

암반사면의 전도파괴에 대한 안정해석

Stability Analysis of Toppling Failure in Rock Slopes

이 명 재*¹
Lee, Myung - Jae
이 인 모*²
Lee, In - Mo

ABSTRACT

The purpose of this paper is to formulate and apply the stability analysis of toppling failure by considering the variation of discontinuity characteristics, slope geometry, and loading conditions. The stability condition on toppling failure of rock slope is mainly influenced by the dip angle α_B and H/t ratio. In order to check toppling failures in design, the stability charts composed of dip angle α_B versus H/t ratio have been constructed in this paper. In general, smaller dip angle α_B and smaller H/t ratio give safer condition. The suggested curves change rapidly at the critical point around the zone, H/t=4~6. The stable zone in stability charts becomes smaller due to porewater pressure. The change of failure volume is most sensitive to the seismic force and the step angle θ .

요 지

본 논문의 목적은 불연속면의 공학적 특성, 사면형상과 하중조건 등을 고려한 암반사면 전도파괴에 대한 안정해석방법을 개발하고 적용하는데 있다. 암반사면의 전도파괴에 대한 안정은 경사각 α_B 와 H/t 비에 주된 영향을 받는다. 설계적용을 위하여 매개변수에 따른 H/t비와 α_B 의 함수로 표현되는 암반사면 전도파괴에 대한 안정도표를 작성하였다. 안정도표에서 α_B 와 H/t비가 작아질수록 안정성이 증가하는 경향을 보인다. 안정도표에서 안정영역은 간극수압변화에 따라 가장 크게 감소한다. 파괴영역의 변화는 지진력과 단계각에 가장 민감하다.

Keywords : Rock slope, Discontinuity, Toppling failure, Kinematic analysis, Stability analysis, Stability chart

*1 정희원, (주)도담엔지니어링 대표이사

*2 정희원, 고려대학교 공과대학 토목환경공학과 교수

1. 서 론

암반사면의 파괴형태는 불연속면과 굴착면의 방향에 따라 크게 평면파괴(plane failure), 쐐기파괴(wedge failure) 및 전도파괴(toppling failure) 등으로 분류된다. 암반사면의 전도파괴는 불연속면의 주향(strike)이 굴착면과 거의 평행하고 불연속면의 경사각(dip angle)이 급하고 불연속면의 발달빈도가 많은 경우에 주로 발생한다. 암반사면의 평면 및 쐐기파괴에 대한 안정해석방법은 많은 적용예가 있으나, 전도파괴에 대한 안정해석방법 및 적용은 상대적으로 미약한 편이다.

일반적으로 암반사면의 전도파괴에 대한 안정해석은 평사투영법 혹은 Goodman과 Bray(1976)의 경험적인 방법으로 검토된다. 하지만, 이 방법은 하중조건을 전혀 반영할 수 없으므로 실제 설계시 정확한 해석 및 보강대책을 검토하기 위해서는 굴착각과 지보력을 고려한 해석방법이 필요하다.

본 논문에서는 암반굴착사면의 전도파괴에 대한 설계시 굴착각과 지보력을 고려할 수 있고 자중 뿐만 아니라 수압 및 지진하중 등을 고려할 수 있는 해석방법 및 해석프로그램을 제안하였다. 개발된 해석프로그램은 예제해석을 통하여 검증하였다. 또한, 사면높이, 암반내 불연속면의 간격 및 경사각 등의 매개변수에 따른 암반사면의 전도파괴에 대한 안정도표(stability chart)를 제시하여 설계에 이용가능하도록 하였다.

2. 전도파괴에 대한 안정해석

2.1 개요

암반사면의 안정조건은 암반내 불연속면의 기하학적 형상과 강도특성에 좌우된다. 절취면에 대한 불연속면의 상대적인 방향은 평면, 쐐기 및 전도파괴 등의 파괴형태를 좌우하는 중요한 인자이다. 전도파괴는 굴착면과 불연속면

의 주향이 거의 평행하고 경사방향이 반대방향이고 경사각이 급한 불연속면의 발달빈도가 높은 경우에 발생한다. 전도파괴의 조건은 불연속면의 반복적인 발달로 형성된 암반절편의 무게중심이 사면저면부(slope toe)보다 외부로 치우칠 때 발생한다. 전도파괴는 사면정상부(slope crest)의 수평변위가 사면저면부의 수평변위보다 상대적으로 크게 발생하는 특징을 보인다. 사면정상부와 저면부의 상대변위가 누적되어 암반절편간의 변형이 발생하며, 절편간의 전단강도 및 절편과 바닥부와의 전단강도가 작용하중보다 작은 경우에 전도파괴가 발생한다.

일반적으로 암반사면의 전도파괴에 대한 안정해석은 크게 기하학적해석(kinematic analysis)과 안정해석(stability analysis)으로 나뉜다(Turner와 Schuster, 1996).

기하학적해석은 불연속면과 굴착면의 경사방향과 경사각의 상대적인 분포경향에 따라 암반사면의 안정성을 검토하는 방법이다. 기하학적으로 파괴조건을 만족하는 경우에 암반사면에 작용하는 자중 및 외부하중에 대한 힘의 평형관계를 검토하는 방법이 극한평형안정해석(limit equilibrium stability analysis)이다.

본 논문에서는 암반사면의 전도파괴에 대한 합리적인 안정해석을 위하여 기하학적해석과 안정해석을 결합한 해석방법을 제안하였으며, 자중, 지보력, 지진하중 및 수압 등의 다양한 하중조건을 고려하여 전도하중의 크기 및 인장균열로 정의되는 파괴영역등을 산정하였다.

2.2 기하학적해석

암반사면의 전도파괴에 대한 기하학적 필요조건은 크게 두가지로 대별된다. 첫째는 굴착면과 불연속면의 방향이고, 둘째는 굴착면의 경사각, 불연속면의 경사각과 마찰각이다.

굴착면과 불연속면의 주향은 거의 평행이고 경사방향은 반대일 때 기하학적 첫째조건이 만족되는데 이들 방향의 차이는 $15^{\circ} \sim 30^{\circ}$ 정도 이내이어야 한다 (Goodman과 Bray, 1976).

본 해석에서는 굴착면과 불연속면의 경사방향이 $180^\circ \pm 30^\circ$ 사이인 경우를 첫 번째 기하학적 파괴조건으로 하였다. 둘째조건은 불연속면의 법선은 굴착면의 경사각과 불연속면의 마찰각과의 차이보다 작은 plunge를 가져야 한다.

본 논문에서는 Choquet와 Tanon(1985)가 제안한 아래식을 기하학적파괴조건으로 적용하였다.

$$(90^\circ - \alpha_A) \leq (\alpha_1 - \phi_A + k) \quad (1)$$

여기서, $k=0 : \phi_A < 20^\circ$.

$$k = \frac{3}{5} (\phi_A - 20^\circ) : \phi_A \geq 20^\circ$$

α_A = 불연속면 A의 경사각

ϕ_A = 불연속면 A의 마찰각

α_1 = 암반사면의 경사각

2.3 안정해석

전도파괴는 굴착면과 불연속면의 주향이 거의 평행하고 경사방향(dip direction)이 굴착면과 반대방향이고 경사각이 급한 불연속면(discontinuity 'A', 그림 1)이 사면높이에 비해 상대적으로 작은 간격(S_A , 그림 1)으로 발달한 경우에 발생한다. 또한, 전도파괴가 발생하기 위해서는 굴착면의 주향과 평행하고 사면 굴착각보다 경사각이 작은 다른 불연속면(discontinuity 'B', 그림 1)이 존재해야 한다. 그림 1에 나타난 바와 같이 사면 저면부의 절편부터 차례로 '1, ..., i-1, i, i+1, ..., n' 절편으로 정의하면 불안정한 (i+1)번째 절편에 작용하는 하중과 전단강도와와의 차이로 정의되는 전달하중이 (i)번째 절편으로 전달된다. 이 누적된 전달하중이 사면저면부의 첫번째 절편까지 전달되면 파괴로 정의한다(Goodman과 Bray, 1976). 이 전달하중($P(i)$)은 전도저항력($P_c(i)$, toppling resistance of the ith slice)과 전단저항력($P_s(i)$, shear resistance of the ith slice) 중 큰 값으로 정의되며 이 전달하중이 (i-1) 절편으로 전달된다. 암반사면의 전도파괴는 저면부 첫번째 절편의 전달하중(P_1)이 '0' 보다

큰 경우에 발생한다.

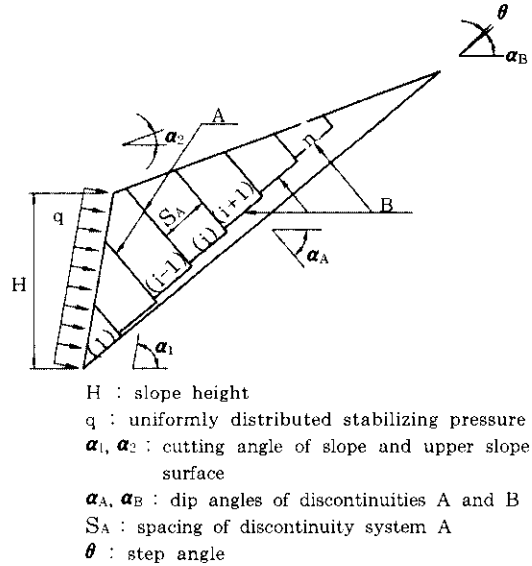


그림 1. 가상파괴면에서의 전도파괴 안정해석

2.3.1 기하학적 문제(geometry of problem)

그림 1에서 단계적파괴면(steped failure surface)을 구성하는 불연속면 A와 B는 100% 연속적으로 발달한 것으로 가정하였으며 H는 암반사면의 높이이고 α_1 은 굴착경사각, α_2 은 상부굴착면의 경사각이다. 해석을 위한 기하학적 인 가정사항은 아래와 같다.

- 불연속면 A의 주향은 굴착면과 거의 평행하고 경사방향은 반대방향이며 경사각은 급하다.
- 불연속면 B의 경사방향은 굴착면과 거의 비슷하고 경사각은 작다.
- 파괴면은 불연속면 B에서 θ 각을 이루는 단계면(steped base)상에서 이루어 진다.
- 전도파괴시 사면상부에는 불연속면 A와 평행한 인장균열(tension crack)이 발생한다.
- 파괴면은 사면저부에서 시작하여 사면상부의 인장균열까지 이어진다.
- 가정된 단계각(steped angle, θ)으로 구성되는 파괴면은 단계면상의 경로(steped

base path)를 나타낸다.

- 절편은 단면의 법선방향으로 길게 연속되고 2차원으로 분석될 수 있다.

2.3.2 내부힘의 분포(distribution of inter-block forces)

전도저항력 및 전단저항력은 그림 2에 나타난 바와같이 (i)번째 절편의 'O' 점에서 모멘트평형조건식과 불연속면 'A'의 직각방향 힘의 평형조건식으로부터 산출된다. 그림 2.(a)에 (i)번째 절편의 기하학적 크기를 나타내었다. 그림 2.(b)에 나타난 바와같이 (i)번째 절편에 작용하는 힘은 중력($W(i)$), 지보력($Q(i)$), 수압($U_l(i)$, $U_r(i)$ 와 $U_b(i)$) 및 지진하중($F_D(i)$)이며 불연속면 'A'에 법선력($P(i)$ 와 $P(i+1)$)과 접선력($T(i)$ 와 $T(i+1)$)이 작용하고 불연속면 'B'에는 법선저항력($N(i)$)과 전단저항력($R(i)$)이 작용한다. 수압은 지하수위가 지표면에 위치하는 완전포화된 경우와 지하

수위가 관심역역의 하부에 존재하는 완전 건조의 두가지 경우에 적용하도록 하였다. (i)번째 절편에 작용하는 하중은 아래와 같다.

- 자중 : $W(i)$
- 수압 : $U_l(i)$, $U_r(i)$ 및 $U_b(i)$
- 수평지진력 : $F_D(i) = K \times W(i)$, K 는 수평지진계수(horizontal seismic coefficient)
- 지보력 : $Q(i)$
- 절편에 전달되는 법선력 : $P(i)$, $P(i+1)$ 및 $N(i)$
- 절편에 전달되는 전단력 : $T(i)$, $T(i+1)$ 및 $R(i)$

(i)번째 절편에 직각으로 작용하는 $P(i)$ 는 전도저항력($P_c(i)$)과 전단저항력($P_s(i)$) 중 큰 값으로 정의되며 $P_c(i)$ 와 $P_s(i)$ 의 계산과정은 부록에 나타내었으며 부록의 (A-1) 및 (A-2)식으로 나타낼 수 있다.

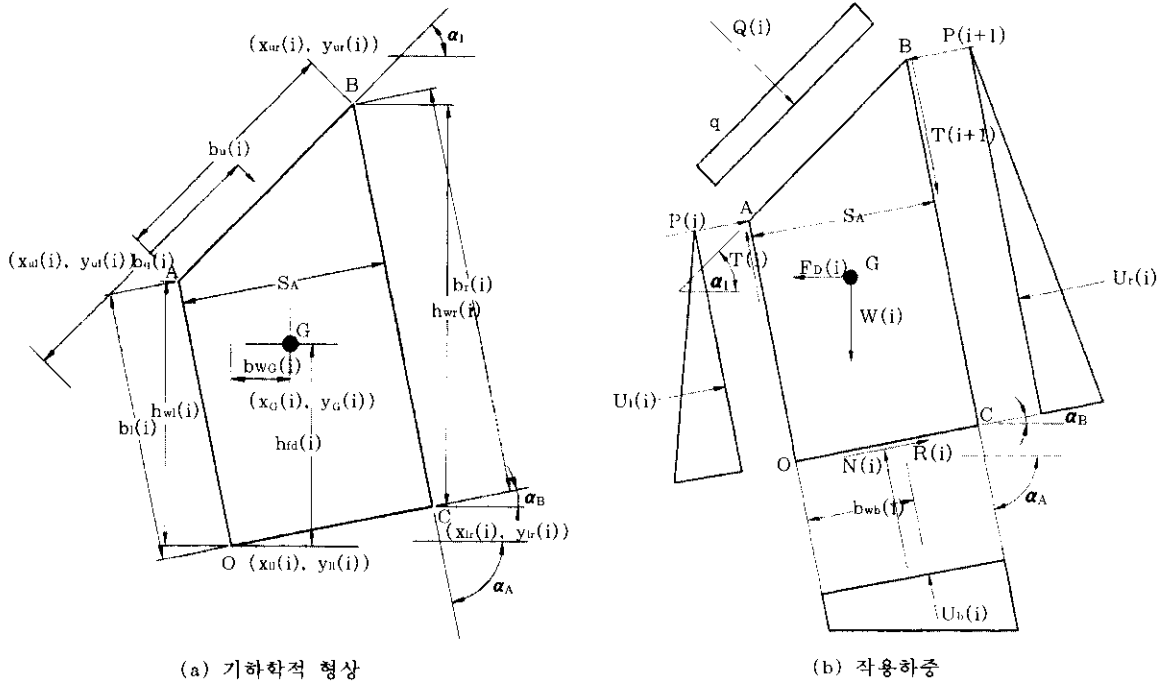


그림 2. (i)번째 절편의 기하학적 형상과 작용하중

2.4 해석 Program 개발

본 고에서는 암반사면의 전도파괴에 대한 안정해석을 위하여 기하학적해석과 안정해석의 두단계로 구성된 해석프로그램(Rocktop)을 개발하였다. 기하학적해석은 전절에 서술한 바와 같이 굴착면의 경사방향 및 경사각, 불연속면의 경사방향, 경사각 및 마찰각의 관계식으로 구성되며 그림 3에 해석흐름도를 나타내었

다. 암반사면의 전도파괴에 대한 안정해석은 그림 1의 (n)번째 절편에서부터 앞 절에서 제안한 식 (A-1)과 (A-2)를 이용하여 $P_i(i)$ 와 $P_v(i)$ 를 산정하고 그 중에 큰 값을 $P(i)$ 으로하여 순차적으로 첫 번째 절편까지 계산한다. 첫 번째 절편의 P_1 를 산정하여 ' $P_1 > 0$ ' 이면 전도파괴, ' $P_1 \leq 0$ ' 이면 안정으로 정의한다. 해석과정을 그림 4에 나타내었다.

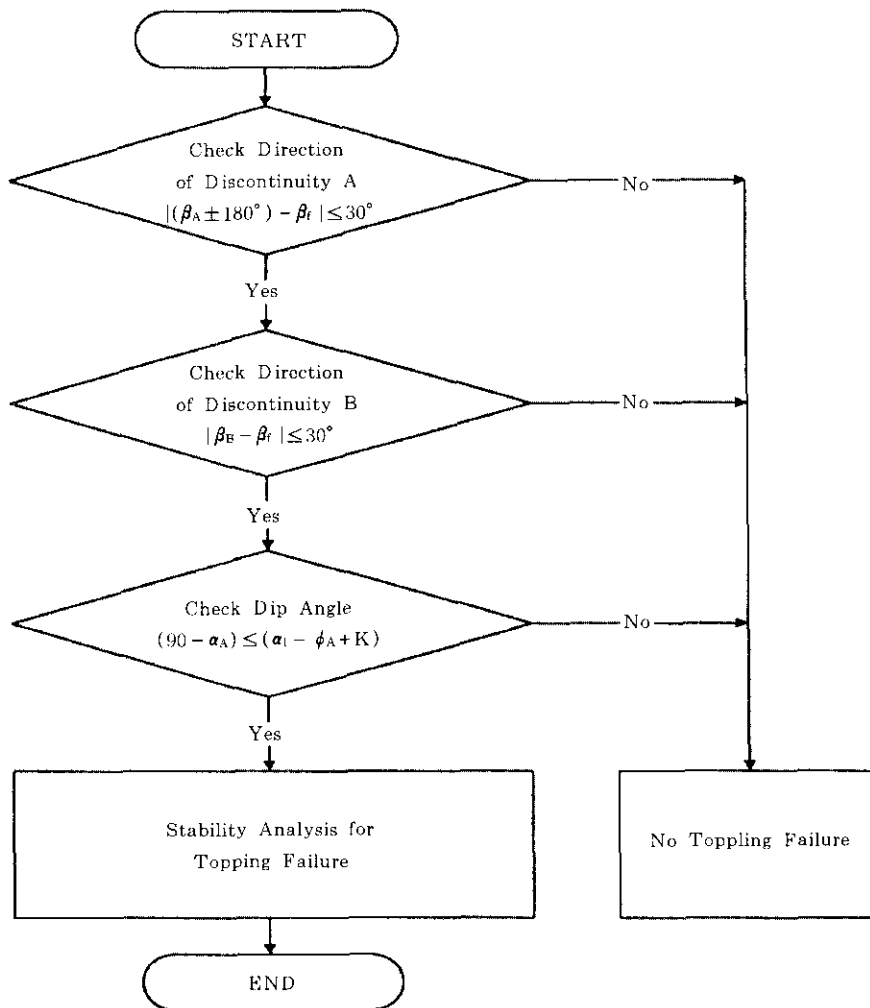


그림 3. 암반사면의 전도파괴에 대한 기하학적해석 흐름도

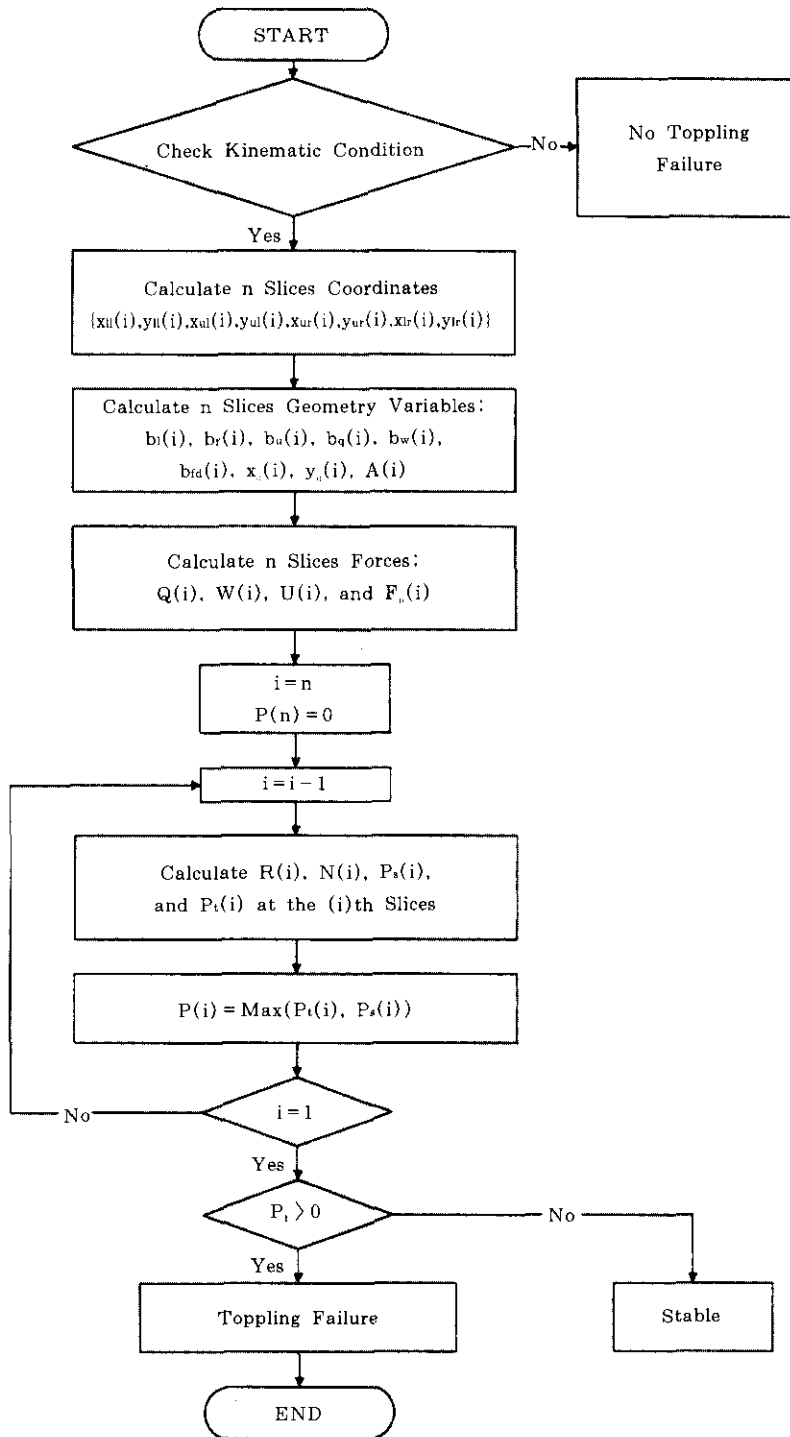


그림 4. 암반사면의 전도파괴에 대한 안정해석 흐름도

3. 예제해석

3.1 개요

예제해석은 암반사면의 전도파괴에 대한 안정검토시 중요한 영향인자를 분석하기 위해 불연속면의 마찰각, 하중조건, 지보력과 굴착각 등의 매개변수 해석으로 구성되었다. 예제해석은 그림 5에 나타낸 바와 같이 높이 30m, 굴착각이 70°이고 불연속면 'A'가 3m의 간격으로 발달한 암반사면이다. 매개변수 해석을 위하여 사면높이, 불연속면 A와 B의 마찰각 및 간격, 지진력 및 수압 등의 하중조건, 파괴단계각(stepped angle), 지보력 및 굴착각 등을 주요 영향인자로 분석하였으며 해석조건은 표 1에 나타내었다.

표 1. 해석 입력자료

Constants	H = 30m	$\alpha_2 = 0$,
	$\alpha_A = 70^\circ$,	$\gamma = 2.5 \text{ t/m}^3$
Variables	$\alpha_1 = 50^\circ \sim 80^\circ$,	$\alpha_B = 10^\circ \sim 40^\circ$,
	$S_A (=t) = 2 \sim 15\text{m}$,	$\phi = 25^\circ \sim 35^\circ$
	$K = 0 \sim 0.1$,	$U = 0 \sim 1$,
	$q = 0 \sim 10\text{t/m}^2$,	$\theta = 0^\circ \sim 10^\circ$

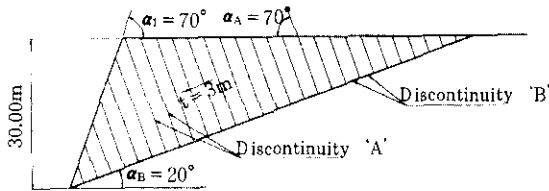


그림 5. 암반사면의 기하학적 형상

3.2 해석결과분석

불연속면의 마찰각, 지진력 및 수압 등의 하중조건, 단계각, 지보력 및 굴착각에 따른 해석결과를 표 2에 나타내었다. 단계각 θ 의 변화에

따른 해석결과를 그림 6~그림 8에 나타내었으며 해석결과 P_1 이 '0'보다 커 전도파괴가 발생하며 첫 번째에서 세 번째 절편까지는 활동(sliding), 나머지는 전도(toppling)가 발생하는 전형적인 전도파괴형태를 보인다. 전체적인 파괴영역은 사면법면에서 인장균열까지의 범위로 정의된다. 불연속면의 마찰각이 증가하면 P_1 힘은 감소하고 파괴영역이 증가하는 경향을 나타낸다. 파괴영역은 수평지진력의 작용에 가장 큰 영향을 보인다. 단계각 θ 가 감소하면 P_1 힘과 파괴영역이 감소한다.

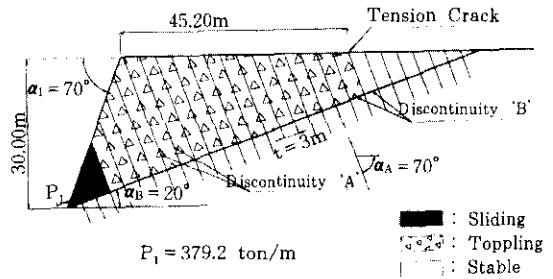


그림 6. 암반사면의 전도파괴 형태(Case 6)

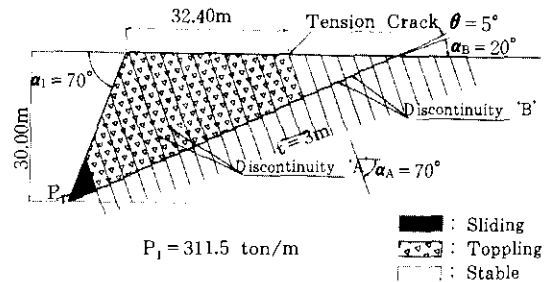


그림 7. 암반사면의 전도파괴 형태(Case 7)

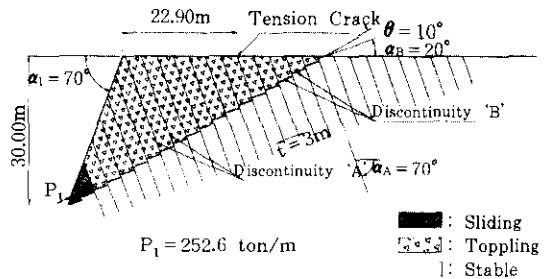


그림 8. 암반사면의 전도파괴 형태(Case 8)

표 2. 해석결과

Analysis Condition		No. of Analysis Case	P_1 (t/m)	Distance of Tension Crack	Remark
Friction Angle (ϕ)	25°	㉠	467.2	45.2	$\alpha_B = 70, \alpha_2 = 0,$ $\alpha_A = 70, \alpha_B = 20,$ $H/T = 10, U = 0,$ $F_d = 0, q = 0, \theta = 0$
	30°	㉡	379.2	45.2	
	35°	㉢	296.7	51.6	
Loading Condition	$F_d = 0, U = 0$	㉣	379.2	45.2	$\alpha_1 = 70, \alpha_2 = 0,$ $\alpha_A = 70, \alpha_B = 20,$ $\phi = 30, H/T = 10,$ $q = 0, \theta = 0$
	$F_d = 0.1, U = 0$	㉤	593.7	54.8	
	$F_d = 0, U = 1.0$	㉥	676.1	45.2	
	$F_d = 0.1, U = 1.0$	㉦	890.8	54.8	
Step Angle (θ)	0	㉧	379.2	45.2	$\alpha_1 = 70, \alpha_2 = 0,$ $\alpha_A = 70, \alpha_B = 20,$ $\phi = 30, H/T = 10,$ $U = 0, F_d = 0, q = 0$
	5°	㉨	311.5	32.4	
	10°	㉩	252.6	22.9	
Support Pressure (q)	0°	㉪	379.2	45.2	$\alpha_1 = 70, \alpha_2 = 0,$ $\alpha_A = 70, \alpha_B = 20,$ $\phi = 30, H/T = 10,$ $U = 0, F_d = 0, \theta = 0$
	3t/m ²	㉫	225.3	45.2	
	6t/m ²	㉬	71.4	45.2	
Cutting Angle (α_1)	50°	㉭	32.9	31.0	$\alpha_2 = 0, \alpha_A = 70,$ $\alpha_B = 20, \phi = 30,$ $H/T = 10, U = 0,$ $F_d = 0, q = 0, \theta = 0$
	60°	㉮	155.6	38.8	
	70°	㉯	379.2	45.2	
	80°	㉰	383.7	50.8	

3.3 안정도표

설계적용을 위하여 매개변수에 따른 H/t비 (암반사면의 높이와 불연속면 간격과의 비 = H/S_A)와 α_B (불연속면 'B'의 경사각)의 함수로 표현되는 암반사면 전도파괴에 대한 안정도표를 그림 9~그림 13에 나타내었다. 그림 9는 불연속면의 내부마찰각의 변화에 따른 전도파괴 추정곡선으로 제안된 곡선의 상부영역의 조건에서는 전도파괴가 발생함을 의미한다. 그림 10은 수압 및 지진하중에 따른 판정곡선이며, 그림 11은 지보력의 변화에 따른 안정도표를 나타내었다. 그림 12과 그림 13에는 단계각과 사면의 굴착각에 따른 안정도표를 나타내었다. 암반사면의 전도파괴는 불연속면의 마찰각 및 간격, 단계각, 사면높이, 하중조건 등에 영향을 받는다. 하지만, 그림 9~그림 13에 나타낸 바와같이 25°~35°범위의 불연속면 마찰각, 0~10°범위의 단계각, 0~6m/t²범위의 지보력, 50°~80°범위의 굴착각 등의 변화에 의한 불

안정영역(unstable zone)의 변화는 크지 않다. 이것은 암반사면의 전도파괴의 조건이 불연속면 B의 경사각 및 H/t비에 의한 영향이 다른 영향인자보다 크다는 것을 의미한다. 안정도표

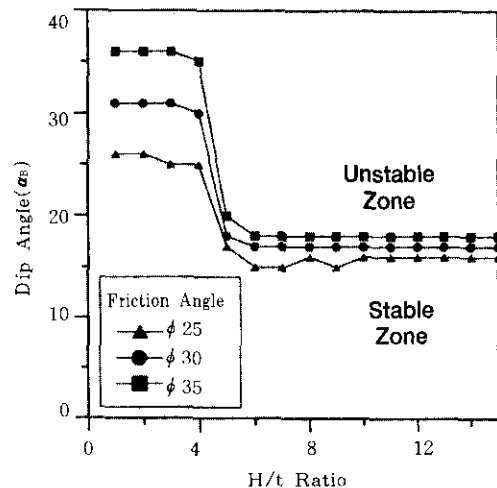


그림 9. 내부마찰각에 따른 안정도표

에서 안정영역(stable zone)은 간극수압변화에 따라 가장 크게 감소한다. 파괴영역(failure volume)은 지진력과 단계각의 변화에 가장 민감하다. 제안된 안정도표에서 $H/t=4\sim6$ 부근에서 곡선식의 기울기가 급하게 변하므로 사면의 높이가 불연속면 'A' 간격의 4~6배정도

되면 전도파괴의 한계상태인 것으로 판단된다.

4. 결 론

본 논문에서는 암반굴착사면의 전도파괴에 대한 안정해석을 위하여 기하학적해석과 안정

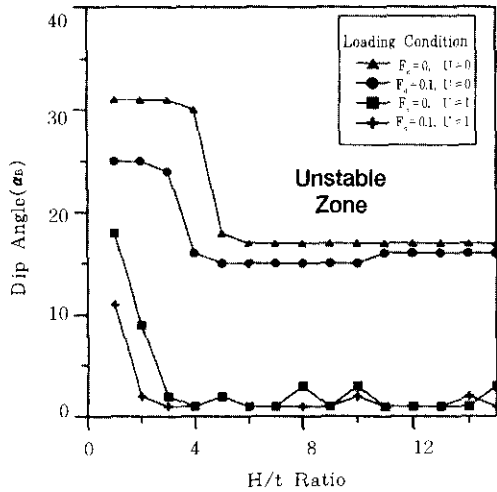


그림 10. 수압과 지진하중에 따른 안정도표

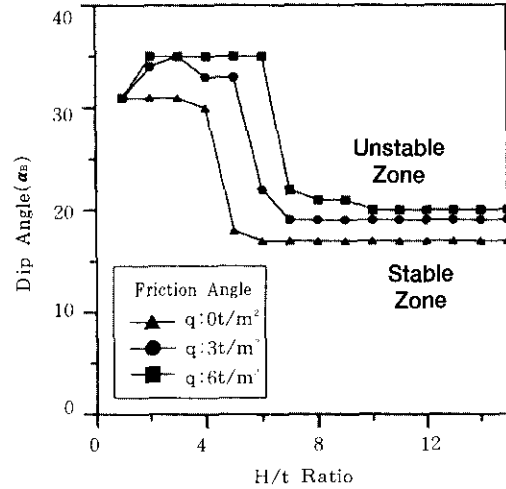


그림 11. 지보력에 따른 안정도표

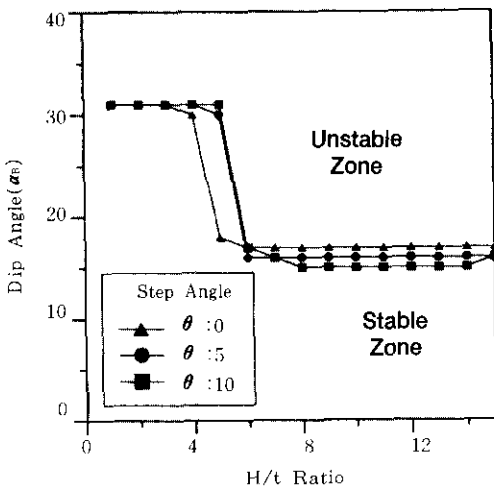


그림 12. 단계각에 따른 안정도표

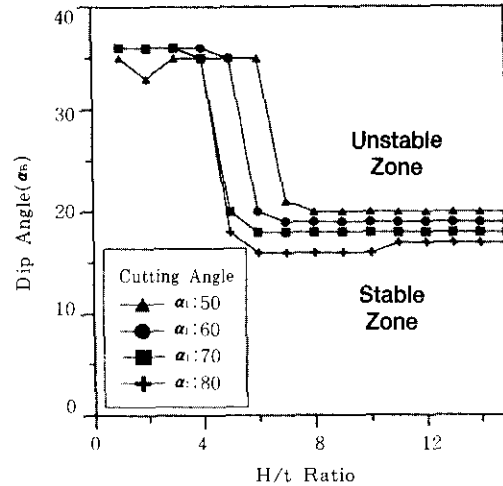


그림 13. 굴착각에 따른 안정도표

해석의 두단계로 구성된 해석프로그램(Rocktop)을 개발하였고 예제해석을 통하여 검증하였다. 개발된 해석프로그램은 불연속면의 기하학적 특성 뿐만아니라 수압, 지진하중 및 지보력 등을 해석에 반영할 수 있어 암반사면 보강대책 검토시 하중조건에 따른 적정구배의 굴착방법 뿐만아니라 Rock Bolt 등의 필요지보력을 산정할 수 있다.

예제해석은 매개변수해석을 위하여 불연속면의 마찰각, 지진력 및 수압 등의 하중조건, 단계각, 지보력 및 굴착각등의 중요 영향인자의 분석 및 설계적용을 위한 안정도표를 작성하였다. 해석결과는 전도파괴력(P_1), 활동(sliding) 및 전도(toppling) 영역으로 정의되는 파괴영역과 인장균열 거리 등으로 정리하였다. 불연속면의 마찰각이 증가하면 P_1 힘은 감소하고 파괴영역이 증가하는 경향을 나타낸다. 파괴영역은 수평지진력의 작용에 가장 큰 영향을 보인다. 단계각 θ 가 감소하면 P_1 힘과 파괴영역이 감소한다. 암반사면의 전도파괴에 대한 안정해석시 가장 중요한 영향인자는 H/t비와 α_B 이다.

설계적용을 위한 암반사면의 전도파괴에 대한 안정도표는 H/t비와 α_B 를 기준축으로 하여 그림 9~그림 13에 나타내었다. 제안한 안정도표에서 안정영역(stable zone)은 간극수압변화에 따라 가장 크게 감소한다. 파괴영역(failure volume)은 지진력과 단계각의 변화에 가장 민감하다. 암반사면의 안정은 사면높이와 불연속면 간격비(H/t)가 4~6정도 일 때 전도파괴의 한계상태이다.

본 논문에서 제안한 안정도표는 암반사면의 전도파괴에 대한 안정성을 하중조건 및 매개변수의 분포특성에 따라 정량적으로 평가가능하며 쉽게 설계에 적용가능하다.

감사의 글

본 논문은 한국과학재단의 지원(과제번호 : 971-1201-003-2)에 의하여 이루어진 연구의 일부로서 재단에 감사드린다.

참 고 문 헌

1. Choquet, P. and Tanon, D. B. (1985). "Nomograms for the Assessment of Toppling Failure in Rock Slopes". In *Proc., 26th U.S. Symposium on Rock Mechanics*, Balkema, Rotterdam, Vol. 1, pp. 19-30.
2. Goodman, R. E. and Bray, J. W. (1976). "Toppling of Rock Slope". *ASCE Specialty Conference on Rock Engineering for Foundations and Slopes*, Vol.2, pp.201-234.
3. Hall, John K. (1976). "Algorithms and Programs for the Rapid Computation of Area and Center of Mass". *Computers & Geosciences*, Vol. 1, pp.203-205.
4. Lee, Myung-Jae (1996). "Reliability-based Optimization for Rock Slopes". Ph. D Thesis, Korea University, pp. 93-105.
5. Scavia, C., Barla, G. and Bernaudo, V. (1990). "Probabilistic Stability Analysis of Block Toppling Failure in Rock Slopes". *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 27, No. 6, pp. 465-478.
6. Turner, A. K. and Schuster, R. L. (1996). *Landslides Investigation and Mitigation*, Special Report 247, Transportation Research Board, National Research Council, National Academy Press.
7. Zambak, C. (1983). "Design Charts for Rock Slopes Susceptible Toppling". *ASCE, Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 109, No. 8, pp. 1039-1062.

(접수일자 1998. 2. 4)

부록 A. 전도파괴에 대한 극한평형해석

A.1 기하학적 변수(geometrical variables)

$$b_l(i) = \sqrt{(x_{ll}(i) - x_{ul}(i))^2 + (y_{ll}(i) - y_{ul}(i))^2}$$

$$b_r(i) = \sqrt{(x_{ur}(i) - x_{lr}(i))^2 + (y_{ur}(i) - y_{lr}(i))^2}$$

$$b_u(i) = \sqrt{(x_{ul}(i) - x_{ur}(i))^2 + (y_{ul}(i) - y_{ur}(i))^2}$$

$$A(i) = \frac{1}{2} [(x_{ll}(i) \cdot y_{ul}(i) - x_{ul}(i) \cdot y_{ll}(i)) \\ + (x_{ul}(i) \cdot y_{ur}(i) - x_{ur}(i) \cdot y_{ul}(i)) \\ + (x_{ur}(i) \cdot y_{lr}(i) - x_{lr}(i) \cdot y_{ur}(i)) \\ + (x_{lr}(i) \cdot y_{ll}(i) - x_{ll}(i) \cdot y_{lr}(i))]$$

$$(\text{Area} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i), \text{ Hall(1976)})$$

$$x_G(i) = \frac{1}{6A(i)} [(x_{ll}(i) + x_{ul}(i))(x_{ll}(i) - y_{ul}(i) - x_{ul}(i) \cdot y_{ll}(i)) \\ + (x_{ul}(i) + x_{ur}(i))(x_{ul}(i) \cdot y_{ur}(i) - x_{ur}(i) \cdot y_{ul}(i)) \\ + (x_{ur}(i) + x_{lr}(i))(x_{ur}(i) \cdot y_{lr}(i) - x_{lr}(i) \cdot y_{ur}(i)) \\ + (x_{lr}(i) + x_{ll}(i))(x_{lr}(i) \cdot y_{ll}(i) - x_{ll}(i) \cdot y_{lr}(i))]$$

$$y_G(i) = \frac{1}{6A(i)} [(y_{ll}(i) + y_{ul}(i))(x_{ll}(i) - y_{ul}(i) - x_{ul}(i) \cdot y_{ll}(i)) \\ + (y_{ul}(i) + y_{ur}(i))(x_{ul}(i) \cdot y_{ur}(i) - x_{ur}(i) \cdot y_{ul}(i)) \\ + (y_{ur}(i) + y_{lr}(i))(x_{ur}(i) \cdot y_{lr}(i) - x_{lr}(i) \cdot y_{ur}(i)) \\ + (y_{lr}(i) + y_{ll}(i))(x_{lr}(i) \cdot y_{ll}(i) - x_{ll}(i) \cdot y_{lr}(i))]$$

$$(x_G = \frac{1}{6A} \sum_{i=1}^n (x_i + x_{i+1})(x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i),$$

$$y_G = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n (y_i + y_{i+1})(x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i), \text{ Hall(1976)})$$

A.2 각 절편(i)에 작용하는 힘

$$W(i) = \gamma \cdot A(i)$$

$$F_D(i) = K \cdot W(i)$$

$$U_l(i) = \frac{1}{2} \gamma_w \cdot h_{wl}^2(i)$$

$$U_r(i) = \frac{1}{2} \gamma_w \cdot h_{wr}^2(i)$$

$$U_b(i) = \gamma_w [\frac{1}{2} (h_{wr}(i) - h_{wl}(i)) + h_{wl}(i)] + \frac{1}{2} \gamma_w (h_{wl}(i) + h_{wr}(i)) \times \\ \sqrt{(x_{lr}(i) - x_{ll}(i))^2 + (y_{lr}(i) - y_{ll}(i))^2}$$

$$\begin{aligned}
T(i) &= P(i) \cdot \tan\phi_A \\
T(i+1) &= P(i+1) \cdot \tan\phi_A \\
R(i) &= N(i) \cdot \tan\phi_B \\
b_w(i) &= x_G(i) - x_H(i) \\
b_H(i) &= y_G(i) - y_H(i) \\
b_q(i) &= b_1(i) \times \sin(\alpha_1 + \alpha_A - 90^\circ) + \frac{1}{2}b_u(i) \\
h_w(i) &= y_H(i) - y_H(i) \\
h_wr(i) &= y_wr(i) - y_r(i) \\
b_{wb}(i) &= h_wr \times \frac{\sqrt{(x_r(i) - x_H(i))^2 + (y_r(i) - y_H(i))^2}}{U_b(i) / \gamma_w} \\
b_{w1}(i) &= \frac{1}{3}b_1(i) \\
b_{wr}(i) &= \frac{1}{3}b_1(i) + \sqrt{(x_r(i) - x_H(i))^2 + (y_r(i) - y_H(i))^2} \\
&\quad \times \sin(\alpha_A + \alpha_B - 90^\circ)
\end{aligned}$$

A.3 전도파괴력 산정

각 절편에 작용하는 법선력, $P(i)$,는 (i)절편에서 (i-1)까지의 극한평형방정식으로부터 산정된다.

$$\begin{aligned}
P_{11} &= F_D(i) \times \cos(\alpha_B) + W(i) \times \sin(\alpha_B) \\
&\quad + [P(i+1) + (u_r(i) - u_l(i))] \times \cos(\alpha_A + \alpha_B - 90^\circ) \\
&\quad + T(i+1) \times \sin(\alpha_A + \alpha_B - 90^\circ) - Q(i) \times \cos(90^\circ - \alpha_1 + \alpha_B) \\
P_{12} &= [W(i) \times \cos(\alpha_B) - F_D(i) \times \sin(\alpha_B) + T(i+1) \times \cos(\alpha_A + \alpha_B - 90^\circ) \\
&\quad - (P(i+1) + u_r(i) - u_l(i))] \times \sin(\alpha_A + \alpha_B - 90^\circ) \\
&\quad + Q(i) \times \sin(90^\circ - \alpha_1 + \alpha_B) \times \tan(\phi_B) \\
P_{13} &= \cos(\alpha_A + \alpha_B - 90^\circ) + (\tan\phi_A + \tan\phi_B) \times \sin(\alpha_A + \alpha_B - 90^\circ) \\
&\quad - \tan\phi_A \times \tan\phi_B \times \cos(\alpha_A + \alpha_B - 90^\circ) \\
P_s(i) &= (P_{11} - P_{12}) / P_{13} \tag{A-1}
\end{aligned}$$

(A-1)식은 각 절편의 바닥에 작용하는 힘의 평형 방정식으로부터 산정된다.

$$\begin{aligned}
P_r(i) &= [P(i+1) \times [b_1(i) + \sqrt{(x_r(i) - x_H(i))^2 + (y_r(i) - y_H(i))^2} \\
&\quad + U_b(i) \times b_{wb}(i) + F_D(i) \times b_H(i) - W(i) \times b_w(i) - T(i+1) \times S_A - Q(i)b_q(i)] / b_1(i) \tag{A-2}
\end{aligned}$$

(A-2)식은 'O' 점의 모멘트 평형방정식으로부터 산정된다. $P(i)$ 은 $P_s(i)$ 과 $P_r(i)$ 중에 큰 값으로 정의된다. (A-1)식과 (A-2)식에서 $P(i+1)$ 은 전 단계의 (i+1)절편에서 구한 $P(i)$ 과 부호는 반대이고 크기는 같다.