⊠연구논문

혼합 정규공정하에서 손실함수를 이용한 공정능력지수

김평구
충청대학 품질관리과
조중재
충북대학교 자연대학 통계학과

Some Process Capability Indices Using Loss Function Under Contaminated Normal Process

Pyong-Koo Kim
Dept. of Quality Control, Chung Cheong College
Joong-Jae Cho
Dept. of Statistics, Chung Buk National University

Abstract

Process capability indices, used to determine whether a production process is capable of producing items within a specified tolerance, have been widely used in process assessments. In this paper, we consider some process capability indices using loss function when process is contaminated normal. Also, we examine some small sample properties related to these estimaters by some simulations.

1. 서론

최근 품질에 대한 평가의 관점은 품질특성치의 규격에 대한 적합여부 보다는 규격을 만족하는 제품중에서도 가능한 한 가장 이상적인 품질특성치인 목표치에 높은 적합도를 갖는 제품에 두고 있다. 따라서 제품의 품질을 향상시키기 위해서는 규격 내에서의 산포의 감소와 더불어 목표치에 가까운 균질의 제품이 되도록 지속적인 노력을 기울여야 한다. 그동안 생산현장에서는 이러한 공정에 관심을 가져왔으며, 또 공정

능력을 평가하는 방법에 관심을 가져왔다. 공정능력을 평가하는 대표적인 지수로는 C_p 또는 C_{pk}를 사용하고 있다. 그런데 이들 지수는 품질특성치가 목표치에 얼마나 접근하고 있는가를 알 수 없으며, 단지 품질산포만으로서 공정의 능력을 평가하기 때문에 소비자의 손실비용측면은 평가하기가 어려운 단점이 있다.

그동안 품질의 손실에 관한 관심은 여러 학자들에 의해 꾸준히 연구 발전되어 왔다. Taguchi와 Wu(1985)는 소비자의 손실비용측면에서 품질을 손실의 개념으로 정의하였으며, Chan et al.(1988)은 품질의 손실은 목표치로부터 벗어남에 따라 근사적 이차함수를 하며 이를 사용하여 공정능력에 대한 평가를 제안하였다. 또, Choi와 Owen (1990)는 이차손실함수를 사용하여 공정평균이 목표치에서 벗어남에 따라 가중치를 부과하여 공정능력을 평가하였다. 구본철과 송서일(1992), 정영배(1995) 등은 정규공정하에서 Taguchi의 손실함수를 이용하여 불량으로 판정된 제품은 수리 또는 폐기하는데 소요되는 불합격 손실과 규격의 범위안에 있어 합격판정은 되었으나 목표치와의 편차에 의해 발생되는 손실인 합격손실을 함께 고려하여 공정능력을 평가하는 지수를 연구한 바 있다.

한편, 이제까지의 공정의 분포는 특수한 형태 즉, 공정의 분포가 정규분포를 한다는 가정에 의존하거나 또는 정규공정특성에 관한 어떤 가정을 하기가 힘들면 대표본과 중심극한정리에 의하여 정규공정으로 제반 분석절차를 하였다. 그러나 현장의 공정분포는 정확한 정규공정을 하는 경우는 매우 드물고, 또한 소표본에 의한 분석을 하는 경우가 허다하다. 이런 경우 정규공정분포의 가정하에서의 제반 분석은 효율성이 떨어진다. 이러한 문제를 해결하기 위해서는 보다 현실적인 공정하에서 공정능력을 평가하는 지수를 고려하게 된다.

본 연구에서는 보다 현실적인 공정분포 즉, 혼합 정규공정(contaminated normal process)하에서 Taguchi의 손실함수를 이용하여 규격의 범위안에서의 합격손실과 규격밖에서의 불합격손실을 함께 고려한 공정능력지수를 결정하는 방법을 제시하고, 시뮬레이션을 통하여 확인 · 고찰한다.

2. 손실관련 공정능력지수

공정능력이란 공정이 관리상태에 있을 때 그 공정에서 생산되는 제품의 품질변동이 어느 정도인가를 나타내는 양으로 전통적인 공정능력지수로 C_p가 있으며, 또 공정의 산포와 평균을 함께 고려하여 C_p의 단점을 보완한 지수로 C_{pk}가 있다. 각각의 지수는 다음과 같다 (여기서 USL은 규격상한, LSL은 규격하한)(Kane(1986)).

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} \qquad C_{pk} = \frac{\min(USL-\mu,\ \mu - LSL)}{3\sigma}$$

Chan et al.(1988)은 목표치가 규격의 중심과 같은 경우(즉 $USL-T=T-LSL$) 다음과 같은 지수를 제안하였다.

$$C_{pm}=\frac{USL-LSL}{6\tau}=\frac{C_p}{\sqrt{1+\zeta^2}} \tag{2.1}$$

여기서 T는 목표치이며 $\tau^2=\sigma^2+(\mu-T)^2$, $\zeta=\frac{\mu-T}{\sigma}$이다. $\mu=T$이면 C_{pm}은 C_p와 같다. 또 C_{pm}의 조건을 좀더 완화시킨 (즉 $USL-T\neq T-LSL$) 지수로 다음을 제안한 바 있다.

$$C^*_{pm}=\frac{\min(USL-T,\ T-LSL)}{3\tau} \tag{2.2}$$

그런데 이상의 지수들은 공정분포가 정규분포를 따른다는 가정하에서 정의된 지수들로 공정분포가 정규분포를 따르지 않을 때는 데이터의 변환 이외에 공정분포의 분위수 등을 적용한 일반화 지수를 사용하게 된다[9, 10].

한편, Taguchi의 품질에 대한 손실함수의 개념을 도입하여 Boyles(1991)은 다음과 같은 손실함수를 이용하여 공정능력지수를 제안하였다.

$$C^+_{pm}=\frac{USL-LSL}{6\sqrt{E(L)}} \tag{2.3}$$

여기서 $E(L)$은 다음과 같이 정의된다(본 논문에서 확률변수는 Y와 y로 함께 사용).

$$L=L(y,T)=\begin{cases} k_1(y-T)^2 & y\le T \\ k_2(y-T)^2 & y\ge T \end{cases}$$

$$E(L)=\sigma^2[\,(1+\zeta^2)(k_1(1-\Phi(\zeta))+k_2\Phi(\zeta))-(k_1-k_2)\zeta\phi(\zeta)]$$

$$k_1=(\frac{\beta_2}{\beta_1})k_0,\quad k_2=(\frac{\beta_1}{\beta_2})k_0,\quad \beta_1=\frac{T-LSL}{USL-LSL},\ \beta_2=\frac{USL-T}{USL-LSL}$$

$$k_0=\frac{\max(\beta_1/\beta_2,\ \beta_2/\beta_1)}{2(\beta_1^2+\beta_2^2)}$$

손실의 개념을 도입한 지수 C_{pm}^{+}로부터 Choi와 Owen(1990)은 불량률이 낮고 공정평균이 가능한한 목표치에 근접되도록 고려한 새로운 지수로 다음을 제안하였다.

$$C_{pn} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{E(L)}} \tag{2.4}$$

여기서 $E(L)$은 다음과 같이 정의된다.

$$E(L) = E(L(y, T))$$

$$L(y, T) = w(\mu)(y - T)^2$$

$$\begin{cases} w(\mu) = (1-y)^{-2} & k < 1 \\ w(\mu) = \infty & k \geq 1 \end{cases}$$

단, $k = 2|M - \mu|/(USL - LSL)$, $M = (USL + LSL)/2$

그런데 Boyles(1991), Choi와 Owen(1990)가 제안한 지수 C_{pm}^{+}와 C_{pn}들은 품질특성치가 규격내에서 목표치로부터의 편차에 따른 손실은 고려했으나 규격밖에서도 이차손실함수를 적용함으로써 규격의 양쪽에서 공정능력을 과대 과소 평가하는 비현실적인 문제가 따랐다. 왜냐하면 품질특성치가 규격의 범위를 벗어났을 때에는 재작업 비용, 패기비용 등이 발생하여 손실함수는 이차함수가 되지 않고 거의 균등한 함수가 되기 때문이다. 이에 구본철과 송서일(1992)은 정규공정하에서 이러한 현실적인 손실함수를 공정능력지수에 적용하여 다음과 같은 지수를 제안하였다.

$$C_{pt} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{E(TL)}} \tag{2.5}$$

여기서 $TL = \begin{cases} L_L & y < LSL \\ L(y, T) & LSL < y < USL \\ L_U & y > USL \end{cases}$

단, $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$, $L(y, T) = k(y - T)^2$이며, L_L은 규격하한에 미달됨으로써 야기되는 불합격 손실함수이고, L_U은 규격상한을 초과함으로써 야기되는 불합격 손실함수이다.

3. 손실함수와 비용

Taguchi는 품질을 제품이 출하되어 사용되어질 때 성능특성치의 변동으로 인하여 사회에 끼치는 유형 무형의 총손실이라고 정의하고 성능특성치가 목표치와 일치할 때는 손실이 발생하지 않으며 목표치로부터 멀어짐에 따라 손실이 크게 발생한다는 가정에서 이차식으로 근사화한 손실함수 $L(y)$를 다음과 같이 제시하고 있다.

성능특성치를 y, 목표치를 T 라고 놓으면 망목특성인 경우로 다음과 같다.

$$L(y,\ T)=k(y-T)^2 \tag{3.1}$$

이때 k는 성능특성치의 허용한계를($T\pm\Delta$)라 하고 성능특성치 y가 이러한 허용한계를 벗어날 때 소비자가 제품을 수리하거나 폐기하는데 소요되는 손실을 A원이라고 하면 $A=k\Delta^2$ 로 나타낸다. 위의 손실함수를 기대손실로 표현하면 다음과 같다.

$$L=E(L(y,T))=E(k(y-T))^2=k(\sigma^2+(\mu-T)^2) \tag{3.2}$$

한편, 망소특성인 경우의 손실함수는

$$L(y)=ky^2 \tag{3.3}$$

이며, 이때의 기대손실은 다음과 같다.

$$L=E(L(y))=kE(y^2)=k(\sigma^2+\mu^2) \tag{3.4}$$

또 망대특성인 경우의 손실함수와 기대손실은 다음과 같다.

$$L(y)=k(1/y^2) \tag{3.5}$$

$$L=E(L(y))=k(1/\mu^2)(1+3\sigma^2/\mu^2) \tag{3.6}$$

한편, Taguchi의 품질에 대한 정의와 손실함수를 이용하여 다음과 같은 비용을 구할 수 있다.

(1) 불합격 손실비용

규격을 벗어난 제품을 수정하는데 소요되는 비용으로 품질특성이 규격하한에 미달

됨으로써 야기되는 불합격 손실비용(L_L)과 규격상한을 초과함으로써 야기되는 불합격 손실비용(L_U)이 있다.

(2) 합격 손실비용

품질특성이 규격은 만족하지만 목표치에 대한 편차로 인한 손실비용이다.

이상의 손실비용을 다음과 같이 표현한다(S_U 은 규격상한, S_L 은 규격하한).

$$TL = \begin{cases} L_L & y < S_L \\ L(y, T) & S_L < y < S_U \\ L_U & y > S_U \end{cases} \tag{3.7}$$

$$TL = \begin{cases} L(y) & y < S_U \\ L_U & y > S_U \end{cases} \tag{3.8}$$

$$TL = \begin{cases} L_L & y < S_L \\ L(y) & S_L < y \end{cases} \tag{3.9}$$

이러한 유형의 손실비용으로 총손실을 구해, 다음 4절에서와 같이 공정능력지수들을 유도하게 된다.

4. 혼합 정규공정하에서 공정능력지수

4.1 혼합 정규공정의 정의

보다 현실적인 공정분포로 혼합 정규공정(contaminated normal process)을 다음과 같이 정의한다(Kotz와 Johnson(1993)).

$$f(y) = \Sigma_{j=1}^{m} p_j \varphi(y; \mu_j, \sigma) \tag{4.1}$$

여기서

$$\varphi(y; \mu_j, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(y-\mu_j)^2}{2\sigma}} \qquad 0 < p_j < 1 \quad \Sigma_{j=1}^{m} p_j = 1$$

$$j = 1, 2, \cdots, m$$

혼합정규공정분포의 평균과 분산은 다음과 같이 얻어진다.

$$E(Y)=\Sigma_{i=1}^{m}p_i\mu_i \qquad V(Y)=\sigma^2+\frac{1}{2}\ \Sigma\Sigma_{i\neq j}{}^{m}$$

한편, 위의 분포함수 식(4.1)과 같은 공정분포로부터 n개의 확률표본은 다음과 같은 다항분포를 갖게 된다.

$$\underline{N}=(N_1,N_2,\cdots,N_m)\sim M(n;\ p_1,\ p_2,\cdots,\ p_m)$$

즉 $P(\underline{N}=\underline{n})=P(\bigcap_{j=1}^{m}(N_j=n_j))$

$$=\frac{n!}{n_1!\,n_2!\cdots n_m!}\,\Pi_{j=1}^{m}p_j^{n_j}$$

여기서 $\Sigma_{j=1}^{m}p_j=1,\quad \Sigma_{j=1}^{m}n_j=n,\quad \underline{n}=(n_1,n_2,\cdots,n_m)$

4.2 양쪽 규격이고 손실함수가 대칭인 경우

정규공정하에서 품질특성치의 변동에 따른 기대손실의 비용으로 즉, 합격 손실비용과 불합격 손실비용을 함께 고려한 공정능력지수는 다음과 같다.

$$C_{ps}=\frac{S_U-S_L}{6\sqrt{ETL}} \tag{4.2}$$

여기서 총손실 기대값 ETL은 식(3.7)로부터 다음과 같다 (단,품질특성치는 $Y\sim N(\mu,\sigma^2)$이고, Y의 확률밀도함수는 $f(y)$ 임).

$$ETL=L_LP(Y<S_L)+\int_{S_L}^{S_U}L(y,T)f(y)\,dy+L_UP(Y>S_U) \tag{4.3}$$

그런데 기대손실 식(4.3)을 계산하기 위해 $(y-\mu)/\sigma=z$, $(T-\mu)/\sigma=w$라 놓고 또 $(S_U-\mu)/\sigma=Z_U$, $(S_L-\mu)/\sigma=Z_L$ 라 할 때, 표준정규밀도함수 $\phi(z)$과 표준정규누적분포함수 $\Phi(z)$를 적용하면 Taguchi손실함수 $L(y,T)=k(y-T)^2$은 $L(z)=k\sigma^2(z^2-2zw+w^2)$이 된다. 따라서 식(4.3)은 다음과 같이 정리된다.

$$ETL = L_L\Phi(Z_L) + k\sigma^2[\,(1+w^2)\{\Phi(Z_U) - \Phi(Z_L)\} + Z_L\phi(Z_L) - Z_U\phi(Z_U) \\ + 2w\{\phi(Z_U) - \phi(Z_L)\}] + L_U[1 - \Phi(Z_U)] \tag{4.4}$$

한편, 혼합 정규공정하에서는 위와 비슷한 과정을 통해 다음과 같은 총 기대손실을 얻게 된다. 혼합 정규공정분포는 식(4.1)이 되며 식(4.3)의 ETL는 이차손실함수 $L(y)$를 표준정규분포 $\phi(z_j)$과 표준정규누적분포함수 $\Phi(z_j)$로 적용하면 다음과 같이 된다.

$$L(z_j) = k\sigma^2(z_j^2 - 2z_jw_j + w_j^2) \tag{4.5}$$

여기서 $(Y-\mu_j)/\sigma = z_j$, $(T-\mu_j)/\sigma = w_j$, $(S_U-\mu_j)/\sigma = Z_{U_j}$, $(S_L-\mu_j)/\sigma = Z_{L_j}$

$j = 1, 2, \cdots, m$

따라서 식(4.5)를 식(4.4)에 적용하면 다음의 결과를 얻는다.

$$ETL^* = L_L\Sigma_{j=1}^{m}p_j\Phi(Z_{L_j}) + k\sigma^2\Sigma_{j=1}^{m}p_j[\,(1+w_j^2)\{\Phi(Z_{U_j}) - \Phi(Z_{L_j})\} + Z_{L_j}\phi(Z_{L_j}) - Z_{U_j} \\ \phi(Z_{U_j}) + 2w_j\{\phi(Z_{U_j}) - \phi(Z_{L_j})\}] + L_U\Sigma_{j=1}^{m}p_j[1 - \Phi(Z_{U_j})]$$

이상으로부터 다음과 같은 공정능력지수를 얻게 된다.

$$C_{ps}^* = \frac{S_U - S_L}{6\sqrt{ETL^*}} \tag{4.6}$$

4.3 양쪽 규격이고 손실함수가 비대칭인 경우

손실함수가 비대칭인 경우의 손실함수는 다음과 같다.

$$L(y, T) = \begin{cases} k_1(y-T)^2 & y < T \\ k_2(y-T)^2 & y > T \end{cases}$$

위의 손실함수를 식(3.7)에 적용하면 ETL은 다음과 같다.

$$ETL = L_L P(Y < S_L) + \int_{S_L}^{T} k_1 (y-T)^2 f(y)\,dy + \int_{T}^{S_U} k_2 (y-T)^2 f(y)\,dy + L_U P(Y > S_U) \tag{4.7}$$

따라서 정규공정하에서 손실함수가 비대칭인 경우의 합격손실비용과 불합격손실비용을 함께 고려한 공정능력지수는 다음과 같다.

$$C_{pns} = \frac{S_U - S_L}{6\sqrt{ETL}} \tag{4.8}$$

한편, 혼합 정규공정하에서는 식(4.7)을 손실함수가 대칭인 경우와 같은 절차를 통해 다음과 같은 총손실의 기대값을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} ETL^* &= L_L \Sigma_{j=1}^{m} p_j \Phi(Z_{L_j}) + k_1 \sigma^2 \Sigma_{j=1}^{m} p_j [\,(1+w_j^2)(\Phi(w_j) - \Phi(Z_{L_j})) + Z_{L_j}\phi(Z_{L_j}) \\ &\quad - w_j \phi(w_j) - 2w_j\{\phi(Z_{L_j}) - \phi(w_j)\}] + k_2 \sigma^2 \Sigma_{j=1}^{m} p_j [\,(1+w_j^2)(\Phi(Z_{U_j}) - \Phi(w_j)) \\ &\quad + w_j \phi(w_j) - Z_{U_j}\phi(Z_{U_j}) - 2Z_{U_j}\{\phi(w_j) - \phi(Z_{U_j})\}] + L_U \Sigma_{j=1}^{m} p_j \Phi(Z_{L_j}) \end{aligned}$$

따라서 혼합 정규공정하에서 비대칭인 경우의 공정능력지수는 다음과 같이 된다.

$$C^*_{pns} = \frac{S_U - S_L}{6\sqrt{ETL^*}} \tag{4.9}$$

4.4 규격상한이 주어진 경우(망소특성인 경우)

정규공정하에서 총손실함수는 식(3.8)이 되며, 총기대손실 ETL는 다음과 같다.

$$ETL = \int_{-\infty}^{S_U} L(y) f(y)\,dy + L_U P(Y > S_U) \tag{4.10}$$

식(4.10)으로부터 다음의 공정능력지수를 정의한다.

$$C_{pl} = \frac{S_U - \mu}{3\sqrt{ETL}} \tag{4.11}$$

또 식(3.3)를 표준화하여 $L(z_j)=k(\sigma^2 z_j^2+2z_j\sigma\mu_j+\mu_j^2)$을 얻는다. 또 이를 식(4.10)에 적용하여 다음의 총기대손실 ETL^*을 얻는다.

$$ETL^*=k\sigma^2\Sigma_{j=1}^m\{(1+w_j^2)\Phi(Z_{U_j})-Z_{U_j}\phi(Z_{U_j})+2w_j\phi(Z_{U_j})\}+L_U\Sigma_{j=1}^m[1-\Phi(Z_{U_j})]$$

따라서 혼합 정규공정하에서 총기대손실 ETL^*을 사용하여 다음과 같은 공정능력지수를 얻게 된다.

$$C_{pl}^*=\frac{S_U-\mu}{3\sqrt{ETL^*}} \tag{4.12}$$

4.5 규격하한이 주어진 경우(망대특성인 경우)

정규공정하에서 총손실함수는 식(3.9)이 되며 총기대손실 ETL는 다음과 같다.

$$ETL=L_L P(Y<S_L)+\int_{S_L}^{\infty}L(y)f(y)\,dy \tag{4.13}$$

식(4.13)으로부터 다음의 공정능력지수를 정의한다.

$$C_{pu}=\frac{\mu-S_L}{3\sqrt{ETL}} \tag{4.14}$$

또 식(3.5)을 표준화하여 $L(z_j)=k(\sigma^2 z_j^2+2z_j\sigma\mu_j+\mu_j^2)^{-1}$을 얻는다. 또 이를 식(4.13)에 적용하여 총기대손실을 얻는다.

$$ETL^*=L_L\Sigma_{j=1}^m\Phi(Z_{L_j})+k\sigma^2\Sigma_{j=1}^m[(1+w_j^2)\{1-\Phi(Z_{L_j})\}+Z_{L_j}\phi(Z_{L_j})-2w_j\phi(Z_{L_j})]$$

따라서 위의 총기대손실 ETL^*을 사용하여 다음과 같은 공정능력지수를 얻게 된다.

$$C_{pu}^*=\frac{\mu-S_L}{3\sqrt{ETL^*}} \tag{4.15}$$

5. 시뮬레이션 연구

본절에서는 앞에서 제시된 공정능력지수들에 대한 평가를 시뮬레이션을 통해 확인 · 고찰한다. 본 시뮬레이션 연구는 프로그램언어 SAS를 이용하였다. 공정분포에 따라 제시된 공정능력지수의 수행능력을 알아보기 위해 다음을 가정한다.

먼저 공정의 분포는 $N(5.2,\ 1.3^2)$와 가중치 $p_1 = 0.6$의 공정분포 $N(5.2,\ 1.3^2)$와 가중치 $p_2 = 0.4$의 공정분포 $N(5.3,\ 1.3^2)$인 혼합정규공정을 하는 공정에 대해, 규격하한은 $S_L = 5.0$, 규격상한은 $S_U = 5.5$ 및 목표치는 $T = 5.25$로 한다. 또 규격을 벗어난 경우의 손실은 $L_L = 0.02$와 $L_U = 0.01$로 한다. 본 시뮬레이션은 표본의 크기 $n = 50$으로 양쪽규격에 손실함수가 대칭인 경우에 대해 시행한다.

이상의 설계를 통해 다음의 절차를 고려한다. *SAS*의 함수RANNOR를 통해 공정분포 $N(5.2,\ 1.3^2)$로부터 표본 $x_1, x_2, \cdots, x_{50}$과 $p_1 = 0.6$인 공정분포 $N(5.2,\ 1.3^2)$로부터 표본 $y_1, y_2, \cdots, y_{30}$, 또 $p_2 = 0.4$인 공정분포 $N(5.3,\ 1.3^2)$로부터 표본 $z_1, z_2, \cdots, z_{20}$을 얻는다. 각각의 표본으로부터 표본평균 $\widehat{\mu} = \Sigma^{50}_{i=1} x_i/50$, $\widehat{\mu_1} = \Sigma^{30}_{i=1} y_i/30$, $\widehat{\mu_2} = \Sigma^{20}_{i=1} z_i/20$와 분산 $\widehat{\sigma^2} = \Sigma(x_i - \overline{x})^2/49$를 추정한다. 같은 방법으로 $p_1 = 0.8$인 공정분포 $N(5.2,\ 1.3^2)$로부터 표본 $x_1, x_2, \cdots, x_{40}$ 그리고 $p_2 = 0.2$인 공정분포 $N(5.3,\ 1.3^2)$로부터 표본 $y_1, y_2, \cdots, y_{10}$을 얻어 평균과 분산을 추정한다. 이런 추정치로 공정능력지수 추정량 $\widehat{C_{ps}}$과 $\widehat{C^*_{ps}}$ 을 다음과 같이 각각 구한다.

공정능력지수 추정량은 $\widehat{C_{ps}} = \dfrac{S_U - S_L}{6\sqrt{\widehat{ETL}}}$와 $\widehat{C^*_{ps}} = \dfrac{S_U - S_L}{6\sqrt{\widehat{ETL^*}}}$이며, 각각의 총기대손실에 대한 추정량은

$$\begin{aligned}\widehat{ETL} &= L_L\Phi(\widehat{Z_L}) + k\widehat{\sigma^2}\left[\,(1+\widehat{w^2})\{\Phi(\widehat{Z_U}) - \Phi(\widehat{Z_L})\} + \widehat{Z_L}\phi(\widehat{Z_L})\right.\\ &\quad \left. - \widehat{Z_U}\phi(\widehat{Z_U}) + 2\widehat{w}\{\phi(\widehat{Z_U}) - \phi(\widehat{Z_L})\}\right] + L_U[1 - \Phi(\widehat{Z_U})]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\widehat{ETL^*} &= L_L\Sigma^2_{j=1}p_j\Phi(\widehat{Z_{L_j}}) + k\widehat{\sigma^2}\Sigma^2_{j=1}p_j\left[\,(1+\widehat{w_j^2})\{\Phi(\widehat{Z_{U_j}}) - \Phi(\widehat{Z_{L_j}})\}\right.\\ &\quad \left. + \widehat{Z_{L_j}}\phi(\widehat{Z_{L_j}}) - \widehat{Z_{U_j}}\phi(\widehat{Z_{U_j}}) + 2\widehat{w_j}\{\phi(\widehat{Z_{U_j}}) - \phi(\widehat{Z_{L_j}})\}\right]\\ &\quad + L_U\Sigma^2_{j=1}p_j[1 - \Phi(\widehat{Z_{U_j}})]\end{aligned}$$

$$(T-\hat{\mu})/\hat{\sigma}=\hat{w}\ ,\ (S_U-\hat{\mu})/\hat{\sigma}=\widehat{Z_U}\ ,\ (S_L-\hat{\mu})/\hat{\sigma}=\widehat{Z_L}$$

$(T-\widehat{\mu_j})/\hat{\sigma}=\widehat{w_j}\ ,\ (S_U-\widehat{\mu_j})/\hat{\sigma}=\widehat{Z_{U_j}}\ ,\ (S_L-\widehat{\mu_j})/\hat{\sigma}=\widehat{Z_{L_j}}$ (여기서 $j=1,2$이며, $k=1$인 경우)으로 계산된다.

위의 과정의 계산을 1000번 반복하여 그 추정치들의 평균과 MSE(평균자승오차) 등을 구한다. 결과는 다음 <표 1>와 같다.

<표 1>로부터 실제의 공정이 정규공정을 한다고 할 때, C_{ps}를 사용했을 경우 $\widehat{C_{ps}}=0.6580$로 이론값에 근접되어 있고, 또 공정능력지수로 C^*_{ps}를 사용했을 때는 $\widehat{C^*_{ps}}=0.2771$로 효율이 떨어짐을 알 수 있다. 반면, 실제의 공정이 혼합정규공정을 한다 할 때는 공정능력지수로 C_{ps}를 사용했을 경우 $\widehat{C_{ps}}=0.6917$이며, 또 공정능력지수로 C^*_{ps}를 사용했을 때는 $\widehat{C^*_{ps}}=0.4496$로 C^*_{ps}의 이론값에 근접되어 있음을 알 수 있다. 반면 $p_1=0.8,\ p_2=0.2$로 했을 때의 C^*_{ps}에 대한 추정은 $\widehat{C^*_{ps}}=0.2714$로 $p_1=0.6,\ p_2=0.4$인 C^*_{ps}의 이론값 0.4335와는 차이가 크게 나타났다. 이는 혼합정규공정에서 $p_i(i=1,2)$에 크게 영향을 받고 있음을 알 수 있다. 이상의 결과는 본 시뮬레이션에서 설정한 설계값에 따른 결과로, 손실비용, 규격의 크기, 목표치 등에 따라 시뮬레이션의 결과는 다소 달라질 수 있다.

< 표 1 > 정규공정과 혼합정규공정에 대한 공정능력지수의 추정치, ETL, ETL^* 및 MSE

실제공정 / 사용된 공정능력지수		정규공정 $N(5.2,\ 1.3^2)$	혼합정규공정 $p_1=0.6$: $N(5.2,\ 1.3^2)$ $p_2=0.4$: $N(5.3,\ 1.3^2)$	사용된 공정능력지수에 대한 이론값
C_{ps}	$\hat{C}_{ps}$	0.6580	0.6917	0.6596
	ETL	0.0101	0.0089	
	MSE	0.1780	0.1239	
C^*_{ps} $p_1=0.6$ $p_2=0.4$	$\hat{C}^*_{ps}$	0.2771	0.4496	0.4335
	ETL^*	0.2881	0.1064	
	MSE	0.1994	0.2100	
C^*_{ps} $p_1=0.8$ $p_2=0.2$	$\hat{C}^*_{ps}$	0.1423	0.2714	0.2989
	ETL^*	0.3351	0.1355	
	MSE	0.1863	0.2045	

6. 결론

본 연구에서는 보다 현실적인 혼합 정규공정(contaminated normal process)하에서 Taguchi의 손실함수를 이용하여 규격의 범위안에서의 합격손실과 규격밖에서의 불합격손실을 함께 고려한 공정능력지수를 결정하는 방법을 제시하고, 시뮬레이션을 통해 공정능력에 대한 평가를 확인 · 고찰한 바, 결과는 다음과 같이 요약할 수 있다.

정규공정하에서의 기존의 공정능력지수들은 공정분포가 정규분포를 할 때는 바람직하다. 그러나 본 연구에서 제시한 혼합 정규공정능력지수들은 혼합 정규공정하에서는 시뮬레이션을 통해 알 수 있듯이, 적절한 가중치를 적용했을 경우는 바람직한 지수임을 알 수 있었다. 따라서 공정분포에 대한 확신이 없을 때, 또는 현장에서 공정의 정보들, 예를 들면 가중치 p_i, 손실함수, 평균, 산포 등에 대한 어느 정도의 사전정보를 갖고 공정분석을 하는 경우, 바람직한 지수라 판단된다.

끝으로 본 논문에서 제시된 공정능력지수들에서 손실과 목표치 등에 따른 추정량의 다양한 성질과 이들에 대한 실무 적용이 기대된다.

참고문헌

[1] 박성현(1993), 「품질공학」, 민영사.

[2] 구본철, 송서일(1992), "다구찌의 손실함수를 이용한 공정능력지수의 최적화에 관한연구,"「품질관리학회지」,Vol. 20, No. 4, pp. 80-90.

[3] 정영배(1995), "이차손실함수를 이용한 유동적인 공정수행척도,"「공업경영학회지」, 제18권, 제36집, pp. 275-286.

[4] Boyles, R.A.(1991), "The Taguchi Capability Index," *Journal of Quality Technology*, Vol. 23, No. 1, pp. 17-26.

[5] Chan, L.K., Cheng, S.W. and Spiring, F.A.(1988), "A New Measure of Process Capability: Cpm," *Journal of Quality Technology*, Vol. 20, No. 3, pp. 162-175.

[6] Chan, L.K., Xiong, Z. and Zhang, D.(1990), "On the Asymptotic Distributions of Some Process Capability Indices," *Communications in Statistics: Theory and Methods,* Vol. 19, No. 1, pp. 11-18.

[7] Choi, B.C. and Owen, D.B.(1990), "A Study of a New Process Capability Index," *Communications in Statistics: Theory Meth.*, Vol. 19, No. 4, pp. 1231-1245.

[8] Kane, V.E.(1986), "Process Capability Indices," *Journal of Quality Technology*, Vol. 18, No. 1, pp. 41-52.

[9] Kotz, S. and Johnson, N.L.(1993), *Process Capability Indices*, 1st ed., Chapman and Hall.

[10] Pearn W.L., Kotz, S. and Johnson N.L.(1992), "Distributional and Inferential Poperties of Process Capability Indices," *Journal of Quality Technology,* Vol. 24, No. 4, pp. 216-231.

[11] Taguchi, G.and Wu, Y.(1985), *Introduction to Off-Line Quality Control,* Central Japan Quality Control Association.