

FDTD/GPOF법을 이용한 Microstrip Line 불연속부의 해석에 관한 연구

김 동 일* · 이 태 형**

A Study on the Analysis of Discontinuity of Microstrip Line
Using FDTD/GPOF Method

Dong Il Kim · Tae-Hyeong Lee***

〈 목 차 〉	
Abstract	3. GPOF법의 알고리즘
1. 서 론	4. 시뮬레이션 결과
2. FDTD법을 이용한 $\lambda/4$ Open Stub 및 크랭크형 마이크로 스트립선로 해석	5. 결 론
2.1 해석모델	부록(Appendix) GPOF법의 1차 섭동해석
2.2 FDTD법을 이용한 시뮬레이션 결과	REFERENCES

Abstract

In this paper, discontinuity parts in microstrip line with $\lambda/4$ open stub and one in crank type have been analyzed by using FDTD(Finite-Difference Time -Domain) analysis method.

The noise components, in this case, are occurred at the discontinuities of the given microstrip lines. the complex poles were extracted by the analysis using GPOF(Generalized Pencil-of -Function) method from electric field of time domain. It has, then, been found that the noise level and the noise frequency components included in signal could be derived.

1. 서 론

최근 마이크로파, 밀리미터파소자 및 기기의 소형화와 집적화로 인해 복잡한 전자계의 상호결합을

가지므로 공간 전체를 취급하는 3차원의 통일적 해석이 요구된다. 이들의 해석을 실현하기 위해서 임의의 공간 구조를 취급함과 동시에 시간적으로는 입력파에 대한 정상적 계의 변동을 가정하고 정식

* 한국해양대학교 전파공학과 (Dept. Radio Science & Eng., Korea Maritime Univ.)

** 현대자동차 연구소(Institute of Hyundai Motors)

화해서 임의의 전자계 변동을 다루는 것이 필요하다.

더욱이 범용성을 가진 해석 방법의 확립을 위해서는 맥스웰방정식의 시간과 공간에서의 직접적인 차분표현을 기본으로 하는 수치적 취급이 필요하다. 시간축상에서의 해석은 3차원 해석과 밀접하게 연관되어 있다. 즉, 맥스웰방정식으로 기술되는 전자계 현상은 시간과 공간에서의 전자계변동의 상호관련에 의해서 표현되는 것이다. 시간 축에서의 개개의 방정식의 순차적 계산과 전자계 성분간 전체의 방향, 평면에서의 관계를 대등하게 다루는 것이 불가피 하다. 따라서, 시간 및 공간적 해석이 동시에 이루어져야 한다.

전파방향과 다양한 전자계의 모드 등은 매질의 경계와 매질 표면에서의 반사 및 투과 등의 현상을 처음부터 대칭성 등의 정상적인 전자계 분포와 존재하는 성분을 예상해서 정식화하면 일반성을 잃게 된다.

안테나와 산란체 등 EM시스템으로부터의 과도 응답 특성을 설명하기 위한 SEM(Singularity Expansion Method)이 출현하였으며, 최근에는 계산과 실험적으로 과도전자계 응답데이터의 직접 산출방법의 개발에 의하여 주어진 시간영역 시스템 응답으로부터 Pole과 유수들을 직접 탐색하기 위한 연구가 진행되어 왔다. 반복탐색 절차에 바탕을 둔 시스템의 특이치를 결정하는 데 대한 일반적인 접근방법은 복소주파수면에서 시스템의 행렬식의 영점을 찾는 것이다. 여기에는 POF (Pencil-Of-Function)법[1],[2], GPOF(Generalized Pencil-Of-Function)법[3] 등이 있다. 위의 방법들은 EM 시스템의 일시적인 과도응답으로부터 Pole를 추적하기 위해서 사용되는 방법들인 데, 이들 중 Prony법[4]

은 다항식으로부터 행렬을 유도하여, 이 행렬로부터 고유치를 계산하는 방법이다. GPOF법은 행렬로부터 직접 Pole을 추적하여 고유치를 구하는 방법으로, 정확도가 Prony법보다 월등히 높고 계산과정이 간단하다는 것이 Yingbo[3] 등에 의하여 발표된 바 있다.

본 논문에서는 FDTD법 및 Yingbo 등이 제안한 GPOF법을 이용하여, 각각 $\lambda/4$ 스텐브 및 크랭크형 마이크로 스트립라인의 불연속부에서 발생할 수 있는 노이즈 성분을 복소 Pole을 검출하여 구함으로써 시간영역에서 계산하는 것보다 간단하면서도 시간을 단축하는 방법을 제안한다.

2. FDTD법을 이용한 $\lambda/4$ Open Stub 및 크랭크형 마이크로 스트립선로 해석

전자계해석 수법의 하나로써 이용되고 있는 FDTD법은 맥스웰 방정식 중에서 시간에 의존하는 회전 방정식을 직접푸는 방법이다. 등방성 매질 중에서는 맥스웰의 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \dots\dots\dots (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \dots\dots\dots (2.2)$$

2.1 해석모델

그림 2.1과 2.2는 앞장에서 소개된 FDTD법의 이론과 알고리즘으로 해석한 $\lambda/4$ Open Stub 및 크랭크형 마이크로 스트립선로를 나타낸 것이다.

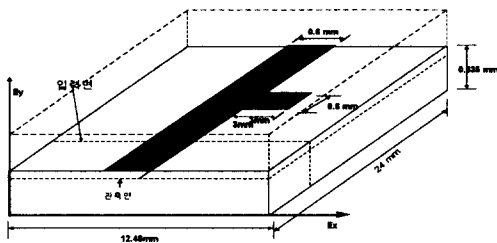


그림 2.1 $\lambda/4$ Open Stub 해석모델

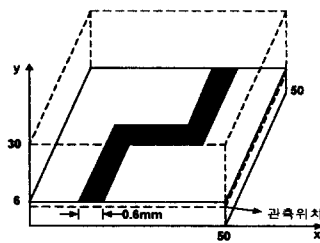


그림 2.2 크랭크라인 해석모델

마이크로 스트립라인의 유전율은 $\epsilon = 9.8$ 로 하였으며, 사용주파수는 9.5 GHz로 하였다. 해의 안정 조건에 따라서 공간의 증분치 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 가 파장에 비해서 충분히 작게 ($\lambda/10 \sim \lambda/20$ 이하) 되도록 하고, 또 유한차분의 항을 안정조건에 맞추기 위해서 시간증분 Δt 가 식(2.3)과 같이 되도록 하였다.

$$\Delta t \leq \frac{1}{v_{\max} \cdot \sqrt{(1/\Delta x)^2 + (1/\Delta y)^2 + (1/\Delta z)^2}} \quad (2.3)$$

여기서, v_{\max} 는 해석 모델에서 사용되는 전자파의 최대의 위상속도이다.

2.2 FDTD법을 이용한 시뮬레이션 결과

마이크로스트립라인의 경우 접지도체와 스트립라인의 경우에 완전도체로 가정하였다. 즉 PEC (Perfect Electric Conductor), PMC(Perfect Magnetic Conductor) 경계조건을 사용하였다.

그림 2.4 및 그림 2.5는 앞 장에서 기술한 FDTD 법에 의한 마이크로 스트립라인의 해석결과를, 시간에 따른 전계진행의 모습으로 나타낸 것이다.

3. GPOF법의 알고리즘

그림 2.4 및 그림 2.5와 같이 FDTD법으로 구한 전계는 식(3.1)로 표현될 수 있다[5].

$$y_k = \sum_{i=0, M} b_i \exp(s_i \delta_i k) \quad (3.1)$$

여기서 $k=0, 1, \dots, N-1$, b_i 는 복소 유수이고, s_i 는 복소 극으로서 실수값을 가지는 y_k 에 대한 복소공액쌍, δ_i 는 샘플링 간격이다. 식을 간단하게 표현하기 위해 Z-평면에서의 Pole을 $z_i = \exp(s_i \delta_i)$ 로 둘 수 있다. Pencil-of-function method의 개념에 따라서 전계성분의 정보벡터를 다음과 같이 나타낼 수 있다[1],[2]. y_0, y_1, \dots, y_L 에서

$$y_i = [y_i, y_{i+1}, \dots, y_{i+N-L-1}]^T \quad (3.2)$$

여기서, 첨자 T는 전치행렬이고, 이들 벡터에 기초해서 Y_1 과 Y_2 행렬을 식(3.3), (3.4)로 나타낼 수 있다.

$$Y_1 = [y_0, y_1, \dots, y_{L-1}] \quad (3.3)$$

$$Y_2 = [y_1, y_2, \dots, y_L] \quad (3.4)$$

두 행렬의 구조를 조사하기 위해서 Y_1 과 Y_2 는 식(3.5)와 (3.6)으로 나타낼수 있다.

$$Y_1 = Z_1 B Z_2 \quad (3.5)$$

$$Y_2 = Z_1 B Z_0 Z_2 \quad (3.6)$$

여기서,

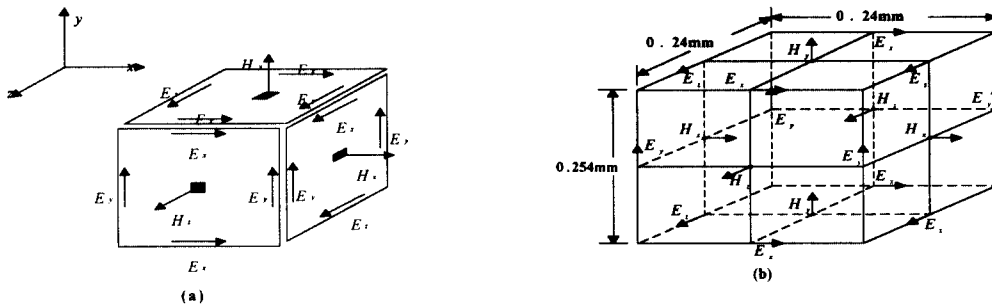


그림 2.3 해석 영역과 FDTD 해석을 위한 이산화

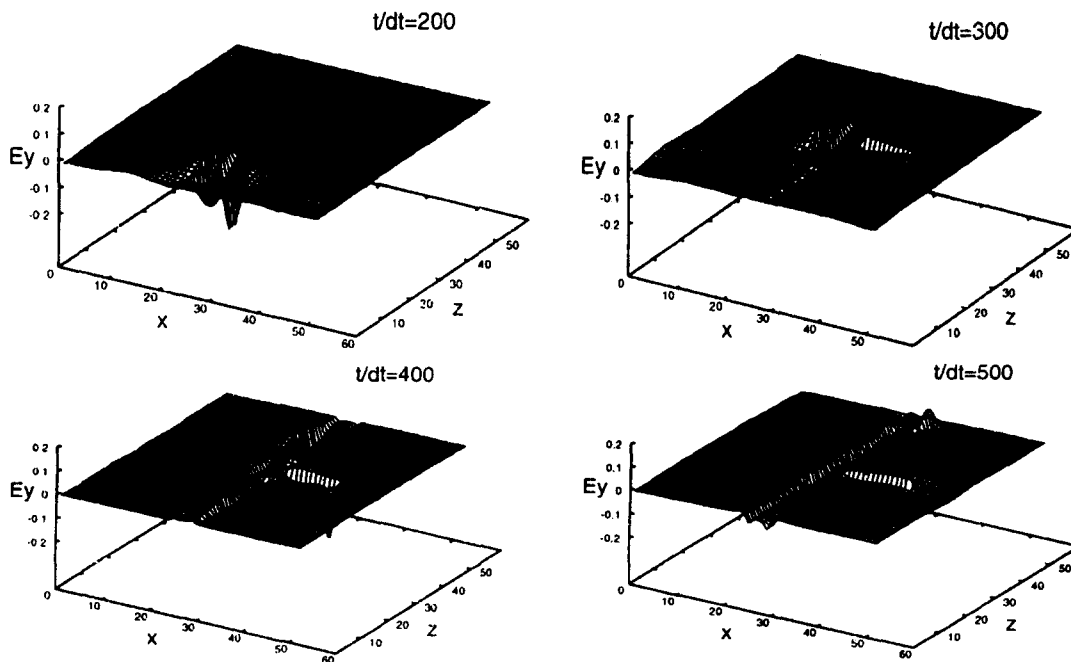


그림 2.4 시간의 경과에 따른 전계성분(Stub 형 마이크로 스트립라인)

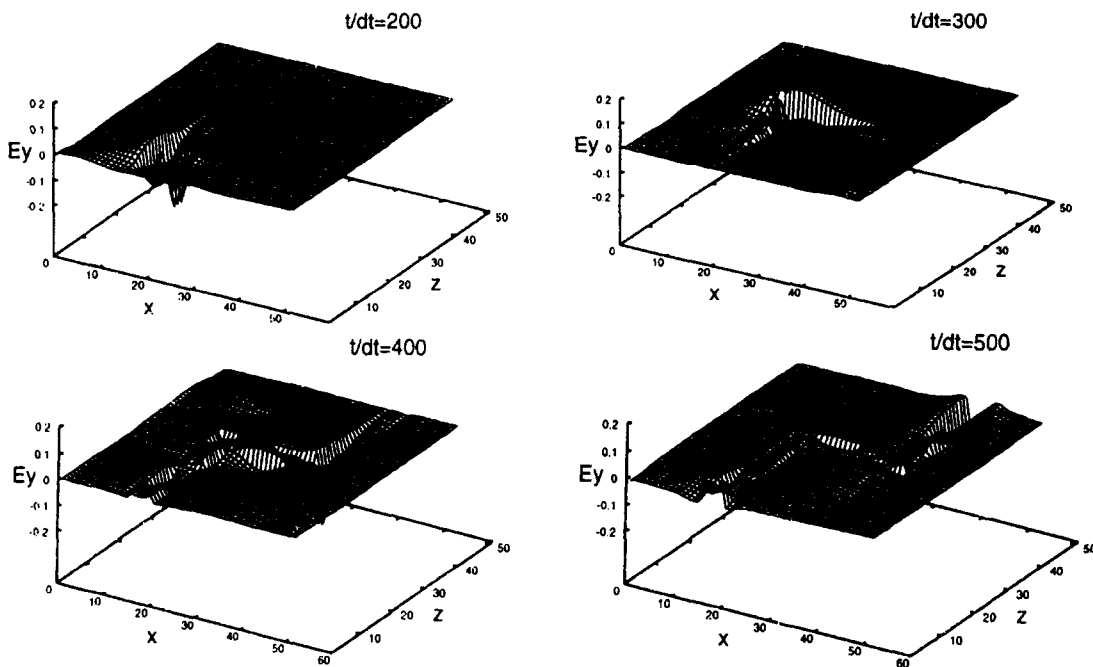


그림 2.5 시간의 경과에 따른 전계성분(Stub 형 마이크로 스트립라인)

$$Z_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ z_1 & z_2 & \cdots & z_M \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ z_1^{N-L-1} & z_2^{N-L-1} & \cdots & z_M^{N-L-1} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3.7)$$

$$Z_2 = \begin{bmatrix} 1 & z_1 & \cdots & z_1^{L-1} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ 1 & z_M & \cdots & z_M^{L-1} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3.8)$$

$$Z_0 = \text{diag} [Z_1, Z_2, \cdots, Z_M] \quad \dots\dots\dots (3.9)$$

$$B = \text{diag} [b_1, b_2, \cdots, b_M] \quad \dots\dots\dots (3.10)$$

이다. 이때, $M \leq L \leq N - M$ 이면 그 때의 극 $\{ z_i ; i = 1, \cdots, M \}$ 은 Matrix pencil $Y_2 - zY_1$ 의 일반화된 고유값이다[6],[7].

만약, $M \leq L \leq N - M$ 이면 $z = z_i$ 는 $Y_2 - zY_1$ 의 rank 감소 수를 나타낸다. 만약 $L = M$ 일 경우, 이 방법은 POF법의 기초적인 방법과 같다[8].

Matrix Pencil의 일반화된 고유값 문제의 계산에 대한 알고리즘을 개발하고 설명하기 위해서 식 (3.11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} Y_1^+ Y_2 &= Z_2^+ B^{-1} Z_1^+ Z_1 B Z_0 Z_2 \\ &= Z_2^+ Z_0 Z_2 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3.11)$$

여기서, 첨자 +는 pseudo-inverse로서 전치 공액 복소행렬을 나타낸다.

존재벡터 $\{ \mathbf{p}_i ; i = 1, \cdots, M \}$ 는 식(3.12)과 (3.13)으로 나타낼 수 있다.

$$Y_1^+ Y_1 \mathbf{p}_i = \mathbf{p}_i \quad \dots\dots\dots (3.12)$$

$$Y_1^+ Y_2 \mathbf{p}_i = z_i \mathbf{p}_i \quad \dots\dots\dots (3.13)$$

여기서, \mathbf{p}_i 는 $Y_2 - zY_1$ 의 일반화된 고유벡터이다. Pseudo-inverse Y_1^+ 를 계산하기 위해서 다음과 같이 Y_1 의 SVD(Singular Value Decomposition)를 이용할 수 있다[9].

$$\begin{aligned} Y_1 &= \sum_{i=1, M} \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^H \\ &= U D V^H \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3.14)$$

$$Y_1^+ = V D^{-1} U^H \quad \dots\dots\dots (3.15)$$

여기서,

$$U = [\mathbf{u}_1, \cdots, \mathbf{u}_M],$$

$$V = [\mathbf{v}_1, \cdots, \mathbf{v}_M],$$

$$D = \text{diag} [\sigma_1, \cdots, \sigma_M]$$

이다. 첨자 H는 행렬의 복소전치를 나타내고, U와 V는 각각 특이벡터의 좌·우벡터를 나타낸다. 이것은 노이즈가 있는 데이터 \mathbf{y}_k 에 대해서 Y_1^+ 의 가장 큰 특이값이 되도록 $\sigma_1, \cdots, \sigma_M$ 을 선택할 수 있다는 것을 나타낸다. 그리고 결과 Y_1^+ 은 Y_1 의 truncated pseudo-inverse라고 불리워진다.

$Y_1^+ Y_1 = V V^H$ 이고 $V^H V = I$ 이다. 식(3.15) 대신에 식(3.13)과 식(3.13)의 왼쪽 항으로 V^H 로써 식(3.16)을 구한다.

$$(Z - z_i I) \mathbf{z}_i = 0 \quad \dots\dots\dots (3.16)$$

이때 $i = 1, \cdots, M$ 이고

$$Z = D^{-1} U^H Y_2 V \quad \dots\dots\dots (3.17)$$

$$\mathbf{z}_i = V^H \mathbf{p}_i \quad \dots\dots\dots (3.18)$$

이다. 단, Z는 $M \times M$ 행렬이고, z_i, \mathbf{z}_i 는 각각 Z의 고유치와 고유벡터이다.

이상 GPOF법의 알고리즘에 대해서 설명하였다. 이것은 pole 수 M이 특이치 $[\sigma_1 \geq \cdots \geq \sigma_{\min(M-L, L)}]$ 로 부터 평가될 수 있다는 것을 의

미하는 것이다. 이 때 노이즈가 없는 데이터에 대해서는 $\sigma_{M+1} = \dots = \sigma_{\min(M-L, L)} = 0$ 이다.

만약, $L=M$ 이라면, Y_1 의 SVD는 요구되지 않고 $\{z_i; i = 1, \dots, M\}$ 은 $M \times M$ 행렬 $(Y_1^H Y_1)^{-1} Y_1^H Y_2$ 의 고유값이고, 그것은 $L = M$ 에 대해 $Y_1^+ = (Y_1^H Y_1)^{-1} Y_1^H$ 대신에 식(3.13)으로부터 얻어진다. 그리고 노이즈의 유무에 대해서는 식(3.19), (3.20)으로부터 알 수 있다.

$$(Y_1^H Y_1)^{-1} Y_1^H Y_2 = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & -c_M \\ & 1 & 0 & -c_{M-1} \\ & & \cdot & \cdot \\ & & & \cdot \\ & & & 1 & -c \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3.19)$$

그리고 식(3.20)은 다항식의 Companion matrix 이다.

$$1 + \sum_{i=1, M} c_i z^{-i} = 0 \dots\dots\dots (3.20)$$

$$\begin{bmatrix} c_M \\ \cdot \\ \cdot \\ c_1 \end{bmatrix} = -(Y_1^H Y_1)^{-1} Y_1^H \mathbf{y}_M \dots\dots\dots (3.21)$$

여기서, M번째 신호의 해는 L번째 다항식 $1 + \sum_{i=1, L} c_{L-i} z^{-i} = 0$ 의 L개의 근으로부터 구해진다. 그러나 노이즈의 유무에 대해서는 모든 $z_i (z_i^{-1})$ 가 단위원 외부에 있는지 혹은 단위원 내부에 있는지로 부터 알 수 있다[10]. 계산적으로 L번째 다항식의 근을 풀기 위해서는 특이치 분해를 하면 유리하다.

4. 시뮬레이션 결과

그림 4.1과 그림 4.2는 가우시안 펄스를 입력하고서 FDTD법 해석으로 각각 $\lambda/4$ Open stub 마이크로 스트립라인과 Crank Line의 원방계의 전계성분을 시간축에 나타낸 그림이다. 그림 4.1 및 그림 4.2

의 빗금친 부분을 안정화 상태 이전의 전계성분을 가정한 것이고, 이들 부분으로부터 복소 공진주파수를 구하였다. 그림 4.3과 4.4는 각각 그림 4.1과 그림 4.2의 시간축의 정보를 GPOF 해석법으로부터 구한 복소 Pole과 유수를 나타낸 것이다.

이상의 시뮬레이션 결과로부터 GPOF법의 유용성을 확인할 수 있다.

5. 결 론

$\lambda/4$ Open Stub 및 크랭크형 마이크로 스트립라인의 불연속부를 FDTD법으로 해석하였다. 또한, GPOF법에 의하여 시간영역의 전계로부터 복소공진주파수를 검출할 수 있음을 확인하였다. 이는 실험을 하지 않고도 불연속부에 의하여 신호에 포함되는 노이즈가 어느 정도인지 그리고 어떤 주파수 대인지를 알 수 있을 뿐만 아니라 계산시간도 단축되므로 노이즈 필터링 등에 응용될 수 있을 것이다.

부록(Appendix)

GPOF법의 1차 섭동해석

GPOF법의 첫 번째 섭동해석의 상세한 해석은 문헌[11]에서 설명하고 있다. 첫째로 그것은 z 의 고유값이 들어있는 데이터가 노이즈인지 아닌지와는 무관하게 $Y_1^+ Y_2$ 의 영이 아닌 고유값과 같다는 것이 입증되어 있다. 이 때 그 고유값은 그 극에서 첫 번째 진동이 식(A-1)로 주어진다 것을 [12]에서 알 수 있다.

$$\delta z_i = \mathbf{q}_i^H \delta(Y_1^+ Y_2) \mathbf{p}_i / \mathbf{q}_i^H \mathbf{p}_i \dots\dots\dots (A-1)$$

두 번째 문헌[12]로부터 식(A-2)로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{q}_i^H \delta Y_1^+ \mathbf{p}_i = -\mathbf{q}_i^H Y_1^+ \delta Y_1 Y_1^+ \mathbf{p}_i \dots\dots\dots (A-2)$$

Y_1^+ 는 노이즈가 있는 데이터의 경우에서 끝 부분을 버린 Y_1 의 Pseudo inverse이다.

$$\delta z_i = (1/b_i) \mathbf{r}_i^H (\delta Y_2 - z_i \delta Y_1) \mathbf{p}_i \dots\dots\dots (A-3)$$

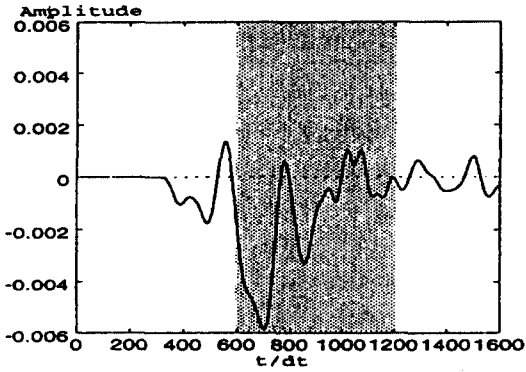


그림 4.1 원방에서의 전개(Stub형 마이크로 스트립 라인)

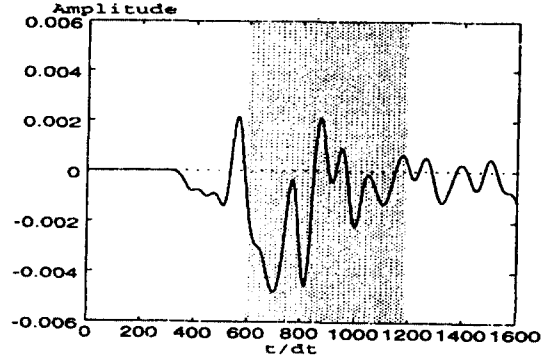


그림 4.2 원방에서의 전개 (Crank 형 마이크로 스트립 라인)

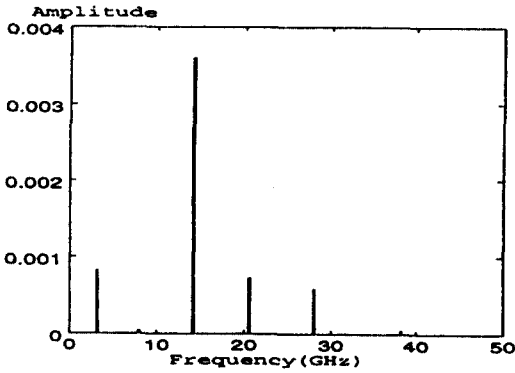


그림 4.3 GPOF법으로 구한 복소공진 주파수 및 복소 유수(Stub 형)

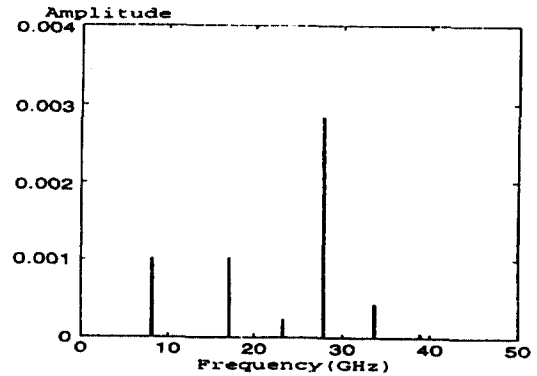


그림 4.4 GPOF법으로 구한 복소공진 주파수 및 복소 유수(Crank 형)

r_i^H 는 z_i^+ 의 i 번째 항이다.

$$\delta Y_1 = \begin{bmatrix} n_0 & n_1 & \dots & n_{L-1} \\ n_{N-L-1} & n_{N-L} & \dots & n_{N-2} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (A-4)$$

$$\delta Y_2 = \begin{bmatrix} n_1 & n_2 & \dots & n_L \\ n_{N-L} & n_{N-L+1} & \dots & n_{N-1} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (A-5)$$

결국, 그것은 만약 $\{n_i; i=0, \dots, N-1\}$ 이 σ^2 과 같은 분산을 가지면, 그 때 첫번째 섭동분산은 식(A-3)~(A-5)로부터 식(A-6)~(A-8)로 나타낼 수 있다.

$$E\{|\delta z_i|^2\} = [\sigma^2/|b_i|^2] \sum_{k=1,N} |C_{i,k} - z_i C_{i,k+1}|^2 \dots\dots\dots (A-6)$$

$$E\{|\delta \alpha_i|^2\} = \sigma^2 \sum_{k=1,N} \text{Re}^2\{(C_{i,k} - z_i C_{i,k+1})/b_i z_i\} \dots\dots\dots (A-7)$$

$$E\{|\delta w_i|^2\} = \sigma^2 \sum_{k=1,N} \text{Im}^2\{(C_{i,k} - z_i C_{i,k+1})/b_i z_i\} \dots\dots\dots (A-8)$$

여기서, 식(A-7) 및 (A-8)은 각각 실수부 및 허수부의 규격화 섭동분산을 나타낸다. 또,

$$C_{i,k} = \begin{cases} \sum_{m=1}^{k-1} f_{i,k,m}, & 2 \leq k \leq \min(L, N-L) \\ \sum_{m=k-L}^{k-1} f_{i,k,m}, & L \leq N-L \text{ and} \\ & L+1 \leq k \leq N-L+1 \\ \sum_{m=1}^{N-L} f_{i,k,m}, & N-L \leq L \text{ and} \\ & N-L+1 \leq k \leq L+1 \\ \sum_{m=k-L}^{N-L} f_{i,k,m}, & \max(L, N-L) \\ & +2 \leq k \leq N \end{cases} \dots\dots\dots (A-9)$$

$$f_{i,k,m} = r_{i,m}^* p_{i,k-m} \dots\dots\dots (A-10)$$

$r_{i,m}^*$ 은 행벡터 r_i^H 의 m 번째 요소이고, $p_{i,m}$ 은 벡터 p_i 의 m 번째의 열벡터이다.

References

[1] T. K. Sarkar et al., "Sub-optimal approximation/identification of transient waveforms from electromagnetic system by pencil-of-function method", IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-28, no. 6, pp. 928-933, Nov. 1980.

[2] V. K. Jain, T. K. Sarkar, and D. D. Weiner, "Rational modeling by pencil-of-function method", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-31, no. 3, pp. 564-573, June 1983.

[3] Yingbo Hua, Tapan K. Sarkar, "Generalized Pencil-of-Function Method for Extracting Pole of an EM System from Its Transient Response", IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 37, no. 2, pp.229-234, Feb. 1989.

[4] M. L. Van Blaricum and R. Mittra, "Problem and solutions associated with Prony's

method for processing transient data", IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-26, no. 1, pp. 174-182, Jan. 1978.

[5] Yee, K. S., "Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media," IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol. AP-14, No. 3, May 1996, pp. 302-307.

[6] Taflove, A., and M. E. Brodwin, "Numerical Solution of Steady Dependent Maxwell's Equations," IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-23, No. 8, Aug. 1975, pp. 623-630.

[7] Holland, R., "Threde : A Free-Field Emp Coupling and Scattering Code," IEEE Trans. Nuclear Science, vol. NS-24, No. 6, Dec. 1977, pp. 2416-2421.

[8] G. H. Golub and C. F. Van Loan, Matrix Computations. Baltimore, MD:Johns Hopkins Univ., 1983.

[9] Y. Hua and T. K. Sarkar, "Further analysis of three modern techniques for pole retrieval from data sequence", in Proc. 30th Midwest Symp. Circuits Syst., Syracuse, NY, Aug. 1987.

[10] R. Kumaresan, "Estimating the parameters of exponentially damped or undamped sinusoidal signals in noise", Ph.D. dissertation, Univ. Rhode Island, 1982.

[11] Y. Hua, "On techniques for estimating parameters of exponentially damped /undamped sinusoids in noise", Ph. D. dissertation, Syracuse Univ., 1988.

[12] J. H. Wilkinson, "The Algebraic Eigenvalue Problem." Oxford, U.K. : Clarendon, 1965.