

# 방진구조물 및 비파괴 응력과 탐상의 응용을 위한 비등방성 재료의 표면파 산란에 관한 연구

## Scattering of Surface Waves in Anisotropic Media for Applications in Wave Barriers and Non-Destructive Evaluation

이 종 세\*  
Lee, Jong Seh

### 국문요약

이방성 재료에서의 표면파 진행과 산란에 대한 연구를 수행하였다. 두 개의 이방성 4분 무한 영역의 계면에서의 표면파 산란거동을 해석하기 위한 이론을 제안하였다. Green 함수법을 이용하여 계면에서의 표면파 산란계수를 결정하기 위한 방정식을 유도하였다. 수치계산을 수행하였으며 이방성과 비균질성이 산란 거동에 미치는 영향을 비교하였다.

**주요어** : 표면파 산란, 이방성 재료, 그린 함수법, 방진구조물, 비파괴 탐상

### ABSTRACT

Propagation of elastic surface waves in anisotropic media is considered in this study. An analytical technique is proposed to study the scattering of surface waves at the interface between two anisotropic quarter-spaces. The Green's function technique is used to derive a system of equations which can determine the scattering coefficients at the interface. A numerical study is carried out and the trade-offs between the material anisotropy and inhomogeneity are studied.

**Key words** : surface wave scattering, anisotropic media, Green's function, wave barriers, NDE

## 1. 서 론

고체의 응력파는 근대 여러 공학분야에서 중요한 역할을 하고 있다. 예컨대, 암반 발파, 탄두의 관통, 말뚝매설 등의 경우에는 응력파가 재료의 변형과 파괴를 유발함으로써 공학적으로 이용되고 있다. 한편 파동 영상법(Seismic imaging)이나 초음파 탐상(Ultrasonic flaw detection), 음향 방출탐상(Acoustic Emission) 등의 경우에는 응력파를 통해 물체 내부구조를 조사하는데 쓰이거나, 균열, 파단 등의 위치와 정도를 파악하여 구조물의 안정성 평가 및

유지관리를 위해 사용되고 있다. 응력파는 또한 재료의 탄성학적 특성을 파악하거나 물성을 결정하고 공업제품이나 콘크리트등의 품질 관리에도 쓰이고 있다.

응력파는 물체 내부를 관통할 수 있으며 동시에 물체 내부에 관한 여러가지 정보를 수반하고 있기 때문에, 탄성파는 물체 내부를 탐사하는 방법으로 적합하며 그로 인해 근래에 많은 연구의 대상이 되고 있다. 최근 30년간의 연구 결과 응력파에 대한 이해가 많이 증진되어 왔으며 특히 등방성 탄성체안의 동공, 이물질, 균열, 불완전한 접합면 등 내부 불연속부분에 의한 응력파의 산란거동에 대해 괄목할 만한 발전이 있었다. 이러한 연구결과를 토대로

\* 정회원 · 한양대학교 토목·환경공학과 부교수

여러가지 기존의 비파괴 검사(NDI) 혹은 비파괴평가(NDE) 기법의 개선이 이루어지고 있으며(Thomson and Chimenti<sup>(1)</sup>) 또한 여러 가지 새로운 비파괴 탐사법들이 제안되거나 개발되고 있다(Sansalone and Carino<sup>(2)</sup>). 예컨대, 토목구조물에 관련된 응용으로 펄스-에코 방법(Pulse-Echo Method) (Mailer<sup>(3)</sup>; Claytor and Ellingwood<sup>(4)</sup>; Carino<sup>(5)</sup>), 충격-반향법(Impact-Echo Method) (Sansalone and Carino<sup>(6)</sup>), 충격-응답법(Impact-Response Method) (Davis and Dunn<sup>(7)</sup>; Higgs<sup>(8)</sup>) 등의 기법이 개발되어 콘크리트 구조물의 피복두께 측정, 손상도 평가, 혹은 말뚝의 진전성 평가 등에 사용되고 있다.

최근에 들어 체적파가 아닌 표면파가 각종 비파괴 실험에 효율적으로 적용되고 있다. 예컨대, 표면파 스펙트랄 해석법 (Stokoe et al.<sup>(9)</sup>) 등이 개발되어 콘크리트 구조물과 도로포장등의 검사에 성공적으로 사용되고 있다. 이 방법은 충격에 의해 발생하는 표면파가 파장의 크기에 따라 다른 깊이로 구조물의 내부를 관통한다는 원리를 이용한다. 표면의 일정한 간격을 둔 두점의 운동을 계측함으로써 파장이 다른 응력파의 속도에 관한 정보를 추출하여, 구조물의 물성을 파악할 수 있다. 이 방법을 통해 도로포장 구조물의 깊이에 따른 물성분포도를 성공적으로 작성한 사례가 보고되고 있다 (Heisey et al.<sup>(10)</sup>).

표면파의 에너지가 물체의 표면 부근에 집중되어있어 기하학적 감쇠가 체적파에 비해 작기 때문에, 표면파는 고체의 표면이나 표면에 가까운 부분의 여러 특성을 조사하는데 아주 효율적이다. 이점은 구조물이나 토질암반 등의 지반구조물의 경우 대개 한쪽면에만 접근할 수 있다는 점을 고려할 때 더욱 더 그렇다.

음향 현미경에 관련된 몇몇의 연구를 제외하고는, 위에서 언급한 대부분의 연구가 등방성 물질에 관한 것이라는 점이다. 그러나 주지하는 바와 같이 토질 암반등이 등방성 재료라고 보기는 어려우며, 대부분의 구조재료들도 상당한 이방성을 가지고 있다. 섬유보강 합성재료는 말할

것도 없지만, 콘크리트도 균열의 방향성으로 인해 상당한 이방성을 보이며 강재도 선호 입자 방향성에 의해 다소의 이방성을 가지고 있다.

근자에 들어 여러 합성재료의 개발과 응용으로 이방성 물질에 대한 관심이 크게 증가하고 있다(Bouden & Datta,<sup>(11)</sup>; Rose et al.<sup>(12)</sup>; Roklin & Huang<sup>(13)</sup>). 그러나 탐사대상 구조물이나 구조물에서 쓰이는 재료가 이방성을 갖고 있을 때, 등방성 가정하에 유도된 산란이론을 사용해서는 효과적인 탐사가 불가능 할 수 밖에 없다. 그러므로, 공학적으로 보다 정확한 해석을 위하여 이방성 재료의 산란이론의 개발이 시급하다고 하겠다.

본 연구에서는 Green함수 기법을 사용하여 이방성을 갖는 두 개의 4분 무한평면의 계면에서의 표면파 산란 이론을 개발하고 투과 계수와 반사계수를 계산하는 전산 알고리즘을 개발하여 수치적 계산을 수행한다. 수치예제를 통해 Rayleigh파의 산란거동에 대한 비균질성과 비등방성의 영향력을 비교 고찰한다.

## 2. 산란이론

그림 1에서 보는바와 같이 서로 다른 물성을 갖는 두 개의 4분 무한 탄성체가  $x_1=0$  에서 맞닿아 있고 진동수가  $\omega$ 인 조화 표면파의  $r$ 번째 모드가 입사각  $\phi_r^{in}$ 으로 입사되고 있다. 두 영역의 탄성계수와 밀도가 각각  $C_{ijkl}^{(1)}(x_3)$ 과  $\rho^{(1)}(x_3)$ , 그리고  $C_{ijkl}^{(2)}(x_3)$ 과  $\rho^{(2)}(x_3)$ 으로 주어질 때, 입사파, 반사파, 그리고 투과파의 변위와 응력을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{U}^m &= \mathbf{V}_\gamma^{(1)}(x_3, s_\gamma^{(1)}(\phi_\gamma^m)) \exp[i(\omega x_1 - s_\gamma^{(1)} x_1 \cos \phi_\gamma^m - s_\gamma^{(1)} x_2 \sin \phi_\gamma^m)] \\
 \mathbf{U}^{ref} &= \sum_{\alpha=1}^4 a_\alpha \mathbf{V}_\alpha^{(1)}(x_3, s_\alpha^{(1)}(\phi_\alpha^{ref})) \exp[i(\omega x_1 - s_\alpha^{(1)} x_1 \cos \phi_\alpha^{ref} - s_\alpha^{(1)} x_2 \sin \phi_\alpha^{ref})] \\
 \mathbf{U}^r &= \sum_{\beta=1}^8 b_\beta \mathbf{V}_\beta^{(2)}(x_3, s_\beta^{(2)}(\phi_\beta^r)) \exp[i(\omega x_1 - s_\beta^{(2)} x_1 \cos \phi_\beta^r - s_\beta^{(2)} x_2 \sin \phi_\beta^r)] \\
 \mathbf{T}^m &= \mathbf{P}_\gamma^{(1)}(x_3, s_\gamma^{(1)}(\phi_\gamma^m)) \exp[i(\omega x_1 - s_\gamma^{(1)} x_1 \cos \phi_\gamma^m - s_\gamma^{(1)} x_2 \sin \phi_\gamma^m)] \\
 \mathbf{T}^{ref} &= \sum_{\alpha=1}^4 a_\alpha \mathbf{P}_\alpha^{(1)}(x_3, s_\alpha^{(1)}(\phi_\alpha^{ref})) \exp[i(\omega x_1 - s_\alpha^{(1)} x_1 \cos \phi_\alpha^{ref} - s_\alpha^{(1)} x_2 \sin \phi_\alpha^{ref})] \\
 \mathbf{T}^r &= \sum_{\beta=1}^8 b_\beta \mathbf{P}_\beta^{(2)}(x_3, s_\beta^{(2)}(\phi_\beta^r)) \exp[i(\omega x_1 - s_\beta^{(2)} x_1 \cos \phi_\beta^r - s_\beta^{(2)} x_2 \sin \phi_\beta^r)]
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

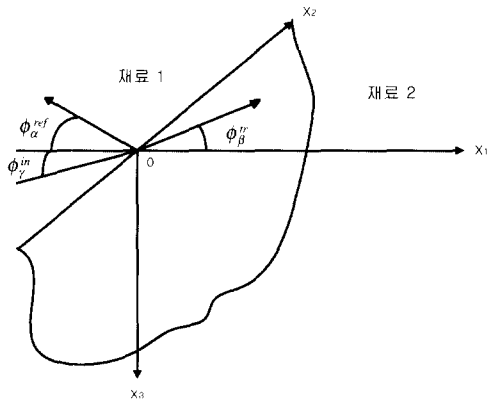


그림 1 두 개의 4분 무한 영역의 계면에서의 표면파 산란 모형

여기서  $a_\alpha$ 와  $b_\beta$ 는 각각 미지의 반사계수와 투과계수이며,  $S_\alpha^{(m)}$ 은  $m$ 영역에서의  $\alpha$ 번째 모드에 해당하는 고유값,  $\mathbf{V}_\alpha^{(m)}$ 과  $\mathbf{P}_\alpha^{(m)}$ 는 각각 그에 대응하는 변위와 응력의 고유함수이다.

여기서 유의할 점은 등방성 탄성체의 경우와 달리  $S_\alpha^{(1)}$ 과  $S_\beta^{(2)}$ 가 미지의 각에 의존한다는 점이다. 따라서  $S_\alpha^{(1)}$ 과  $S_\beta^{(2)}$ 는 물론  $\phi_\alpha^{ref}$ 와  $\phi_\beta^{tr}$ 를 결정하기 위해서는 이방성 탄성체의 표면파에 관한 Snell의 법칙이 필요하다. 여기서 우리는 Its와 Yanovskaya(1985)가 제안한 Green 함수기법을 이용하고자 한다.

반사파와 투과파의 변위를 두 영역의 계면  $x_1=0$ 에서 다음과 같은 적분으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} U_i^{ref}(\mathbf{x}^0) &= \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty [\mathbf{T}(\mathbf{G}_i^{(1)}) \cdot \mathbf{U}^{ref}(\mathbf{x}) - \mathbf{T}^{ref}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{G}_i^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)] dx_2 dx_3 \\ U_i^{tr}(\mathbf{x}^0) &= \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty [\mathbf{T}(\mathbf{G}_i^{(2)}) \cdot \mathbf{U}^{tr}(\mathbf{x}) - \mathbf{T}^{tr}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{G}_i^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)] dx_2 dx_3 \end{aligned} \quad (2.2)$$

여기서

$$\mathbf{T}_{ij}(\mathbf{G}_l^{(m)}) = C_{ijkn}^{(m)} \frac{\partial G_{lk}^{(m)}}{\partial x_n} \quad (2.3)$$

그리고  $\mathbf{G}_{lk}^{(m)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)$ 은  $m$ 영역의 Green함

수  $\mathbf{G}_l^{(m)}$ 의  $k$ 번째 성분이다. 위 식(2.2)을 보통 대표정리(representation theorem)라 부른다(Aki & Richards(14)).

계면  $x_1=0$ 에서의 변위와 응력을 구하기 위해 다음과 같은 경계조건을 사용한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{U}^m + \mathbf{U}^{ref} + \mathbf{U}_B^{(1)} &= \mathbf{U}^{tr} + \mathbf{U}_B^{(2)} \\ \mathbf{T}^m + \mathbf{T}^{ref} + \mathbf{P}_B^{(1)} &= \mathbf{T}^{tr} + \mathbf{P}_B^{(2)} \end{aligned} \quad (2.4)$$

여기서  $\mathbf{U}_B$ 와  $\mathbf{T}_B$ 는 경계 부근에서 체적파에 의한 변위와 응력을 각각 나타낸다.

### 3. Green함수

원역의 Green함수를 구하기 위하여 이방성 탄성 반무한 영역에  $l$ 방향으로 작용하는 단위 집중하중을 고려하자.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_j} [C_{ijkn} \frac{\partial G_{lk}}{\partial x_n}] + \rho \omega^2 G_{li} &= -\delta_{li} \cdot \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^0) \\ C_{ijkn} \frac{\partial G_{lk}}{\partial x_n} \Big|_{x_1=0} &= 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

여기서 탄성계수 텐서는 아래와 같은 대칭성을 갖는다.

$$C_{ijkl} = C_{jikn} = C_{ijnk} = C_{knij} \quad (3.2)$$

아래와 같이  $\mathbf{G}_l$ 과  $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^0)$ 함수의 Fourier변환을 수행하고

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_l(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \exp[-is^1(x^1 - x^1_0) - is^2(x^2 - x^2_0)] \times \mathbf{g}^l(x^3, s^1, s^2) ds^1 ds^2 \\ \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^0) &= \frac{\delta(x^1 - x^1_0)}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \exp[-is^1(x^1 - x^1_0) - is^2(x^2 - x^2_0)] k ds^1 ds^2 \end{aligned} \quad (3.3)$$

(3.1)식에 대입하면 아래와 같은 경계값 문제를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{L} \mathbf{g}_l &= -\rho \omega^2 \mathbf{g}_l - \delta_l \delta(x_3 - x_3^0) \\ \mathbf{x}_n \Big|_{x_1=0} &= 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

여기서 연산자  $L$ 은 다음 식으로 주어진다.

$$L = \frac{d}{dx_3} (A \frac{d}{dx_3} - iB) - iB^T \frac{d}{dx_3} - D \quad (3.5)$$

$$x_n = A \frac{d}{dx_3} g_n - iB g_n \quad (3.6)$$

위 식(3.5)와 (3.6)에서

$$\begin{aligned} A_{il} &= C_{i3l3} \\ B_{il} &= C_{i3lp} s_p \\ D_{il} &= C_{iplq} s_p s_q \end{aligned} \quad (3.7)$$

이며 첨자  $i$  와  $l$  은 1~3,  $p$ 와  $q$ 는 1~2의 값을 갖는다.

식(3.5)로 주어진 연산자  $L$ 은 되말림(Self Adjoint)연산자임을 증명할 수 있다. 따라서 식(3.4)의 해는 아래에서 주어진 경계값 문제의 해를 중첩하여 표현할 수 있다(Titchmarsh,<sup>(15)</sup>).

$$LV = -\rho\omega^2 V \quad (3.8)$$

$$A \frac{d}{dx_3} V - iBV \Big|_{x_3=0} = 0 \quad (3.9)$$

본 연구에서는 Lee와 Its(1992)에서와 같이 표면파의 수직모드에 해당하는 원역해만을 고려하기로 한다. 따라서 식(3.4)의 해는 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$g_l(s_1, s_2, x_3, x_3^0) = \sum_{\alpha=1}^A D_{\alpha l}(x_3^0) V_{\alpha}(x_3, s_1, s_2, \omega_{\alpha}) \quad (3.10)$$

여기서  $V_n$ 은 식(3.8)과 (3.9)로 주어진 경계값 문제의  $\alpha$ 번째 고유치  $\omega_{\alpha}$ 에 해당하는 고유함수이며,  $D_{\alpha l}$ 은 미지 계수이다.

고유함수  $V_n$ 의 직교성(orthogonality)을 고려하여  $D_{\alpha l}$ 을 구할 수 있으며, 식(3.10)을 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$g_l(s_1, s_2, x_3, x_3^0) = \sum_{\alpha=1}^A \frac{V_{\alpha}^*(x_3^0, s_1, s_2, \omega_{\alpha}) V_{\alpha}(x_3, s_1, s_2, \omega_{\alpha})}{(\omega^2 - \omega_{\alpha}^2) I_{\alpha}} \quad (3.11)$$

여기서  $V_{\alpha}^*$ 은  $V_{\alpha l}$ 의 공액 복소수이며

$$I_{\alpha} = \int_0^{\infty} \rho V_{\alpha} \cdot V_{\alpha} dx_3 \quad (3.12)$$

변수  $S_1$ 과  $S_2$ 은 다음과 같이 표현 할 수 있으므로

$$\begin{aligned} s_1 &= s \cos \phi \\ s_2 &= s \sin \phi \end{aligned}$$

식(3.3)은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$G_l(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp[-is \cos \phi(x_1 - x_1^0) - is \sin \phi(x_2 - x_2^0)] s g_l d\phi ds \quad (3.13)$$

위 식을  $s$ 에 대해 적분하면

$$G_l(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0) = \frac{i}{2\pi} \sum_{\alpha=1}^A \int_0^{2\pi} \exp[-is_{\alpha} \cos \phi(x_1 - x_1^0) + i \sin \phi(x_2 - x_2^0)] \times \frac{V_{\alpha}^*(x_1^0) V_{\alpha}(x_1)}{2v_{\alpha} c_{\alpha} I_{\alpha}} d\phi \quad (3.14)$$

여기서

$$\begin{aligned} C_{\alpha} &= \frac{\omega}{s_{\alpha}} \\ v_{\alpha} &= \left. \frac{d\omega_{\alpha}}{ds} \right|_{s=s_{\alpha}} \end{aligned}$$

$\mathbf{x}$ 와  $\mathbf{x}^0$  간의 거리  $R$ 과  $x_1$  과  $R$ 의 사이 각  $\theta$ 를 도입하면 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$x_1 - x_1^0 = R \cos \theta, \quad x_2 - x_2^0 = R \sin \theta \quad (3.15)$$

위에서 주어진 관계를 식(3.14)에 대입하고 정위상법(Stationary Phase Method)을 사용하여 적분을 수행하면 Green함수를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$G_l(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0) = -\frac{i}{2\sqrt{\pi}} \sum_{\alpha=1}^A \frac{\exp[-iR\Phi_{\alpha}(\bar{\phi}) + i\frac{\pi}{4} \text{sgn}(\Phi_{\alpha}'(\bar{\phi}))]}{\sqrt{R|\Phi_{\alpha}'(\bar{\phi})|}} \cdot \frac{V_{\alpha}^*(x_1^0, s_{\alpha}(\bar{\phi}), \bar{\phi}(\theta)) V_{\alpha}(x_1, s_{\alpha}(\bar{\phi}), \bar{\phi}(\theta))}{v_{\alpha} c_{\alpha} I_{\alpha}} \quad (3.16)$$

여기서

$$\begin{aligned}\Phi(\phi) &= s_\alpha(\cos\theta \cos\phi + \sin\theta \sin\phi) \\ \Phi_\alpha(\bar{\phi}) &= \frac{s_\alpha^2(\bar{\phi})}{\sqrt{s_\alpha^2 + s_\alpha'^2}} \\ \Phi_\alpha^*(\bar{\phi}) &= \frac{s_\alpha'' s_\alpha - 2s_\alpha'^2 - s_\alpha^2}{\sqrt{s_\alpha^2 + s_\alpha'^2}}\end{aligned}\quad (3.17)$$

위에서 정위상점  $\bar{\phi}$ 는 다음식의 근으로 구한다.

$$\Phi'(\bar{\phi}) = 0 \quad (3.18)$$

식(3.16)으로 주어진 해는 이방성 반무한 탄성체에서의 원역 Green함수로서 반사계수와 투과계수를 구하기 위해 대표정리에 사용된다.

#### 4. 반사계수와 투과계수

위에서 언급한 대표정리를 반사파의  $\alpha$ 번째 모드에 대해 적용하면 다음과 같다.

$$U_{\alpha l}^{ref}(\mathbf{x}^0) = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty [\mathbf{T}_l(\mathbf{G}_{\alpha l}^{(1)} \cdot \mathbf{U}_{\alpha l}^{ref}(\mathbf{x}) - \mathbf{T}_{\alpha l}^{ref}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{G}_{\alpha l}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)] dx_2 dx_3 \quad (4.1)$$

여기서

$$T_{ij}(\mathbf{G}_{\alpha l}^{(1)}) = C_{ijkn}^{(1)} \frac{\partial G_{\alpha lk}^{(1)}}{\partial x_n} \quad (4.2)$$

그리고  $\mathbf{G}_{\alpha lk}^{(1)}$ 은 식(3.16)형태의 Green함수  $\mathbf{G}_l^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0)$ 의  $\alpha$ 번째 모드의  $k$ 번째 성분이다.

식(3.16)의 형태를 따르면

$$\mathbf{T}(\mathbf{G}_{\alpha l}^{(1)}) = \mathbf{K}_\alpha \cdot \mathbf{V}_{\alpha l}^{(1)*} \cdot \Gamma_\alpha^{(1)} \frac{\exp[-i\mathbf{R}\Phi_\alpha(\bar{\phi})]}{\sqrt{\mathbf{R}|\Phi_\alpha^*|}} \quad (4.3)$$

여기서

$$K_\alpha = -\frac{i}{2\sqrt{\pi}} \frac{\exp[i\frac{\pi}{4} \cdot \text{sgn}(\Phi_\alpha^*)]}{v_\alpha c_\alpha I_\alpha}$$

그리고  $\Gamma_\alpha^{(1)}$ 은 다음 형태를 표현할 수 있다.

$$\Gamma_{\alpha ij}^{(1)} = C_{ijnp} \frac{(-i\Phi_\alpha(\bar{\phi}))(x_p - x_p^0)}{R} V_{\alpha n}^{(1)} + C_{ijn3} \frac{dV_{\alpha n}^{(1)}}{dx_3} \quad (4.4)$$

식(3.16)과 (4.3)을 식 (4.1)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}U_{\alpha l}^{ref}(\mathbf{x}^0) &= \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty K_\alpha \frac{\exp[-i\mathbf{R}\Phi_\alpha(\bar{\phi})]}{\sqrt{\mathbf{R}|\Phi_\alpha^*|}} \cdot V_{\alpha l}^{(1)*}(x_3^0, s_\alpha) \\ &\quad \cdot (\Gamma_\alpha^{(1)} \cdot \mathbf{U}_\alpha^{ref} - \mathbf{T}_\alpha^{ref} \cdot \mathbf{V}_\alpha^{(1)}) dx_2 dx_3\end{aligned}\quad (4.5)$$

경계조건(2.4)에 식(2.1)을 대입하고 체적파의 영향은 작은 것으로 가정하여 생략한 후 약간의 수학적 연산을 수행하면 반사파 (4.5)를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$U_{\alpha l}^{ref}(\mathbf{x}^0) = -I_{\alpha \gamma}^{(1)} + \sum_{\beta=1}^B b_\beta I_{\beta \alpha}^{(2)} - \sum_{\xi \neq \alpha}^A a_\xi I_{\xi \alpha}^{(3)} \quad (4.6)$$

여기서

$$\begin{aligned}I_{\alpha \gamma}^{(1)} &= \exp[-ix_3^0 s_\gamma^{(1)} \sin\phi_\gamma^{in}] \cdot \int_0^{\pi/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_\alpha \frac{\exp[ix_3^0 f(\bar{\phi}(\theta), \phi_\gamma^{in}, \theta)]}{\sqrt{\frac{x_3^0}{\cos\theta} |\Phi_\alpha^*|}} \\ &\quad \cdot \left(-\frac{x_3^0}{\cos^2\theta}\right) \cdot V_{\alpha l}^{(1)*}(x_3^0, s_\alpha(\bar{\phi})) \cdot F_{\alpha \gamma} d\theta dx_3\end{aligned}\quad (4.7)$$

여기서

$$\begin{aligned}f &= \frac{\Phi_\alpha(\bar{\phi})}{\cos\theta} + \tan\theta \cdot s_\gamma^{(0)} \sin\phi_\gamma^{in} \\ F_{\alpha \gamma} &= \Gamma_\alpha^{(1)} \cdot \mathbf{V}_\gamma^{(1)} - \mathbf{P}_\gamma^{(1)} \cdot \mathbf{V}_\alpha^{(1)}\end{aligned}\quad (4.8)$$

식(3.17)과 (3.18)을 이용하면 정위상식  $f'(\theta) = 0$  을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$s_\alpha^{(1)}(\bar{\phi}(\theta)) \cdot \sin\bar{\phi}(\theta) = -s_\gamma^{(1)}(\phi_\gamma^{in}) \cdot \sin\phi_\gamma^{in} \quad (4.9)$$

위의 관계가 바로 이방성 탄성체에서의 표면파의 Snell법칙이다. 그러나 앞서 언급한 대로 등방성 탄성체와 달리 반사파와 투과파의 각, 고유치, 고유함수를 구하기 위하여 경계값

문제(3.4)와 위의 Snell법칙(4.9)를 동시에 풀어야 한다.

식(4.7)은 정위상법을 이용하여 최종적으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$I_{\alpha\gamma}^{(1)} = \tilde{\mathbf{K}}_{\alpha\gamma} \cdot \exp[-ix_2^0 s_\alpha^{(1)}(\phi_\alpha^{ref}) \sin \phi_\alpha^{ref} - ix_1^0 s_\alpha^{(1)}(\phi_\alpha^{ref}) \cos \phi_\alpha^{ref}] \cdot V_{\alpha\gamma}^{(1)}(x_3^0, \phi_\alpha^{ref}, s_\alpha^{(1)}(\phi_\alpha^{ref})) \cdot \int_0^\infty F_{\alpha\gamma}(x_3) dx_3 \quad (4.10)$$

여기서

$$\mathbf{K}_{\alpha\gamma} = K_\alpha \cdot \frac{\exp[i\frac{\pi}{4} \text{sign} f^*(\bar{\phi}_\alpha)]}{\sqrt{|\Phi^*| \cdot |f^*|}} \cdot \frac{1}{(\cos \theta_\alpha)^{3/2}}$$

$$f^*(\bar{\phi}_\alpha) = -\frac{s_\alpha^2 + s_\alpha'^2}{s_\alpha s_\alpha' - 2s_\alpha'^2 - s_\alpha^2} \cdot (s_\alpha \cos \bar{\phi}_\alpha + s_\alpha'(\bar{\phi}_\alpha) \sin \bar{\phi}_\alpha) \cdot \frac{1}{\cos^2 \theta_\alpha} \quad (4.11)$$

식 (4.6) 우변의 두 번째 항과 세 번째 항도 유사한 방법을 사용하여 결정할 수 있다.

결과적으로 식(2.1)을 이용하여 반사계수와 투과계수를 결정할 수 있는 연립 방정식을 다음과 같은 형태로 표현할 수 있다.

$$\alpha_\alpha = -Z_{\alpha\gamma}^{(1)} + \sum_{\beta=1}^B b_\beta Z_{\alpha\beta}^{(2)} - \sum_{\xi \neq \alpha}^A \alpha_\xi Z_{\alpha\xi}^{(3)}$$

$$b_\beta = Z_{\beta\beta}^{(4)} + \sum_{\alpha=1}^A a_\alpha Z_{\alpha\beta}^{(5)} - \sum_{\eta \neq \beta}^B b_\eta Z_{\eta\beta}^{(6)} \quad (4.12)$$

여기서

$$Z_{\alpha\gamma}^{(1)} = \tilde{\mathbf{K}}_{\alpha\gamma} \cdot \int_0^\infty (\Gamma_\alpha^{(1)} \mathbf{V}_\gamma^{(1)} - \mathbf{P}_\gamma^{(1)} \mathbf{V}_\alpha^{(1)}) d\mathbf{x}_3$$

$$Z_{\alpha\beta}^{(2)} = \tilde{\mathbf{K}}_{\alpha\beta} \cdot \int_0^\infty (\Gamma_\alpha^{(1)} \mathbf{V}_\beta^{(2)} - \mathbf{P}_\beta^{(2)} \mathbf{V}_\alpha^{(1)}) d\mathbf{x}_3$$

$$Z_{\alpha\xi}^{(3)} = \tilde{\mathbf{K}}_{\alpha\xi} \cdot \int_0^\infty (\Gamma_\alpha^{(1)} \mathbf{V}_\xi^{(2)} - \mathbf{P}_\xi^{(2)} \mathbf{V}_\alpha^{(1)}) d\mathbf{x}_3$$

$$Z_{\beta\beta}^{(4)} = \tilde{\mathbf{K}}_{\beta\beta} \cdot \int_0^\infty (\Gamma_\beta^{(2)} \mathbf{V}_\beta^{(1)} - \mathbf{P}_\beta^{(1)} \mathbf{V}_\beta^{(2)}) d\mathbf{x}_3$$

$$Z_{\alpha\beta}^{(5)} = \tilde{\mathbf{K}}_{\alpha\beta} \cdot \int_0^\infty (\Gamma_\beta^{(2)} \mathbf{V}_\alpha^{(1)} - \mathbf{P}_\alpha^{(1)} \mathbf{V}_\beta^{(2)}) d\mathbf{x}_3$$

$$Z_{\eta\beta}^{(6)} = \tilde{\mathbf{K}}_{\eta\beta} \cdot \int_0^\infty (\Gamma_\beta^{(2)} \mathbf{V}_\eta^{(2)} - \mathbf{P}_\eta^{(2)} \mathbf{V}_\beta^{(2)}) d\mathbf{x}_3 \quad (4.13)$$

## 5. 수치예제 및 분석

위에서 제안한 산란이론식을 이용하여 물질

이 서로 상이한 두개의 4분 무한영역 사이의 계면 에서의 Rayleigh파 산란효과를 수치예제를 통해 고찰하기로 한다. 수치예제에서는 표 1에서 보는 바와 같은 세가지의 재료를 사용하였다. 기준재료로는 균열이 일정 방향으로 정렬이 되있는 이방성 재료로 본 연구에서는 수평 방향으로 대칭축(x<sub>1</sub>)을 갖는 횡방성 (Transversely Isotropic) 재료로 가정하였다.

표 1 수치예제에 사용된 재료

기호	분류	모형	이/등방성
A	기준(Reference) 재료	균열이 한 방향으로 정렬된 재료	이방성 (Transversely Isotropic)
L	연성(Low Velocity) 재료	균열이 random하게 분포된 재료	등방성
H	경성(High Velocity) 재료	균열이 전혀 없는 재료	등방성

본 수치예제에서 기준재료로 선택한 베타수정(beta-quartz)의 물성은 다음과 같으며 (Bouden & Datta, <sup>(16)</sup>)

$$C_{11} = 110.4, \quad C_{22} = 116.6, \quad C_{12} = 32.8, \quad C_{44} = 49.95$$

$$C_{55} = 36.1 (\times 10^9 \text{ N/m}^2), \quad \rho = 2.65 \text{ Mg/m}^3$$

대칭축과 파진행 방향과의 각에 따른 파속이 그림 2에 나타나있다.

두번째 재료(L)는 연성재료로서 Rayleigh파 속이 A재료에서의 균열방향과 수직인 방향(x<sub>1</sub> 방향)으로의 Rayleigh파 속도와 같은 재료를 선택하였고, 세번째 재료(H)는 경성재료로서 Rayleigh파 속도가 A재료에서 균열 방향(x<sub>2</sub> 방향)의 Rayleigh파 속도와 같은 재료를 선정하였다. 비등방성과 비균질성이 산란효과에 미치는 영향을 조사하기 위하여 H-A모델과 L-A모델 뿐 아니라 H-L과 L-H모델을 고려하여 반사계수를 산출하였다.

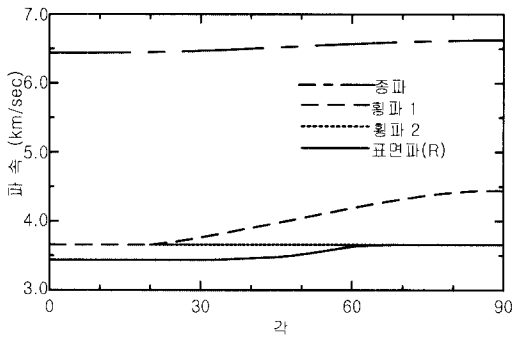


그림 2 수치해석에 사용한 기준재료(베타수정)의 각에 따른 파속

그림 3에서는 L-A와 L-H모델의 반사계수 수치 결과가 입사각의 함수로 표시되어있다.

그림에서 보는 바와 같이 입사각이 수직인 경우 즉, 재료 L과 A에서의 파속이 같을 경우, 반사파가 거의 0에 가깝다. 그러나 입사각이 증가하면서 반사계수가 따라서 서서히 증가하는 것을 볼 수 있다. 등방성 모델인 L-H의 경우, 입사각이 0에 가까울 때 반사계수가 약 0.06이며 입사각이 증가함에 따라 서서히 감소하다가 약 40°에서 위상변화가 발생하며 다시 입사각이 임계각(약 62°)에 접근함에 따라 급히 증가하는 것을 볼 수 있다. 그림에서 보는 바와 같이 입사각에 따른 반사계수의 의존성이 이방성 모델과 등방성 모델간에 큰 차이를 보임을 알 수 있으며 이방성 모델(L-A)의 의존성이 등방성 모델(L-H)에 비해 현저히 작음을 알 수 있다.

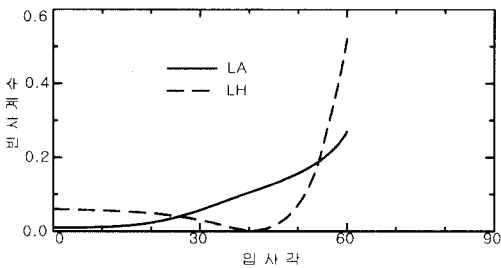


그림 3 L-A 모델과 L-H 모델의 입사각에 따른 반사계수 비교

그림 4에서는 H-A와 H-L모델에 대한 수치 결과가 입사각의 함수로 표시되어 있다. 이 두 모델의 경우는 임계각이 존재하지 않으나 수치계산은 0~80°에서만 수행하였다. H-A모델의 경우 입사각이 0일때 반사계수가 약 0.05이나 입사각에 따라 서서히 증가하다가 약 50°를 정점으로 서서히 감소함을 볼 수 있다. 등방성 모델인 H-L의 경우 입사각이 작을 때는 H-A모델과 거의 비슷한 수준의 반사효과를 보이나 약 50°에서 위상변화를 보인 후 반사계수가 급격한 증가를 보인다.

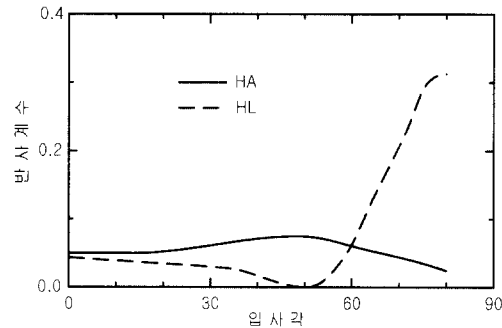


그림 4 H-A 모델과 H-L 모델의 입사각에 따른 반사계수 비교

등방성 탄성체간의 계면에서 Rayleigh파의 산란이 입사각에 따라 강한 의존도를 보임을 잘 알려진 사실이다(Lee and Its,<sup>17)</sup>). 그러나 등방성 탄성체와 이방성 탄성체간의 계면에서는 추가적인 각 의존도를 보인다. 그것은 바로 추가적 탄성체의 탄성계수 자체가 각에 의존하기 때문이다. 수치예제를 통해 고찰한 바에 의하면 이 추가적 각 의존성이 입사각에 대한 의존성을 상쇄시키는 것으로 보인다. 이것은 이방성 탄성체는 등방성 탄성체에 비해 입사각에 따른 산란효과에 관한 한 보다 더 “안정된” 반사체가 됨을 의미한다. 다시 말하면 이방성은 본질적으로 비균질성을 약화시키는 것을 의미한다고 할 수 있다.

## 6. 결 론

본 연구에서는 상이한 물성을 갖는 두 개의 4분 무한 탄성체의 계면에서의 표면파 진행과 거동을 살펴보았다. 수직 방향으로 비균질한 이방성 반무한 탄성체에서의 원역 표면파 Green함수를 구했으며 Green함수법을 이용하여 경계면에서의 반사계수와 투과계수를 구하기 위한 해석적 방법을 개발하였다. 마지막으로 4개의 대표적인 모델에 대한 수치계산을 통하여 서로 상이한 탄성체의 계면에서의 표면파 산란거동을 조사하였다.

수치해석 결과 등방성 탄성체와 이방성 탄성체의 계면에서는 Rayleigh파의 입사각에 따른 반사계수의 의존도가 등방성 탄성체와 등방성 탄성체의 계면에서 보다 현저히 작음을 볼 수 있다. 이방성 탄성체의 경우 탄성계수도 각에 의존하게 되며 바로 이 의존성이 등방성 탄성체간의 물성차이로 인한 입사각 의존성을 상쇄하는 것으로 설명할 수 있다. 다시 말해, 이방성은 비균질성을 상쇄하는 효과가 있음을 의미한다.

## 감사의 글

이 논문은 1996년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었음.

## 참 고 문 헌

1. Thompson, D.O. and Chimenti, Eds., *Review in Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, Plenum Press, New York, Vols. 1-9, 1982-9.
2. Sansalone, M. and Carrino, N.J., "Stress wave propagation methods," *CRC Press, Chapter 12 in Handbook on NDT of Concrete*, 1991, pp. 275-304.
3. Mailer, H., "Pavement thickness measurement using ultrasonic techniques," *Highw. Res. Rec.*, 20, 1972, 378p.
4. Claytor, T. and Ellingson, W., "Development of ultrasonic methods for the non-destructive inspection of concrete," *Ultrasonic Symp. Proc.*, Halifax, Nova Scotia, 1983.
5. Carino, N.J., "Laboratory study of flaw detection in concrete by the pulse-echo method," *In Situ/Nondestructive Testing of Concrete*, Malhotra, V.M., Ed., ACI SP-82, American Concrete Institute, 1984, 557p.
6. Sansalone, M. and Carrino, N.J., "Laboratory and field study of the impact-echo method for flaw detection in concrete," *In Nondestructive Testing of Concrete*, Lew, H.S., Ed., SP-112, American Concrete Institute, March, 1, 1989.
7. Davis, A. and Dunn, C., "From theory to field experience with the nondestructive vibration testing of piles," *Proc. Indt. of Civil Engineers*, 57, 1974, 571p.
8. Higgs, J., "Integrity testing of piles by the shock method," *Concrete*, 31, 1979.
9. Stokoe, K.H., II, Nazarian, S., Rix, G.J., Sanches-Salerino, I., Sheu, J.-C., and Mok, Y.J., "In-situ seismic testing of hard-to-sample soils by surface wave method," *Proceedings American Soc. of Civil Engineers*, 1988, pp. 264-278.
10. Heisey, J.S., Stokoe, K.H. II, and Meyers, A.H., "Moduli of pavement systems from spectral analysis of surface waves," *Transportation Research Record*, No. 852, 1982.
11. Bouden, M. and Datta, S.K. "Rayleigh and Love waves in cladded anisotropic medium," *J. App. Mech.* 57, pp. 1990, 398-403.
12. Rose, J.L., Pilarski, A., Balasubramaniam, K., Tverdokhlebov A., and Ditri, J.,



- "Ultrasonic wave consideration for the development of an NDE Feature matrix for anisotropic media," *J. Eng. Materials and Technology*, 1989, pp. 255-262.
13. Rokhlin, S.I. and Huang, W., "Ultrasonic wave interaction with a thin anisotropic layer between two anisotropic solid: Exact and asymptotic-boundary-condition methods," *J. Acoust. Soc. Am.* 92(3), 1992, pp. 1729-1742.
14. Aki, K. and Richards, P.G., *quantitative seismology*, Vol. 1, 1980, Freeman, San Francisco.
15. Titchmarsh, E.C., *Eigenfunction Expansions* (2nd Ed), Oxford University Press, London, 1962.
16. Bouden, M. and Datta, S.K., "Rayleigh and Love waves in cladded anisotropic medium," *J. App. Mech.* 57, 1990, pp. 398-403.
17. Lee, J.S. and Its, E.N., "Surface waves of oblique incidence across deep infilled trenches," *J. Eng. Mech, ASCE*, 121, 1995, pp. 482-486.
18. Its, E.N. and Yanovskaya, T., "Propagation of surface waves in half-space with vertical, inclined or curved interfaces," *Wave Motion*, 7, 1985, pp. 79-94.