

조류 하중을 받는 탄성 현수선 케이블의 동적 해석

Dynamic Analysis of Elastic Catenary Cable Subjected to Current

백인열* 장승필** 윤종윤***
Paik, In Yeol Chang, Sung Pil Yoon, Jong Yoon

국문요약

수중 케이블의 동적 거동은 비선형 거동을 보이게 되는데 특히 기하학적 비선형성에 크게 영향을 받는다. 또한, 유체의 흐름으로 인하여 동적 거동의 해석은 더욱 복잡하고 어려워지기 때문에 해석적인 접근 방법에는 한계가 있다. 본 연구에서는 탄성 현수선 케이블요소에 동수력을 고려할 수 있게 하였다. 즉, 동수력을 받는 3차원 탄성 현수선 케이블요소를 정식화하고, 정적 및 동적 해석을 수행할 수 있는 유한요소 방법을 제시하였다. 동수력은 수정된 Morison 방정식을 이용하여 산정하였다. 제시된 방법으로 구한 수중 케이블에 관한 결과를 기존의 연구 결과들과 비교하여 타당성을 검증하였다. 제시된 방법으로 조류 하중을 받는 수중 케이블에 관한 동적 거동을 파악하려 하였으며, 정박 또는 예인에 사용하는 수중 케이블의 경우 조류의 방향 및 케이블의 경사각에 따른 동적 거동의 변화를 알아볼 수 있었다.

주요어 : 수중 케이블, 탄성 현수선 케이블, 동수력, 조류, 유한 요소, 동적 거동

ABSTRACT

The dynamic behavior of the marine cable is essentially nonlinear and dominated by geometric nonlinearity. Furthermore, fluid drag force makes the problem more complex and difficult. Therefore, it has certain limitations to obtain the dynamic behavior of the marine cable by analytical method. The purpose of this paper is to apply the elastic catenary cable element to the problem of under water cable including the hydrodynamic effects of fluids. The static and dynamic formulations for the three-dimensional elastic catenary cable under water effects are derived and the finite element analysis procedures are presented. In the analysis, the hydrodynamic forces are modeled by modified Morison equation. A comparison of the results obtained using present method with previously published results showed the validity of present method. The dynamic behavior of the marine cable subjected to current is investigated using present method and it can be illustrated that the dynamic behavior of the marine cable subjected to current varies with the incident angle of the current and inclined angle of the cable.

Key words : marine cable, elastic catenary cable, hydrodynamic force, current, finite element, dynamic behavior

1. 서 론

케이블은 유연성, 경량성과 더불어 길이방향으로의 강성을 겸비하고 있는 독특한 구조요소로서, 수중에서 부유식 구조물에 횡방향의 강성을 제공하는 요소로 사용되거나, 현수교, 사장교 등 대형 육상 구조물에서 수직 하중을

지지하는 요소로 사용되는 등 그 적용범위가 매우 다양하다. 동적 하중에 대한 케이블의 거동은 사용되는 케이블의 길이가 길어짐에 따라 비선형적인 거동 특성이 두드러지게 나타나며 특히 기하학적 비선형성(geometric nonlinearity)의 영향을 크게 받는다. 부유식 구조물에 사용되는 수중 케이블의 경우에는 유체-구조물 상호작용으로 인하여 동적 거동의 해석은 더욱 복잡해진다.

1857년 대서양을 가로지르는 케이블의 설치

* 정회원 · 경원대학교 토목공학과 조교수

** 정회원 · 서울대학교 토목공학과 교수

*** 학생회원 · 서울대학교 토목공학과 박사과정

를 시도한 이후 해양 케이블에 대한 연구가 처음으로 수행되었다.⁽¹⁾ 1918년 McLoed가 케이블에 작용하는 동수력(hydrodynamic force)을 최초로 모델링하였는데, 동수력은 유체 흐름의 직각 방향 성분의 제곱에 비례한다는 가정을 사용하였다. 이후 1950년대까지 McLoed가 사용한 가정이 거의 모든 연구자들에 의하여 사용되었으며, 예인 혹은 정박할 때에 사용하는 케이블의 정적 해석에 초점이 맞추어졌다.

1950년대 초, 비로소 케이블의 동적 응답에 관심을 보이기 시작하였는데, 1957년 Whicker에 의해 동수력을 받는 케이블의 동적 해석이 처음 수행되었다. 이후, 해양 자원의 개발과 더불어 발전한 해양 구조물의 건설 기술과 발을 맞추어 케이블 시스템의 정적 및 동적 해석에 많은 진전을 이루게 되었다. 즉, 해양 구조물의 규모가 점점 커지고 건설위치는 점점 깊은 곳으로 이동하게 되었으며, 이에 따라 경제성을 잃은 초기의 고정식 구조물 대신 등장한 부유식 혹은 동요식 구조물에 케이블 요소가 주요한 역할을 담당하게 되면서 해양 케이블의 동적 거동에도 관심을 보이게 된 것이다.

Leonard⁽²⁾는 절점 사이에 기하학적 연속성을 부가하는 추가적인 적합식을 가진 곡선요소를 사용하여 해양 케이블의 거동을 향상시키려고 하였으며, Yoon and Leonard⁽³⁾는 케이블의 비선형 형상을 Taylor 급수를 사용하여 선형화하고, 케이블에 대한 선형화된 고유치 문제로 문제를 간단화하여 조류를 받는 경우의 자유진동에 관한 문제를 연구하였다.

Chucheepsakul & Subwonglee⁽⁴⁾는 유한요소를 이용하여 3차원 해양 케이블의 정적 해석을 수행하였으며, Wang 등⁽⁵⁾은 Chucheepsakul & Subwonglee가 정식화한 케이블에 작용하는 힘의 방향을 고려할 수 있는 계수의 부호를 포함한 미분 방정식에 오류가 있음을 발견하고 이를 개선하여 같은 문제를 풀었다. Friswell⁽⁶⁾은 Wang 등이 고려한 동수력이 케이블의 좌표축에 따라 변하는 것을 발견하고, 좌표축에 따라 변하지 않는 동수력을 고려할 수 있게끔 개선

하여 수중 케이블의 정적 해석을 수행하였다. 최근에는 Huang⁽⁷⁾이 케이블의 질량 및 강성을 절점에 집중시킨 집중질량 모델과 유한 차분법을 사용하여 3차원 수중 케이블의 동적 해석을 수행하였다.

본 연구에서는 안⁽⁸⁾이 공간 좌표에서 직접적으로 정식화하고 분포 질량행렬을 사용함으로써 더욱 발전시킨 탄성 현수선 케이블요소를 이용하여 수중에서의 케이블의 정적 및 동적 해석을 수행할 수 있도록 하였다. 먼저, 동수력을 받는 3차원 탄성 현수선 케이블요소를 정식화하고, 정적 및 동적 해석을 수행할 수 있는 유한 요소 방법을 제시하였다. 조류, 파랑 등의 동수력은 구조물의 크기가 파장(wave length)에 비해 작아 파가 구조물의 영향으로 인하여 교란되지 않는다는 가정을 사용하였다. 또한, 3차원 경사진 케이블이 운동함에 따라 발생하는 케이블과 유체와의 상대속도를 고려할 수 있는 수정된 Morison 방정식을 이용하여 동수력을 산정하였으며, 특히 조류 하중을 받는 경우의 수중 케이블의 거동을 고찰하였다.

2. 수중 탄성 현수선 케이블

라그랑지안 좌표계를 이용하여, 동수력을 받는 3차원 탄성 현수선 케이블을 정식화하였다. 케이블은 고정된 양 끝점 i 및 j 에서 지지되어 있고, i 및 j 점에서 각각 좌표계를 따르는 좌표를 각각 $(0,0,0)$ 과 라고 하면, (l_x, l_y, l_z) , 및 는 각각 x, y, z 축에 투영된 길이를 나타낸다. 변형 전의 케이블 형상을 따르는 라그랑지안 좌표는 s 라고 표시하며, 케이블이 자중이나 외부 하중에 의하여 변형된 형상을 따라 움직인 좌표는 p 로 나타낸다. 이러한 케이블의 기하학적 조건은 다음과 같다.

$$\left(\frac{dx}{dp}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dp}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dp}\right)^2 = 1 \quad (1)$$

수중에 잠겨있을 경우, 케이블에 작용하는 힘은 유체입자의 운동으로 인하여 가해지는 동수력과 부력을 고려한 케이블의 수중에서의 유효 자중이며 그림 1과 같이 나타낼 수 있다. 직각 좌표계를 따르는 케이블의 장력에 대한 평형 방정식은 x, y, z 방향에 대하여 각각 다음과 같다.

$$T \left(\frac{dx}{dp} \right) = -F_1 - f_1 \cdot s \quad (2.a)$$

$$T \left(\frac{dy}{dp} \right) = -F_2 - f_2 \cdot s \quad (2.b)$$

$$T \left(\frac{dz}{dp} \right) = -F_3 - f_3 \cdot s - w \cdot s \quad (2.c)$$

여기서, F_1, F_2 및 F_3 는 i 단에서의 절점력이며, f_1, f_2 및 f_3 는 케이블 요소에 작용하는 동수력, w 는 케이블의 유효 자중을 나타낸다.

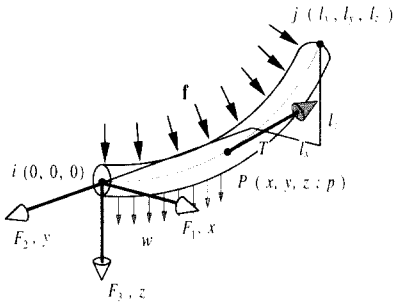


그림 1 수중 탄성 현수선의 정의

한편, 케이블의 장력 T 와 이에 상응하는 변형도 ϵ 사이의 관계는 다음 식(3)으로 결정될 수 있다.

$$\epsilon = \frac{dp - ds}{ds} = \frac{T}{EA_0} \quad (3)$$

여기서, E 는 탄성 계수, A_0 는 변형 전의 케이블 단면적이다.

케이블의 양단 조건은 다음과 같다.

$$x=0, y=0, z=0, p=0 \quad \text{at } s=0 \quad (4.a)$$

$$x=l_x, y=l_y, z=l_z, p=L \quad \text{at } s=L_0 \quad (4.b)$$

여기서, L_0 및 L 은 각각 변형 전 및 변형 후의 케이블의 길이이다.

식(1) 및 (2)를 이용하여 케이블 장력은 라그랑지안 좌표 s 및 각각의 장력 성분으로 나타낼 수 있다.

$$T(s) = \left[(F_1 + f_1 \cdot s)^2 + (F_2 + f_2 \cdot s)^2 + (F_3 + f_3 \cdot s + w \cdot s)^2 \right]^{1/2} \quad (5)$$

다음 식(6)은 변형 전의 라그랑지안 좌표 s 와 직각 좌표계 x 와의 대응 관계를 나타낸 것이며, y 및 z 에 관해서도 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$x(s) = \int \frac{dx}{dp} \frac{dp}{ds} ds \quad (6)$$

식(2)와 (3)을 이용하고, 양단 조건을 적용하여 식(6)의 우변에 대하여 적분을 수행하면 직각 좌표계를 따르는 변형 형상을 구할 수 있다. 식(4)의 조건을 대입하면 적합 방정식은 식(7)로 나타낼 수 있으며, Newton-Raphson 반복 계산법을 사용하여 비선형 연립방정식인 식(7)의 해를 구할 수 있다.

$$l_x = f(F_1, F_2, F_3) = -\frac{F_1 L_0}{EA_0} - \frac{f_1 L_0^2}{2EA_0} - \frac{f_1}{\alpha^2} (\beta_L - \beta) + \frac{\eta_f}{\alpha^3} \log \frac{\xi_L}{\xi} \quad (7.a)$$

$$l_y = g(F_1, F_2, F_3) = -\frac{F_2 L_0}{EA_0} - \frac{f_2 L_0^2}{2EA_0} - \frac{f_2}{\alpha^2} (\beta_L - \beta) + \frac{\eta_g}{\alpha^3} \log \frac{\xi_L}{\xi} \quad (7.b)$$

$$l_z = h(F_1, F_2, F_3) = -\frac{F_3 L_0}{EA_0} - \frac{(f_3 + w) L_0^2}{2EA_0} - \frac{(f_3 + w)}{\alpha^2} (\beta_L - \beta) + \frac{\eta_h}{\alpha^3} \log \frac{\xi_L}{\xi} \quad (7.c)$$

여기서, 사용된 매개 변수들은 부록에 나타내었다.

식(7)의 양변을 미분하면, 양단 절점력의 변화량과 변위의 변화량과의 관계를 다음 식(8)과 같이 구할 수 있으며, 이를 행렬 형태로 나타내면 식(9)와 같다.

$$dl_x = \frac{\partial f}{\partial F_1} dF_1 + \frac{\partial f}{\partial F_2} dF_2 + \frac{\partial f}{\partial F_3} dF_3 \quad (8.a)$$

$$dl_y = \frac{\partial g}{\partial F_1} dF_1 + \frac{\partial g}{\partial F_2} dF_2 + \frac{\partial g}{\partial F_3} dF_3 \quad (8.b)$$

$$dl_z = \frac{\partial h}{\partial F_1} dF_1 + \frac{\partial h}{\partial F_2} dF_2 + \frac{\partial h}{\partial F_3} dF_3 \quad (8.c)$$

$$\begin{Bmatrix} dl_x \\ dl_y \\ dl_z \end{Bmatrix} = \mathbf{F} \begin{Bmatrix} dF_1 \\ dF_2 \\ dF_3 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

여기서, 유연도행렬은 다음 식(10)과 같다.

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial F_1} & \frac{\partial f}{\partial F_2} & \frac{\partial f}{\partial F_3} \\ \frac{\partial g}{\partial F_1} & \frac{\partial g}{\partial F_2} & \frac{\partial g}{\partial F_3} \\ \frac{\partial h}{\partial F_1} & \frac{\partial h}{\partial F_2} & \frac{\partial h}{\partial F_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix} \quad (10)$$

그러므로, 강성행렬은 $\mathbf{K} = \mathbf{F}^{-1}$ 의 관계를 이용하여 구할 수 있다. 유연도행렬의 성분들 f_{ij} 는 부록에 나타내었다.

케이블요소의 질량행렬은 형상함수를 이용하여 계산하게 된다. 일반적인 유한요소에서는

형상함수가 수식으로 정의되어 강성행렬을 구하는데 사용되지만, 케이블요소는 비선형성이 커서 선형의 형상함수를 결정할 수 없기 때문에 미소의 변위를 가해 그 상태에서의 형상함수를 구하여야 한다.

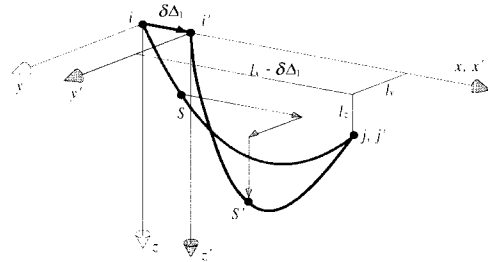


그림 2 형상함수의 계산을 위해 미소 가상 변위를 가한 탄성현수선

즉, 각 6개의 자유도 방향으로 미소 가상 변위를 주고, 변형 전과 변형 후의 형상 차이를 이용하여 강성행렬을 구한다. 좀더 정확한 형상함수를 계산하기 위하여, 미소 변위를 각 자유도의 음의 방향과 양의 방향으로 가하고 이로부터 구한 두 방향의 변위의 평균값을 취하여 이를 요소의 형상함수로 사용하였다.

그림 2는 첫번째 자유도에서 양의 방향으로 탄성 현수선 케이블요소에 미소 가상변위를 가하기 전과 후의 형상을 나타낸 것이다. 그림에 나타낸 바와 같이 변위가 발생하면 절점이 이동하며 절점력이 변하게 되는데 식(10)에서 구한 강성행렬을 이용하여 절점력의 변화량 δF_1 , δF_2 및 δF_3 를 구할 수 있다.

일단 절점력의 변화량을 구하면 새로운 절점력 F'_1 , F'_2 및 F'_3 를 구할 수 있게 되며, 식(7)의 적합 방정식을 이용하여 새로운 케이블의 형상 x' , y' 및 z' 를 구할 수 있게 된다.

그러므로, 양의 방향으로 가한 미소 가상 변위에 의한 형상함수는 다음 식(11)과 같이 구할 수 있다.

$$\phi_{ix}^* = \{ \delta \Delta_1 + x'_i - x_i \} / \delta \Delta_1 \quad (11.a)$$

$$\phi_y^+ = \{y'_1 - y\} / \delta \Delta_1 \quad (11.b)$$

$$\phi_z^+ = \{z'_1 - z\} / \delta \Delta_1 \quad (11.c)$$

여기서, 위 첨자 +는 양의 방향으로 미소 가상 변위를 가하였음을 의미하며, 아래 첨자는 각각 자유도와 각각 좌표계를 따르는 방향을 나타낸다.

이상에서 나타낸 바와 같은 방법으로 모든 자유도에서의 형상함수를 구하면, 질량행렬 \mathbf{M} 은 형상함수 \mathbf{H} 를 이용하여 다음 식(12)와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \int_0^{L_0} \rho \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{H}^0 dv \\ &= \frac{W_0}{g} \int_0^{L_0} \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{H} ds \end{aligned} \quad (12)$$

여기서,

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \Phi_{1x} & \Phi_{2x} & \Phi_{3x} & \Phi_{4x} & \Phi_{5x} & \Phi_{6x} \\ \Phi_{1y} & \Phi_{2y} & \Phi_{3y} & \Phi_{4y} & \Phi_{5y} & \Phi_{6y} \\ \Phi_{1z} & \Phi_{2z} & \Phi_{3z} & \Phi_{4z} & \Phi_{5z} & \Phi_{6z} \end{bmatrix}$$

질량행렬은 보통의 유한요소 방법과는 달리 변형 형상에 따라 달라진다. 그러나, 본 연구에서 동적 해석에 사용한 질량행렬은 처음에 구성한 질량행렬을 사용하였다.

3. 케이블에 작용하는 조류 하중

물속에 잠긴 케이블에 조류, 파랑 등의 하중이 가해지게 되는 경우, 힘은 케이블 요소의 직각방향의 성분과 접선방향을 따르는 성분으로 나누어진다.

그림 3은 수중에 잠긴 케이블이 조류 하중을 받는 경우, 케이블에 작용하는 힘의 성분들을 정의하기 위하여 사용된 좌표축들을 나타내고 있다. 조류 하중이 작용할 경우, 그 힘은 케이블에 접선방향의 힘 성분과 두 직각방향의 힘 성분으로 나누어지며, 그림 3에 나타난

좌표축 \mathbf{t} , \mathbf{b} 및 \mathbf{n} 을 따른다.

정의한 좌표축은 케이블의 방향을 따르는 좌표축 \mathbf{t} 와 \mathbf{t} 에 직각 방향이면서 수평인 좌표축 \mathbf{b} , 그리고 \mathbf{t} 와 \mathbf{b} 의 좌표축과 오른손 법칙의 좌표계를 이루는 \mathbf{n} 으로 구성되어 있으며, 각각의 좌표축에 대한 정의는 식(13), (14) 및 (15)에 나타내었다.

$$\mathbf{t} = \cos \phi \cos \theta \mathbf{i} + \cos \phi \sin \theta \mathbf{j} + \sin \phi \mathbf{k} \quad (13)$$

$$\mathbf{b} = -\sin \theta \mathbf{i} + \cos \theta \mathbf{j} \quad (14)$$

$$\mathbf{n} = -\sin \phi \cos \theta \mathbf{i} - \sin \phi \sin \theta \mathbf{j} + \cos \phi \mathbf{k} \quad (15)$$

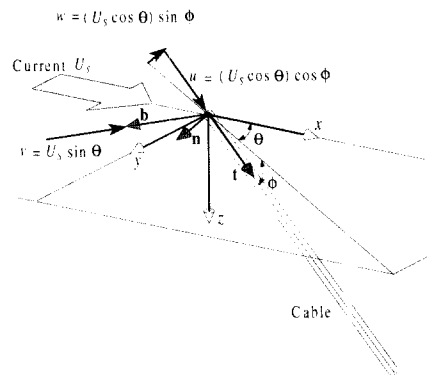


그림 3 조류 하중을 받는 해양 케이블

케이블이 운동하는 경우, 항력(drag force)은 케이블과 유체입자의 상대속도의 제곱에 비례하게 되며 유체입자의 속도와 같은 부호를 갖게 되는데, 조류를 받는 경우는 다음과 같이 원래의 Morison 방정식⁽⁹⁾을 수정하여 표현할 수 있다.

$$\mathbf{f} = -C_A A_T \ddot{\mathbf{x}} + A_D C_T V_T |V_T| \mathbf{t} + A_D C_N \mathbf{V}_N |\mathbf{V}_N| \quad (16)$$

여기서, $V_T = (\mathbf{V}_C - \dot{\mathbf{x}}) \cdot \mathbf{t}$ = 접선 방향 상대 유체 속도, $\dot{\mathbf{x}}$, $\ddot{\mathbf{x}}$ = 각각 케이블의 속도 및 가속도, $\mathbf{V}_N = \mathbf{V}_C - \dot{\mathbf{x}} - V_T \mathbf{t}$ = 직각 방향 상대 유체

속도, $V_c =$ 조류의 속도, $D =$ 케이블의 직경,

$\rho =$ 바다물의 밀도를 나타내며, $A_t = \frac{\pi D^2}{4} \rho$, $A_b = D\rho/2$, C_A 는 부가 질량 계수를 C_N 및 C_T 는 각각 직각방향 및 접선방향의 항력 계수를 나타내고 있다.

조류가 xy 평면에서 일정하고 케이블의 운동속도를 무시한다면, $\mathbf{V}_c = U_c \mathbf{i}$ 로 표현할 수 있으며, 따라서 동수력에 관한 식(16)은 다음과 같이 간단한 형태로 다시 쓸 수 있다.

$$\mathbf{f} = A_b C_T u |\mathbf{t} + A_b C_N (\mathbf{v} \mathbf{b} + \mathbf{w} \mathbf{n}) \sqrt{v^2 + w^2} \quad (17)$$

여기서, u, v, w 는 그림 3에 나타낸 바와 같다.

식(17)을 이용하여 구한 동수력은 Friswell이 지정한 바와 같이 케이블의 방향을 정의하는 좌표축이 변하여도 값이 변하지 않는다.

4. 수치 예제

이상에서 동수력을 받는 경우의 3차원 탄성 현수선 케이블요소의 강성행렬 및 질량행렬의 계산에 대해 알아보았다. 일단 강성행렬 및 질량행렬이 구성되면 일반적인 유한요소 해석과정⁽¹⁰⁾을 통하여 다음 식(18)과 같이 동역학적인 평형 방정식을 쓸 수 있다.

$$\mathbf{M}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{u}}^{(i)} + {}^t \mathbf{K}_T \Delta \mathbf{u}^{(i)} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{R} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{F}^{(i-1)} \quad (18)$$

여기서, $\Delta \mathbf{u}^{(i)}$ 는 절점 변위의 증분이며, \mathbf{R} 은 외력, \mathbf{F} 는 내부 절점력을 나타내며, 이러한 동적 비선형 방정식을 풀기 위하여 step-by-step 접근 방법인 Newmark 방법을 사용하였다.

4.1 조류 하중을 받는 케이블의 해석

먼저, 제시한 방법의 타당성을 검증하기 위하여 기존의 연구 결과들과 비교하였다.

조류 하중을 받는 수중 케이블의 정적 문제

에 대한 예제로 여러 연구^{(4),(5),(6),(10)}에서 사용한 De Zoysa의 문제를 예제로 하였다. 조류는 일정한 방향(항상 양의 x 방향)으로 작용한다고 가정한다. 또한, 예인선과 buggy (예인되는 물체 혹은 수중작업선)사이의 xy 평면에 투영된 거리 및 수심도 일정하다고 가정한다. 조류의 방향과 예인선-buggy의 xy 평면에 투영된 직선 사이의 각도를 라고 Ψ 하여 Ψ 의 각도를 달리하여 케이블의 장력을 구하였다. 예제에 사용된 케이블의 특성 및 변수들은 다음과 같다.

조류 속도 $U_c = 3.7 \text{ km/h}$, 수심 $d = 183 \text{ m}$, 배에서부터 buggy까지의 수평 거리 $R = 229 \text{ m}$, 변형 전의 케이블 길이 $L_0 = 305 \text{ m}$, 수중에서의 케이블의 단위 길이 당 무게 $w = 12.3 \text{ N/m}$, 케이블 직경 $D = 0.023 \text{ m}$, 직각 방향 항력계수 $C_N = 1.0$, 접선방향 항력계수 $C_T = 0.005$, 바다물의 밀도 $\rho = 1.021 \text{ kg/m}^3$.

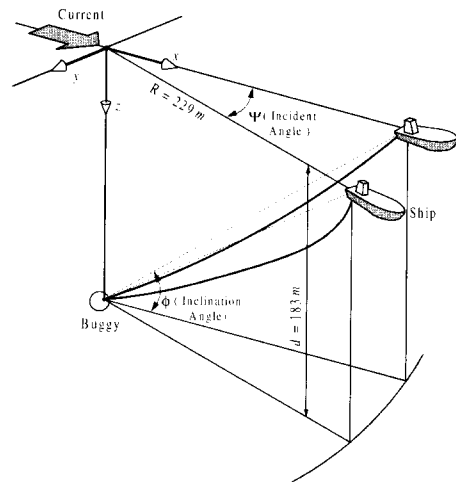


그림 4 배-buggy 문제 (De Zoysa 1978)

그림 5는 Ψ 에 따른 x, y, z 방향의 케이블 장력변화를 나타낸 것인데, Wang et al. 및 Friswell의 해석 결과와 본 연구에서의 해석

결과를 비교한 것이다. 길이방향으로 변형이 없는 케이블(inextensible cable)로 가정하고 지배 방정식을 세운 이들의 결과와 10개의 요소를 사용하고 변형을 고려(extensible cable)한 본 연구의 결과가 전반적으로 잘 일치함을 알 수 있다.

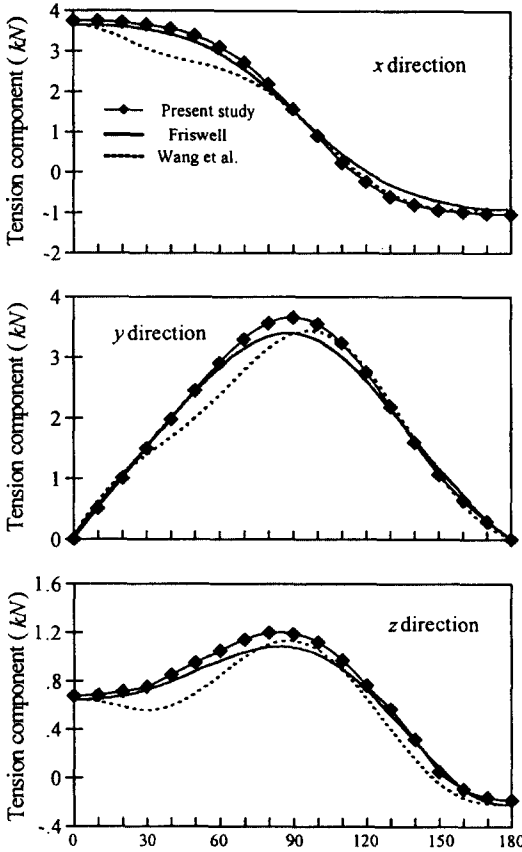


그림 5 조류의 입사각에 따른 케이블 장력의 변화 (x, y, z 방향)

4.2 조류 하중을 받는 수중 케이블의 동적 해석

조류 하중을 받는 경우 수중에서 케이블의 자유 진동 및 동적 거동에 관하여 알아보기 위하여 다른 연구에서 사용한 수중 케이블의 진동수를 구한 예제를 통하여 케이블요소의 타당성을 검토하였다.

예제에 사용한 케이블의 특성은 다음과 같다. 수심 $d = 130\text{ m}$, 변형 전의 케이블 길이 $L_0 = 330\text{ m}$, 케이블단면적 $A_0 = 7.07 \times 10^{-4}\text{ m}^2$, 탄성계수 $E = 15 \times 10^{10}\text{ N/m}^2$, 수중에서 단위 길이당 케이블의 무게 $w = 47.6\text{ N/m}$, 단위 길이당 질량 $m = 5.56\text{ kg/m}$

20개의 요소를 사용하여 자유진동 해석을 한 결과는 표 1과 같으며, 포물선 케이블을 이용하여 경사진 케이블의 자유진동을 해석적으로 풀은 Irvine⁽¹²⁾ 및 Yoon and Leonard⁽³⁾의 결과와 비교하였다.

표 1 수중 케이블의 자유 진동 해석

Mode	Natural Frequency (rad/sec)		
	Irvine	Yoon & Leonard	Present Study
1	2.17	2.15	2.16
2	2.20	2.27	2.33
3	3.39	3.37	3.38
4	4.39	4.32	4.32
5	5.51	5.43	5.41

이상으로부터 제시한 방법의 타당성을 검증한 후 다음으로는 양끝이 지지되어 있는 수중 케이블이 조류 하중을 받는 경우, 조류의 흐르는 방향과 케이블의 xy 평면에 투영된 직선 사이의 각도인 입사각(incident angle)에 따른 거동을 파악하기 위하여 케이블의 길이는 일정하게 한 후, 케이블의 위치를 바꾸어가면서 해석을 수행하였다. 조류는 x방향으로 3 m/sec를 일정하게 작용시켰으며, 40개의 요소를 사용하였다. 예제에 사용한 케이블의 특성은 다음과 같다.

$$EA = 7.747 \times 10^5\text{ kN}, L_0 = 229\text{ m},$$

$$D = 0.0637\text{ m}, w = 0.6132\text{ ton/m},$$

$$\rho = 1.021\text{ kg/m}^3, C_N = 1.5, C_T = 0.005$$

그림 6은 조류의 입사각에 따른 케이블의 상단에서의 장력 변화를 나타낸 것이다.

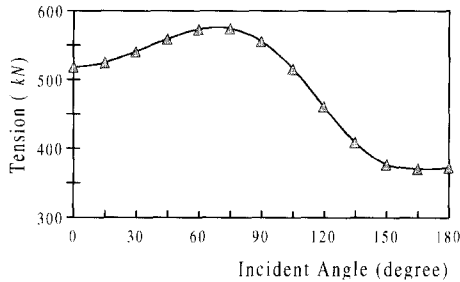


그림 6 입사각에 따른 장력의 변화

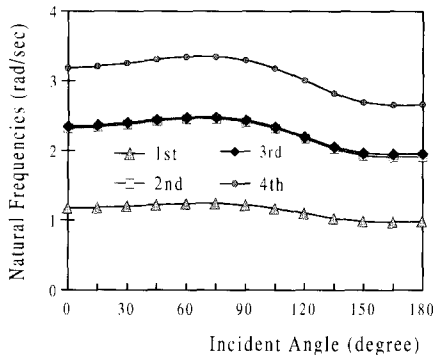


그림 7 조류의 입사각에 따른 진동수의 변화

그림 7은 조류의 입사각에 따른 진동수의 변화를 나타낸 것이다. 참고로 공기 중에서의 케이블의 진동수는 1.11, 2.17, 2.22 및 2.98이며 케이블 상단에서의 장력은 445.72 kN이다.

케이블의 경사각(inclined angle)에 따른 동적 거동을 알아보기 위하여 앞의 예제에 사용한 케이블 특성을 이용하여 경사각에 따른 케이블의 진동수 및 장력의 변화를 알아보았다. 그림 8은 수중에 있는 경우와 공기 중에 있는 경우의 경사각에 따른 진동수 변화를 비교한 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 공기 중에서의 케이블의 진동수는 경사각이 증가함에 따

라 감소하는 것을 알 수 있으나, 수중에 있는 경우는 처음엔 진동수가 조금씩 증가하다가 60° 정도 지나서야 조금씩 감소하는 것을 알 수 있다.

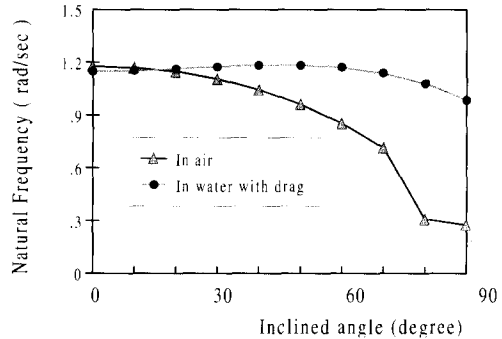


그림 8 경사각에 따른 진동수의 변화

그림 9는 경사각이 변화함에 따라 케이블의 장력 변화를 나타낸 것이다.

해석 결과 및 그림에서 알 수 있듯이 조류 하중을 받는 경우, 케이블 경사각에 따라 진동수와 장력은 공기 중에서의 것과는 다르며 또한, 조류의 입사각에 따르는 장력의 변화도 공기 중에서의 케이블의 응답과는 차이가 있는 것을 알 수 있다.

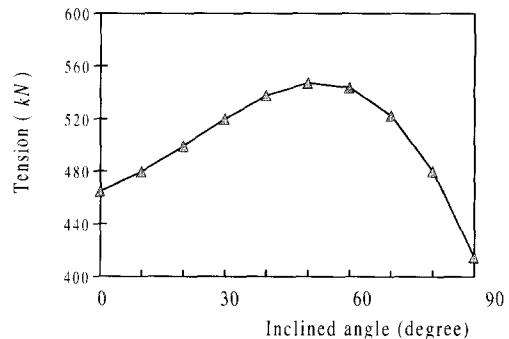


그림 9 경사각에 따른 장력의 변화

5. 결 론

수중 케이블의 정적 및 동적 거동을 해석하기 위하여 수정된 Morison 방정식을 사용하여 3차원 탄성현수선 케이블요소를 정식화하였다. 제시된 3차원 수중 케이블요소를 다른 연구 문헌과 비교하여 타당성을 입증하였다. 특히 본 연구에서 개발한 유한요소 방법은 일반적인 수중 케이블 문제에 쉽게 적용할 수 있는 이점이 있다.

조류 하중을 받는 경우에 대해 수중 케이블의 동적 거동에 관하여 알아보았으며, 수중 케이블의 자유 진동이 공기 중의 자유 진동과는 거동 양상이 다른 것을 알 수 있었다. 또한, 조류의 입사각 및 케이블의 경사각에 따라 동적 거동이 변하며, 입사각이 케이블의 장력에 미치는 영향이 크므로 수중 케이블 요소가 사용될 장소의 조류 방향을 파악하여, 적절한 방향으로 설치할 필요가 있다.

감사의 글

본 연구는 서울대학교 지진공학 연구센터를 통한 한국과학재단 우수연구센터 지원금에 의한 것입니다. 이에 관계 당국에게 심심한 사의를 드립니다.

참 고 문 헌

- Casarella, M.J. and Parsons, M., "A survey of the configuration and motion of cable systems under hydrodynamic loading," *Marine Tech. Soc. J.*, Vol.4, 1970, pp. 27~44.
- Lo, A. and Leonard, J.W., "Dynamic analysis of underwater cables," *J. Eng. Mech. Div.*, ASCE, Vol. 108, 1982, pp.605~621.
- Yoon, T.Y. and Leonard, J.W., "Natural vibrations of cables in a flowing fluid," *Univ. Research Initiative Report No. OE-87-52*, Office of Naval Research, 1987, 99p.
- Chucheepsakul, S. and Subwonglee, S., "Three dimensional analysis of marine cables," *Comp. Mech.*, Cheung, Lee and Leung, eds., Balkema, Rotterdam, The Netherlands, 1991, pp.389~394.
- Wang, C.M., Cheong, H.F., and Chucheepsakul, S., "Static analysis of marine cables via shooting-optimization technique," *J. Wtrwy., Port, Coast., and Oc. Eng.*, ASCE, Vol. 119(4), 1993, pp. 450~457.
- Friswell, M.I., "Steady-state analysis of underwater cables," *J. Wtrwy., Port, Coast., and Oc. Eng.*, ASCE, Vol. 121(2), 1995, pp.98~104.
- Huang, S., "Dynamic analysis of three-dimensional marine cables," *Ocean. Eng.*, Vol. 21(6), 1994, pp. 587~605.
- 안상섭, "탄성 현수선 케이블 요소를 이용한 3차원 케이블 망의 정적 및 동적 비선형 해석", 석사학위논문, 서울대학교, 1991, 76p.
- Chakrabarti, S.K., *Hydrodynamics of Offshore Structures*, Springer-Verlag, Berlin, 1987, 440p.
- De Zoysa, A.P.K., "Steady-state analysis of undersea cables," *Ocean Eng.*, Vol. 5(3), 1978, pp.209~223.
- Bathe, K.J., *Finite Element Procedures*, Prentice-Hall, 1996, 1037p.
- Irvine, H.M., "Free vibrations of inclined cables," *Proceedings of the ASCE, J. of the Structural Div.*, Vol. 104, 1978, pp.343~347.

부 록

식(10)의 유연도 행렬에서 f_{ij} 는 다음과 같다.

식(7)에 사용한 매개 변수들은 다음과 같다.

$$\alpha = \sqrt{f_1^2 + f_2^2 + (f_3 + w)^2}$$

$$\beta_L = \sqrt{(F_1 + f_1 \cdot L_0)^2 + (F_2 + f_2 \cdot L_0)^2 + (F_3 + f_3 \cdot L_0 + w \cdot L_0)^2}$$

$$\beta = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + F_3^2}$$

$$\xi_L = \alpha^2 \cdot L_0 + \alpha \cdot \beta_L + F_1 f_1 + F_2 f_2 + F_3 (f_3 + w)$$

$$\xi = \alpha \cdot \beta + F_1 f_1 + F_2 f_2 + F_3 (f_3 + w)$$

$$\eta_f = F_2 f_1 f_2 + F_3 f_3 f_1 + F_3 f_1 w - F_1 \{f_2^2 + (f_3 + w)^2\}$$

$$\eta_g = F_3 f_2 f_3 + F_1 f_1 f_2 + F_3 f_2 w - F_2 \{f_1^2 + (f_3 + w)^2\}$$

$$\eta_h = F_1 f_3 f_1 + F_2 f_2 f_3 + (F_1 f_1 + F_2 f_2)w - F_3 \{f_1^2 + f_2^2\}$$

$$f_{ij} = -\frac{L_0}{EA_0} - \frac{f_i}{\alpha^2} \left(\frac{\Gamma_j}{\beta_L} - \frac{F_j}{\beta} \right) + \frac{\Xi_{ij}}{\alpha^3} \log \frac{\xi_L}{\xi} - \frac{\eta_f}{\alpha^3} \left\{ \frac{f_j + (\Gamma_j \alpha / \beta_L)}{\xi_L} - \frac{f_j + (F_j \alpha / \beta)}{\xi} \right\}$$

여기서,

$$\Gamma_1 = F_1 + f_1 \cdot s, \quad \Gamma_2 = F_2 + f_2 \cdot s,$$

$$\Gamma_3 = F_3 + f_3 \cdot s + w \cdot s, \quad \Xi_{11} = -f_2^2 - (f_3 + w)^2,$$

$$\Xi_{12} = f_1 f_2, \quad \Xi_{13} = f_1 f_3 + f_1 w,$$

$$\Xi_{22} = -f_1^2 - (f_3 + w)^2, \quad \Xi_{23} = f_2 f_3 + f_2 w,$$

$$\Xi_{33} = -f_1^2 - f_2^2, \quad \Xi_{ij} = \Xi_{ji},$$

when $i \neq j : \frac{L_0}{EA_0} = 0$

when i or $j = 3 : f_{i \text{ or } j} = f_3 + w$