

천이영역을 고려한 콘크리트 탄성계수의 미시역학적 추정

Micromechanics-based Evaluation of Elastic Modulus of Concrete Considering Interfacial Transition Zone



송하원*

Song, Ha-Won



조호진**

Cho, Ho-Jin



변근주***

Byun, Keun-Joo

ABSTRACT

Generally, concrete is a two-phase material composed of aggregate particles dispersed in hydrated cement paste matrix, but in microscopic view the concrete is a three-phase material composed of the aggregate, the hydrated cement paste, and interfacial transition zone. The interfacial transition zone between aggregate and hydrated cement paste has a great influence on strength and stiffness of concrete due to the increase of porosity in the interfacial transition zone. In this paper, a triple-layered inclusions model which considers the effect of interfacial transition zone is proposed to evaluate the elastic modulus of concrete and results from the model are compared favorably with experimental data. The model in this paper can be used effectively to evaluate elastic properties of the interfacial transition zone which are difficult to be found out through experiments.

Keywords : elastic modulus of concrete, three-phase material, interfacial transition zone, triple-layered inclusions model

* 정회원, 연세대학교 토목공학과 부교수
** 정회원, 연세대학교 토목공학과 박사과정
*** 정회원, 연세대학교 토목공학과 교수

• 본 논문에 대한 토의를 1998년 6월 30일까지 학회로 보내주
시면 1998년 8월호에 토의회답을 게재하겠습니다.

1. 서론

콘크리트의 탄성계수는 콘크리트 구조물의 거동을 파악하기 위한 기본적인 물성치이다. 그러나 콘크리트는 서로 다른 특성과 함유량을 가진 구성물질로 이루어진 복합재료이므로 콘크리트의 탄성계수를 정확히 추정하는 것은 어렵다.

현재까지 탄성계수를 추정하는 몇 가지의 실험식을 ACI, CEB-FIP 및 각국의 시방서 등에서 제안하고 있지만, 대부분 압축강도나 단위중량을 이용한 식들이다. 이러한 실험식을 사용하여 콘크리트의 탄성계수를 추정하는 것은 간단하나, 동일한 압축강도를 가지고 있더라도 각기 다른 골재로 이루어져 탄성계수가 서로 다른 경우에도 이 추정식에 의해서는 동일한 탄성계수가 구해질 수 있다. 또한 최근에 여러 특수 목적을 위한 콘크리트의 개발 및 사용이 빈번해짐으로서, 기존의 보통포틀랜드시멘트 콘크리트에 적용되던 식들을 사용할 수 없는 경우가 발생한다. 특히 고강도 콘크리트의 경우 탄성계수에 큰 영향을 끼치는 부분인 천이영역의 크기가 실리카흙 등의 사용으로 줄어들게 되므로써 탄성계수값이 커지지만, 기존의 식들은 이를 고려하지 못한다. 따라서, 배합비의 변화나 특수한 재료의 사용으로 인하여 콘크리트의 구조가 크게 바뀐 경우에 대해서도 정확히 탄성계수를 추정할 수 있는 방법이 필요하게 되었다.

콘크리트는 일반적으로 모르타와 굵은 골재로 이루어진 복합재료로 단순화되지만, 미시적으로 보면 시멘트입자, 산골재, 굵은골재 그리고 물과 여러 가지 공극 등, 그 구성성분의 크기와 역학적 특성이 다양하고 매우 복잡한 복합재료이다.¹⁾ 이 모든 요소들을 다 고려하여 모델링할 경우 정확한 탄성계수를 구할수 있으나 그 방법이 너무 복잡하므로 비경제적인 모델이 된다. 따라서, 콘크리트의 역학적 특성에 끼치는 영향이 큰 요소를 대별화시켜 이를 구성성분으로하여 모델링 하는 것이 합리적이다.

본 연구에서는 일반적인 보통콘크리트를 수화시멘트풀(hydrated cement paste : HCP), 굵은골재, 산골재, 그리고 수화시멘트풀과 골재 사이에 경계면으로 존재하는 천이영역(interfacial transition zone : ITZ)을 기본 구성 성분으로 하여 구성된 복합재료로 가정하고, 각 구성물의 역학적특성과 분

포특성, 그리고 체적함유율을 고려하여 탄성계수를 추정하는 미시역학적 모델을 제안하였다.

콘크리트의 탄성계수를 추정하기 위해서 콘크리트에 대해 골재의 주변부를 천이영역이 둘러싸고, 이것이 다시 수화시멘트풀에 의하여 둘러싸인 삼중의 내포물이 무한체내에 존재하는 복합구조로 가정하여 다중 내포물모델을 제안하였고, Eshelby의 연구결과를 일반화시킨 평균화기법을 사용하였다. 이를 위해 각 구성물의 탄성치는 등방성으로 가정하였고, 이들의 복합체인 콘크리트는 불균질한 내포물들이 무작위로 분포되므로 역시 등방성 재료로 가정하였다. 한편, 각 구성물질간의 부착은 탄성범위내에서는 완전부착이며, 골재들의 형상은 원구형으로 가정하였다. 또한 천이영역은 원구형의 골재를 둘러싸고 있는 형태이며, 두께방향으로 역학적 성질의 변화가 없는 균질재료로 가정하였다.

2. 콘크리트의 유효탄성텐서

복합체에서 거시적인 한 점을 대표할 수 있는 대표체적요소(representative volume element : RVE) V 에 대하여 평균화된 응력과 변형률은 각각 식(1)과 같은 관계를 갖는다.

$$\bar{\sigma} = \langle \sigma \rangle_V = \frac{1}{V} \int_V \sigma(x) dV \quad (1a)$$

$$\bar{\epsilon} = \langle \epsilon \rangle_V = \frac{1}{V} \int_V \epsilon(x) dV \quad (1b)$$

여기서, $\bar{\sigma}$ 와 $\langle \sigma \rangle$ 는 모두 체적평균을 의미한다.

복합재료의 유효탄성계수는 RVE내에서 평균화된 응력과 변형률의 관계식으로 부터 구할 수 있다. RVE를 이루는 구성물질이 선형탄성인 경우 유효탄성텐서(effective elastic tensor)는 식(2a)와 같고, 유효연성텐서(effective compliance tensor)는 식(2b)와 같다.

$$\langle \sigma \rangle_V = \bar{C} : \langle \epsilon \rangle_V \quad (2a)$$

$$\langle \epsilon \rangle_V = \bar{D} : \langle \sigma \rangle_V \quad (2b)$$

여기서, $:$ 는 double dot product 이다.

RVE를 구성하는 모든 구성물의 물리량을 정확히 안다면, 균일표면력 σ^0 가 경계치로서 주어질 경우와

선형변위 ϵ^0 가 경계치로서 주어진 경우에 대해 각 물리량의 체적평균을 통하여 유효탄성텐서의 엄밀해(exact solution)를 식(3a)와 식(3b)로 각각 구할 수 있다.¹⁰⁾

$$(\bar{D} - D): \sigma^0 = \sum_{\alpha=1}^n f_{\alpha} (D^{\alpha} - D): \bar{\sigma}^{\alpha} \quad (3a)$$

$$(\bar{C} - C): \epsilon^0 = \sum_{\alpha=1}^n f_{\alpha} (C^{\alpha} - C): \bar{\epsilon}^{\alpha} \quad (3b)$$

여기서, C 와 D 는 모재의 탄성텐서와 연성텐서이며, C^{α} 와 D^{α} 는 내포물 α 의 탄성텐서와 연성텐서이다. 또한 $\bar{\sigma}^{\alpha}$ 와 $\bar{\epsilon}^{\alpha}$ 는 내포물 α 내의 평균화된 응력과 변형률이고, f_{α} 는 Ω_{α}/V 로서 내포물 α 의 체적함유율이다.

2.1 Eshelby 이론의 일반화

복합재료를 등가균질체(equivalent homogeneous solid)로 가정하기 위해서는 모재와 내포물간 재료의 불일치로 인하여 생기는 물리량의 차이를 보정하기 위한 eigenstrain ϵ^* 이나 eigenstress σ^* 를 도입하게 된다. Eshelby는 eigen치를 이용하여 영역 Ω 내에서 변동되는 물리량인 σ^d 와 ϵ^d 를 식(4)와 같이 구할 수 있는 Eshelby 텐서 S^{Ω} , T^{Ω} 를 제시하였다.¹¹⁾

$$\epsilon^d = S^{\Omega}: \epsilon^* \quad (4a)$$

$$\sigma^d = T^{\Omega}: \sigma^* \quad (4b)$$

다중내포물의 경우, Fig. 1과 같이 환형영역이 연속적으로 배치된 RVE를 가지므로, 각 환형영역마다 서로 다른 eigen치를 가지게 된다. 연속중첩된 타원영역을 Ω_{α} ($\alpha=1, 2, \dots, n$)이라 하고, $\Omega_1 \subset \Omega_2 \subset \dots \subset \Omega_n$ 의 관계가 성립할 때, 환형지역은 $\Gamma_{\alpha} = \Omega_{\alpha} - \Omega_{\alpha-1}$ 에 의하여 정의된다.

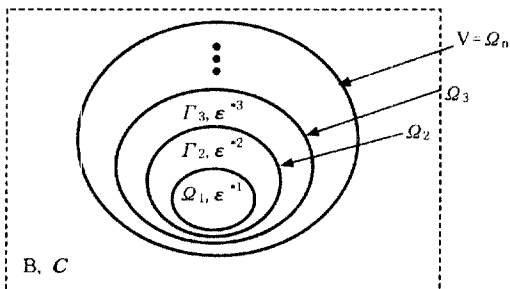


Fig. 1 RVE of multi-layered inclusions model

원형영역 Ω_1 내의 eigenstrain ϵ^1 의 영향으로 인하여 다른 영역에서 야기되는 는 변형률의 평균치 $\langle \epsilon^{1d} \rangle_{\alpha}$ 는 식(5)로 구할 수 있다.¹¹⁾

$$\langle \epsilon^{1d} \rangle_{\alpha} = \frac{\Omega_1}{\Omega_{\alpha}} S^{\alpha}: \langle \epsilon^1 \rangle_1 \quad \Omega_{\alpha} \supseteq \Omega_1 \quad (5)$$

환형영역 Γ_{β} ($\beta=2, 3, \dots$)에 있는 ϵ^{β} 에 의해 변동되는 변형률은 Ω_{β} 에 ϵ^{β} 를 분포시킨 것과 $\Omega_{\beta-1}$ 에 $-\epsilon^{\beta}$ 를 분포시킨 것을 합하여 구할 수 있다. 즉, ϵ^{β} 에 의해 Ω_{α} 영역의 변동되는 변형률의 평균치는 식(6)과 같이 표시할 수 있다.

$$\langle \epsilon^{\beta d} \rangle_{\alpha} = \begin{cases} (S^{\beta} - S^{\beta-1}): \epsilon^{\beta} & \Omega_{\alpha} \subset \Omega_{\beta} \\ \frac{(\Omega_{\beta} - \Omega_{\beta-1})}{\Omega_{\alpha}} S^{\alpha}: \epsilon^{\beta} & \Omega_{\alpha} \supseteq \Omega_{\beta} \end{cases} \quad (6)$$

식(5)와 식(6)으로 부터, eigenstrain으로 인한 Ω_{α} 영역에서의 변동되는 변형률의 평균값 $\langle \epsilon^d \rangle_{\alpha}$ 를 구할 수 있다. 즉, 예를들어 $\alpha=1$ 인 원형영역의 경우, 변동되는 변형률의 평균은 식(5)와 식(6)에서 $\alpha=1$ 인 경우를 합하여 아래 식(7)과 같이 구할 수 있고, 다른 원형영역($\alpha=2, 3, 4, \dots$)인 경우도 마찬가지로 구해진다.

$$\langle \epsilon^d \rangle_1 = \langle \epsilon^{1d} \rangle_1 + \sum_{\beta=2}^n \langle \epsilon^{\beta d} \rangle_1$$

$$S^1: \langle \epsilon^1 \rangle_1 + \sum_{\beta=2}^n (S^{\beta} - S^{\beta-1}): \epsilon^{\beta} \quad (7)$$

환형영역 Γ_{α} ($\alpha=2, 3, \dots$)에서의 변동되는 변형률의 평균 $\langle \epsilon^d \rangle_{\alpha}$ '는 식(8)에 의해서 구할 수 있다.

$$\langle \epsilon^d \rangle_{\alpha}' = \frac{1}{f_{\alpha} - f_{\alpha-1}} (f_{\alpha} \langle \epsilon^d \rangle_{\alpha} - f_{\alpha-1} \langle \epsilon^d \rangle_{\alpha-1}) \quad (8)$$

Eigen치를 사용함으로써 복합체는 모든 영역에서 같은 탄성텐서를 가지는 등가균질체가 되므로, Eshelby의 정의로 부터 변동되는 평균응력은 식(9)에 의하여 다음과 같이 구해진다.

$$\langle \sigma^d \rangle_1 = C: \left\{ \langle \epsilon^d \rangle_1 - \langle \epsilon^1 \rangle_1 \right\} \quad (9a)$$

$$\langle \sigma^d \rangle_{\alpha}' = C: \left\{ \langle \epsilon^d \rangle_{\alpha}' - \epsilon^{\alpha} \right\} \quad (\alpha = 2, 3, \dots) \quad (9b)$$

만약 모든 타원영역 Ω_{α} 의 형태가 같고 주축을 공유한다면, 각 Eshelby 텐서가 같아지므로 식(7)과

식(8)은 식(10)으로 정리된다.

$$\langle \varepsilon^d \rangle_1 = S: \langle \varepsilon^{*1} \rangle_1 \quad (10a)$$

$$\langle \varepsilon^d \rangle'_\alpha = S: \varepsilon^{*\alpha} \quad (10b)$$

2.2 다중내포물모델에 의한 유효탄성텐서

본 연구에서는 천이영역을 고려하지 않은 경우와 천이영역을 고려한 경우에 대하여 각각 이중내포물(double-layered inclusion)모델과 삼중내포물(triple-layered inclusion)모델로 모델링하여 콘크리트의 유효탄성텐서를 구한다.

2.2.1 다원 이중내포물 모델

천이영역을 고려하지 않은 경우 콘크리트는 골재와 수화시멘트풀로 이루어진 이중내포물이 무한모재 내에 존재하는 형태이므로 다원 이중내포물 모델(n-phase double-layered inclusion model)로 모델링할 수 있다.

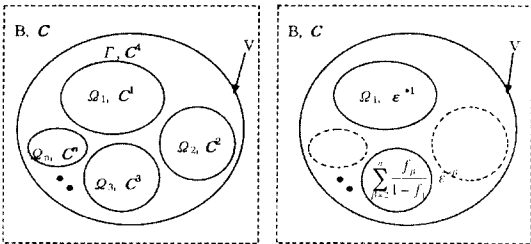


Fig. 2 RVE of n-phase double-layered inclusion model

Fig. 2와 같이 유한 타원영역 V내에 (n-1)개의 타원형내포물 Ω_α ($\alpha=1, 2, \dots, n-1$)가 내재한 경우에 V에서 Ω_α 의 영역을 제외한 부분을 Γ 라 표기하면, Ω_α 와 Γ 에서의 탄성텐서는 C^α 와 C^Γ 이 되고, 각각의 체적함유율은 $f_\alpha = \Omega_\alpha / V$, $f_\Gamma = \Gamma / V$ 이다.

$$C' = C(x) = \begin{cases} C^\alpha & (x \in \Omega_\alpha) \\ C^\Gamma & (x \in \Gamma) \\ C & (x \notin \Omega_\alpha, x \notin \Gamma) \end{cases} \quad (11)$$

이상과 같은 유한영역 V에 ε^* 가 작용하는 경우, Eshelby의 결과를 적용하여 균질화를 수행하면 균질화 이전의 물리량과 균질화 이후의 물리량은 같으므로 다음식(12)와 같은 평균 적합조건을 갖게 된다.

$$C^\alpha: (\varepsilon^* + \langle \varepsilon^d \rangle'_\alpha) = C: (\varepsilon^* + \langle \varepsilon^d \rangle'_\alpha - \bar{\varepsilon}^{*\alpha}) \quad (\alpha=1, 2, \dots, n) \quad (12)$$

여기서, ε^* 와 $\bar{\varepsilon}^{*\alpha}$ 는 eigenstrain의 평균값을 나타내고, $\langle \varepsilon^d \rangle'_\alpha$, $\langle \varepsilon^d \rangle'_\alpha$ 은 Ω_α 와 Γ 영역에서의 변동되는 변형률의 평균값을 나타낸다.

Fig. 2와 식(7)로 부터 Ω_α 영역에서의 변동된 변형률은 Ω_α 와 V- Ω_α 지역의 평균 eigenstrain으로 식(13)으로 부터 구할 수 있다.

$$\langle \varepsilon^d \rangle'_\alpha = S^\alpha: \bar{\varepsilon}^{*\alpha} + (S^V - S^\alpha) : \left\{ \sum_{\beta \neq \alpha}^n \frac{f_\beta}{1 - f_n} \bar{\varepsilon}^{*\beta} \right\} \quad (13)$$

Γ 영역의 변동되는 변형률의 평균값은 식(8)에 식(14a, b)를 대입하여 식(14c)와 같이 구해진다.

$$\langle \varepsilon^d \rangle'_{\alpha=V} = S^V: \left\{ \sum_{\alpha=1}^{n-1} f_\alpha \bar{\varepsilon}^{*\alpha} + (1 - \sum_{\alpha=1}^{n-1} f_\alpha) \bar{\varepsilon}^{*n} \right\} \quad (14a)$$

$$\langle \varepsilon^d \rangle'_{\alpha=V} = \sum_{\alpha=1}^n \left[S^\alpha: \bar{\varepsilon}^{*\alpha} + (S^V - S^\alpha) : \left\{ \sum_{\beta \neq \alpha}^n \frac{f_\beta}{1 - f_n} \bar{\varepsilon}^{*\beta} \right\} \right] \quad (14b)$$

$$\langle \varepsilon^d \rangle'_I = S^V: \bar{\varepsilon}^{*n} +$$

$$\left\{ \sum_{\alpha=1}^{n-1} \frac{f_\alpha}{f_n(1 - f_n)} \bar{\varepsilon}^{*\alpha} \right\} (S^V - S^\alpha) : \left\{ \bar{\varepsilon}^{*n} - \sum_{\beta=1}^n f_\beta \bar{\varepsilon}^{*\beta} \right\} \quad (14c)$$

식(13)과 식(14c)를 적합조건식(12)에 대입하면 $\bar{\varepsilon}^{*\alpha}$ 에 대한 n개의 텐서 연립방정식을 얻게되고, 이로부터 eigenstrain의 평균값을 구할 수 있다. 최종적으로 구해진 eigenstrain의 평균값을 식(15)에 대입하면 다원 이중내포물 모델에 대한 유효탄성텐서 \bar{C}^{MDI} 을(식16) 구한다.

$$\langle \sigma \rangle_V = \bar{C}^{MDI}: \langle \varepsilon \rangle_V \quad (15)$$

$$\bar{C}^{MDI} = C: \{ I^{(4s)} + (S^V - I^{(4s)}) : A \} : \{ I^{(4s)} + S^V : A \}^{-1} \quad (16)$$

여기서, $I^{(4s)}$ 는 4차의 대칭단위텐서이다. 즉,

$$I_{ijkl}^{(4s)} = \frac{1}{2} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (17a)$$

또는 A는 다음과 같이 정의에서 구해진다.

$$A: \varepsilon^* - \sum_{\alpha=1}^n f_\alpha \bar{\varepsilon}^{*\alpha} \quad (17b)$$

만약, 모든 내포물의 형상이 같고 주축을 공유한다면 모든 Eshelby텐서가 같아지므로 영역 Ω 에서

eigenstrain의 평균치는 식(18a)와 같이 구해진다.

$$\bar{\epsilon}^{-\alpha} = (A^{\alpha} - S)^{-1} : \epsilon^{\alpha} \quad (18a)$$

$$A^{\alpha} = (C - C^{\alpha})^{-1} : C \quad (18b)$$

여기서, A^{α} 는 집중텐서(concentration tensor)이며, 식(18b)로서 구할 수 있다. 따라서, 유효탄성텐서는 식(19)로서 구한다.

$$\bar{C}^{MIN} = C : \{I^{(4s)} + (S - I^{(4s)}) : A\} : \{I^{(4s)} + S : A\}^{-1} \quad (19a)$$

$$A = \sum_{\alpha=1}^n f_{\alpha} (A^{\alpha} - S)^{-1} \quad (19b)$$

이때, 무한체 B의 탄성특성의 가정에 따라 DDM(dilute distribution method)적인 접근방식과 SCM(self-consistent method)적인 접근방식으로 나눌 수 있다.¹⁶⁾ DDM은 무한체의 탄성텐서 C를 결합체의 탄성텐서 C^M 과 같게 두어 상호간의 작용을 무시하는 것이므로 비교적 내포물의 체적함유율이 작은 경우에 적용되는 방식이며, SCM은 무한체의 탄성텐서가 아직 결정되지 않은 복합체의 탄성텐서 \bar{C}^{MIN} 와 같다고 가정하는 것이므로 내포물의 체적함유율이 큰 경우에 사용된다.

2.2.2 이원 삼중내포물 모델

천이영역의 존재를 고려하는 경우 콘크리트는 골재, 천이영역(ITZ), 수화시멘트풀(HCP)로 이루어진 삼상의 모델이다. 이때, 이 복합체는 결합체인 HCP내에 내포물인 골재와 ITZ가 서로 중첩되면서 내재되어 있는 형태이다(Fig. 3). 따라서 이를 미시

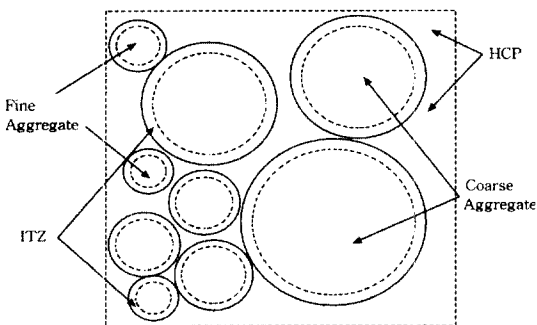


Fig. 3 Micro-structure of concrete

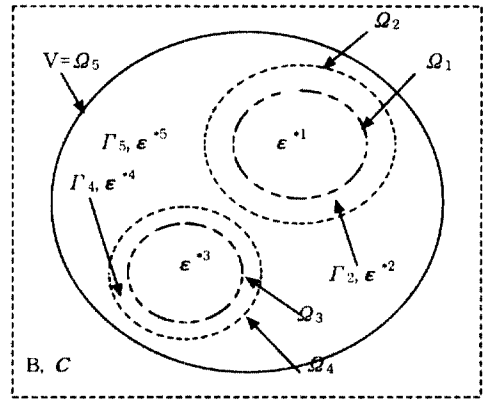


Fig. 4 RVE of two-phase triple-layered inclusion model

역학적으로 정확히 모델링하기 위해선 Fig.4와 같이 이원 삼중내포물 모델(two-phase triple-layered inclusions model)을 이용한다.

무한체에 ϵ^{α} 가 작용하는 경우, α 가 1, 3인 경우는 원형영역이고, 2, 4, 5인 경우는 환형영역으로 이때 각 영역의 체적함유율을 다음과 같이 정의한다.

$$f_{\alpha} = \frac{\Omega_{\alpha}}{V} \quad (\alpha = 1 \sim 5)$$

$$f_{\Gamma_{\alpha}} = \frac{\Gamma_{\alpha}}{V} \quad (\alpha = 2, 4, 5) \quad (20)$$

각 영역의 변동되는 변형률의 평균값은 일반화된 Eshelby의 결과로부터 아래의 식들로 정리될 수 있다.

$$\langle \epsilon^d \rangle_1 = S^I : \bar{\epsilon}^{-1} + \frac{1}{1-f_1} (S^V - S^I)$$

$$\left\{ f_3 \bar{\epsilon}^{-3} + \sum_{\alpha=2,4,5} f_{\Gamma_{\alpha}} \bar{\epsilon}^{-\alpha} \right\} \quad (21)$$

$$\langle \epsilon^d \rangle_2 = S^2 : \left\{ \frac{f_1}{f_2} \bar{\epsilon}^{-1} + \frac{f_{\Gamma_2}}{f_2} \bar{\epsilon}^{-2} \right\} +$$

$$\frac{1}{1-f_2} (S^V - S^2) : \left\{ f_3 \bar{\epsilon}^{-3} + \sum_{\alpha=2,4,5} f_{\Gamma_{\alpha}} \bar{\epsilon}^{-\alpha} \right\} \quad (22)$$

$$\langle \epsilon^d \rangle_3 = S^V : \left\{ \sum_{\alpha=1,3} f_{\alpha} \bar{\epsilon}^{-\alpha} + \sum_{\alpha=2,4} f_{\Gamma_{\alpha}} \bar{\epsilon}^{-\alpha} + \right.$$

$$\left. \left(1 - \sum_{\alpha=1,3} f_{\alpha} - \sum_{\alpha=2,4} f_{\Gamma_{\alpha}} \right) \bar{\epsilon}^{-5} \right\} \quad (23)$$

또한 $\langle \epsilon^d \rangle_1$, $\langle \epsilon^d \rangle_4$ 는 $\langle \epsilon^d \rangle_1$, $\langle \epsilon^d \rangle_2$ 와 각각 같은 관계이므로 같은 방식으로 구할 수 있다.

식(8)과 적합조건식(12)를 사용하면, 복잡한 5개

의 텐서 연립방정식을 얻게 된다. 그러나 모든 내포물이 구형인 경우, Eshelby 텐서가 같아지므로 α 가 1~5인 식(18)로서 각 영역의 평균eigenstrain을 구할 수 있다. 따라서 이원 삼중내포물 모델에 의한 유효탄성텐서 \bar{C}^{2n} 는 아래 식(24)와 같다.

$$\bar{C}^{2n} = C : \{I^{(4s)} + (S - I^{(4s)}) : A\} : \{I^{(4s)} + S : A\}^{-1} \quad (24a)$$

$$A = \sum_{\alpha=1,3} f_{\alpha} (A^{\alpha} - S)^{-1} + \sum_{\alpha=2,4,5} f_{I\alpha} (A^{\alpha} - S)^{-1} \quad (24b)$$

이원 삼중내포물 모델도 이원 이중내포물 모델과 마찬가지로 무한체와 내포물간의 상호작용에 따라 DIDM과 SCM을 적용할 수 있다.

3. 탄성계수 추정식 도출

3.1 유효탄성텐서의 수식화

등방성 복합재료의 평균화된 응력과 변형률 관계식(2a)를 만족하는 유효탄성텐서는 식(25)와 같다.

$$\bar{C} = \bar{\lambda} I^{(2)} \otimes I^{(2)} + 2\bar{\mu} I^{(4s)} \quad (25)$$

윗 식에서, $I^{(2)}$ 는 2차 단위텐서이다. 즉,

$$I_{ij}^{(2)} = \delta_{ij} \quad (26)$$

이때, 평균화된 Lamé상수 $\bar{\lambda}$ 와 $\bar{\mu}$ 를 사용하는 대신에 평균화된 체적탄성계수 \bar{K} 와 전단탄성계수 $\bar{\mu}$ 를 사용하면 유효탄성텐서는 기본등방성텐서 E^1 , E^2 를 사용하여 식(27)과 같이 정리된다.

$$\bar{C} = 3\bar{K}E^1 + 2\bar{\mu}E^2 \quad (27)$$

여기서,

$$E^1 = \frac{1}{3}I^{(2)} \otimes I^{(2)} = \frac{1}{3}I^{(4)} \quad (28a)$$

$$E^2 = -\frac{1}{3}I^{(4)} + I^{(4s)} \quad (28b)$$

이때, $I^{(4)}$ 는 4차 단위텐서이다. 즉,

$$I_{ijkl}^{(4)} = \delta_{ij}\delta_{kl} \quad (29)$$

식(28)에서 정의된 등방성텐서를 사용하여 Eshelby 텐서를 구하고 평균화된 유효체적탄성계수와 유효전단탄성계수를 구하면 식(30)으로부터 콘크리트의 유효탄성계수를 구한다.⁶⁾

$$\bar{E} = \frac{9\bar{K}\bar{\mu}}{3\bar{K} + \bar{\mu}} \quad (30)$$

3.2 탄성계수 추정식

3.2.1 이원 이중내포물 모델에 의한 추정식

콘크리트의 천이영역은 고려하지 않으나 콘크리트의 굵은골재와 잔골재가 서로 다른 탄성치를 갖는 것을 고려하여 모델링한 경우로서 일반화된 다원 이중내포물 모델식(19)에 $n=3$ 을 대입함으로써 이원 이중내포물 모델에 의한 탄성계수 추정식을 구할 수 있다.

1) Dilute Distribution Method

$C = C^M$ 이므로 식(19b)에서 α 가 3이상인 항이 사라지게 된다. 콘크리트의 유효 체적탄성계수 \bar{K}^{DMM} 와 유효 전단탄성계수 $\bar{\mu}^{DMM}$ 를 각 구성성분의 체적탄성계수와 전단탄성계수 및 기본등방성텐서, 집중텐서, 그리고 Eshelby 텐서로서 식(31)과 같이 스칼라량으로 수식화 할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{K}^{DMM} = & K^M \left[1 + (s_1 - 1) \left\{ f_1 \left(\frac{K^M}{K^M - K^1} - s_1 \right)^{-1} + \right. \right. \\ & \left. \left. f_2 \left(\frac{K^M}{K^M - K^2} - s_1 \right)^{-1} \right\} \right] \times \left[1 + s_1 \left\{ f_1 \times \left(\frac{K^M}{K^M - K^1} - s_1 \right)^{-1} + \right. \right. \\ & \left. \left. f_2 \left(\frac{K^M}{K^M - K^2} - s_1 \right)^{-1} \right\} \right]^{-1} \quad (31a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\mu}^{DMM} = & \mu^M \left[1 + (s_2 - 1) \left\{ f_1 \left(\frac{\mu^M}{\mu^M - \mu^1} - s_2 \right)^{-1} + \right. \right. \\ & \left. \left. f_2 \left(\frac{\mu^M}{\mu^M - \mu^2} - s_2 \right)^{-1} \right\} \right] \times \left[1 + s_2 \left\{ f_1 \times \left(\frac{\mu^M}{\mu^M - \mu^1} - s_2 \right)^{-1} + \right. \right. \\ & \left. \left. f_2 \left(\frac{\mu^M}{\mu^M - \mu^2} - s_2 \right)^{-1} \right\} \right]^{-1} \quad (31b) \end{aligned}$$

여기서, K^M, μ^M : 결합재의 탄성치

K^1, K^2, μ^1, μ^2 : 각 내포물의 탄성치

f_1, f_2 : 각 내포물의 체적함유율

s_1, s_2 : Eshelby 텐서의 계수

윗식(31)에서 구한 유효체적탄성계수와 유효전단탄성계수를 식(30)에 대입하여 유효탄성계수를 구한다.

2) Self-Consistent Method

$C = \bar{C}$ 이므로 식(19)의 등식을 만족시키기 위해선 $\bar{A} = 0$ 가 되어야 하며, 따라서 다음식(32)와 연립방정식이 성립된다.

$$f_1 \left(\frac{\bar{K}}{\bar{K} - K^1} - \bar{s}_1 \right)^{-1} + f_2 \left(\frac{\bar{K}}{\bar{K} - K^2} - \bar{s}_1 \right)^{-1} + f_M \left(\frac{\bar{K}}{\bar{K} - K^M} - \bar{s}_1 \right)^{-1} \quad (32a)$$

$$f_1 \frac{\bar{\mu}}{\bar{\mu} - \mu^1} - \bar{s}_2 + f_2 \left(\frac{\bar{\mu}}{\bar{\mu} - \mu^2} - \bar{s}_2 \right)^{-1} + f_M \left(\frac{\bar{\mu}}{\bar{\mu} - \mu^M} - \bar{s}_2 \right)^{-1} = 0 \quad (32b)$$

위의 인립방정식의 해를 구하여 식(30)에 대입하여 유효탄성계수를 구한다.

3.2.2 이원 삼중내포물 모델에 의한 추정식

유도된 식(24)로 부터 천이영역을 고려한 콘크리트의 유효탄성계수를 구하는 추정식을 도출한다.

1) Dilute-Distribution Method

$C = C^M$ 이므로 식(24)의 F_s 의 항이 없어지게 된다.

$$\begin{aligned} \bar{K}^{DMM} = & K^M \left[1 + (s_1 - 1) \left\{ f_1 \frac{K^M}{K^M - K^1} - s_1 + f_2 \frac{K^M}{K^M - K^2} - s_1 \times f_r \frac{K^M}{K^M - K^r} - s_1 \right\} \right] + \\ & \left[1 + s_1 \left\{ f_1 \frac{K^M}{K^M - K^1} - s_1 + f_2 \times \frac{K^M}{K^M - K^2} - s_1 + f_r \frac{K^M}{K^M - K^r} - s_1 \right\} \right]^{-1} \quad (33a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\mu}^{DMM} = & \mu^M \left[1 + (s_2 - 1) \left\{ f_1 \frac{\mu^M}{\mu^M - \mu^1} - s_2 + f_2 \frac{\mu^M}{\mu^M - \mu^2} - s_2 \times f_r \frac{\mu^M}{\mu^M - \mu^r} - s_2 \right\} \right] \times \\ & \left[1 + s_2 \left\{ f_1 \frac{\mu^M}{\mu^M - \mu^1} - s_2 + f_2 \frac{\mu^M}{\mu^M - \mu^2} - s_2 + f_r \frac{\mu^M}{\mu^M - \mu^r} - s_2 \right\} \right]^{-1} \quad (33b) \end{aligned}$$

여기서, K^r, μ^r : 천이영역의 탄성치
 f_r : 천이영역의 체적함유율

윗식(33)에서 구한 유효체적탄성계수와 유효전단탄성계수를 식(30)에 대입하여 유효탄성계수를 구한다.

2) Self-Consistent Method

$C = \bar{C}$ 이므로 식(24)의 등식을 만족시키기 위해서 $\bar{A} = 0$ 이 되어야 하며, 따라서 이원 이중내포물 모델의 경우와 마찬가지로 다음식(34)의 연립방정식이 성립된다.

$$f_1 \frac{\bar{K}}{\bar{K} - K^1} - \bar{s}_1 + f_2 \frac{\bar{K}}{\bar{K} - K^2} - \bar{s}_1 + f_M \frac{\bar{K}}{\bar{K} - K^M} - \bar{s}_1 + f_r \frac{\bar{K}}{\bar{K} - K^r} - \bar{s}_1 = 0 \quad (34a)$$

$$f_1 \frac{\bar{\mu}}{\bar{\mu} - \mu^1} - \bar{s}_2 + f_2 \frac{\bar{\mu}}{\bar{\mu} - \mu^2} - \bar{s}_2 + f_M \frac{\bar{\mu}}{\bar{\mu} - \mu^M} - \bar{s}_2 + f_r \frac{\bar{\mu}}{\bar{\mu} - \mu^r} - \bar{s}_2 = 0 \quad (34b)$$

위의 연립방정식으로 부터 구한 유효체적탄성계수와 유효전단탄성계수를 식(30)에 대입하여 유효탄성계수를 구한다.

4. 추정결과와 비교분석

본 논문에서 유도된 추정식으로 부터 구한 탄성계수를 Anson과 Newman¹¹⁾의 실험에 의한 탄성계수와 비교하여 추정식을 검증하였다.

4.1 천이영역을 고려하지 않는 경우

천이영역을 고려하지 않는 경우의 콘크리트의 탄성계수를 구하기 위해 Anson과 Newman이 실험에 의해 구한 구성분들의 탄성특성치(Table 1)를 사용하였다. 이원 이중 내포물 모델에 DDM과 SCM을 적용하여 구한 결과와 실험결과와의 비교는 Table 2와 같다.

비교결과를 보면, DDM에 의한 이원 이중 내포물 모델(2DI-DDM)은 천이영역을 고려하지 않았음에

Table 1 Elastic properties of constituents

Properties Constituents	ν	E (GPa)	K (GPa)	μ (GPa)
M : HCP	0.22	12	7.1434	4.918
1 : Fine Aggregate	0.21	80	45.997	33.058
2 : Coarse Aggregate	0.23	69	42.593	28.049

도 불구하고 평균오차범위가 -5%이내에 있으므로 정확하게 탄성계수를 추정하는 모델이라 할 수 있다. 반면에 SCM에 의한 추정모델(2DI-SCM)은 평균 오차범위가 +18% 정도됨을 알 수 있다.

Table 2 Comparison between experiment and results by the double-layered inclusions model

Mix	Volume Fraction			Young's Modulus(GPa)		
	HCP	Fine Agg.	Coarse Agg.	Experiment	2DI (DDM)	2DI (SCM)
1	0.374	0.446	0.18	34.90	31.60	39.51
2	0.342	0.408	0.25	34.20	33.41	41.80
3	0.328	0.392	0.28	35.40	34.39	42.81
4	0.319	0.381	0.30	36.20	35.04	43.47
5	0.297	0.353	0.35	38.60	36.68	45.08
6	0.274	0.326	0.40	39.60	38.52	46.81

일반적으로 내포물의 체적함유율이 큰 경우, 무한체의 탄성텐서는 이들 내포물의 영향으로 인하여 결합체의 탄성텐서보다 크게 된다. 그러므로 이러한 상호작용을 무시한 모델링은 실제보다 결합체의 탄성텐서를 작게 가정하고, 실제 복합체의 탄성텐서보다 작은 값을 추정하게 된다. 콘크리트의 경우 골재의 탄성텐서가 결합체보다 크므로, DDM은 실제보다 항상 작은 값을 산출하게 되나, 이원 이중내포물 모델이 천이영역을 고려하지 않으므로 실제보다 큰 값을 산출하게 되는 것과 서로 소거되면서 상대적으로 SCM에 의한 결과보다 정확한 값으로 추정된 것으로 판단된다.

4.2 천이영역을 고려한 경우

천이영역(ITZ)은 골재와 수화시멘트풀의 경계부에 위치하는 영역으로 입자의 크기가 큰 Ca(OH)₂ 수화물이 존재하므로서 이부분의 공극률이 상대적으로 높다.

한편, 골재와 수화시멘트풀간의 탄성계수의 차이는 양생시에 작용되는 온도응력이나 건조수축에 의해서 각각 다른 변형률이 유발되며 이로 말미암아 천이영역에는 미소균열이 존재하게 된다. 이것이 콘크리트의 압축거동이 비선형성을 보이는 한 이유가 된다. 고강도콘크리트의 경우 실리카흙의 채움효과에 의한 천이영역의 감소효과와 함께 낮은 물-시멘트비로 인하여 수화시멘트풀의 탄성치가 골재의 수준으로 높아져 부등변형에 의한 미소균열이 없으므로 극한하중의 85% 이상까지 선형거동을 하게된다.⁷⁾

일반적으로 천이영역의 두께는 50 μ m 정도로 보나, 그 특성이 확연히 구분되는 영역은 20 μ m 정도로 알려져 있으며, 천이영역의 강도는 일반 콘크리트의 경우 결합체강도의 20~80% 정도이다.^{(8), (9), (10)}

본 연구에서는 천이영역의 강성도를 결합체의 30%로 가정하여 사용하고, 체적함유율은 골재의 체적함유율의 30%로 가정하였다. 따라서 천이영역의 전체에 대한 체적함유율은 골재들의 체적함유율이 클수록 증가하는 것으로 가정하였다.

천이영역을 고려하는 경우도 Table 1에 의한 콘크리트 각 구성물질의 탄성치를 대입하여 탄성계수를 구하였다. 콘크리트의 탄성계수 추정결과를 정리하면 아래 Table 3과 같다. 결과를 살펴보면 2TI(DDM)에 의한 결과는 실제보다 평균 약 18%정도 작게 추정되었고, 2TI(SCM)에 의한 결과는 실제와 3% 정도밖에 차이가 나지 않았다. 이것은 2DI(DDM)에 의한 결과보다 더 정확한 결과임을 알 수 있다.

Table 3 Comparison between experiment and results by the triple-layered inclusions model

Table 3 Comparison between experiment and results by the triple-layered inclusions model

Mix	Volume Fraction				Young's Modulus(GPa)		
	HCP	Fine Agg.	Coarse Agg.	ITZ	Experiment	2TI (DDM)	2TI (SCM)
1	0.181	0.45	0.18	0.189	34.90	27.74	34.30
2	0.145	0.408	0.25	0.197	34.20	28.78	35.95
3	0.126	0.392	0.28	0.202	35.40	29.34	36.96
4	0.115	0.381	0.30	0.204	36.20	29.70	37.40
5	0.086	0.353	0.35	0.211	38.60	30.61	38.80
6	0.056	0.326	0.40	0.218	39.60	31.62	40.32

Table 4는 본 논문에서 구한 네가지 방법의 결과와 표준편차 절대값의 평균값을 비교하여 나타낸 것

Table 4 Comparison of results evaluated by the models

Methods	Mixes						Avg
	1	2	3	4	5	6	
2DI(DDM)	-9.41	-2.23	-2.84	-3.21	-4.97	-2.72	4.23
2DI(SCM)	13.29	22.21	20.94	20.07	16.78	18.20	18.58
2TI(DDM)	20.52	15.84	17.13	17.97	20.71	20.19	18.73
2TI(SCM)	-1.71	5.13	4.40	3.31	0.52	1.82	2.81

이다.

5. 결론

본 논문에서 얻어진 결론은 다음과 같다.

1. 천이영역을 포함한 콘크리트 구성성분의 체적 함유율, 탄성특성, 구성재료 사이의 상호작용을 고려하여 탄성계수를 구하는 미시역학적 모델링기법을 제안하였다.

2. 천이영역을 고려하여 콘크리트의 탄성계수를 추정하는 경우 이원 삼중내포물 모델을 사용하고 Self-Consistent Method를 적용하는 것이 가장 정확함을 보였다.

3. 본 논문의 탄성계수 추정식은 혼화재료의 침가나 배합의 변화로 인하여 콘크리트의 미시구조가 보통콘크리트와 크게 차이가 나는 경우에도 탄성계수의 추정에 이용될 수 있다. 또한 실험적으로 측정하기 힘든 천이영역의 특성을 본 연구의 모델을 이용하여 역으로 추정하는데 효과적으로 이용될 수 있다.

참고 문헌

1. Monteiro, P. J. M., Maso, J. C., and Ollivier, J. P., "The Aggregate-Mortar Interface", *Cem. and Conc. Res.*, Vol. 15, 1985, pp 953~958.
2. Nemat-Nasser, S. and Hori, M., "Elastic Solids with Microdefects", in *Micromechanics and Inhomogeneity*, The Mura's 65th Anniversary

- Volume, New York, 1990, pp. 297~320.
3. Eshelby, J. D., "The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion and Related Problems", *Proc. of Roy. Soc. London*, Vol. A241, 1957, pp. 376~396.
4. Nemat-Nasser, S. and Hori, M., *Micromechanics: Overall Properties of Heterogeneous Materials*, North-Holland, 1993, pp. 19~35.
5. 조호진, 송하원, 변근주, "경량기포콘크리트 탄성계수의 미시역학적 추정", *콘크리트학회지*, 제 9권 4호, 1997, pp 125~135.
6. Anson, M. and Newman, K., "The Effect of Mix Proportions and Method of Testing on Poisson's Ratio for Mortars and Concretes", *Mag. of Conc. Res.*, Vol. 18, No. 56, 1966, pp. 115~130.
7. Neville, A. M., "Aggregate Bond and Modulus of Elasticity of Concrete", *ACI Materials Journal*, Vol. 94, No. 1, 1997, pp. 71~74.
8. Nilsen, A. U. and Monteiro, P. J. M., "Concrete: A Three Phase Material", *Cem. and Conc. Res.*, Vol. 23, 1993, pp. 147~151.
9. Scrivener, K. L. and Pratt, P. L., "Characterisation of Interfacial Microstructure", *Interfacial Transition Zone in Concrete*, State-of-the-Art Report, edited by Maso, J. C., RILEM, E & FN SPON, 1996, pp. 3~17.
10. Simeonov, P. I. and Ahmad, S. H., "Interface Transition Zone and the Elastic Modulus of Cement-Based Composites", *Proc. of Mater. Res. Soc.*, edited by Mindess, S. and Shah, S. P., Vol. 370, 1995, pp. 397~406

요 약

콘크리트는 일반적으로 수화시멘트풀과 골재로 이루어진 이상(二相)의 복합체이지만 미시적으로는 수화시멘트풀과 골재, 그리고 천이영역으로 이루어진 삼상(三相)의 복합체이다. 수화시멘트풀과 골재 사이에서 형성되는 천이영역은 국부적으로 공극율이 높으므로 콘크리트의 강성과 강도에 많은 영향을 끼친다. 본 논문에서는 이러한 천이영역의 특성을 고려하여 콘크리트의 탄성계수를 추정하기 위해 이원 삼중내포물 모델을 제안하였다. 제안된 모델에 의한 탄성계수의 추정결과는 실험결과와 비교하여 잘 일치하였으며, 제안된 모델은 실험적으로 구하기 힘든 천이영역의 특성을 구하는데 사용될 수 있다

(접수일자 : 1997. 12. 1)