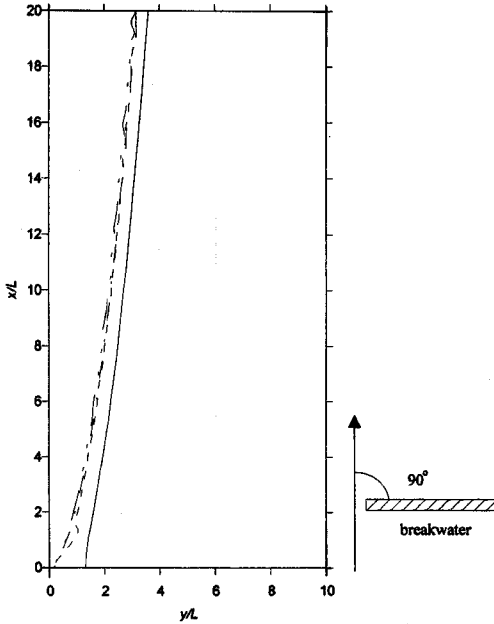


Fig. 6. Lines of diffraction coefficient 0.2. (150°), —: Penney and Price (1952), ----: simple parabolic equation, - · - · -: wide-angle parabolic equation, ·····: three-parameter parabolic equation.

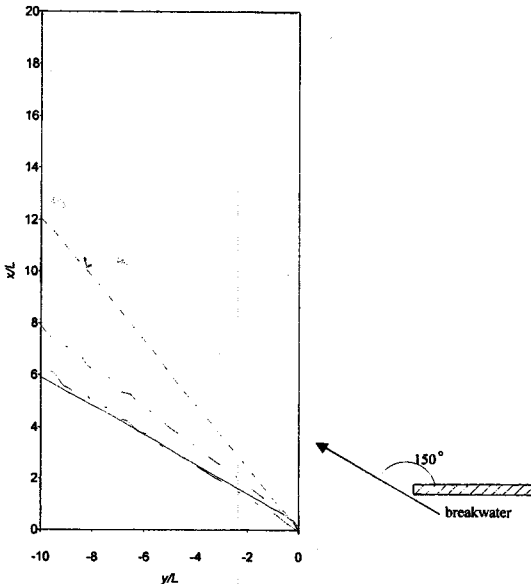


Fig. 7. Lines of diffraction coefficient 0.5. (150°), —: Penney and Price (1952), ----: simple parabolic equation, - · - · -: wide-angle parabolic equation, ·····: three-parameter parabolic equation

다. 또한 파랑과 흐름이 공존하는 경우에도 연구할 수 있겠다. 포물선형 방정식에서 파랑의 주 진행방향에

대한 제한을 극복하는 연구도 요구된다. 포물선형 방정식의 측면 경계를 개선하는 연구도 요구된다.

참고문헌

서승남, 1990. 포물선 근사식에 의한 천해파 산정모델, 한국해양 · 해양공학회지, 2(3): 134-142.

이동수, 이종섭, 장선덕, 1989. 파향선 좌표계에 의한 해안 구조물 주변에서의 파랑변형모형, 한국해양 · 해양공학회지, 1(1): 22-30.

이정렬, 이동영, 1994. 포물선형 수치기법에 의한 항내정 온도 모델의 개발, 한국해양 · 해양공학회 1994년도 정기학술강연회 발표논문 초록집, pp. 58-61.

정신태, 1990. 흐름이 존재하는 완경사해역에서의 파랑변형, 박사학위논문, 서울대학교.

Baker, G.A., 1975. *Essentials of Padé Approximants*, Academic Press, Orlando.

Berkhoff, J.C.W., 1972. Computation of combined refraction-diffraction, *Proc. 13th Int. Conf. Coastal Engrg.*, ASCE, Vo. 1, pp. 471-490.

Booij, N., 1981. Gravity waves on water with non-uniform depth and current, *Rep. 81-1*, Dept. of Civil Engineering, Delft Univ. of Tech.

Carr, J.H. and Stelzriede, M.E., 1952. Diffraction of water waves by breakwaters, *Proc. Symposium on Gravity Waves*, NBS Circular No. 521, pp. 109-125.

Chen, H.S., 1987. Combined reflection and diffraction by a vertical wedge, *Tech. Rep. CERC-87-16*, Dept. of the Army, Vicksburg, Miss.

Copeland, G.J.M., 1985. A practical alternative to the mild-slope wave equation, *Coastal Engrg.*, 9, pp. 125-149.

Dalrymple, R.A. and Martin, P.A., 1992. Perfect boundary conditions for parabolic water wave models, *Proc. Roy. Soc. London. A*, 437, pp. 41-54.

Dalrymple, R.A., Suh, K.D., Kirby, J.T. and Chae, J.W., 1989. Models for very wide-angle water waves and wave diffraction. Part 2. Irregular bathymetry, *J. Fluid Mech.*, 201, pp. 299-322.

Kirby, J.T., 1986a. Higher-order approximations in the parabolic equation method for water waves, *J. Geophys. Res.*, 91(C1), pp. 933-952.

Kirby, J.T., 1986b. Open lateral boundary condition for application in the parabolic equation method, *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engrg.*, 112, pp. 460-465.



- Kirby, J.T., 1986c. Rational approximations in the parabolic equation method for water waves, *Coastal Engrg.*, **11**, pp. 329-351.
- Kirby, J.T., 1988. Parabolic wave computations in non-orthogonal coordinate systems, *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engrg.*, **114**, pp. 673-685.
- Kirby, J.T. and Dalrymple, R.A., 1983. A parabolic equation method for the combined refraction and diffraction of Stokes waves by mildly varying topography, *J. Fluid Mech.*, **136**, pp. 453-466.
- Kubo, Y., Kotake, Y., Isobe, M. and Watanabe, A., 1992. Time-dependent mild-slope equation for random waves, *Proc. 23rd Int. Conf. Coastal Engrg.*, ASCE. Vol. 1, pp. 419-431.
- Lee, C., 1994. A study of time-dependent mild-slope equations, PhD. dissertation, Univ. of Delaware.
- Mei, C.C. and Tuck, E.O., 1980. Forward scattering by long thin bodies, *J. Appl. Math.*, **39**(1), pp. 178-191.
- Memos, C.D., 1980. Water waves diffracted by two breakwaters, *J. Hydr. Res.*, **18**(4), pp. 343-357.
- Morris, J.L., 1983. *Computational Methods in Elementary Numerical Analysis*, John Wiley and Sons, NY.
- Nishimura, H., Maruyama, K. and Hirakuchi, H., 1983. Wave field analysis by finite difference method, *Proc. 30th Japanese Conf. Coastal Engrg.*, pp. 123-127 (in Japanese).
- Penney, W.G. and Price, A.T., 1952. The diffraction theory of sea waves and the shelter afforded by breakwaters, *Philos. Trans. Roy. Soc. London. A*, **244**(882), pp. 236-253.
- Radder, A.C., 1979. On the parabolic equation method for water-wave propagation, *J. Fluid Mech.*, **95**, pp. 159-176.
- Radder, A.C. and Dingemans, M.W., 1985. Canonical equations for almost periodic, weakly nonlinear gravity waves, *Wave Motion*, **7**, pp. 473-485.
- Smith, R. and Sprinks, T., 1975. Scattering of surface waves by a conical island, *J. Fluid Mech.*, **72**, pp. 373-384.
- Sommerfeld, A., 1896. Mathematische theorie der diffraction, *Math. Ann.*, **47**, pp. 317-374.