

# 건조수축에 의한 철근콘크리트 보의 곡률 및 처짐

## Curvature and Deflection of Reinforced Concrete Beams due to Shrinkage



김진근\*

Kim, Jin Keun



이상순\*\*

Lee, Sang Soon



양주경\*\*\*

Yang, Joo Kyoung



신병천\*\*\*\*

Shin, Byung Chun

### ABSTRACT

Deflections due to shrinkage are frequently ignored in design calculation. Especially for thin member, shrinkage often causes considerable deformations as well as appreciable stress changes. Several methods for computing shrinkage curvature have been proposed by many researchers. Some of the approximate methods widely used in the recent years are the equivalent tensile force method, Miller's method and Branson's method. These methods were, however, somewhat oversimplified and could be too conservative in the case of well cured concrete structure.

In this paper, an approximate method for computing shrinkage curvature and deflection is proposed. Curvature due to shrinkage is derived from the requirements of strain compatibility and equilibrium of a section and the age-adjusted effective modulus method. The proposed method is verified by comparison with several experimental measurements. The correlation between calculated and measured curvatures is very good.

Keywords : reinforced concrete beam, shrinkage, deflection, curvature

\*정회원, 한국과학기술원 토목공학과 교수

\*\*정회원, 한국과학기술원 토목공학과 박사과정

\*\*\*정회원, 청운대학교 토목환경공학과 전임강사

\*\*\*\*정회원, 한국기계연구원 책임연구원

•본 논문에 대한 토의를 1999년 4월 30일까지 학회로 보내 주시면 1999년 6월호에 토의회답을 게재하겠습니다.

# 1. 서론

설계시에는 일반적으로 건조수축에 의한 처짐을 무시하나, 슬래브와 같은 얇은 부재의 경우에는 건조수축에 의하여 상당한 처짐이 발생할 수 있다. 일반적으로 건조수축이 발생하더라도 외부 구속이 없는 무근콘크리트 부재의 경우에는 곡률이 발생하지 않는다. 그러나 철근콘크리트 부재의 경우에는 철근에 의한 내부구속으로 인하여 곡률이 발생하고 각 단면의 곡률이 누적되어 처짐이 발생하게 된다.

철근콘크리트 보나 1방향 슬래브에 대한 기존의 건조수축에 의한 곡률 산정방법은 등가인장응력법(equivalent tensile force method)<sup>(1,2)</sup>, Miller의 방법<sup>(3)</sup> 및 Branson의 방법<sup>(4)</sup> 등이 있다. Miller의 방법과 Branson의 방법은 모두 제한된 실험결과를 바탕으로 제안된 식들이다. 건조수축에 의한 곡률은 철근의 배근상태, 부재의 형상과 크기, 사용된 콘크리트의 재료적 특성, 양생기간 등의 함수이나 기존의 방법들은 이를 적절히 고려하지 못하고 있다.

본 연구에서는 수정유효탄성계수법(age-adjusted effective modulus method)에 근거한 새로운 곡률산정방법을 제시하고, 기존의 실험결과와 비교하여 제안식의 타당성을 검토하고자 한다.

## 2. 기존의 건조수축에 의한 곡률 산정방법

### 2.1 등가인장응력법<sup>(1,2)</sup>

등가인장응력법에 의하면 건조수축에 의한 곡률은 식(1)과 같다. 이 식은 철근이 콘크리트의 건조수축 변형을 억제하는 효과를 고려하기 위하여 철근에 건조수축량에 비례하는 인장응력이 작용하는 것으로 간주하여 유도되었으며, 크리프 효과를 고려하기 위하여 단면의 휨강성을 50% 감소시켜 사용하고 있다.

$$\psi_{sh} = \frac{T_s e_g}{E_c I_g / 2} \quad (1)$$

여기서  $T_s = (A_s + A_s') \epsilon_{sh} E_s$ 이고,  $e_g$ 는 철근의 중심이 단면의 도심으로부터 떨어진 거리이며,  $I_g$ 는 콘크리트의 단면2차모멘트이다. 그리고  $E_c$ 와  $E_s$ 는 각각 콘크리트와 철근의 탄성계수이며,  $\epsilon_{sh}$ 는 내외부에 구속이 없는 상태에서의 건조수축량(free shrinkage)이다. 이 방법은 단면의 형상과 철근의 배근상태에 관계없이 적용될 수 있으나, 콘크리트의 크리프 특성을 적절히 고려하지 못하고 있다.

### 2.2 Miller의 방법<sup>(3)</sup>

이 방법은 단철근보에서만 적용되며, 압축부연단의 변형도를  $\epsilon_{sh}$ 로 가정하여 유도한 식이다.

$$\psi_{sh} = \frac{\epsilon_{sh} - \epsilon_s}{d} = \frac{\epsilon_{sh}}{d} \left[ 1 - \frac{\epsilon_s}{\epsilon_{sh}} \right] \quad (2)$$

여기서  $\epsilon_s$ 는 건조수축에 의한 인장철근의 변형도이며,  $d$ 는 보의 유효깊이이다. Miller는 실험을 통하여  $(\epsilon_s / \epsilon_{sh})$  값을 결정하였으며, 철근배근이 많은 경우와 일반적인 배근의 경우에 각각 0.1과 0.3을 제안하고 있다.

### 2.3 Branson의 방법<sup>(4)</sup>

Miller의 방법이 단철근보에 한정된 것에 비하여 Branson의 방법은 직사각형 복철근 보에도 적용될 수 있다.

$$\psi_{sh} = A_{sh} \frac{\epsilon_{sh}}{h} \quad (3)$$

여기서

$$(\rho - \rho') < 3\% \text{인 경우}$$

$$A_{sh} = 3.2(\rho - \rho')^{1/3} \left[ \frac{\rho - \rho'}{\rho} \right]^{1/2}$$

$$(\rho - \rho') > 3\% \text{인 경우}$$

$$A_{sh} = 1$$

위 식에서  $h$ 는 단면의 높이이고  $\rho$ 와  $\rho'$ 은 각각 인장철근비와 압축철근비이다.

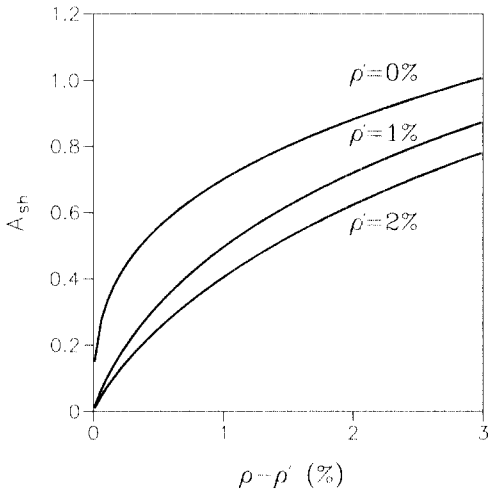


Fig. 1  $A_{sh}$  values with  $\rho$  and  $\rho'$

Fig. 1은 철근량에 따른 계수  $A_{sh}$  값을 나타낸 것이며, 압축철근량이 증가할수록 곡률이 감소함을 알 수 있다. 위 식에서 계수  $A_{sh}$ 는 철근비만의 함수로 표현되어 있으므로 철근의 배근상태, 부재의 형상과 크기, 사용된 콘크리트의 재료적 특성, 양생기간 등의 영향인자를 적절히 고려하지 못하고 있다.

### 3. 제안된 방법

#### 3.1 건조수축에 의한 곡률

인장철근과 압축철근이 한곳에 집중되어 있다고 가정할 때, 복철근 보는 내부적으로 2차 부정정이다.

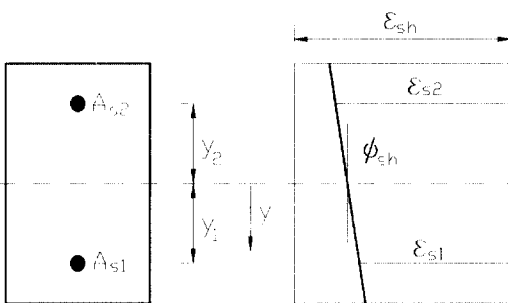


Fig. 2 Doubly reinforced concrete section

철근콘크리트 단면에서 철근은 건조수축에 의한 콘크리트의 수축을 억제시키며, 따라서 시간이 지남에 따라 콘크리트에는 인장응력이 철근에는 압축응력이 발생한다.

Fig 2와 같은 복철근 보에서 건조수축에 의한 인장철근과 압축철근에서의 변형도 변화  $\epsilon_{s1}$ ,  $\epsilon_{s2}$ 는 식(4)로부터 계산할 수 있다. 이 식은 수정유효탄성계수법에 근거하여 평형조건과 적합조건을 사용하여 유도한 식이다.<sup>(5)</sup>

$$\epsilon_{s1} = \beta_D [1 + \beta_{22} - \beta_{21}] \epsilon_{sh} \quad (4a)$$

$$\epsilon_{s2} = \beta_D [1 + \beta_{11} - \beta_{12}] \epsilon_{sh} \quad (4b)$$

여기서

$$\beta_D = \frac{1}{(1 + \beta_{11})(1 + \beta_{22}) - \beta_{21}\beta_{12}}$$

$$\beta_{11} = \rho_1 n^* (1 + y_1^2 / r^2) \quad \beta_{12} = \rho_1 n^* (1 + y_1 y_2 / r^2)$$

$$\beta_{22} = \rho_2 n^* (1 + y_2^2 / r^2) \quad \beta_{21} = \rho_2 n^* (1 + y_1 y_2 / r^2)$$

$$n^* = n_0 [1 + \chi \phi]$$

$$\rho_1 = \rho d / h$$

$$\rho_2 = \rho' d / h$$

$n_0$  : 철근과 콘크리트의 탄성계수의 비

$r$  : 단면의 회전반경

$\chi$  : 재령보정계수(aging coefficient)

$\phi$  : 크리프계수(creep coefficient)

건조수축에 의한 곡률은 식(5)로부터 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi_{sh} &= - \frac{\epsilon_{s1} - \epsilon_{s2}}{y_1 - y_2} \\ &= \beta_D \frac{\beta_{11} - \beta_{22} - \beta_{12} + \beta_{21}}{y_1 - y_2} \epsilon_{sh} \end{aligned} \quad (5)$$

#### 3.2 건조수축에 의한 곡률 예측식 제안

일반적으로 직사각형 복철근 보에서 철근의 피복 두께는 같으므로  $y_2 = -y_1$ 이며, 이를 식(5)에 대입하여 정리하면 식(6)과 같다.

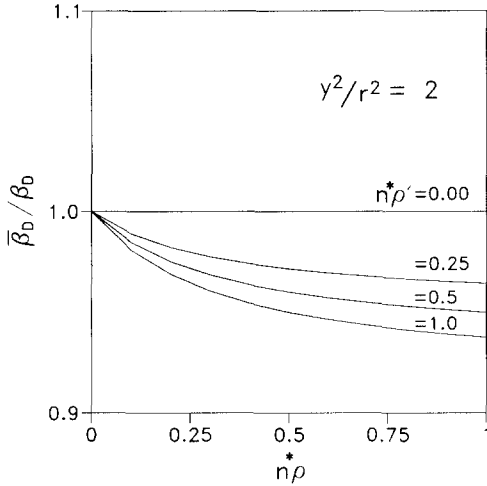


Fig. 3  $\bar{\beta}_D / \beta_D$  values versus  $n^* \rho$

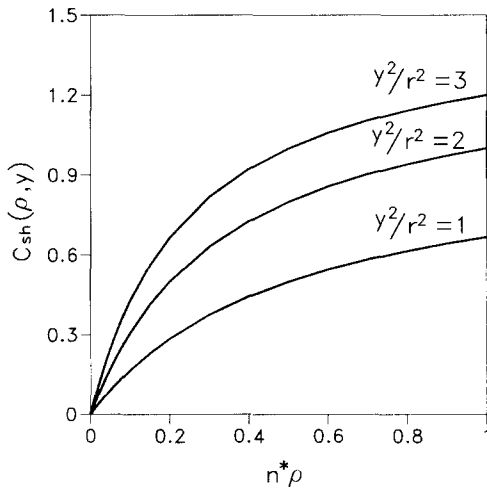


Fig. 4  $C_{sh}(\rho, y)$  values versus  $n^* \rho$

$$\psi_{sh} = \beta_D n^* (\rho_1 - \rho_2) 2 \frac{y_1^2}{r^2} \frac{\epsilon_{sh}}{\gamma h} \quad (6)$$

여기서

$$\begin{aligned} \beta_D &= 1 / [1 + (n^* \rho_1 + n^* \rho_2)(1 + y_1^2/r^2) \\ &\quad + (n^* \rho_1)(n^* \rho_2) 4 y_1^2/r^2] \\ \gamma &= (y_1 - y_2) / h \end{aligned}$$

$\beta_D$ 는 식(7)과 같이  $\bar{\beta}_D$ 로 단순화시킬 수 있으며, 이로 인한 오차는 압축철근비가 1%이고 인장철근비가 2%인 경우 3% 정도이다. 그리고 Fig. 3은  $y^2/r^2 = 2$ 인 경우의  $\bar{\beta}_D / \beta_D$ 를 나타낸

것으로, 대부분의 경우에 오차가 5% 미만이다.

$$\begin{aligned} \beta_D &= \bar{\beta}_D \\ &= \frac{1}{[1 + n^* \rho' (1 + y_1^2/r^2)][1 + n^* \rho (1 + y_1^2/r^2)]} \quad (7) \end{aligned}$$

식(7)을 식(6)에 대입하여 정리하면 식(8)과 같다.

$$\begin{aligned} \psi_{sh} &= \bar{C}_{sh} \frac{\epsilon_{sh}}{\gamma h} \\ &= [C_{sh}(\rho, y_1) - C_{sh}(\rho', y_2)] \frac{\epsilon_{sh}}{\gamma h} \quad (8) \end{aligned}$$

$$C_{sh}(\rho, y) = \frac{2 n^* \rho (y^2/r^2) d/h}{1 + n^* \rho (1 + y^2/r^2) d/h} \quad (9)$$

Table 1 Curvatures for different member thickness

$h$ (cm)	$\epsilon_{sh}$ $\times 10^{-6}$	$y^2/r^2$	$\bar{C}_{sh}$	$\psi_{sh}$ ( $\times 10^{-6}$ rad/cm)	
				Branson's method	proposed method
20	740	1.0	0.50	32.7	30.9
40	585	1.8	0.75	12.9	13.7
60	460	2.1	0.82	6.8	7.2
80	365	2.3	0.87	4.0	4.4

Table 1은  $n^* = 25$ ,  $\rho = 2\%$ ,  $\rho' = 0\%$ 인 1방향 슬래브의 경우에 부재두께에 따른 곡률을 나타낸 것이다. 철근의 피복두께는 4cm로 가정하였으며, 건조수축량은 배합조건과 외기조건이 표준상태인 경우에 대하여 ACI 모델식을 사용하여 계산하였다. 부재두께가 커짐에 따라  $y^2/r^2$ 은 증가하며, 따라서 계수  $\bar{C}_{sh}$ 가 증가됨을 알 수 있다. 그러나 부재두께가 커짐에 따라 자유건조수축량은 감소하며, 곡률이 부재의 두께에 반비례하므로 부재두께가 증가할 수록 곡률이 급격히 감소하는 경향을 보인다. 따라서 건조수축에 의한 곡률은 부재가 두꺼운 경우에는 크지 않음을 알 수 있다. 그리고 제안된 방법과 Branson의 방법에 의한 결과가 거의 일치함을 알 수 있다.

앞에서는  $y_1 = -y_2$ 인 직사각형 단면에 한정하여 언급하였다.  $y_1$ 과  $-y_2$ 의 차이가 큰 경우에는 식(10)에 의하여 건조수축에 의한 곡률을 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \psi_{sh} &= \psi_{sh}^1 + \psi_{sh}^2 \\ &= C_{sh}(\rho, y_1) \frac{\epsilon_{sh}}{2y_1} + C_{sh}(\rho', y_2) \frac{\epsilon_{sh}}{2y_2} \end{aligned} \quad (10)$$

Table 2 Curvatures for unsymmetrically reinforced sections ( $y_1 \neq -y_2$ )

$\rho'/\rho$	$\psi_{sh} (\times 10^{-6} \text{rad/cm})$		
	Branson's method	proposed method	section analysis
0.00	32.7	34.8	34.8
0.25	25.7	25.2	25.4
0.50	18.3	18.2	18.6
1.00	0.0	8.58	9.25

Table 2는  $h=20$ ,  $n^*=25$ ,  $y_1=7$ ,  $y_2=-4$ ,  $\rho=0.02$ ,  $\rho'=0\sim 0.02$ 인 1방향 슬래브의 경우에서 건조수축에 의한 곡률을 계산한 값이며, 건조수축량은 배합조건과 외기조건을 표준상태로 가정하였다. 단면해석알고리즘<sup>(5)</sup>을 사용하여 계산한 결과를 정해로 간주할 때, 제안된 방법은 비교적 정확한 것으로 판단된다. 그리고 Branson의 방법에 의하면  $\rho'/\rho=1$  일 때 곡률이 발생되지 않는데 이는 Branson의 방법이 철근의 배근상태를 적절히 고려하지 못하기 때문이다.

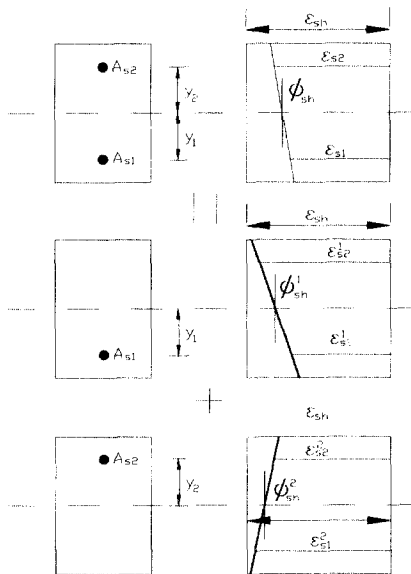


Fig. 5 Curvature for doubly reinforced concrete section

식(10)는 만약 부재내의 자유건조수축량이 일정하다면 직사각형 단면 뿐만 아니라, 임의의 단면형상에 대해서도 적용이 가능하다. Table 3은 Fig. 6과 같이  $y_1=45$ ,  $y_2=-27$ ,  $\rho=2\%$ ,  $\rho'=0\sim 2\%$ ,  $n^*=25$ 인 T형 단면에서 건조수축에 의한 곡률을 계산한 결과이다. 실제, 건조수축량은 위치에 따라 다르나 부재 내에서 동일하다고 보고  $400 \times 10^{-6}$ 으로 가정하였다. 단면해석알고리즘<sup>(4)</sup>을 사용하여 계산한 결과를 정해로 간주할 때, 제안된 방법이 Branson의 방법에 비하여 정해에 가깝다는 것을 알 수 있다. 그러나 압축철근비가 인장철근비의 50%인 경우에는 제안된 방법도 약 25% 정도의 오차가 발생하였다.

Table 3 Curvatures for T section

$\rho'/\rho$	$\psi_{sh} (\times 10^{-6} \text{rad/cm})$		
	Branson's method	proposed method	section analysis
0.00	4.4	6.9	6.9
0.25	3.5	4.1	4.6
0.50	2.4	2.5	3.1

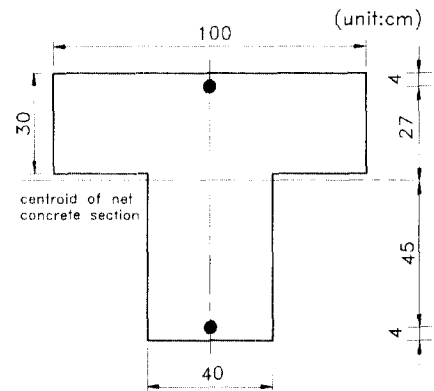


Fig. 6 T section

### 3.3 건조수축에 의한 처짐

부재의 길이방향으로 배근이 일정한 경우의 건조수축에 의한 처짐은 식(11)과 같다.

$$a_{sh} = \xi_w \psi_{sh} l^2 \quad (11)$$

여기서  $a_{sh}$ 는 건조수축에 의한 처짐이고  $l$ 은 부

재의 길이이다. 그리고  $\psi_{sh}$ 는 건조수축에 의해 발생한 곡률이며,  $\xi_w$ 는 부재의 지지조건에 관계되는 계수로서 단순지지인 경우는 0.125이고 캔터레버인 경우는 0.5이다.

#### 4. 실험결과와의 비교

Miller는 단철근 직사각형 보에 대해서 철근비와 단면의 크기를 변수로 하여 건조수축에 의한 곡률을 측정하는 실험을 실시하였다.<sup>(3)</sup> Table 4는 실험결과와 기존의 방법 및 제안된 방법을 비교한 것이다. Branson의 방법이 Miller의 방법보다 실험값에 근접함을 알 수 있으며 Branson의 방법은 실험값보다 대체적으로 약간 작은 값을 보였다. 반면에 제안된 방법은 실험값보다 대체적으로 약간 큰 값을 보였으며 비교적 잘 맞는 것으로 판단된다. 그런데 이 실험에서는 1일이 지난 후에 거푸집을 제거하고 측정을 시작하였는데, 일반적으로 양생기간이 1일 이상인 집을 감안한다면 Branson의 방법과 Miller의 방법은 상당히 안전측임을 알 수 있다. Fig. 8은 제안된 방법을 사용하여 양생기간에 따른 곡률을 비교한 것이다. 양생기간이 7일인 경우는 1일인 경우에

비하여 약 60%정도임을 알 수 있다. 그리고 건조수축량이 동일한 경우 콘크리트의 강도가 증가함에 따라 콘크리트의 탄성계수가 증가하고 크리프 계수가 감소한다. 결과적으로 건조수축에 의한 곡률도 감소하게 될 것이다. 그리고 기존의 방법은 보통강도 콘크리트에 한정되어 제안되었으며, 따라서 고강도 콘크리트 부재의 경우에는 건조수축에 의한 곡률을 크게 평가하는 경향이 있다.

Elvery와 Shafi는 단철근 직사각형 보와 복철근 직사각형 보에 대해서 건조수축에 의한 곡률을 측정하는 실험을 실시하였다.<sup>(6)</sup> Fig. 9는 실험결과와 해석결과를 비교하여 나타난 것이다. 해석에 사용된 크리프계수와 건조수축량은 Elvery와 Shafi의 실험결과를 사용하였으며, 재령보정계수는 0.8로 가정하였다. 실험결과에 의하면 압축철근비가 0%에서 0.62%로 증가함에 따라 곡률이 급격히 감소하는 것을 관찰할 수 있다. 그러나 Branson의 방법에 의해 계산된 값에 의하면 두 경우의 곡률이 큰 차이를 보이지 않고 있다. 반면 압축철근이 2.54%인 경우에는 제안된 방법과 실험결과가 많은 차이를 보이거나 대체적으로 제안된 방법이 건조수축에 의한 곡률을 잘 예측하는 것으로 판단된다.

Table 4 Comparison between measured and calculated curvatures for singly reinforced beams

	$f'_c$ (MPa)	$\epsilon_{sh}(120, 1)$ $\times 10^{-6}$	$h$ (cm)	$\rho$ (%)	curvature ( $\times 10^{-3}$ rad/cm)				
					measured $\psi_{sh, m}$	calculated $\psi_{sh, c}$			
						proposed method	Miller's method	Branson's method	
series 1	s1-1	20	662	7.62	3.31	91	96	104	91
	s1-2			10.16	2.23	62	69	72	60
	s1-3			12.70	1.68	46	52	55	43
	s1-4			15.24	1.34	39	41	45	34
series 2	s2-1	27	697	7.62	3.31	96	91	104	91
	s2-2			10.16	2.23	62	66	72	60
	s2-3			12.70	1.68	43	49	55	43
	s2-4			15.24	1.34	30	38	45	34
series 3	s3-1	20	591	7.62	1.66	61	71	81	72
	s3-2			10.16	1.12	51	51	56	47
	s3-3			12.70	0.84	36	38	43	34
	s3-4			15.24	0.67	29	29	35	27

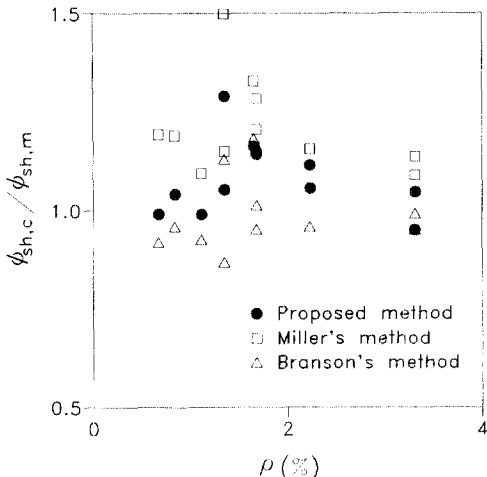
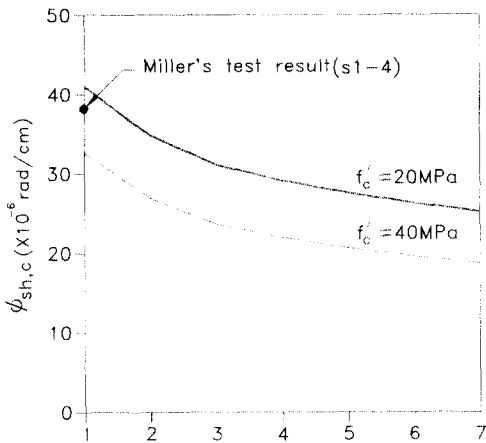


Fig. 7 Comparisons with Miller's test results



Moist curing duration (days)  
Fig. 8 Curvatures for initial moist curing

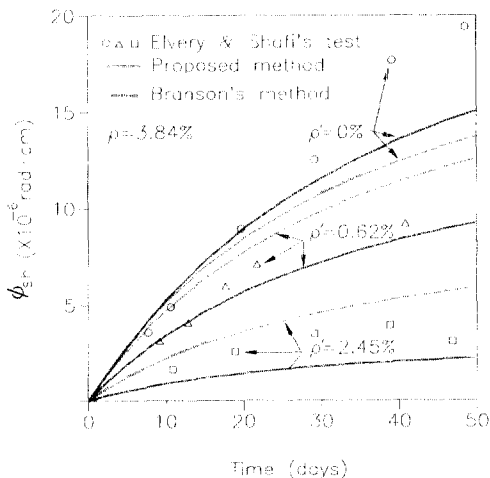


Fig. 9 Comparisons with Elvery and Shafi's test results

## 4. 결론

(1) 건조수축에 의한 곡률은 철근의 배근상태, 부재의 형상과 크기, 사용된 콘크리트의 재료적 특성, 양생기간 등의 함수이나 기존의 방법들은 이를 적절히 고려하지 못하고 있다.

(2) 양생기간이 길어지면 건조수축량이 감소하고, 건조가 시작될 때의 콘크리트 강도가 증가됨으로 인하여 건조수축에 의한 곡률이 크게 감소한다.

(3) Miller의 실험결과와 비교해볼 때, Miller의 방법은 건조수축에 의한 곡률을 과대 평가하는 경향이 있다. 반면에 제안된 방법과 Branson의 방법은 실험값을 잘 예측한다.

(4) Elvery와 Shafi의 실험결과와 비교해볼 때, 제안된 방법이 Branson의 방법보다 실험값을 잘 예측하였으며, 압축철근이 건조수축에 의한 곡률을 감소시키는데 효과적임을 알 수 있다.

## 감사의 글

본 연구는 과학기술부의 방재기술개발사업 연구비 지원으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

1. ACI Committee 209, "Prediction of Creep, Shrinkage, and Temperature Effects in Concrete Structures," American Concrete Institute, Detroit 1992.
2. Ferguson, P.M., Discussion of "Warping of Reinforced Concrete Due to Shrinkage" by A.L. Miller, ACI Journal, Proceedings, V.54, No.6, Dec. 1958, pp1393-1402
3. Miller, Alfred L., "Warping of Reinforced Concrete Due to Shrinkage," ACI Journal, Proceedings V.54, No. 11, May 1958, pp939-950.
4. Branson, Dan E., "Instantaneous and Time Dependent Deflections of Simple and Continuous Reinforced Concrete Beams," Report No. 7, Part I, Alabama Highway Research Department, Bureau of Public Roads, Aug. 1963 (1965), pp 1-78

5. Neville, A.M., Dilger, W.H. and Brooks, J.J., Creep of Plain and Structural Concrete, Construction Press, London and New York, 1983, 267pp.

6. Elvery, R.H. and Shafi, M., "Analysis of Shrinkage Effects on Reinforced Concrete Structural Members." ACI Journal, Proceedings V.67, No. 5, Jan. 1970, pp45-52.

### 요 약

설계시에는 일반적으로 건조수축에 의한 처짐을 무시하나, 슬래브와 같은 얇은 부재의 경우에는 건조수축에 의하여 결코 무시할 수 없는 처짐이 발생할 수 있으며 별도로 고려하여야 한다. 기존의 건조수축에 의한 곡률산정방법은 등가인장응력법, Miller의 방법 및 Branson의 방법 등이 있다. 건조수축에 의한 곡률은 철근의 배근상태, 부재의 형상과 크기, 사용된 콘크리트의 재료적 특성, 양생기간 등의 함수이나 기존의 방법들은 이를 적절히 고려하지 못하고 있다. 그리고 양생기간이 길어지면 건조수축량이 감소하고, 건조가 시작될 때의 콘크리트 강도가 증가됨으로 인하여 건조수축에 의한 곡률이 크게 감소한다. 기존의 방법들은 이를 고려하지 못하고 있으며 충분한 양생이 이루어진 부재에 있어서의 곡률을 크게 평가하는 경향이 있다.

본 연구에서는 먼저 기존의 건조수축에 의한 곡률산정방법을 검토하고, 수정유효탄성계수법에 근거한 새로운 곡률산정방법을 제시하였다. 기존의 실험결과와 비교하여 볼 때, 제안된 방법이 철근콘크리트 보의 건조수축에 의한 곡률을 비교적 잘 예측하였다.

(접수일자 : 1998. 7. 28)