

탄소성 구성 모델의 수치 응력 적분을 위한 단계분할 절차에 관한 연구

Modification of the Sloan's Substepping Scheme for the Numerical Stress Integration of Elasto-plastic Constitutive Models

김 범 상*¹

Kim, Bum - Sang

정 충 기*²

Chung, Choong - Ki

Abstract

Elasto-plastic finite element analysis of geotechnical boundary value problems necessitate the stress integration for the known strain increments. For the elasto-plastic constitutive model, the stress integration is generally achieved by numerical schemes, because analytical integration is impossible for general strain path. In this case, the accuracy of numerical stress integration has an important role on the overall accuracy of nonlinear finite element solution. In this study, the Sloan's substepping method which is one of explicit integration methods has been adopted and its applicability has been checked. The unstability and inaccuracy of its results initiated from initial stress level were revealed. So, a new modified numerical integration method which employs the basic concept of modified Euler scheme for error control is proposed and accuracy and stability of the solutions are confirmed by triaxial test simulation.

요 지

탄소성 유한 요소 해석은 기지의 변형률 증분에 대한 응력 적분을 필요로 하며, 탄소성 구성 모델의 경우 특별한 경우를 제외하고는 해석적인 응력 적분이 불가능하고 수치적인 방법을 필요로 한다. 이때 응력 수치 적분의 정확도가 비선형 유한요소 해의 전체적인 정확도에 상당히 큰 영향을 미치게 된다. 본 연구에서는 탄소성 구성 관계의 응력 적분을 위하여 외연적 방법중의 하나로서 Sloan이 제안한 단계분할 절차를 보완하여 안정적이고 정확한 응력 수치 적분법을 제시하고자 한다. 수정 오일러 절차에 따른 오차 조절의 기본 개념은 그대로 사용하고 오차를 평가하는 기준에 응력 수준이 영향을 미치는 단점을 보완하여 응력 수준에 관계없는 안정적이고 정확한 수치 적분법을 제시하였으며, 그 결과의 신뢰성을 삼축시험모사를 이용하여 검증하였다.

Keywords : Numerical stress integration, Sloan's substepping scheme, Constitutive model.

*1 정희원, SK건설 연구소 선임연구원

*2 정희원, 서울대학교 공과대학 토목공학과 부교수

1. 서 론

지반공학 분야에서 다루는 경계치 문제들에 대한 탄소성 유한요소 해석시 일반적으로 Newton-Raphson 절차에 근거한 해법이 많이 이용되고 있고 이 경우에 일정한 변형률 증분에 대한 구성 법칙의 적분의 정확성은 비선형 유한요소 해의 전체적인 정확도, 안정성, 수렴성에 직접적인 영향을 준다. 탄소성 구성 모델의 경우 특별한 경우를 제외하고는 해석적인 응력 적분이 일반적으로 불가능하기 때문에 수치적인 방법을 사용한다. 이때 응력 수치 적분의 정확도가 비선형 유한 요소 해의 전체적인 정확도에 상당히 큰 영향을 미치게 된다.

보다 정확한 응력 적분을 위한 다양한 방법들이 지금까지 제시되어 왔으며, 본 연구에서는 외연적인(explicit) 응력 적분 절차의 하나로 Sloan이 제안한 단계분할 절차(substepping scheme, Sloan, 1987; Sloan and Booker, 1992)를 고찰하였다. 수정 오일러 절차에 기반을 둔 단계분할 절차는 기지의 변형률 증분을 자동적으로 분할함으로써 적분시의 오차를 조절하고 일반적인 형태의 구성 관계에 적용할 수 있으며 항복면으로의 응력 보정 절차(Potts and Gens, 1985)를 사용할 필요가 없다고 알려져 있다. 본 연구에서는 이 절차를 MCC 모델(Modified Cam Clay model, Roscoe and Burland, 1968)과 비관련 이방성 경계면 모델(김 동, 1996)의 응력 적분에 채용하여 그 적용성을 고찰하고, 적용 후 나타난 문제점을 보완하고자 한다.

2. 점성토의 구성 모델

본 연구의 목적은 탄소성 구성 모델의 정확한 응력 적분 절차에 대한 고찰이므로 각 모델들의 효율성 및 적용성은 고려하지 않는다. 다만 단계분할 절차 고찰을 위한 도구로서 두가지 점성토 구성모델을 활용하였다. 그 하나는 실제 지반 공학 문제에 대한 비선형 유한 요소

해석에 가장 널리 쓰이고 있는 등방경화 탄소성 모델인 MCC 모델이고 다른 하나는 이방성 항복면과 이방성 경화 규칙으로서 점성토의 이방적 특성을 모사할 수 있으며 경계면 개념(Dafalias and Herrmann, 1982)을 사용하여 항복면 내부에서의 소성 거동을 나타낼 수 있는 비관련 이방성 경계면 모델이다. MCC 모델의 경우 많은 문헌들에 언급되어 있으므로 설명을 생략하고 일반 응력 상태에 대한 비관련 이방성 경계면 모델에 대하여 간략히 살펴보면 다음과 같다.

비관련 이방성 경계면 모델(Nonassociated Anisotropic Bounding Surface Model, 이하 NABSM)의 항복 함수 f 는 일반 응력 상태에 서 다음과 같다.

$$f = \frac{3}{(AM)^2} \left[\bar{J}_2 - \frac{1}{9} \frac{p}{p_0} J_2^0 \right] - pp_0 + p^2 = 0 \quad (1)$$

$$\text{여기서, } J_2^0 = \frac{1}{2} s_{ij}^0 s_{ij}^0$$

A : 항복면의 크기에 관계되는 변수

M : 한계상태 응력비

$$s_{ij}^0 = \sigma_{ij}^0 - 1/3 \delta_{ij} \sigma_{kk}^0 \quad (\delta_{ij} \text{는 kronecker delta})$$

$$\bar{J}_2 = \frac{1}{2} \bar{s}_{ij} \bar{s}_{ij}$$

$$\bar{s}_{ij} = s_{ij} - \frac{2}{3} \frac{p}{p_0} s_{ij}^0$$

$$p : \text{평균주응력} = \frac{\sigma_{kk}}{3}$$

$$s_{ij} : \text{편차응력텐서} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} p$$

또한, σ_{ij}^0 는 선행 압밀 이력을 나타내며 p_0 와 s_{ij}^0 는 그때의 평균주응력 및 편차응력텐서이다.

NABSM은 Dafalias(1987)가 소성 에너지 소산율에 대한 가정으로부터 유도한 아래와 같은 이론적인 함수를 소성포텐셜 g 로 사용하여 비관련 유동 규칙을 적용한다.

$$g = \frac{3}{M^2} \left[\bar{J}_2 + \frac{\beta^2}{p_0^2} (p_a - p) p J_2^0 \right] + p^2 - p_a p = 0 \quad (2)$$

여기서, $\bar{J}_2 = \frac{1}{2} \bar{s}_{ij} \bar{s}_{ij}$

$$\bar{s}_{ij} = s_{ij} - \beta \frac{p}{p_0} s_{ij}^0$$

p_0 : 소성포텐셜 정점에서의 평균주응력

β : 재료 변수

소성포텐셜 함수는 소성 변형률 증분 벡터의 방향을 결정하며, 이때 소성 변형률 증분은 일반적인 소성론에 따라 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$d\epsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3)$$

$d\lambda$ 는 스칼라 량으로서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$d\lambda = \frac{\{a\}^T [D^c] \{d\epsilon\}}{H' + \{a\}^T [D^c] \{b\}} \quad (4)$$

여기서, $[D^c]$: 탄성 구성 행렬

$$\{a\}^T = \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right\}^T$$

$$\{b\}^T = \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \right\}^T$$

$$H' = - \left(\frac{1+e_0}{\lambda-\chi} \right) p_0 \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kk}} \frac{\partial f}{\partial p_0} + C(\eta) \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} - \frac{\delta_{ij}}{3} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kk}} \right) \frac{\partial f}{\partial s_{ij}^0} \right\}$$

(5)

경화 규칙은 소성변형에 따른 항복면의 계속적인 변화를 나타내며, NABSM의 이방성 경화 규칙은 등방경화 규칙과 운동경화 규칙의 조합으로써 경화변수 p_0 , s_{ij}^0 의 변화는 다음의 규칙을 따른다.

$$\begin{aligned} dp_0 &= \frac{1+e_0}{\lambda-\chi} p_0 d\epsilon_v^p \\ ds_{ij}^0 &= \frac{1+e_0}{\lambda-\chi} p_0 C(\eta) d\epsilon_{ij}^p \end{aligned} \quad (6)$$

여기서,

λ, χ : $e-\ln p$ 압밀선과 팽창선의 기울기

e_0 : 초기 간극비

소성 편차 변형률 증분 $dp_0 = \frac{1+e_0}{\lambda-\chi} p_0 d\epsilon_v^p$

$$C(\eta) = \frac{(M^2 - \eta^2)}{3(1-\beta)}$$

$d\epsilon_v^p$: 소성 체적 변형률 증분 = $d\epsilon_{ii}^p$

$$\eta = \frac{\sqrt{3J_2}}{p}$$

$$J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}$$

비관련 유동 규칙에 따른 응력-변형률 증분 관계식은 다음과 같다.

$$\{d\sigma\} = [D^{ep}] \{d\epsilon\}$$

여기서, $[D^{ep}]$ 는 탄소성 구성 행렬이며

$$[D^{ep}] = [D^c] - \frac{[D^c] \{b\} \{a\}^T [D^c]}{H' + \{a\}^T [D^c] \{b\}} \quad (7)$$

또한, NABSM은 항복면 내에서의 흙의 소성 거동을 항복면 상의 가상의 응력점까지의 거리를 이용한 간단한 보간법으로 다른 Dafalias의 경계면(bounding surface) 개념(1982)을 이용하고 있다. 경계면 개념은 근래 들어 흙의 구성 모델 개발(Kaliakin et al., 1989; Liang, 1991; Whittle, 1993; Crouch et al., 1994) 및 자연 점성토의 거동 파악(Smith, 1992)에 많이 사용되고 있다.

3. 탄소성 구성 모델의 외연적 응력 적분법

3.1 외연적 응력 적분법

탄소성 구성 관계에서 응력 증분 $\{\Delta\epsilon\}$ 은 다음과 같은 형태의 미분 방정식을 기지의 변형률 증분 $\{\Delta\epsilon\}$ 에 대하여 풀어서 구해진다.

$$\{\Delta\sigma\} = [D^*(\{\sigma\}, \kappa)] \{\Delta\epsilon\}$$

여기서, $\{\Delta\epsilon\}$ 은 Newton Raphson 절차의 반복시 구해진 변위 증분으로부터 구해지며 탄소성 구성 행렬 $[D^*(\{\sigma\}, \kappa)]$ 는 응력 $\{\sigma\}$ 및 경화변수

x_i 에 따라 결정된다.

초기의 응력과 경화변수가 알려져있고 기지의 변형률 증분이 비례적으로 증가한다고 가정하면 윗 식은 초기치 문제가 되며 유한요소 해석시 기지의 변형률에 대응되는 응력을 구하기 위하여 다음과 같이 일차의 오일러 절차(first-order Euler scheme)가 흔히 사용된다(Potts and Gens, 1985).

$$\{\Delta\sigma\} = [D^*(\sigma, x_i)] \{\Delta\varepsilon\}$$

그러나, 위의 오일러 절차는 변형률 증분이 미소량일 때에만 정확하므로 변형률 증분의 크기에 따라서 응력 적분의 오차는 증가한다. 또한, 응력 적분시의 오차로 인하여 일관성의 상태(consistency condition: $f=0, \Delta f=0$)로부터 벗어나게 되며 이러한 항복면으로부터의 이탈은 접선 강성의 평가 등 계속되는 수치적인 절차에 영향을 미치게 되고 결과적으로 유한요소 해석상의 수렴성 및 정확성에 문제를 일으킨다.

이러한 오차를 감소시키기 위하여 주로 사용되는 방법은 변형률 증분을 더 작은 크기로 분할하여 각 분할된 변형률 증분으로부터 구한 응력 증분을 누적시키는 절차이다(Zienkiewicz and Taylor, 1991). 탄소성 구성 행렬은 각 분할된 단계로부터 구해진 응력과 변형률 증분으로부터 계속적으로 평가된다.

$$\{\Delta\sigma\} = \sum_{i=1}^k \frac{[D^{*i}] \{\Delta\varepsilon\}}{k}$$

일반적으로 윗식에서 나타나는 분할 단계의 수 k 는 경험적인 규칙으로부터 결정하며, 각 분할 단계는 같은 크기로 가정한다. 이러한 절차의 단점은 계산된 응력이 각 단계의 마지막에서 항복 기준을 만족시키지 못할 수 있으며 그러한 응력을 항복면 상으로 끌어오기 위하여 응력 보정을 실시하여야 한다는 것이다. 또한, 응력 적분 과정 중의 오차에 대한 평가 수단이 없다는 단점을 가지고 있다.

3.2 Sloan의 단계분할 절차

본 절차는 항복면 상으로의 응력 보정 절차를 필요로 하지 않는 절차로서 널리 알려진 수정 오일러 절차(modified Euler scheme)로부터 유도되었으며 기지의 변형률 증분에 대하여 응력 적분을 수행한다. 각 분할된 단계의 크기를 자동적으로 보정하여 적분 과정시의 오차를 제어하는 특징을 가지고 있다. Ganendra and Potts(1994)는 응력적분시 사용되는 두가지 알고리즘인 단계분할 방법과 내재적 응력 적분법인 회귀 사상(return mapping) 방법을 비교하여 MCC 모델을 사용한 해석시 두 방법에 의한 오차는 모두 증분의 크기에 관계되나 특정한 증분의 크기에 대해서는 단계분할 절차가 더욱 정확하다고 제시하였다.

초기 응력 $\{\sigma\}$ 와 경화 변수 x_i 가 알려져 있을 때 Sloan의 단계분할 절차를 순서대로 나타내면 아래와 같고(①~⑧) 이러한 절차를 개념적으로 나타내면 그림 1과 같다.

- ① 무차원의 시간 T 를 정의하고 $0 \leq T \leq 1$ 에 대하여 응력적분을 실시한다. 시작시 무차원 시간 증분 ΔT 를 1로 놓고 적분 절차를 진행한다.
- ② $T < 1$ 인 동안 ③에서 ⑦까지의 절차를 반복한다.
- ③ 다음의 절차에 따라서 응력 증분 $\{\Delta\sigma\}$ 와 경화 변수의 증분 $\{\Delta x_i\}$ 를 계산한다. ($i=1, 2$). MCC 모델의 경우 $k=1$, NABSM의 경우 $k=1, 2$

$$\{\Delta\sigma\}_i = [D^*(\sigma, x_i)] \Delta T \{\Delta\varepsilon\} \quad (8)$$

MCC 모델의 경우 $\Delta x_i = \Delta p_0$ 이며

$$(\Delta x_i)_i = (\Delta p_0)_i = C \Delta \lambda (p_0)_i \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{kk}} \right)_i \quad (9)$$

여기서, $C = \frac{1 + e_0}{\lambda - \chi}$

NABSM의 경우 $\Delta x_1 = \Delta p_0, \Delta x_2 = \Delta s_{ij}^0$

$$(\Delta x_i)_i = (\Delta p_0)_i = C \Delta \lambda_i (p_0)_i \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{kk}} \right)_i \quad (10)$$

3.3 비배수 삼축 시험에 대한 단계분할 절차의 적용

본 연구에서는 Sloan이 제안한 단계분할 절차의 초기 응력 상태에 대한 민감도 및 그에 따른 본 절차의 적용성을 고찰하기 위하여, 초기 응력(구속압)을 다르게 한 점성토의 비배수 삼축 시험 조건에 대하여 MCC 모델과 NABSM을 이용하여 해석하였다.

비배수 삼축 시험은 전 체적 변형률 증분 $\Delta \epsilon_v$ 이 0이므로 다음과 같이 일정한 변형률 경로를 따르게 되며 응력 적분법의 정확성을 판단하기에 적절한 대상이 된다.

$$\Delta \epsilon_v = -2\Delta \epsilon_h \quad (18)$$

여기서, $\Delta \epsilon_v$ 은 축 변형률 증분, $\Delta \epsilon_h$ 은 횡방향 변형률 증분. 단에서의 마찰을 무시할 경우 전 영역에서 균일한 응력-변형률 거동을 하므로 하나의 8절점 요소만을 사용하여 축대칭 조건으로 해석하였으며 재하 증분은 축 변형률이 10%에 도달할 때까지 20 등분하였다. 이때 가상 시료의 물성치는 표 1과 같고 NABSM의 경계면은 초기에 등방성이며 변수 A의 값은 1을 사용하였으므로 초기 형상은 MCC 모델의 항복면과 동일하다($\eta=0, A=1$).

표 1. 가상 시료의 물성치

| λ | κ | ν | e_0 | M |
|-----------|----------|-------|-------|-------|
| 0.088 | 0.031 | 0.3 | 1.511 | 0.882 |

이때 초기 응력의 크기가 응력 적분시 미치는 영향을 판단하기 위하여 50kPa, 500kPa의 초기 구속압에 대해서 해석하였다. 또한 오차 기준 TOL은 $10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}$ 의 값을 사용하여 오차기준의 영향을 판단하였다. 각 모델에 대하여 초기 구속압이 각각 50kPa, 500kPa 일때의 축차 응력-축 변형률 관계(그림 2, 4)는 TOL의 값이 작을수록 일정한 값에 접근하는 경향을 나타내었으며 가장 작은

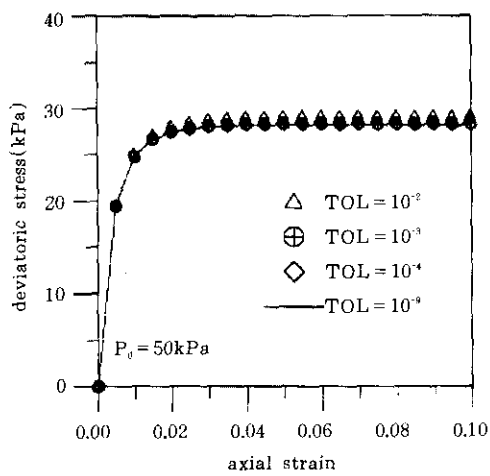
TOL= 10^{-5} 을 사용했을 때와의 차이는 초기 구속압이 클수록 증가하는 경향을 보인다. 항복 기준 $f=0$ 으로부터 벗어난 크기를 살펴 보면 동일한 오차 기준을 사용할 때 초기 구속압에 따라 대략 100배 정도의 큰 차이를 보이고 있다(그림 3, 5). 즉 사용된 오차 기준에 따라 계산된 응력 상태가 항복면으로부터 이탈 및 누적되는 경향을 보였으며 이러한 이탈량이 응력 적분시의 초기 응력의 크기에 민감하게 관계되었다. 그 이유는 Sloan의 절차에서 적분시의 상대 오차 R의 평가시 현 응력 상태의 크기가 관계되기 때문이며 이러한 절차상의 단점을 보완할 필요가 있는 것으로 판단된다. 굴착, 성토, 기초 등 지반공학 분야에서 다루는 일반적인 경계치 문제의 경우 해석 초기 응력 상태는 자중으로 인하여 상부 경계로부터의 깊이에 따라 연속적으로 변화한다. 이러한 문제들에 대한 탄소성 유한요소 해석시 대상 영역의 각 위치에 따라 응력 적분의 정확도가 달라진다면 전체적인 해의 정확도에 큰 영향을 미칠 것이다.

4. 단계분할 절차의 수정

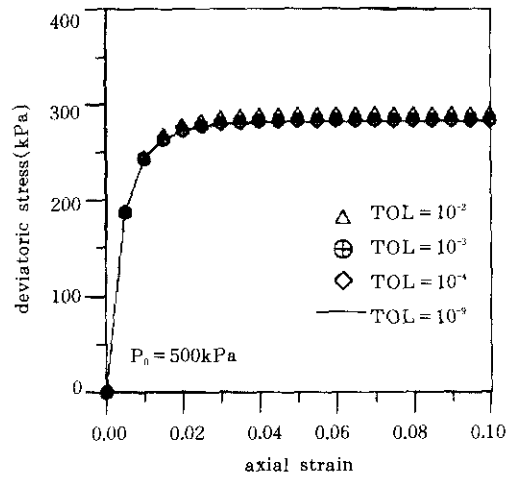
앞서 설명한 바와 같이 Sloan의 절차는 현 응력의 크기에 따라 응력 적분의 정확도가 달라지는 단점이 있다. 이를 보완하여 TOL에 따라 항복기준으로 부터의 이탈량이 일정한 값 이내로 만족되도록 본 연구에서는 수정 오일러 절차의 기본적인 개념을 그대로 채용하고 분할 단계 ΔT 에 대한 상대 오차 평가를 다음과 같은 방법으로 수정하여 사용하였다. 먼저 소성 변형비 S를 정의한다.

$$S = \frac{\|\{\Delta \epsilon^p\}\|}{\|\{\Delta \epsilon^{total}\}\|} \quad (19)$$

이때 현 단계에 대한 상대 오차를 다음과 같이 평가한다.



(a) 초기 구속압 50kPa



(b) 초기 구속압 500kPa

그림 2. Sloan의 절차에 의한 축 변형률-축차 응력 거동(MCC 모델)

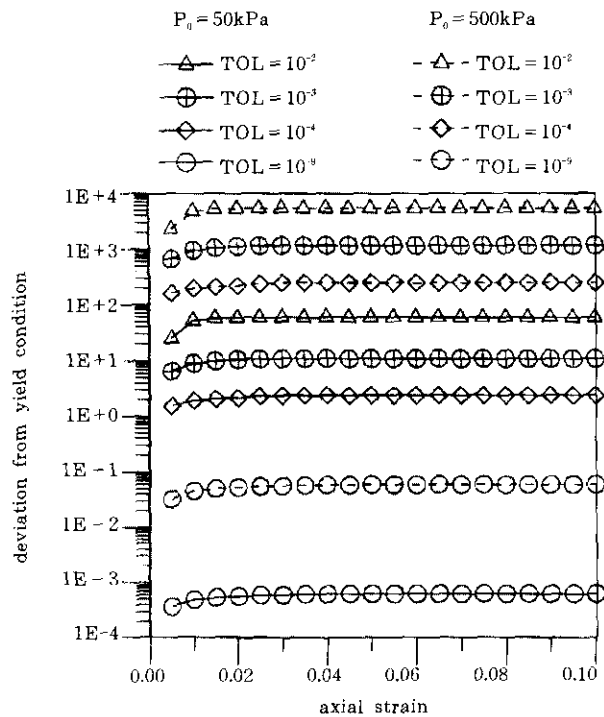
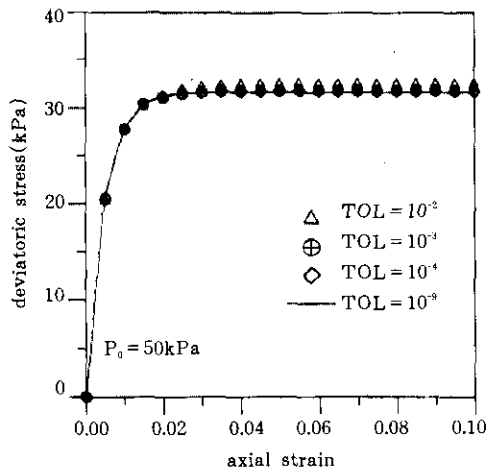
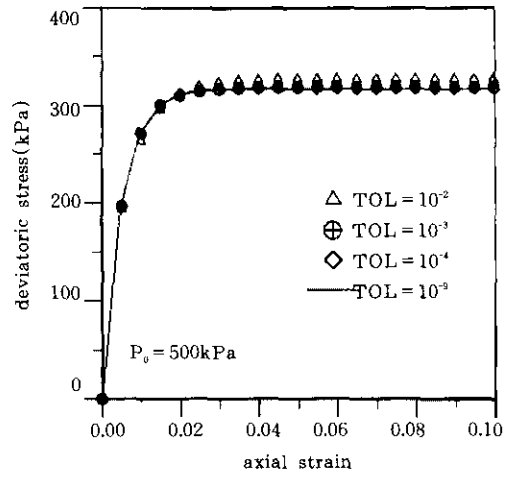


그림 3. Sloan의 절차에 의한 항복 기준으로부터의 이탈량(MCC 모델)



(a) 초기 구속압 50kPa



(b) 초기 구속압 500kPa

그림 4. Sloan의 절차에 의한 축 변형률-축차 응력 거동(NABSM)

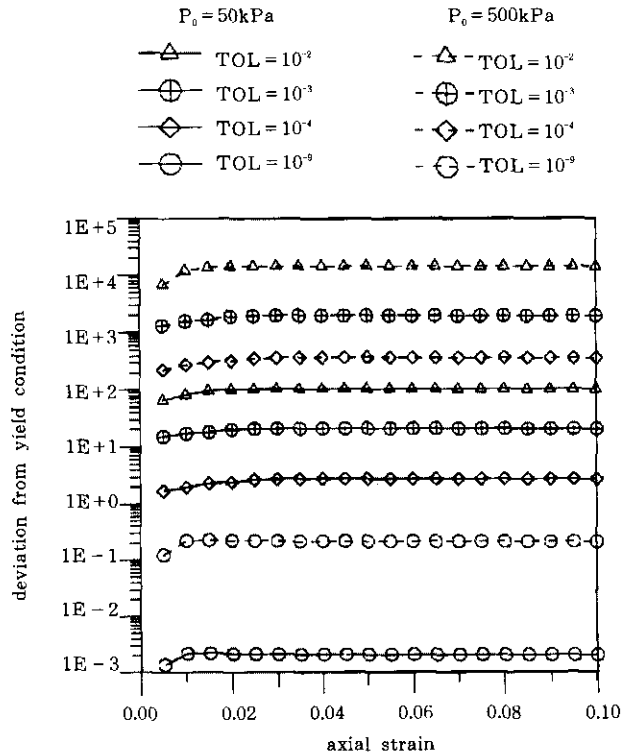


그림 5. Sloan의 절차에 의한 항복 기준으로부터의 이탈량(NABSM)

$$\text{NABSM} : R_{\text{mod}} = \frac{\| \{E\} \|}{\| \{\Delta\sigma^v\} \|^3 S^2 / p^2} \quad (20)$$

$$\text{MCC 모델} : R_{\text{mod}} = \frac{\| \{E\} \|}{\| \{\Delta\sigma^v\} \|^2 S^2 / p} \quad (21)$$

여기서 $\{\Delta\sigma^v\} = [D^v]\{\Delta\varepsilon\}$

소성변형비 S는 현재의 전 변형률 증분의 크기에 대한 소성 변형률 증분의 크기의 비로서 한계상태에 도달시 S의 값은 1이 된다. S의 값이 클 때는 일정한 변형률 증분에 대한 응력 증분의 차이가 작게 되며 그때 분할된 시간 단계의 크기가 상대적으로 큰 값을 가져도 일정한 응력 적분의 정확도를 확보할 수 있다. 또한, 탄성 구성 행렬 $[D^e]$ 가 평균 주응력에 관계되기 때문에 응력 적분시 평균 주응력 p의 영향을 줄이기 위하여 소성 변형비 S와 함께 평균 주응력을 고려하여 상대 오차 평가에 사용하였다. $\{\Delta\sigma^v\}$ 은 상대 오차를 무차원화 하기 위하여 사용하였으며 $[D^v]$ 는 단위압에 대하여 평가한다. 초기 구속압에 관계 없이 오차 기준 TOL에 따른 일정 정도의 항복 기준을 하기 위해서는 NABSM과 MCC 모델의 상대 오차를 다르게 사용하였는데 이는 두 모델의 구체

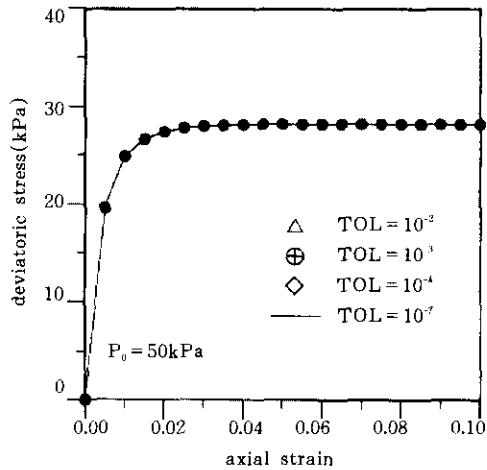
적인 경화 규칙 및 유동 규칙 등이 다른 것에 기인한다.

$\{\Delta\varepsilon^p\}$ 은 현재의 분할된 단계에서의 변형률 증분 $\Delta T \{\Delta\varepsilon\}$ 이며 $\{\Delta\varepsilon^p\}$ 은 다음과 같이 결정된다.

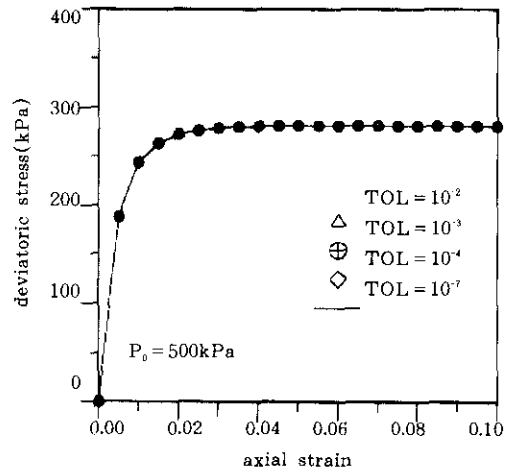
$$\{\Delta\varepsilon^p\} = \Delta\lambda \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\} = \Delta\lambda \{b\} \quad (22)$$

$$\Delta\lambda = \frac{\{a\}^T [D^e] \Delta T \{\Delta\varepsilon\}}{H' + \{a\}^T [D^e] \{b\}} \quad (23)$$

최종적으로 위의 식을 응력 적분을 위한 상대 오차 평가에 사용하였으며 앞에서와 동일한 비배수 문제에 적용했을 때의 결과가 그림 6~9에 나타나 있다. 응력 적분시 초기 응력의 영향을 상당히 배제하여 항복 기준으로부터의 이탈량이 사용된 오차 기준에 보다 민감하게 거동하는 것으로 나타난다(그림 8, 9). 결과적으로 본 연구에서 수정 제안된 단계분할 절차는 사용된 오차 기준에 따라 유한 요소 해석상의 수렴성 및 정확성이 확보되며, 일반적인 탄소성 구성 관계의 적분에 유사하게 적용시킬 수 있을 것으로 판단된다.

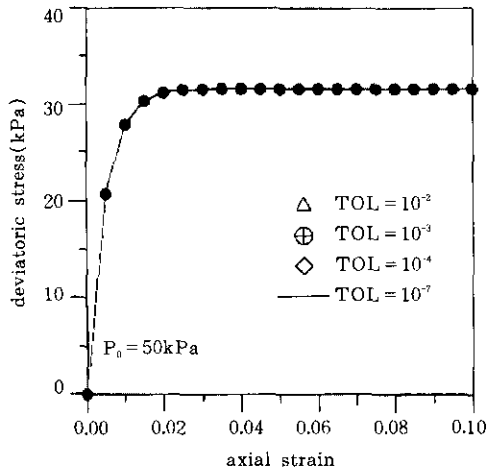


(a) 초기 구속압 50kPa

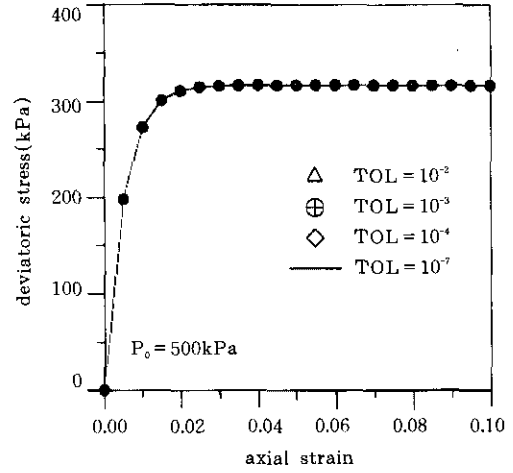


(b) 초기 구속압 500kPa

그림 6. 수정된 절차에 의한 축 변형률-축차 응력(MCC 모델)



(a) 초기 구속압 50kPa



(b) 초기 구속압 500kPa

그림 7. 수정된 절차에 의한 축 변형률-축차 응력(NABSM)

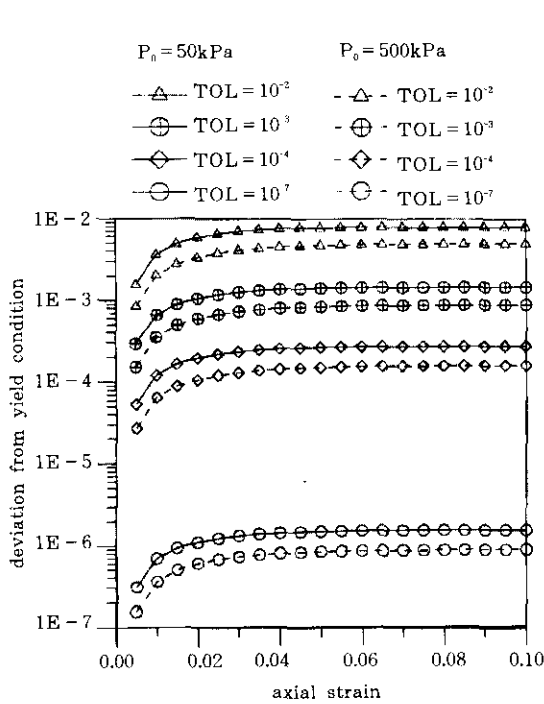


그림 8. 수정된 절차에 의한 항복 기준으로부터의 이탈량(MCC 모델)

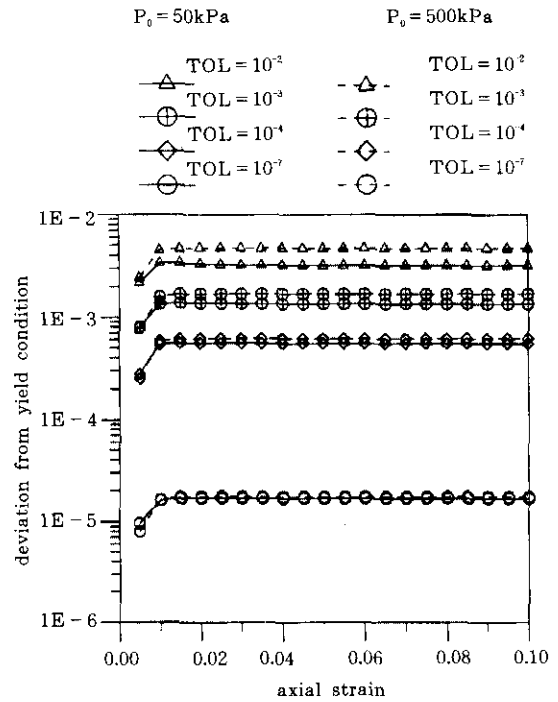


그림 9. 수정된 절차에 의한 항복 기준으로부터의 이탈량(NABSM)

5. 결 론

본 논문에서는 탄소성 구성 모델의 수치 응력 적분을 위하여 사용되는 Sloan의 단계분할 절차를 점성토 구성 모델인 MCC 모델과 NABSM의 비배수 삼축 시험 모사시의 응력 적분에 적용하여 연구하였다. 연구결과 Sloan의 단계분할 절차는 항복 기준을 엄격하게 만족시킬 수 없으며 또한 항복 기준으로부터의 이탈 양이 초기 응력에 크게 영향을 받는다는 단점이 있음을 발견하였다. 이러한 단점을 줄이기 위하여 단계분할 절차의 적용시 사용되는 상대 오차의 새로운 평가 방법을 제안하였으며, 그 결과 초기 응력의 차이에 따른 수치적 불안정성 문제를 해결하고 적용된 오차 기준에 따라 정확도가 확보되는 해석의 안정성을 얻을 수 있었다.

참 고 문 헌

1. 김범상, 정충기(1996). "이방성 항복경계면 이론을 이용한 점성토의 구성모델". 한국지반공학회지, 제12권, 제2호, pp.95-105.
2. Banerjee, P.K., Yousif, N.B. (1986). "A plasticity model for the mechanical behavior of anisotropically consolidated clay". *Int. j. numer. anal. methods geomech.*, VOL.10, pp. 521-541.
3. Crouch R.S., Wolf, J.P. (1994). "Unified 3d critical state bounding-surface plasticity model for soils incorporating continuous plastic loading under cyclic paths. part I: constitutive relations". *Int. j. numer. anal. methods geomech.*, VOL.18, pp. 735-758.
4. Dafalias, Y.F. (1987), "An Anisotropic Critical State Clay Plasticity Model", in *Constitutive Laws for Engineering Materials: Theory and Applications*. vol.1, Elsevier, pp. 513-521.
5. Dafalias, Y.F., Herrmann, L.R. (1982), "A generalized bounding surface constitutive model for clays", *Application of plasticity and generalized stress-strain in geotechnical engineering*, A.S.C.E., pp. 78-95.
6. Ganendra, D., Potts, D.M. (1994), "A comparison between explicit and implicit stress point algorithms", *Computer methods and advances in geomechanics*, Vol III, pp. 1975-1980.
7. Kaliakin, V.N., Dafalias, Y.F. (1989), "Simplifications to the bounding surface model for cohesive soils", *Int. j. numer. anal. methods geomech.*, VOL.13, pp. 91-100.
8. Liang, R. Y., Shaw, H.-L. (1991), "Anisotropic hardening plasticity model for sands". *ASCE J. of Geotech. Eng.*, Vol.117, No. 6, pp. 913-933.
9. Potts, D.M., Gens, A. (1985). "A critical assessment of methods of correcting for drift from the yield surface in elasto-plastic finite element analysis", *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, Vol. 9, pp. 149-159.
10. Roscoe, K.H., Burland, J.B. (1968). "On the generalised stress-strain behaviour of wet clay".in *Engineering Plasticity*, Cambridge Univ.Press, pp. 535-609.
11. Sloan, S.W. (1987), "Substepping schemes for the numerical integration of elastoplastic stress-strain relations", *International journal for numerical methods in engineering*, Vol. 24, pp.893-911.
12. Sloan, S.W., Booker, J.R. (1992), "Integration of Tresca and Mohr-Coulomb constitutive relations in plane strain elastoplasticity", *International journal for numerical methods in engineering*, Vol. 33, pp.163-196
13. Smith, P.R., Jardine, R.J., Hight, D.W. (1992). "The yielding of Bothkennar clay". *Geotechnique*. 42, 2, pp.257-274.
14. Whittle, A. J. (1993). "Evaluation of a constitutive model for overconsolidated clays". *Geotechnique*, 43, 2, pp 289-313.
15. Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L. (1991). *The finite element method*, 4th ed., p.241.

(접수일자 1998. 4. 3)