韓國港灣學會 第12卷 第1號, pp.9~17. 1998.

論 文

대규모 다계층 MADM 문제의 퍼지평가 알고리즘에 관한 연구

- 퍼지측도의 동정을 중심으로 -

임 봉 택* · 양 원** · 이 철 영***

A Study on the Fuzzy Evaluation Algorithm for Large Scale Hierarchical MADM Problem

- Centering on the Identification of Fuzzy Measure -

B. T. Lim · W. Yang · C. Y. Lee

Key Words: 다속성의사결정(MADM, Multiple Attributes Decision Making), 퍼지측도(Fuzzy Measures), 퍼지적분(Fuzzy Integral), 퍼지평가(Fuzzy Evaluation), 계층분석법(AHP, Analytical Hierarchy Process)), 신뢰도(Confidence Degree), 상호작용계수(Interaction Coefficient), D-S이론(Dempster-Shafer Theory)

Abstract

The evaluation structure of complex problems is composed of multi-attributes and hierarchy. A many studies were existed on this problems, but that based on the assumption that the evaluation elements were independent. The actual evaluation problems have the complexity, ambiguity and interlinkage among the elements. In this situation, the fuzzy evaluation process is very effective in settling the complex problems.

For evaluation of large scale hierarchical MADM problem, the fuzzy evaluation algorithm is developed in this paper, and that is centering on the identification of fuzzy measures. In this study, we newly identified the weight and interaction among the evaluation attributes.

The results of this study are as follows: we can identified the hierarchical structure of the evaluation problem which is composed of the evaluation structure, function and hierarchy;

* 정회원, 한국해양대학교 대학원 박사과정
** 정회원, 한국해양대학교 대학원 박사과정
*** 정회원, 한국해양대학교 물류시스템공학과 교수

we improved the existed weighting method which could be accomplished by normalizing process, considering the uncertainty and new weight integrating method which come from Dempster-Shafer theory. And we take into account the interaction properties among more than 3 evaluation attributes, which can be compared with the existed studies in which only 2 evaluation attributes taked into account.

1. 서 론

일반적으로 복잡한 문제의 평가구조는 다속성 · 다계층 구조를 지니고 있다. 이러한 구조를 지닌 평가문제에 대하여서는 평가 요소간의 독립성을 전제로 많은 연구가 수행되어져 왔다[1], [2]. 그러나 현실적으로 복잡한 문제를 평가하고자 할 경우, 평가를 수행하는 사람의 주관성으로 인한 애매성, 다양성 및 불확실성이 개재되고, 평가항목간에는 상호간섭작용이 존재하는 등의 문제점이 발생한다. 이러한 문제점들을 해결하기 위한 기존의 연구들은 첫번째 문제점에 대해서는 퍼지이론을, 두번째 문제점에 대해서는 상호작용계수를 도입하여 평가하는 알고리즘을 제안하고 있다[3].

퍼지이론에 의한 계층구조의 평가문제는 평가항목에 대한 평가치와 퍼지측도치(Fuzzy measure value)를 구하여 퍼지적분(Fuzzy integral)함으로써 종합적인 최종 평가치를 도출하는 것이다. 여기서 퍼지측도치는 평가항목의 중요도 즉, 가중치라고 할 수 있는데, 이것을 얻는 방법으로는 언어적 퍼지 변수에 의한 방법과 계층분석법(AHP)에 의한 방법 등이 주로 사용되고 있다. 기존의 연구에서는 계층분석법에 의한 가중치에 상호작용계수(Interaction coefficient)를 도입함으로써 비가법성을 만족하는 퍼지측도치로 변환하여 사용하고 있다[4], [5].

본 연구에서는 대규모 다계층 MADM 문제의 일반적인 퍼지 평가 알고리즘을 개발하기 위하여, 기존의 가중치 부여 방법을 개선하기 위한 방법과 절차를 제시하고, 다수 개의 평가속성이 상호작용할 경우의 상호작용계수 산출 방법과 절차를 명확히 하고자 한다.

일반적으로 복잡한 시스템을 평가할 경우에는 평가 모델을 다속성 · 다계층으로 세분하고 분할하여 구성할 수 있다. 평가속성의 계층을 n 계층이라 하고, 각 계층에는 몇 개의 평가속성(I_m)이 있으며, 하위계층(H_m)의 평가속성과 상위계층(H_{m+1})의 평가속성 사이에 함수 $h_m(m=0, \cdots, n-1)$이 존재할 때, $(H_n, \cdots, H_0)$를 평가계층이라 하고 식(1.1)과 같이 표현할 수 있다.

$$\forall m = 0, \cdots, n-1 \ ; \ \forall I_m \in H_m \tag{1.1}$$

여기서, 평가항목의 정량적 또는 정성적 특성을 고려하여 h_m을 다음과 같은 Membership 함수로 표현할 수 있다. Fig. 1에서, $H_2 = \{I_{21}\}$, $H_1 = \{I_{11}, I_{12}\}$, $H_0 = \{I_{01}, I_{02}, I_{03}, I_{04}\}$이며, h_1은 I_{11}과 I_{12}를 I_{21}에 대응시키고, h_0는 I_{01}, I_{02}를 I_{11}에, I_{03}, I_{04}를 I_{12}에 각각 대응시키고 있다. 그리고 h_m이 함수이므로 각 평가속성에 대한 상위의 평가속성은 한 개만 존재한다. 따라서, $(H_n, \cdots, H_0)$를 평가계층이라고 할 때, $m = 0, \cdots, n-1$; $I_m \in H_m$인 경우 다음의 $low(I_m)$을 I_m의 하위의 평가속성이라 하고, 식(1.2)와 같이 정의한다.

$$low(I_m) = \{I_{m-1} \in H_{m-1} \mid h_{m-1}(I_{m-1}) = I_m\} \tag{1.2}$$

또한, 다음 식(1.3)의 조건을 만족하는 $(I_n, \cdots, I_0) \in H_n \times \cdots \times H_0$를 평가열이라고 한다.

$$\forall m = 1, \cdots, n \ ; \ I_m = h_{m-1}(I_{m-1}) \tag{1.3}$$

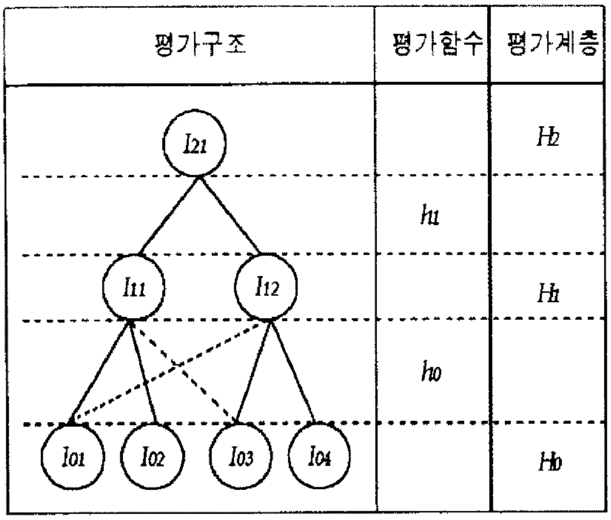

Fig. 1 An example of a hierarchical structure of evaluation attributes

하위의 평가속성은 각 계층의 평가속성에 대해 하위의 계층관계인 평가속성의 집합을 나타내고 있으며, 현 계층의 평가 후에 하위 계층에서 평가해야 할 평가속성의 대체안의 집합을 나타내고 있다. 평가열은 최상위 계층(n 계층)의 평가속성으로 부터 계층관계에 따라 순차적으로 최하위 계층(0 계층)의 평가속성까지 평가할 때의 열을 나타낸 것이다. Fig. 1에서 $low(I_{11})$ = $\{I_{01}, I_{02}\}$이며, $\{I_{21}, I_{11}, I_{01}\}$ 등은 평가열이 된다.

한편, 식(1.3)에서 h_m은 계층 H_m의 평가속성들을 상위계층 H_{m+1}의 평가속성으로 대응시키는 소속함수로 정의되어 있는데, 이것은 곧 계층 H_m의 평가속성들에 대하여 각각의 중요도를 결정해주는 함수 $h_m : I_m \rightarrow [0, 1]$라고 할 수 있다. 중요도를 결정하는 방법으로는 여러 가지가 제안되어 있지만 Fig. 1에서 실선으로 표시된 것과 같이, 속성들간의 독립성이 전제된 경우는 확률측도인 AHP법이 주로 사용되고 있다.

2. 확률측도의 가중치에 대한 동정

본 장에서는 각 분야별로 다수 그룹의 전문가가 참여하는 대규모 평가문제에 있어서 기존의 가중치 부여 방법을 그대로 적용하는데 지적되는 몇가지 문제점 즉, 각 전문가 그룹의 자기 중심적 성향, 서로 상이한 가중치의 산출, 단순한 평균법을 이용한 가중치의 종합 등을 개선하는 절차와 방법을 제시하고자 한다.

2. 1 자료의 평준화

n개의 전문가그룹(G_j, $j=1, n$)이 n개의 평가항목(A_i, $i=1, n$)에 대하여, AHP법에 의해 산출한 가중치(m_{ij})를 식(2.1)과 같은 행렬(M^1)로 가정하자. 편의상 G_j는 A_i 평가항목을 대표하는 전문가 그룹으로 가정하자.

$$
\begin{array}{cccc}
[G_1\text{그룹}] & [G_2\text{그룹}] & \cdots & [G_n\text{그룹}]
\end{array}
$$

$$
M^1 = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \cdots & m_{nn} \end{bmatrix} \tag{2.1}
$$

위 자료를 분석하여 과대 또는 과소하게 평가된 결과치를 평준화시키기 위하여 식(2.1)의 행렬을 각 그룹별로 가중치가 큰 값부터 재작성한 M^2를 구한다.

다음 식(2.2)에 의하여 각 그룹의 가중치를 순위별로 평균한 값 $m^k(k=1, n)$를 산출하고, 식(2.3)에 의하여 $m^k(k=1, n)$부터 역순으로 순서쌍을 이루면서 편차(V_t, $t=1, n$)를 구한다.

$$
m^k = \left(\sum_{j=1}^{n} m_{ij} \right) / n, \quad k=1,n \tag{2.2}
$$

$$
V_t = m^{k-1} - m^k \tag{2.3}
$$

각 그룹별로 최하위 값(m_{in}, $i=1, n$)을 기준으로, 식(2.4) - 식(2.6)에 의해 단계별로 행렬값을 변형시킨 새로운 행렬 M^3를 산출한다.

$$m'_{(n-1)j} = m_{nj} + V_1,\ j=1,\ n \qquad (2.4)$$

$$m'_{(n-2)j} = m_{(n-1)j} + V_2,\ j=1,\ n \qquad (2.5)$$

$$\cdots \qquad \cdots$$

$$m'_{1j} = m_{2j} + V_n,\ j=1,\ n \qquad (2.6)$$

이상의 평준화 절차는 각 그룹별로 과대 또는 과소하게 평가된 자료를 평균값과 편차를 이용해서 조정해 주는 한편, 최소값을 기준으로 평준화함으로써 그룹의 자기 중심적 성향을 완화시켜준다. 또한, 평준화의 범위가 가중치 자체만으로 제한되기 때문에 원래 그룹별 평가에서 정하여진 중요도의 순위는 바뀌지 않는다. 이것은 각 전문가 집단의 평가를 존중하면서도 과도한 자기 중심적 편향만을 고려한다는 생각이 그 근간을 이루고 있다.

한편, 행렬 M^3은 그룹별 평가치의 합이 1.0으로 정규화되지 않았으므로 식(2.7)에 의해 정규화 시킨 행렬 M^4를 산출한다.

$$M^4(m'_{ij}) = m'_{ij} / K_j,\ K_j = \sum_{i=1}^{n} m'_{ij},\quad j=1,\ n \qquad (2.7)$$

2. 2 불확실성의 도입

다수 그룹의 전문가에 의한 대규모 평가문제에 있어서 이들 전문가들의 평가가 항상 결정적이고 일관적이라고는 할 수 없다. 일반적으로 전문가들은 자신의 분야 내에서는 해박한 지식을 갖고 있지만 타 관련분야와 연계된 평가문제 즉, 가중치의 할당과 같은 문제는 결정적으로 정하기가 쉽지 않을 것이다. 여기서는 이들 전문가보다 상위의 계층에서 문제 전체를 일견할 수 있는 전문가가 요구되지만, 객관적으로 이런 능력을 갖춘 전문가는 없다. 따라서, 유일한 해결방법은 다소 주관적인 전문가 그룹별 평가결과에 근거하여 객관성을 확보하는 것이 관건이 된다. 본 절에서는 이것을 위한 방법으로 불확실성(Uncertainty)을 도입하는 절차에 대하여 설명한다[6], [7]. 이러한 불확실성의 도입에 따라 AHP법에 의한 확률척도는 비가법성을 만족하는 퍼지측도로 변환된다.

불확실성의 적용에 관해서는, 먼저 전문가에 의한 가중치 조사시 각 전문가에게 자신의 평가결과에 대한 신뢰도(Confidence degree)를 질문하게 되는데, 이 신뢰도는 평가에 있어서의 불확실성을 나타낸다.

각 전문가 그룹별로 신뢰도의 평균값 $C_g(g=1,\ n)$을 산출한다. 퍼지평가에 있어서의 C_g 값은 식(2.8)과 같이 언어적 변수로 주어지거나 식(2.9)와 같이 수치로 주어질 수도 있다.

$$C_g \quad [\text{매우 확실하다, 확실하다, 약간 확실하다, 잘 모르겠다}] \qquad (2.8)$$

$$C_g \quad [\ 0.9,\ 0.7,\ 0.5\ ] \qquad (2.9)$$

다음 식(2.10)에 의하여, 이미 산출된 표준화된 가중치에 불확실성을 부여한 새로운 가중치 행렬 (M^5)을 다음 식(2.11)과 같이 구한다.

$$M^5(m_{ij}) = C_g \cdot m_{ij},\ g=1,\ n \qquad (2.10)$$

$$M^5 = \begin{array}{cccc} [G_1\text{그룹}] & [G_2\text{그룹}] & \cdots & [G_n\text{그룹}] \\ \end{array}$$
$$M^5 = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \cdots & m_{nn} \\ m_{\emptyset 1} & m_{\emptyset 2} & \cdots & m_{\emptyset n} \end{bmatrix} \qquad (2.11)$$

여기서, 새로 생성된 마지막 행$(m_{\emptyset i},\ i=1,\ n)$은 각 평가 그룹별로 각각의 평가항목에 할당하고 남은 미할당분, 즉 어느 평가항목에도 확정적으로도 할당할 수 없는 애매한 부분을 나타낸 것으로, 식(2.11)은 결국 퍼지측도화된 결과를 표시하고 있다.

2. 3 D-S이론에 의한 측도치의 종합

식(2.11)은 그룹별로 평가항목에 할당한 평가치의 합이 1.0으로 정규화 되어 있지 않다. 이 경우, 정규화 시키기 위해 식(2.7)을 적용하면 불확실성의 도입을 무효화 시키는 것이 되어 버린다.

본 절에서는 이와 같은 상황에 적절한 가중치 종합방법으로서, D-S이론의 결합법칙을 응용하는 것을 제안한다. 이 방법은 기존의 퍼지평가에서 사용하고 있는 여러가지 평균법에 의한 종합방법과는 확연히 구별되는 매우 효과적인 방법이 될 것이다. D-S이론은 특수한 퍼지측도에 관한 이론으로서, 신뢰함수(Belife function), 확신함수 등으로 해석되며, D-S이론의 결합법칙은 다음과 같이 정의된다[8].

Bel_1, Bel_2를 전체집합(Ω)상의 단순지지함수(Simple support function), $m_1(F)$, $m_2(G)$를 각각의 지지도(Degree of support)로 가정하면, Dempster의 결합법칙에 의한 이들의 직교화(Orthogonal sum)인 기본확률할당(Basic probability assignment)을 $Bel_1 \oplus Bel_2$로 표시하고, 다음의 식(2.12)~식(2.14)에 의하여 산출한다.

$$m(\emptyset)=0, \tag{2.12}$$

$$m(E)=k^{-1}\cdot \sum_{F\cap G=E} m_1(F)\cdot m_2(G) \quad \forall E \neq \emptyset, \tag{2.13}$$

$$k=1-\sum_{F\cap G=\emptyset} m_1(F)\cdot m_2(G) \tag{2.14}$$

이상의 절차를 식(2.11)에 적용하면 식(2.15)와 같은 가중치의 종합결과를 얻게 된다.

$$M^6=\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ \cdots \\ m_n \\ m_\emptyset \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

식(2.15)는 평가항목의 평가에 미할당된 애매한 값$(m_\emptyset)$을 가지고 있기 때문에 정규화되지 못한 형태를 지닌다. 이러한 결과는 비가법성을 만족하는 퍼지측도의 특성이나 확률측도치로 표시할 때에는 식(2.7)을 적용하여 식(2.16)과 같이 정규화 한다.

$$M^6=\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ \cdots \\ m_n \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

3. 상호작용계수의 동정

3. 1 퍼지측도

다계층·다속성 평가구조에 있어서 각 계층의 평가속성은 Fig. 1에서 점선으로 표시된 것과 같이, 서로 완전한 독립성을 지니기 보다는 상호간에 연관성이 존재하는 것이 일반적이다. 이러한 경우, 평가요소 상호간의 연관성을 무시하고 통합 평가를 수행한다면 평가 결과의 합리성을 얻기가 어렵다. 따라서, 평가요소의 가중치를 결정할 경우에는 평가요소 상호간에 개재되어 있는 연관성을 고려한 척도를 도입하여야 하는데, 이것에 적합한 척도로는 퍼지측도(Fuzzy measure)를 들 수 있다.

퍼지측도는 가법성을 전재로 하지 않고 단조성만으로도 성립되는 측도이다. 평가요소의 숫자는 일반적으로 유한 개 이므로 $X=\{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$을 유한집합, $P(X)$를 X의 멱집합이라고 할 때, $P(X)$상의 집합함수 $g: P(X) \rightarrow [0, 1]$이 다음의 성질을 만족할 때 g를 퍼지측도라 한다. 즉, 전체집합 X의 임의의 부분집합 A, B에 대하여,

$$g(\emptyset)=0,\ g(X)=1 : \text{유계성(Boundary condition)} \tag{3.1}$$

단, $\emptyset$는 공집합

$$A \subset B\text{이면, } g(A) \leq g(B) : \text{단조성(Monotonicity)} \tag{3.2}$$

여기에 가법성이 추가된다면 g는 확률측도가 된다.

$$A \cap B = \emptyset,\ g(A \cup B) = g(A) + g(B) \qquad (3.3)$$

따라서 퍼지측도는 확률측도를 확장한 개념이며, 확률측도는 등가법성을 만족하므로 퍼지측도의 특수한 경우로 생각할 수 있다. 그리고 퍼지측도는 단조성만을 전제로 하므로 인간이 행하는 주관적인 평가에 수반되는 애매성에 잘 대처하고 있는 측도라고 할 수 있다.

한편, 퍼지측도는 가법성을 만족하지 않으므로 식(3.1), 식(3.2)를 만족하는 것으로 λ-퍼지측도(λ-Fuzzy measure, g_λ)를 들 수 있다. λ-퍼지측도는 식(3.4)과 같이 정의된다. 여기서 λ는 집합 A, B 사이의 관련성을 나타내는 상호작용 승수를 나타내고 있다[9], [10].

$$g_\lambda(A \cup B) = g_\lambda(A) + g_\lambda(B) + \lambda\, g_\lambda(A) \cdot g_\lambda(B)$$
$$\text{단, } A,\ B \in X,\ \ A \cap B = \emptyset,\ \ -1 < \lambda < \infty \qquad (3.4)$$

즉, λ-퍼지측도는 퍼지측도에 매개변수 λ를 도입한 형태로써 위에서 정의된 퍼지측도의 성질을 만족하며, 그 특성은 다음과 같다.

i) $\lambda = 0$ 이면 λ-퍼지측도는 확률척도가 된다
ii) $\lambda \geq 0$ 이면 λ-퍼지측도는 Belief 척도가 된다
iii) $-1 < \lambda < 0$ 이면 λ-퍼지측도는 Plausibility 척도가 된다

한편, λ-퍼지측도 g_λ는 서로 소인 부분 집합열 $\{A_1,\ A_2,\ A_3,\ \cdots\cdots,\ A_n\}$에 대하여, 식(3.4)을 이용해서 식(3.5)와 같은 일반식을 유도할 수 있다.

$$g_\lambda(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = \frac{1}{\lambda}\left(\prod_{i=1}^{n}(1+\lambda\, g_\lambda(A_i)) - 1\right)$$
$$\text{단, } A_i \cap A_j = \emptyset,\ i \neq j \qquad (3.5)$$

따라서 멱집합 $P(X)$ 중에서 서로 소인 부분 집합열 $\{A_1,\ A_2,\ A_3,\ \cdots,\ A_n\}$에 대한 $g_\lambda(A_i)$가 정하여지면, 식(3.5)을 적용하여 식(3.6)과 같은 하나의 단조 집합열에 대한 λ-퍼지측도 g_λ를 정하는 일이 가능하다.

$$A_1 \subset (A_1 \cup A_2) \subset (A_1 \cup A_2 \cup A_3) \subset, \cdots, \subset (\bigcup_{i=1}^{n} A_i) \qquad (3.6)$$

3. 2 상호작용계수계수의 동정

퍼지측도의 동정문제는 평가자로부터의 조사결과를 퍼지측도의 조건에 맞추는 문제이다. 그러나 퍼지측도는 위에서 언급한 바와 같이 멱집합에 대하여 정의되어 있기 때문에, 평가요소의 수가 단순 증가해도 평가자에게는 기하급수적인 추가판단이 요구된다. 즉, 평가요소의 수가 m에서 n만큼 추가되면 평가자에게는 2^{m+n} 회의 판단을 요구하게 되는 것이다. 따라서, 평가요소의 수가 일정 범위를 초과하게 되면 평가자의 판단이 불가능하게 되는 경우도 발생할 수 있으므로, 평가요소의 수를 적절히 통제할 필요가 있다.

실제의 평가문제에 있어서 평가항목들은 대부분 독립적이지 않고 상호작용 효과를 가지고 있는 것이 일반적이다. 이러한 특성을 갖는 평가문제에 적합한 평가방법이 퍼지이론을 적용한 퍼지평가법이며, 퍼지측도는 식(3.4)와 같이 평가항목간의 상호작용 효과를 논리적으로 잘 표현하고 있다. 본 절에서는 퍼지측도에 있어서 상호작용 효과를 고려하기 위한 상호작용계수의 동정문제를 설명한다.

식(3.4)의 일반형인 식(3.5)을 평가항목의 수를 증가시키면서 전개하면 다음과 같다. 다만 여기서는 표현의 편의상 λ-퍼지측도 $g_\lambda(A_i)$를 g_i로 표기한다.

$$g_i,\ i=1,\ 2\ ;\ \sum_{i=1}^{2} g_i + \lambda(g_1 \cdot g_2) \qquad (3.7)$$

$g_i,\ i=1,\ 3$:

$$\sum_{i=1}^{3} g_i + \lambda\Big(\sum_{\substack{i,j=1,3\\ i\neq j,\ i<j}} g_i \cdot g_j\Big) + \lambda^2(g_1 \cdot g_2 \cdot g_3) \qquad (3.8)$$

$$g_i,\ i=1,\ 4:\ \sum_{i=1}^{4} g_i + \lambda\Big(\sum_{\substack{i,j=1,4\\ i\neq j,\ i<j}} g_i \cdot g_j\Big)$$

$$+\lambda^2\Big(\sum_{\substack{i,j,k=1,4\\ i\neq j\neq k,\ i<j<k}} g_i \cdot g_j \cdot g_k\Big) + \lambda^3(g_1 \cdot g_2 \cdot g_3 \cdot g_4) \qquad (3.9)$$

$$\cdots \qquad \cdots$$

$$g_i,\ i=1,\ n:\ \sum_{i=1}^{4} g_i + \lambda\Big(\sum_{\substack{i,j=1,n\\ i\neq j,\ i<j}} g_i \cdot g_j\Big)$$

$$+\lambda^2\Big(\sum_{\substack{i,j,k=1,n\\ i\neq j\neq k,\ i<j<k}} g_i \cdot g_j \cdot g_k\Big) +,\cdots,+\lambda^{n-1}(g_1 \cdot g_2 \cdot ,\cdots, \cdot g_n) \qquad (3.10)$$

한편, g_i는 0과 1사이의 값을 갖는 각 평가속성의 가중치이고, 뒤이어 설명될 λ도 -1에서 1사이의 값을 가지는 경우가 대부분이므로, 식(3.10)의 우변 3번째 항 이상은 무시할 수 있을 정도의 매우 적은 값을 갖는다. 따라서, 식(2.10)은 다음의 식(3.11)과 같이 근사화 될 수 있다.

$$g_\lambda\Big(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\Big) \fallingdotseq \sum_{i=1,n} g_\lambda(A_i) + \lambda\Big(\sum_{\substack{i,j=1,n\\ i\neq j,\ i<j}} g_\lambda(A_i) \cdot g_\lambda(A_j)\Big) \qquad (3.11)$$

식(3.11)과 식(3.4)을 비교하면 거의 유사한 형태를 보이고 있는데, 차이점은 전자는 2개의 평가속성에 대하여 정의된 반면, 후자는 평가속성이 3개 이상의 다수 개로 증가하여도 근사적으로 상호작용효과를 고려할 수 있다는 점이다.

여기서 식(3.11)을 λ에 대하여 정리하면 다음 식(3.12)를 도출 할 수 있다.

$$\lambda \fallingdotseq \frac{g_\lambda\Big(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\Big) - \sum_{i=1,n} g_\lambda(A_i)}{\sum_{\substack{i,j=1,n\\ i\neq j,\ i<j}} g_\lambda(A_i) \cdot g_\lambda(A_j)} \qquad (3.12)$$

그런데, 식(3.12)의 상호작용계수 λ는 식(3.10)에서와 같이 모든 집합족에 대하여 일의적으로 정하여진 것인데 반해, 실제의 적용에 있어서 각 g_i, g_j, $(i,\ j=1,\ n,\ i\neq j,\ i<j)$의 상호작용계수 값$(\lambda_{ij})$은 서로 상이한 결과치를 얻게 된다. 또한, g_i가 3개 이상으로 증가되면 식(3.12)의 각 항에 대한 값, 특히 분자의 첫째 항에 대한 값은 평가자로 부터 구하기가 쉽지 않다. 즉, 사람은 2개 요소간의 상관관계에 대하여서는 나름대로의 주관에 입각하여 정확히 판단 할 수 있지만, 3개 이상의 요소가 복합적으로 얽혀 있을 때에는 주관 판단 기준의 혼란, 요소간의 동정 혼돈 등으로 인해 판단불가 또는 오류를 범할 확률이 높아진다. 따라서 이러한 경우에는 평가자가 쉽게 판단할 수 있도록 평가요소간의 관계를 2개 정도로 재구성하여 근사적인 답을 구하는 것이 합리적이다. 이것을 위해, 식(3.12)의 상호작용계수 λ를 분모의 조건에 맞게 2개 요소간의 상호작용계수 값(λ_{ij})으로 분활하여 구하고, 다음 식(3.13)과 같이 그 평균값으로 근사화하여 사용할 필요가 있다.

$$\lambda^*_{ij} \fallingdotseq \sum_{\substack{i,j=1,n\\ i\neq j,\ i<j}} \lambda_{ij} \ /\ (n(n-1)/2) \qquad (3.13)$$

한편, 2개 평가요소간의 상호작용효과를 고려하는 것으로는 식(3.14)와 같이 정의된 상호작용계수(ζ_{ij}) 산출 수식이 지금까지 주로 이용되어 왔는데, 이 식은 평가항목이 2개인 경우 식(3.12)와 거의 유사한 형태를 취하고 있다. 그러나 식(3.12)는 식(3.13)과 함께 이용되어, 평가항목이 3개 이상인 경우에도 상호작용효과를 근사적으로 취급할 수 있다는 강점을 지니고 있다.

X_i, X_j가 유한집합 X의 부분집합일 때, X_i, X_j 부분집합 사이의 상호작용계수(ζ_{ij})는 다음과 같이 정의된다[11]. 식에서 $\mu(\cdot)$는 각 평가요소의 가중치를 나타낸다[11].

$$\zeta_{ij} = \frac{\mu(X_i \cup X_j) - (\mu(X_i) + \mu(X_j))}{\mu(X_i) \wedge \mu(X_j)},\ i \neq j$$

단, $i=j$ 이면 $\zeta_{ij}=0$, 또한 $\zeta_{ij} \in (-1,\ \infty)$ (3.14)

식(3.14)에서 $(\zeta_{ij}) = -1$인 경우는, X_i, X_j를 서로 독립적인 것으로 다루기가 어려울 정도로 완전한 중복도를 가진 것이 된다. 즉 X_i, X_j 중에서 가중치가 큰 쪽이 가중치가 작은 쪽을 완전히 포함한 경우를 나타낸 것으로, 식(3.15)와 같은 경우를 나타낸다.

$$\mu(X_i \cup X_j) = \mu(X_i) \vee \mu(X_j) \qquad (3.15)$$

상호작용계수를 산출할 때에는 식(3.14)에 의하여 $\mu(X_i)$, $\mu(X_j)$ $\mu(X_i \cup X_j)$ 등의 값을 평가자로부터 조사하거나, 상호관련성 자체를 평가자로 부터 직접 조사하여 상호작용계수를 구할 수 있다.

실제로 평가자로 부터 평가요소 사이에 정의된 상호작용계수 값을 추정할 경우에는 평가자가 쉽게 판단할 수 있는 언어적 표현으로 질문하게 되는데, 이것을 위해서는 치역을 변환시킬 필요가 있다. 즉, $\lambda_{ij} \in (-1, \infty)$의 값을 구하기 위하여 식(3.16)과 같이 치역을 $\eta_{ij} \in (-1, 1)$로 정규화 한다.

$$\eta_{ij} = \begin{cases} \lambda_{ij} & \lambda_{ij} < 0 \\ 1-(1/(1+\lambda_{ij})) & \lambda_{ij} \geq 0 \end{cases} \qquad (3.16)$$

이제 η_{ij} 값을 구할 경우 언어적 표현 방법을 사용하여 구할 수 있다. 즉, 속성간 상호작용 여부를 먼저 질문하고, 다음으로 중복작용인지 상승작용인지를 질문하여 그 정도를 측정하게 되므로, 치역은 자연히 0, $(-1, 0)$, $(0, 1)$로 구분된다.

한편, η_{ij} 값을 원래의 상호작용계수인 λ_{ij}의 치역 $(\lambda_{ij} \in (-1, \infty))$으로 역변환 시키기 위하여 식(3.17)을 정의하여 사용한다.

$$\lambda_{ij} = \begin{cases} \eta_{ij} & -1 < \eta_{ij} < 0 \\ \eta_{ij} \,/\, (1-\eta_{ij}) & 1 > \eta_{ij} \geq 0 \end{cases} \qquad (3.17)$$

2.3 상호작용계수를 이용한 확률척도의 퍼지척도화

일반적인 확률척도의 산출방법인 AHP법은 2개 속성을 쌍대비교하여 가법성을 만족하는 가중치를 산출한다. 그러나 이러한 확률척도는 평가속성 사이의 독립성을 전재로 하고 있기 때문에, 속성들의 상호작용이 존재하는 일반적인 평가문제에 대해서는 위에서 동정된 상호작용효과를 반드시 고려해 주어야 한다. 확률측도치(m)에 상호작용계수(λ)를 적용하여 퍼지측도화($f_\lambda(m)$)하는 방법으로는 여러가지가 제안되어 있으나, 간단히 적용할 수 있는 것으로는 식(3.18)과 같이 정의된 수식이 주로 이용된다[12].

$$f_\lambda(m) = \begin{cases} ((1-\lambda)^m - 1)/-\lambda, & \lambda \neq 0 \\ m, & \lambda = 0 \end{cases} \qquad (3.18)$$

4. 결 론

본 연구에서는 대규모 다계층 MADM 문제의 퍼지평가 알고리즘을 개발하기 위해서 퍼지측도와 확률측도의 동정 문제를 중심으로 살펴보았으며, 그 결과 기존의 연구에서 다루어지지 않았던 부분을 새롭게 동정할 수 있었으며 몇가지 문제 해결 방법을 제시하였다.

그 구체적인 내용을 정리하면 다음과 같다. 첫째, 평가속성의 계층 구조를 동정하여 평가구조, 평가함수, 평가계층간의 관계를 명확히 하는 알고리즘을 구축하였다. 둘째, 대규모 평가문제에서 기존의 가중치 부여 방법을 개선하기 위한 것으로써, 과대 또는 과소하게 평가된 결과치의 평준화 절차, 평가 결과에 객관성을 부여하기 위한 불확실성의 고려 절차, D-S 이론을 응용한 새로운 가중치 종합방법 등을 제시하였다. 셋째, 상호작용효과를 고려시, 기존의 방법에서 명확하게 동정되지 않았던 다수 개의 평가요소가 함께 상호작용할 경우의 상호작용계수 산출방법을 근사적으로 동정하였다.

본 연구와 연계된 앞으로의 연구방향은 다음과 같다.

- 다속성 · 다계층 · 상호간섭작용을 지닌 대규모 평가문제의 일반 평가 알고리즘 개발
- 현실 평가문제에 대한 적용

참고문헌

1) T. L. Saaty, The Analytic Hierarchy Process, Mcgrow-Hill Book, Co., 1997, pp. 23-24
2) 金聖曦, 意思決定論, 英志文化社, 1994, pp. 374-416
3) H. Shiizuka · T. Sugiyama. On Decision Making by Hierarchical Fuzzy Integrals, 8th Fuzzy System Symposium, 1992, pp. 33
4) 李哲榮 · 李石泰, 퍼지 階層 評價 알고리즘의 開發과 그 適用에 관한 硏究, 韓國海洋大學校 大學院(論文), 1994
5) 李哲榮 · 呂奇泰, 퍼지 積分을 導入한 階層構造의 評價 알고리즘, 韓國海洋大學校(論文), 1995
6) Jian-Bo Yang · Madan G. Singh, An Evidential Reasoning Approach for Multiple-Attribute Decision Making with Uncertainty, IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEM, MAN, AND CYBERNETICS, VOL. 24, NO. 1, 1994, pp. 1-18
7) Jian-Bo Yang · Pratyush Sen, A General Multi-Level Evaluation Process for Hybred MADM With Uncertainty, IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEM, MAN, AND CYBERNETICS, VOL. 24, NO. 10, 1994, pp. 1458-1472
8) 日本 ファジィ學會, 講座 ファジィ 3 (ファジィ 測度), 日刊工業新聞社, 1993, pp. 47-71
9) M. Sugeno, Theory of Fuzzy Integrals and Its Applications, Doctoral Theses, Tokyo Institute of Technology, 1974, pp. 7-17
10) 本多中二 · 大里有生, ファジィ工學入門, 海文堂, 1989, pp. 119-128
11) 李哲榮 · 李石泰, 前揭書, pp. 19-21
12) 塚本弥八郎, 田代勤, Fuzzy 逆問題の 解法, 計測自動制御學會論文集 第15卷. 1979, pp. 21-25