

수치해석에 의한 콘크리트 동적 파괴특성의 평가

Evaluation of Dynamic Fracture Properties of Concrete

연 정 흠*
Yon, Jung-Heum

요 지

0.93m/sec의 평균속도로 변위제어 삼점휨 실험된 콘크리트 보의 하중-변위 측정결과를 선형탄성파괴역학모델과 가상균열모델에 기초한 유한요소법으로 분석하였다. 두 모델 모두 실험결과와 잘 일치하며, 균열성장길이 약 60~70mm가 될 때까지 안정된 균열성장을 보이다 불안정한 균열성장에 의해 파손되었다. 선형탄성파괴역학모델에 의한 수치해석 결과 에너지해방률은 균열성장길이에 비례해서 증가하였으며, 최대값(202N/m)에 이르게 되면 일정한 값을 유지하였다. 가상균열모델에 기초한 수치해석결과 이 연구에 사용된 하중속도와 시험편의 크기에 대해 70mm의 완전한 파괴진행대가 형성되었으며, 이는 기존의 정적 실험결과에 대한 수치해석 결과보다 상당히 작은 값이었다.

핵심용어 : 선형탄성파괴역학모델, 가상균열모델, 동적 하중, 파괴진행대, 삼점휨 실험, 저항곡선

Abstract

The results of concrete three-point bend tests controlled by displacement rate of 0.93m/sec were analyzed by finite element method under assumptions of linear elastic fracture mechanics and fictitious crack models. Both fracture models could simulate the test results and the results of analysis showed that the crack propagated stably until crack extension of 60~70mm and then unstable crack propagation occurred. The analysis results of linear elastic fracture mechanics showed that energy release rate was linearly increased with crack extension and then the value remained the constant maximum value of 202N/m. The results of the fictitious crack model showed that the size of fracture process zone for the loading rate and the geometry of this research was 70mm and that the size was much smaller than those for static loading.

Keywords : linear elastic fracture mechanics model, fictitious crack model, dynamic loading, fracture process zone, three-point bend test, resistance curve

1. 서 론

콘크리트 구조물에는 비행기의 착륙, 미사일의 공격, 해안 또는 해양 구조물에 대한 파력, 가스

폭발, 바람과 지진 등에 의해 동하중이 작용하게 된다. 콘크리트 구조물에 대한 동하중이 작용하는 빈도의 증가로 콘크리트 구조물의 동적 반응에 대한 보다 정확한 해석방법의 개발이 필요하

* 정회원·인하대학교 토목공학과, 부교수

• 이 논문에 대한 토론을 1999년 3월 31일까지 본 학회에 보내주시면 1999년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

게 되었다.

콘크리트는 가장 일반적인 구조 재료임에도 불구하고, 콘크리트의 동적 파괴특성에 대한 연구는 매우 제한적이다. 정적 하중이 작용하는 콘크리트의 비선형 파괴거동은 금속재료에 대한 동탄성해석의 직접적인 적용이 적절하지 않을 수 있으나, 실제로 가능한 몇몇 자료에 의하면 콘크리트의 동적 파괴거동은 금속재료의 연성파괴와 유사한 것을 보여준다. 금속과 콘크리트의 동파괴거동의 유사성으로부터 금속재료의 소성변형이 콘크리트의 미세균열의 발생 및 부착균열의 연결과 상관성을 보일 수 있다. 최대하중 이전의 정적하중에 대한 콘크리트 구조물의 반응은 최근의 수치해석 기법의 발달로 인해 비교적 정확한 예측이 가능하게 되었다. 그러나 최대하중 이후의 콘크리트 거동의 예측에 대한 정확도는 아직도 해결하여야 될 많은 문제를 내포하고 있다.

콘크리트의 동적 파괴거동에 대한 가능한 파괴이론으로는 균열띠모델(smearred crack band model)¹⁾과 연속손상(continuous damage)²⁾ 그리고 가상균열(fictitious crack) 모델^{3)~5)} 등이 있다. 이 논문에서는 매우 빠르게 작용시킨 변위 제어 실험의 결과에 선형탄성파괴역학(linear elastic fracture mechanics) 모델과 가상균열모델을 적용하여, 유한요소법을 사용한 수치해석으로 각각의 모델에 대한 동적 파괴특성을 구하고 비교하였다.

2. 콘크리트 파괴모델

콘크리트의 동적 파괴특성을 구하기 위해 동하중이 작용하는 콘크리트 보에 대한 삼점휨 실험의 결과가 선형탄성파괴역학모델과 가상균열모델에 기초한 유한요소법으로 분석되었다. 이 연구에 적용된 파괴모델은 아래와 같다.

2.1 선형탄성파괴역학모델

선형탄성파괴역학모델(linear elastic fracture mechanics)은 취성재료에 대한 고전적인 이론으로 Kaplan⁶⁾에 의해서 콘크리트에 처음 적용되었

다. 선형탄성파괴역학모델에서 콘크리트는 선형탄성 재료이며, 균열은 변형에너지해방률(strain energy release rate) 또는 응력확대계수(stress intensity factor)가 임계값에 이르면 균열이 성장하는 것으로 가정된다. 이 임계값을 임계 변형에너지해방률(critical strain energy release rate) 또는 임계 응력확대계수(critical stress intensity factor)라 하며, 완전한 취성재료인 경우에 이 값은 재료특성(material property)이 된다. 그러나 이 연구에서는 콘크리트의 안정된 균열성장(stable crack propagation)을 유도하기 위해 임계 응력확대계수를 균열길이에 대한 변수로 취급하였고, 이 값은 측정된 하중-변위 관계를 만족하는 값으로 수치해석에 의한 에너지평형(energy balance)으로부터 계산되었다.

2.2 가상균열모델

Hillerborg 등에 의해 제안된 가상균열모델³⁾(fictitious crack model)은 미세 균열단(micro-crack tip)의 뒤쪽에 파괴진행대(fracture process zone, FPZ)가 존재하는 것으로 가정된다. 파괴진행대는 인장응력을 전달할 수 있는 이산균열(discrete crack)로 정의되며, 균열면에서 전달될 수 있는 최대응력 또는 균열면응력(crack closure stress)은 파괴진행대에서 부착균열의 마찰력과 이 부착균열 사이의 균열되지 않은 부분에 의해서 전달될 수 있는 최대 인장응력이다. 이 균열면응력은 가정된 이산균열의 균열면변위(crack opening displacement)에 의해서 결정되며, 이 균열면응력과 균열면변위의 관계가 파괴특성으로 가정된다.

3. 파괴특성의 수치계산

충격하중이 작용하는 콘크리트 삼점휨실험의 결과에 선형탄성파괴역학모델과 가상균열모델을 적용한 유한요소법을 사용하여 각 이론에 필요한 파괴특성이 계산되었다. 측정된 외부하중과 하중점변위(load-point displacement)에 의한 외부일 W 는 하중과 변위의 적분값으로 다음과 같이 계산된다.

$$W_n = \int_0^{\delta_n} P(\delta) d\delta = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (P_i + P_{i-1})(\delta_i - \delta_{i-1}) \quad (1)$$

여기서 P_i 와 δ_i 는 각각 하중과 변위이며, 아래첨자 i 와 n 은 균열길이 a_i 와 a_n 에서 계산된 결과를 나타낸다. 균열길이 a_n 에서 변형에너지 E_{Sn} 은 계산된 지점반력 R_n 과 하중점의 변위 δ_n 으로부터 다음과 같이 계산된다.

$$E_{Sn} = \frac{1}{2} R_n \delta_n \quad (2)$$

여기서 지점반력 R_n 은 균열길이 a_n 에서 계산된 값으로 작용하중에서 관성력을 제한 값이다. 위의 식으로 변형에너지를 계산하면 관성력이 하중점에 집중되는 것으로 가정되기 때문에 실제의 값과 차이가 있을 수 있으나, 이 연구의 하중특성이 변위제어 실험인 관계로 상대적으로 작은 운동에너지를 고려하면 타당한 것으로 판단된다⁴⁾. 이 경우에 운동에너지는 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$\begin{aligned} E_{Kn} &= W_n - \int_0^{\delta_n} R_i d\delta_i \\ &= W_n - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (R_i + R_{i-1})(\delta_i - \delta_{i-1}) \end{aligned} \quad (3)$$

위의 식들로부터 균열길이 a_n 에서 에너지 평형에 필요한 파괴에너지 E_{Fn} 은 다음의 에너지평형으로부터 계산된다.

$$E_{Fn} = W_n - E_{Sn} - E_{Kn} \quad (4)$$

균열성장 (crack extension) $\Delta a_n = a_n - a_{n-1}$ 에 필요한 파괴에너지해방률 G_n 은 파괴에너지 E_{Fn} 로부터 시험편의 두께 t_0 에 대해 다음과 같이 계산된다.

$$G_n = \frac{\Delta E_{Fn}}{t_0 \Delta a_n} = \frac{E_{Fn} - E_{Fn-1}}{t_0 (a_n - a_{n-1})} \quad (5)$$

선형탄성파괴이론의 파괴특성인 응력확대계수

K_n 은 파괴에너지해방률 G_n 으로부터 평면변형 (plane strain) 상태에서 다음과 같다.

$$K_n = \sqrt{\frac{E_c}{1-\nu^2}} G_n \quad (6)$$

정적해석의 경우에 파괴에너지에 의한 파괴특성은 Gross의 이론식을 사용한 값과 최대 5% 이내의 차이로 보여준다⁷⁾.

가상균열모델의 파괴진행대에서 균열성장 $\Delta a_n = a_n - a_{n-1}$ 에 필요한 파괴에너지 E_{FPZn} 은 다음과 같이 균열성장길이와 균열면변위에 대한 이중적분으로 계산될 수 있다.

$$E_{FPZn} = t_0 \int_0^{\Delta a_n} \left[\int_0^w f_{cs}(w) dw - \frac{1}{2} f_{cs}(w_s) w_s \right] dx \quad (7)$$

여기서 $f_{cs}(w)$ 는 균열면변위 w 에 대한 균열면응력이며, w_s 는 균열단 (crack tip)에서 거리가 x 인 곳에서 균열면변위이고, $\frac{1}{2} f_{cs}(w_s) w_s$ 의 항은 파괴진행대에서 복원이 가능한 탄성에너지율의 가정된 값이다. 단위면적의 파괴진행대 형성에 필요한 파괴에너지로 정의되는 파괴에너지율 (fracture energy density) G_{FPZn} 은 다음과 같이 계산된다.

$$G_{FPZn} = \frac{\Delta E_{FPZn}}{t_0 \Delta a_n} = \frac{E_{FPZn} - E_{FPZn-1}}{t_0 (a_n - a_{n-1})} \quad (8)$$

위의 계산과정에서는 하중이 제거될 때에 발생하는 영구변형이 없는 것으로 가정하고 있다. 이 영구변형이 시멘트나 골재 등과 같이 입자의 분리와 분리된 입자간의 마찰에 의한 것이라면 하중이 제거되는 동안 균열면에서 압축 잔류응력과 균열단 주변에서 인장 잔류응력이 발생하게 된다. 이 경우에 하중이 완전히 제거된 후에도 시험편에는 잔류응력에 의한 변형에너지가 어느 정도 남게 되고, 이 연구의 실험과정에서 변위의 감소에 의한 하중이 제거되지 않았기 때문에 영구변형에 의한 에너지 소모가 무시되었다.

4. 실험방법 및 결과

각 파괴이론에 필요한 콘크리트의 파괴특성은 삼점휨실험 결과로부터 결정되었다. 시험편의 세원은 그림 1과 같이 지간과 높이 및 두께가 각각 508mm와 127mm 및 50.8mm이다. 균열 발생위치를 유도하기 위해 폭 3mm와 길이 25.4mm의 초기균열이 재령 21일에 콘크리트 톱을 사용하여 제작되었다. 시험편의 평균 압축강도와 활렬인장강도는 각각 45.9MPa (468kgf/cm²)와 3.93MPa (40kgf/cm²)이다.

동하중은 그림 1의 하중전달장치에 의해 변위-제어로 시험편이 완전히 파손될 때까지 가해졌다. 측정률이 1MHz인 측정장치 4개를 사용하여 초당 4백만 개의 비율로 실험결과가 기억장치에 저장되었다. 성능이 24kN (2.5ton)이고 직경이 12.7mm이며 하중받침에 고정된 동하중계가 사용되었으며, 하중점변위는 하중받침 양쪽에 설치된 두 개의 사장변위계 (capacitance gage)에 의해 측정되었다.

그림 2는 위의 실험에 의해 측정된 하중과 하중점변위의 이력을 보여준다. 같은 조건의 두 실험에서 시험편이 완전히 파손될 때까지 시간은 평균 3.5msec이었고, 가해진 하중점변위의 평균 속도는 0.934m/sec이었다. 두 실험에서 최대하중의 크기에는 0.37kN (37.6kgf)의 차이가 있음에도 불구하고 하중점변위와 최대하중 발생시간에는 각각 5μm와 0.05msec의 근소한 차이를 보이고 있다. 그림 2에서 검은 점은 측정된 하중점변위

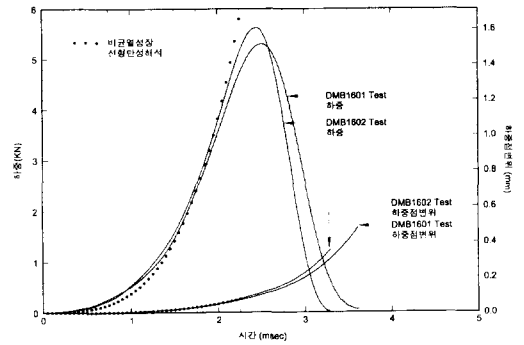


그림 2 측정된 하중과 하중점변위 이력

이력과 탄성계수 34.5GPa (0.352×10⁹kgf/cm²)에 대해 균열성장이 없는 경우 선형탄성해석의 결과이다. 동적 해석에 사용된 탄성계수는 정적 실험⁷⁾에 대한 값 26.2MPa보다 약 32% 큰 값이다. 실험결과와 비균열 선형탄성해석으로부터 균열의 발생시간이 예측될 수 있다.

5. 수치해석 결과

실험에서 측정된 하중점변위를 유한요소법의 입력자료로 하여 실험결과가 분석되었다. 그림 3은 유한요소법에 사용된 요소망과 경계조건을 보여준다. 선형탄성-사격점 요소가 사용되었고, 균열단면의 요소 크기는 1.59mm로 균열단면의 균열진행방향으로 64개의 요소가 배치되었다. 가상 균열모델의 파괴진행대는 음의 강성을 갖는 스프링 요소로 나타내었다. 균열이 발생되기 전에 이

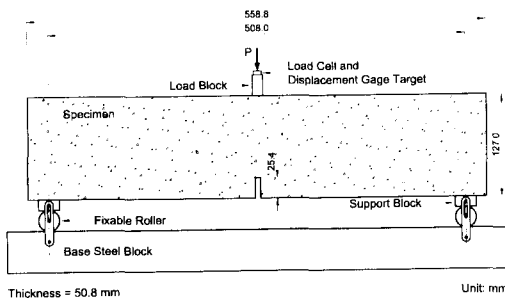


그림 1 하중전달장치 및 시험편의 크기

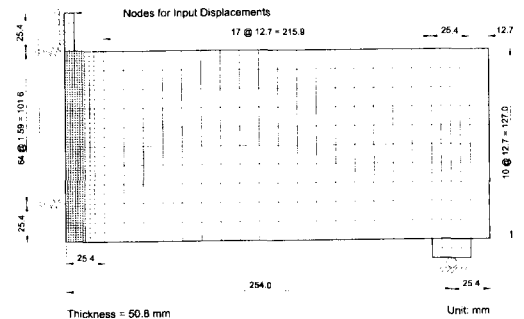


그림 3 요소망설계 및 경계조건

스프링 요소의 변위는 균열면변위의 방향으로 구속되거나 스프링에 연결된 요소의 응력이 파괴기준인 최대 균열면응력에 이르게 되면 두 개 또는 네 개 단위로 구속조건이 제거되어 파괴진행대의 강성을 나타낸다.

그림 4는 선형탄성파괴역학모델이 사용된 경우에 하중-하중점변위의 실험결과와 해석결과를 비교하고 있다. 선형탄성파괴역학모델에서 측정된 하중과 하중점변위를 만족하는 균열길이는 유일하기 때문에 이 연구에서는 임계 에너지해방률 또는 임계 응력확대계수를 사용하는 대신에 실험결과를 만족할 수 있는 균열길이를 결정하고, 에너지평형법으로 결정된 균열길이에 대한 그림 5의 파괴특성이 계산되었다. 최대하중의 약 70% 또는 0.05mm의 하중점변위에서 균열성장이 시작되어 약 8mm의

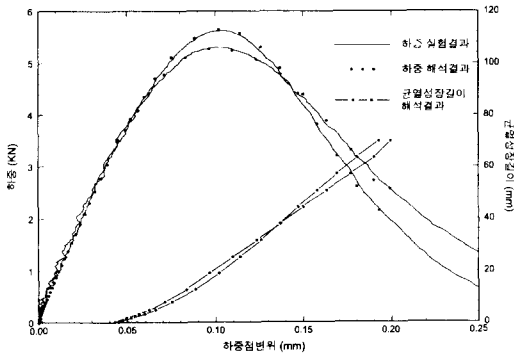


그림 4 선형탄성파괴역학모델에서 하중점변위에 대한 하중과 균열성장길이

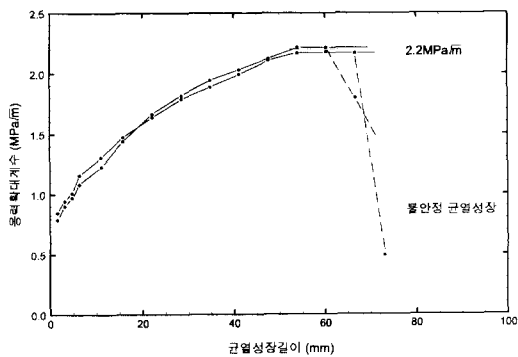


그림 5 선형탄성파괴역학모델에 의한 응력확대계수

가속성장을 하고, 이후에는 하중점변위에 선형으로 증가하는 것을 보여준다. 그림 5는 그림 4의 하중과 하중점변위 및 균열길이에 대한 응력확대계수이다. 약 55mm의 균열성장길이에 대해 응력확대계수는 서서히 증가하여 안정된 균열성장을 보이며, 약 55~70mm의 균열성장길이에서 응력확대계수는 최대값인 $2.2\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ 의 일정한 값을 유지한다. 65~70mm 이후의 균열성장길이에 대해서는 응력확대계수가 급격히 감소하는 불안정한 균열성장(unstable crack propagation)을 보여준다. 최대 응력확대계수 $2.2\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ 은 정적 실험과 해석결과⁷⁾의 $2.3\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ 과 거의 같은 값이다.

그림 4와 5의 선형탄성파괴역학이론에 의한 해석결과는 균열의 성장길이에 따른 파괴특성의 증가로 최대하중 이후까지 안정된 균열성장을 한다. 응력확대계수가 하중속도에 무관한(정적 실험과 해석의 결과와 비교하는 경우) 최대값에 이르게 되면 불안정한 균열성장을 하는 것으로 설명될 수 있다.

가상균열모델에 의한 해석결과는 그림 6과 같다. 가상균열모델의 해석에서는 균열단 요소의 평균응력이 최대 균열면응력일 때 균열은 성장하기 시작한다. 이 해석을 위해서 사용된 파괴진행대의 균열면응력-균열면변위 관계는 그림 7과 같으며, 최대 균열면응력은 최대하중 이전의 비선형 하중-하중점변위 관계를 만족하기 위한 값으로부터 결정된다. 그림 6의 균열성장길이는 균열단 요소의 평균응력이 최대 균열면응력일 때 계산된 값으로 최대하중의 약 40%에서 균열의 성장이 시작되었다. 초기 균열의 가속구간을 거쳐 균열성장길이는 최대하중까지 하중점변위에 선형으로 비례하여 증가하다가 최대하중 이후에는 서서히 감소하였다. 가상균열모델에 의한 해석에서도 균열의 불안정한 균열성장을 보여주며, 불안정한 균열성장은 약 70mm의 파괴진행대가 완전히 형성된 이후에 발생되었다. 70mm의 파괴진행대는 정적 실험의 해석결과보다 상당히 작은 값으로 이는 그림 7과 같이 정적 실험의 0.254mm보다 상당히 작은 0.047mm의 최대 균열면변위 때문이다. 파괴진행대가 완전히 형성된 이후에는

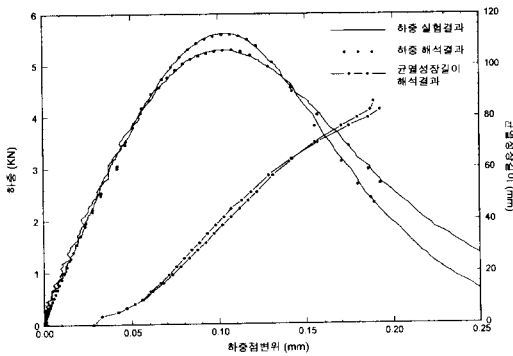


그림 6 가상균열모델에서 하중점변위에 대한 하중과 균열성장길이

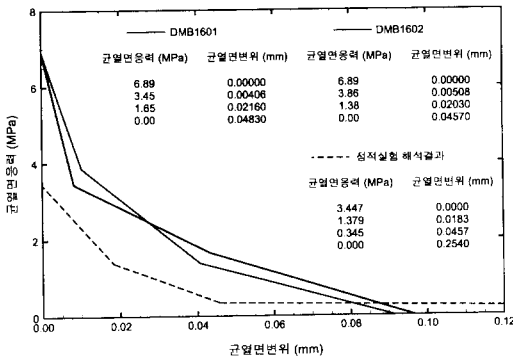


그림 7 가상균열모델 해석에 사용된 균열면응력-균열면변위 관계

13mm의 안정된 균열성장을 유지하다 불안정한 균열성장을 보이고 있다. 여기서 불안정한 균열성장은 실험에서 측정된 하중-하중점변위를 만족하기 위한 파괴모델의 파괴특성이 급격히 감소하는 경우로 정의된다.

그림 7은 세 직선으로 나타낸 균열면응력-균열면변위 관계이다. 최대 균열면응력 6.89MPa를 포함한 첫 번째 직선은 최대하중 4.65kN까지의 실험결과(비선형 구간)를 위해 필요한 값이며, 두 번째 직선은 최대하중을 포함하여 하중연화(load softening)현상이 발생하기 직전까지의 실험결과(최대하중 구간)를 위한 값이다. 세 번째 직선은 하중연화구간의 안정된 균열성장에 필요한 값이다. 그림 7의 정적 실험에 대한 균열면응

력-균열면변위 관계와 비교하면 동적 실험에 대한 관계는 큰 차이를 보여준다. 동적 실험에 대한 해석결과 최대 균열면응력은 정적 실험결과와 해석에 대한 값보다 2배 증가한 반면에, 최대 균열면변위는 약 20%의 값을 보여준다. 균열면응력-균열면변위 관계의 면적으로 정의되는 파괴에너지는 $G_f=170N/m$ 로 정적 실험과 해석의 104N/m보다 약 63% 큰 값이었다.

그림 8은 각 파괴모델의 균열성장길이 이력이다. 가상균열모델의 빠른 균열성장의 시작은 균열단 요소에서 균열성장의 기준인 최대 균열면응력이 선형탄성파괴역학이론의 응력확대계수보다 상대적으로 작기 때문이다. 선형탄성파괴역학모델의 최대 균열속도는 최대하중 이후 하중연화 구간에서 평균 115m/sec이었다. 반면에 가상균열모델의 경우에는 최대하중 구간에서 약 95m/sec의 일정한 속도이고 하중연화 구간에서는 82m/sec로 감소하였다.

이 연구에서 사용된 각 파괴모델에 의해 계산된 저항곡선은 그림 9와 같다. 저항곡선(resistance curve)은 단위면적의 균열성장에 필요한 파괴에너지인 파괴에너지의 균열성장길이에 대한 함수로 정의된다. 그림 9에 의하면 선형탄성파괴역학모델의 경우에 균열성장길이에 대한 파괴에너지 또는 에너지해방률은 균열성장길이 57mm까지 거의 선형으로 증가하며, 균열성장길이 57mm에서 일정한 값 202N/m에 이르게 되고, 이 값을 어느 정도 유지하다가 균열단 주변의 상대적으로

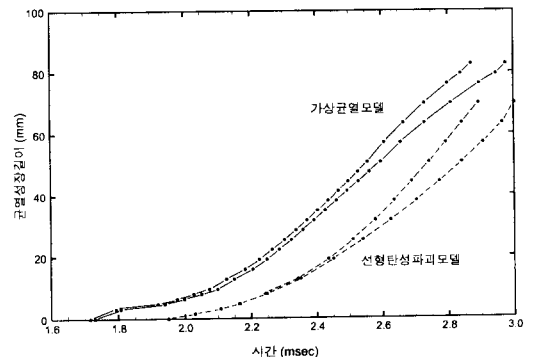


그림 8 균열성장길이 이력의 해석결과

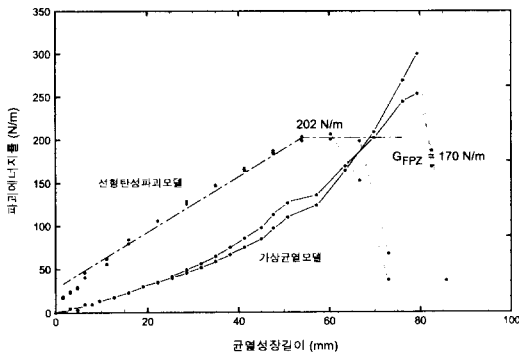


그림 9 저항곡선 해석결과

큰 변형에너지에 의해 에너지해방률이 급격히 감소하는 불안정한 균열성장을 보여준다.

가상균열모델에 의한 그림 9의 저항곡선은 최대 하중까지 균열성장길이에 비례해서 파괴에너지율이 증가하였다. 최대하중에 이르게 되면 70mm의 파괴진행대가 완전히 형성될 때까지 또는 그림 7의 파괴에너지율 $G_{Fz} = 170\text{N/m}$ 에 이를 때까지 점진적으로 증가하던 파괴에너지율은 급격히 증가하게 되고, 80mm의 균열성장에서 불안정한 균열성장을 보였다. 파괴진행대가 완전히 형성된 이후에 파괴에너지율의 증가는 새로운 파괴진행대의 형성보다 이미 존재하는 파괴진행대에서 에너지 소모가 큰 것을 의미하며, 파괴진행대 크기의 감소로 불안정한 균열성장이 발생하는 것으로 판단된다.

6. 결 론

0.93m/sec의 평균속도로 변위가 제어된 콘크리트 삼점휨실험으로 완전히 파손(failure)될 때까지 하중과 하중점변위가 측정되었다. 이 실험 결과는 선형탄성파괴역학모델과 가상균열모델의 가정에서 유효요소법으로 분석되었으며, 수치해석 결과는 다음과 같다.

1) 선형탄성파괴역학모델과 가상균열모델 모두 측정된 하중-하중점변위 관계를 만족시킬 수 있으며, 선형탄성파괴역학모델에서는 약 70mm의

균열성장길이에서 불안정한 균열성장이 발생되었고, 가상균열모델에서는 약 80mm의 균열성장길이에서 불안정한 균열성장이 발생되었다.

2) 계산된 최대 균열성장속도는 선형탄성파괴역학모델의 해석에 대해 하중연화구간에서 115m/sec이었으며, 가상균열모델의 해석에 대해 최대하중구간에서 95m/sec이다.

3) 선형탄성파괴역학모델에 의한 저항곡선 또는 에너지해방률은 균열성장길이에 비례해서 증가하며, 약 55mm의 균열성장길이에서 최대값 202N/m가 되었고, 불안정한 균열성장이 발생될 때까지 일정한 값을 유지하였다. 동적 실험결과와 해석에 대한 202N/m의 최대 에너지해방률은 정적 실험결과와 해석에 대한 값 195N/m와 거의 같은 값이었다. 최대 에너지해방률에 대한 응력확대계수는 $2.2\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ 이었다.

4) 동하중이 작용하는 삼점휨실험 결과에 대한 가상균열모델의 적용은 완전한 파괴진행대의 형성을 보여주며, 파괴진행대의 크기는 70mm로 정적 하중이 작용하는 실험결과에 대한 해석보다 상당히 적은 값을 보여준다. 완전한 파괴진행대를 형성한 후에는 약 10mm의 안정된 균열성장을 보이다 불안정한 균열성장에 의해 파손되었다.

감사의 글

이 연구는 인하대학교 1996년도 연구비 지원에 의해서 수행되었음.

참 고 문 헌

1. Bazant, Z.P. and Oh, B.H., "Crack Band Theory for Concrete Fracture", *Material and Structures*, Vol.16, No.93, 1983, pp.155~177.
2. Chen, E.P., "Continuum Damage Mechanics Studies on the Dynamic Fracture of Concrete", *Cement-Based Composites: Strain Rate Effects of Fracture*, S. Mindess and S. P. Shah, eds., Material Research Society,

- Pittsburgh, 1986, pp.63~67.
3. Hillerborg, A., Modeer, M., and Petersson, P.-E., "Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements", *Cement and Concrete Research*, Vol. 6, No. 6, 1976, pp.773~782.
 4. Yon, J.-H., Hawkins, N.M., and Kobayashi, A.S., "Numerical Simulation of Mode I Dynamic Fracture of Concrete", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.117, No.7, 1991, pp.1596~1610.
 5. Yon, J.-H., Hawkins, N.M., and Kobayashi, A.S., "Strain-Rate Sensitivity of Concrete Mechanical Properties", *Material Journal*, ACI, Vol. 89, No. 2, 1992, pp.146~153.
 6. Kaplan, M.F., "Crack Propagation and the Fracture of Concrete", *Journal of American Concrete Institute*, Vol. 58, 1961, pp.591~610.
 7. Yon, J.-H., Hawkins, N.M., and Kobayashi, A.S., "Comparisons of Concrete Fracture Models", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 123, No. 3, 1997, pp.196~203.

(접수일자 : 1998. 11. 9)