

모멘트-곡률 관계에 기초한 철근콘크리트 보의 재료비선형 해석

Material Nonlinear Analysis of RC Beams Based on Moment-Curvature Relations

곽 호 경*
Kwak, Hyo-Gyoung

김 지 은**
Kim, Ji-Eun

요 지

철근콘크리트 보에 대해서 인장강화효과와 소성힌지길이를 고려한 재료비선형 해석을 수행하였다. 비선형해석에서 자유도가 많은 대형구조물에 적용시키기에는 많은 제약이 따르는 복잡한 층상해석기법을 사용하는 대신 단면 해석을 통해 미리 구성된 모멘트-곡률 관계를 이용하였으며, 유한요소해석에서 사용요소의 크기에 따른 수치해석상의 오차를 줄이기 위해 인장강화효과와 소성힌지길이 개념을 도입하였다. 마지막으로 제안된 해석 알고리즘의 타당성을 검증하기 위하여 해석결과와 실험결과간의 상호 관계를 비교, 분석하였다.

핵심용어 : 철근 콘크리트 보, 균열, 인장강화 효과, 소성힌지길이, 모멘트-곡률

Abstract

Material nonlinear analyses of RC (Reinforced Concrete) beams considering the tension stiffening effect and plastic hinge length have been conducted. Instead of taking the sophisticated layer approach which has some limitations in application to the large structure with many degrees of freedom, the moment-curvature relationships of RC sections previously constructed through the section analysis have been used. To reduce the numerical instability in nonlinear analysis and to remove the imprecision in calculation of ultimate resisting capacity, according to the used finite element mesh size, the tension stiffening effect and plastic hinge length have been taken into consideration. Finally correlation studies between analytical and experimental results have been conducted with the objective to establish the validity of the proposed algorithms.

Keywords : reinforced concrete beam, cracks, tension stiffening effect, plastic hinge length, moment-curvature

1. 서 론

산업사회의 발달과 경제규모의 확대에 따라 구

조물이 대형화, 복잡화되는 추세에 있으며 설계 방법 또한 허용응력 설계법에서 재료의 비선형 거동을 고려하는 극한강도설계법, 나아가 보다 합

* 성희원·한국과학기술원 토목공학과, 조교수

** 한국과학기술원 토목공학과, 석사과정

• 이 논문에 대한 토론을 1999년 3월 31일까지 본 학회에 보내주시면 1999년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

리적인 한계설계법 (limit design method) 으로 점차 변화해 가고 있다. 또한 과다하중 상태인 지진에 대한 구조물의 안전성 확보를 위한 노력의 일환으로 과다하중 및 반복하중에 대한 구조거동 파악을 위한 해석적 연구와 실험적 연구가 활발히 진행되고 있으며, 특히 강구조물에 비해 취성이 강한 철근콘크리트 구조물의 경우 과다하중 (over-loads) 하에서의 구조물의 거동분석과 함께 구조물이 저항할 수 있는 정확한 극한하중을 산정해야 한다¹⁾.

실험을 통해 콘크리트 구조물의 거동을 예측할 경우 상대적으로 정확하고 실제적인 거동을 파악할 수 있는 반면 비용과 시간이 많이 소요되고 광범위한 정보를 얻는 데 매우 제한적이어서, 대부분의 경우 기본적인 거동파악을 위한 실험과 보다 상세한 구조거동 분석을 위한 수치해석적 연구가 병행되고 있다. 수치해석적 연구의 경우 성질이 전혀 다른 콘크리트와 강재의 복합체 거동에 대한 효과적인 모사가 어렵고 시간에 따른 재료성질의 변화와 재료 상호간의 영향 등의 고려가 어려워 거동 분석에서 많은 부분을 실험에 의존해 왔으나, 컴퓨터의 발달과 다양한 해석기법의 개발 및 실험을 통한 보다 정확한 재료성질의 규명에 힘입어 해석적 연구가 폭넓게 진행되고 있고 원자력 발전소 등 특수구조물의 설계에서는 비선형 해석을 통한 거동분석을 요구하고 있다²⁾.

한편 선형 해석과는 달리 구조물의 비선형 해석은 반복해석 (iterations) 을 위한 시간이 많이 소요되고 하중증가에 따른 구조계의 형상 및 재료성질의 변화에 의해 극한하중 부근에 근접할수록 수치적인 불안정성이 증가하므로, 실구조물에 적용을 위해서는 계산시간을 효율적으로 줄이면서도 극한하중까지의 거동을 정확히 예측할 수 있는 보다 간편한 해석기법을 개발할 필요가 있다.

이 논문에서는 철근콘크리트 부재 가운데 주종을 이루고 있는 보 부재의 효과적인 재료비선형 해석을 위한 해석기법을 제안하고자 한다. 현재 널리 사용되고 있는 적층단면법 (layered section approach) 을 지양하고 주어진 단면규격과 철근

비에 따라 유일하게 결정되는 모멘트-곡률 관계를 수치적으로 구성한 후 이를 토대로 강성행렬과 변형에 따른 내력을 결정함으로써 단면의 깊이에 따른 변화를 간편하고 효과적으로 나타내고자 하였다. 또한 철근콘크리트 구조물의 해석에서 나타나는 요소의 크기에 따른 영향을 최소화하기 위해 인장강화효과 (tension stiffening effect) 를 고려하였고, 보 부재의 경우 벽체 구조물과 달리 철근의 항복 후 소성변형이 최대모멘트가 발생하는 지점에 집중적으로 발달하여 전체 거동을 지배하게 되므로 소성힌지 (plastic hinge) 영역을 고려함으로써 극한하중 하에서의 구조거동을 효과적으로 모사하고자 하였다. 나아가 실험치와 수치해석 결과와의 비교를 통해 제안된 해석모델의 타당성과 효율성을 검증하였다.

2. 콘크리트와 철근의 재료모델

콘크리트는 압축응력에 대해서는 큰 저항능력을 갖는 반면 인장응력에 대해서는 취약한 재료로, 이러한 재료적 특성을 모사하기 위해 그림 1의 (a)에 나타낸 바와 같이 콘크리트 구조물의 수치해석에서 널리 사용되고 있는 Kent와 Park이 제안하고 Scott 등이 수정한 응력-변형률 관계를 사용하였으며³⁾ 압축축 각 영역을 모사하기 위한 관계식을 나타내면 다음과 같다. 이 때 K와 Z는 스테럽에 의한 구속압 효과를 나타내는 변수로 kg, cm 단위로 나타내었으며, 여기서 f_w 는 스테럽의 항복강도, ρ_s 는 스테럽 외측에서 측정된 코아콘크리트의 체적에 대한 스테럽의 체적비, h' 은 콘크리트 코아의 두께, s_s 는 스테럽 중심간 거리이다.

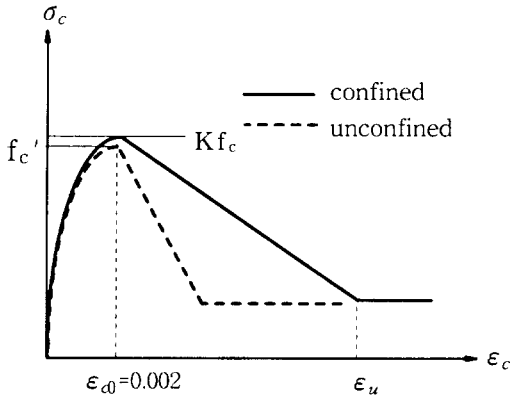
$$\sigma_c = K f_c \left[2 \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c0}} \right) - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c0}} \right)^2 \right], \quad \epsilon_c \leq \epsilon_{c0}$$

$$\sigma_c = K f_c [1 - Z(\epsilon_c - \epsilon_{c0})], \quad \epsilon_{c0} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_u \quad (1)$$

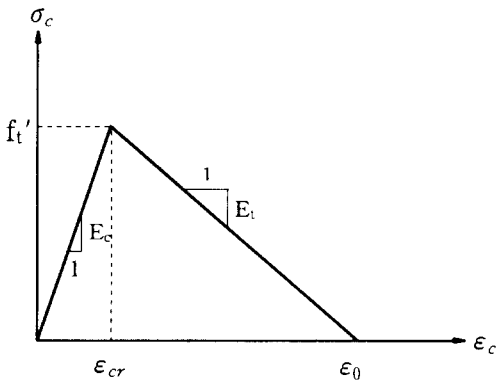
$$\sigma_c = 0.2 K f_c, \quad \epsilon_c \leq \epsilon_u$$

$$\epsilon_{c0} = 0.002 K, \quad K = 1 + \frac{\rho_s f_{yh}}{f_c} \quad (2)$$

$$Z = \frac{0.5}{\frac{3 + 0.0284f_c'}{14.21f_c' - 1000} + 0.75\rho_s\sqrt{\frac{h}{s_b}} - 0.002K} \quad (3)$$



(a) 압축축



(b) 인장축

그림 1 콘크리트의 응력-변형률 관계

한편 인장축 콘크리트에서의 응력-변형률 관계는 균열 발생 이후의 변형연화(strain softening) 영역을 선형분포로 단순화하여 하중의 증가에 따른 미세균열(microcracks)의 발달을 모사하도록 하였다⁴⁾.

그림 2는 본 논문에서 사용한 철근의 응력-변형률의 모델을 나타낸 것으로 철근은 콘크리트에 비해 압축축과 인장축에서의 응력-변형률 관계

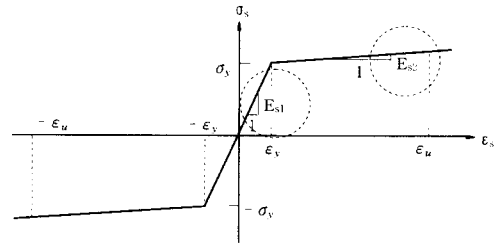


그림 2 철근의 응력-변형률 관계

가 동일한 균일한 재료성질을 나타내며 탄성 및 철근 항복 이후의 영역에서 잘 정의된다. 이 논문에서는 철근이 항복한 이후에 E_{s2} 의 기울기를 가지고 선형으로 변화하는 변형경화(strain hardening) 재료로 모델링하였는데 이 모델은 간단하면서도 이전의 여러 철근콘크리트 구조물의 해석에서 성공적으로 적용되어 왔다^{5, 6)}.

3. 인장강화효과

철근콘크리트 보에 집중하중이 작용하면 부재내에 발생하는 모멘트에 의해 철근과 콘크리트 사이의 부착기구가 파괴되고 상대변위가 유발되어 균열이 발생하게 되는데, 균열 위치에서는 콘크리트의 저항력이 0(zero)이 되는 반면 균열과 균열 사이에서는 두 재료 사이의 부착에 의해 콘크리트의 저항력이 유지되므로 이를 인장강화효과(tension stiffening effect)라 한다. 따라서 철근콘크리트 보의 거동을 두 절점의 평균에너지 개념에 토대를 둔 유한요소해석을 통해 모사함에 있어 균열영역과 비균열영역을 동시에 포함시켜 나타낼 필요가 있으며, 이때 균열의 영향을 전 영역에 걸쳐 분산시켜 나타내는 면내균열(smearred cracks)의 개념이 널리 사용되고 있다⁷⁾.

그러나 이 균열모델의 경우 균열을 면내에 분포시키는 관계로 사용하는 유한요소의 크기에 따라 균열 에너지 양의 평가가 다르게 되어 해석결과와의 차이를 초래하는 단점을 갖게 된다^{6, 8)}. 이러한 문제점을 극복하기 위해 파괴에너지(fracture energy) 개념에 토대를 둔 많은 식이 제안되고 있으며 현재까지 콘크리트 구조물의 유한요

소해석에서 널리 사용되고 있다^{8, 9, 10)}. 그러나 기존의 제안식은 공통적으로 "사용하는 유한요소의 전 영역에 미세균열이 균일하게 분포한다"라는 가정에 토대를 두고 있으므로 요소의 크기가 증가함에 따라 미세균열이 균열선단을 중심으로 유한요소의 일부분에 집중해서 발생하는 현상을 효과적으로 반영하는 데에 한계가 있다. 따라서 이 논문에서는 요소 내의 균열분포함수를 지수함수로 가정하여 균열 정점 부근에 균열이 집중되는 현상을 나타낼 수 있도록 도모하고 파괴에너지와 내부변형에너지 사이의 상호관계를 토대로 구축된 다음의 관계식을 사용하여 인장강화효과를 고려하였다¹¹⁾.

$$\epsilon_0 = \frac{2G_I \cdot \ln\left(\frac{3}{b}\right)}{f_t \cdot (3-b)} \quad (4)$$

여기서 ϵ_0 = 콘크리트의 인장강도가 0(zero)이 되는 지점의 변형률, b = 요소의 길이, G_I = 단위 폭당 단위길이의 균열을 유발시키는데 필요한 파괴에너지를 각각 의미한다. Welch와 Heisman의 실험적 연구에 의하면 파괴에너지(G_I)와 콘크리트의 인장강도(f_t)의 비인 G_I/f_t 가 0.005-0.01mm 범위를 가지므로 재료상수값인 G_I 를 효과적으로 결정할 수 있게 된다¹²⁾.

그림 3에서 볼 수 있듯이 요소의 크기가 감소함에 따라 전 영역에서 차지하는 미세균열영역이 상대적으로 큰 관계로 인장강화효과를 모사하는 인장축 콘크리트의 변형연화 영역이 크게 나타난다.

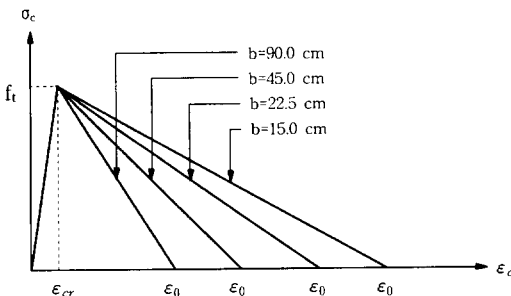


그림 3 인장축 콘크리트의 응력-변형률 관계

다⁴⁾. 이와 같이 변화하는 최대 인장 변형률 조건을 도입함으로써 요소길이가 커짐에 따라 요소 내에서 발생하는 변형률의 부등분포를 요소길이 전체에 걸친 평균값으로 산정할 수 있도록 도모하게 된다. 즉 사용하는 요소의 크기에 따라 부재의 저항력을 과대평가하게 되는 문제를 콘크리트의 인장축 저항능력을 보정함으로써 해결하게 된다.

4. 철근콘크리트 단면의 모멘트-곡률 관계

구조물은 많은 부재의 조합에 의해, 부재는 단면의 연속적인 중첩에 의해 이루어지는 관계로 하중의 증가에 따른 구조물의 비선형 거동은 단면의 비선형 거동에 의해 야기된다. 특히 골조를 구성하고 있는 보와 기둥의 거동은 내력이 집중되는 부재의 중앙부 또는 지점부에 위치하는 단면의 비선형 거동에 따라 크게 영향을 받게 되므로, 이러한 특성을 이용하여 구조물의 비선형 해석에서 소성힌지(plastic hinge) 해석법이 널리 사용되고 있다.

철근콘크리트 보 부재의 거동은 휨강성(EI)의 지배를 받으므로, 주어진 부재의 단면형상과 재료성질에 의해 결정되는 모멘트-곡률 관계의 기울기(EI)를 이용하면 하중 증가에 의해 발생하는 균열의 진행과 재료 비선형성의 증대에 의한 중립축의 재가정 및 강성의 변화 등을 고려하기 위해 단면의 깊이에 따른 각 층의 변화량을 산정하는 등의 번거로움을 피할 수 있게 된다. 따라서 이 논문에서는 철근콘크리트 보 부재의 비선형 해석을 보다 효과적으로 수행하고 나아가 실 구조물에의 적용을 위해 단면의 모멘트-곡률 관계에 토대를 둔 비선형 해석을 수행하였다.

일반적으로 철근콘크리트 단면의 모멘트-곡률 관계는 인장축 연단에서 균열이 발생하기 전인 전체 단면이 유효한 완전탄성영역(그림 5의 점 ㉠)과 인장축 철근이 항복한 이후인 완전소성영역(그림 5의 점 ㉡) 및 단면내의 균열의 진행에 따른 거동을 나타내는 균열영역(그림 5의 점 ㉠와 점 ㉡ 사이)의 세 부분으로 크게 나눌 수 있

다. 특히 균열영역은 철근의 영향과 콘크리트의 영향이 복합적으로 나타나게 되는데 구조물의 거동을 보다 정확히 모사하기 위해 BS8100을 포함한 많은 설계기준에서 콘크리트의 인장강화효과를 고려하도록 요구하고 있다.

이러한 철근콘크리트 단면의 휨거동 특성을 토대로 이 논문에서는 단면의 모멘트-곡률 관계를 세 부분으로 나누었으며 균열영역의 해석에서 식 (4)에 따라 인장강화효과를 고려하였다.

4.1 완전탄성영역

균열이 발생하는 순간까지 단면내의 응력과 변형률의 분포가 직선 형태를 나타내므로, 단면 내의 변형률 분포를 나타내는 그림 4에서와 같이 단면 내에서 균열이 발생하는 시점인 인장영역의 선단 콘크리트 변형률(ϵ_{cs})이 최대 인장강도의 변형률(ϵ_{cr})에 도달한다고 가정한 후 단면 내에 작용하는 인장력과 압축력의 평형관계로부터 다음과 같이 균열 발생 순간의 곡률(ϕ_{cr})과 균열모멘트(M_{cr})을 각각 결정할 수 있다.

$$\phi_{cr} = \epsilon_{cr} / (H - c) \tag{5}$$

$$M_{cr} = \frac{1}{3} \epsilon_{cr} E_c c^2 B + \frac{(c-d')^2}{c} E_s A_{sc} + \frac{1}{3} \frac{(H-c)^3}{c} \times \epsilon_{cs} E_c B + \frac{(d-c)^2}{c} \epsilon_{cs} E_s A_{st} \tag{6}$$

여기서 인장·압축철근의 면적과 철근비가 각각 A_{st} , A_{sc} , $\rho = A_{st}/Bd$, $\rho' = A_{sc}/Bd$, 탄성계수비

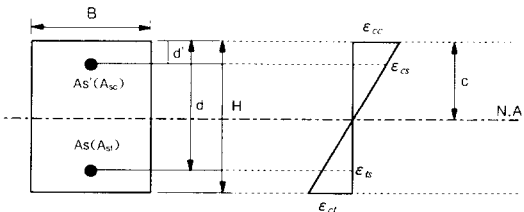


그림 4 철근 콘크리트의 단면의 변형률 관계

가 $n = E_s/E_c$ 일 때 중립축 $c = H + 2n(d\rho + d'\rho') / (1 + n(\rho + \rho'))$ 이다.

4.2 완전소성영역

철근이 항복하는 항복점은 철근과 콘크리트의 비선형 거동을 고려한 응력 상태에서부터 구하게 되는데 단면은 어떤 응력 상태에서도 중립축을 중심으로 선형의 변형률 분포를 나타낸다는 가정을 토대로 중립축 c 를 가정한다. 인장측 철근이 항복 변형률에 도달하는 순간 단면이 항복한다고 보아, 가정된 중립축을 중심으로 단면 내에서의 거리를 이용한 비례관계에 따라 콘크리트 변형률을 결정하고 이를 토대로 인장력과 압축력을 계산한다.

$$T = \sigma_{ts} \cdot A_{st} + \int_{A_{tc}} dA = f_y \cdot A_{st} + \int_{A_{tc}} \sigma_c \cdot dA \tag{7}$$

$$C = \sigma_{cs} \cdot A_{cs} + \int_{A_{cc}} \sigma_c \cdot dA \tag{8}$$

여기서 f_y 는 철근의 항복강도, A_{tc} 와 A_{cc} 는 각각 인장측과 압축측 콘크리트의 면적을 나타낸다. 나아가 계산된 압축력과 인장력을 비교하여 그 차이가 허용 오차 내에 들어오면 결정된 중립축을 토대로 단면이 항복하는 순간의 곡률과 모멘트를 결정하고, 그렇지 않으면 중립축을 새로 가정한 후 동일한 과정을 반복하여 최종적인 단면의 항복상태를 결정하게 된다.

4.3 균열영역

항복모멘트와 곡률이 결정되고 나면 이 지점(그림 5의 점 B)과 앞서 구해진 균열모멘트와 곡률이 나타내는 지점(그림 5의 점 A)의 관계로부터 곡률 변화에 따른 균열모멘트와 항복모멘트 사이의 모멘트-곡률 관계를 결정할 수 있게 된다. 즉, 균열점과 항복점 곡률 구간을 4등분하여 각 경계에 해당하는 세 개의 곡률 값을 찾고, 각 곡률이 나타내는 변형률 상태에서 단면에 발생하는 모멘트를 항복 모멘트를 산정할 때와 동일한 방법으로 구한다. 나아가 결정된 각 지점 사이를 직선으로 연결하여 구하고자 하는 철근콘

크리트 단면의 모멘트-곡률 관계를 단순화할 수 있으며 특히 철근의 항복 후 단면거동은 철근의 변형경화(그림 2의 E_s)와 비례관계가 있으므로 모멘트-곡률 관계의 기울기를 E_s 와 동일한 직선으로 가정하였다.

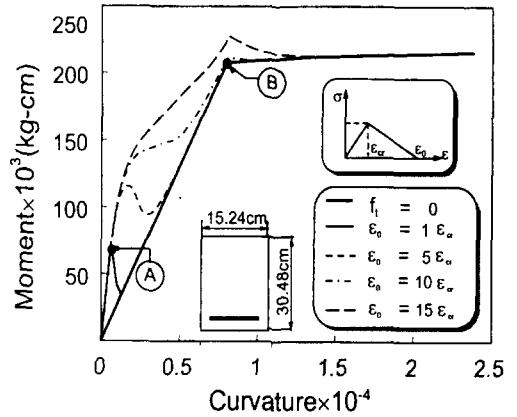
앞에서 설정된 철근과 콘크리트의 재료 성질을 토대로 콘크리트 인장 영역의 크기에 따른 거동의 차이를 살펴보기 위해 폭이 15.24cm, 높이가 30.48cm, 철근량이 2.88cm², 단면의 유효 깊이가 27.33cm인 단철근 콘크리트 단면에 대한 모멘트-곡률 관계를 변형연화 영역을 정의하는 ϵ_0 의 값을 식 (4)에 따라 변화시켜 가면서 계산하면 그림 5와 같은 모멘트-곡률 관계가 결정된다. 이때 사용한 재료상수 $f_c=323.6\text{kg/cm}^2$, $f_s=3236.4\text{kg/cm}^2$, $E_s=1.98 \times 10^6\text{kg/cm}^2$ 이다. 그림 5에서 보는 바와 같이 휨부재의 경우 균열영역에서 인장축 콘크리트에 의한 영향이 지배적으로 나타나는 것을 볼 수 있으며 보 부재의 거동을 정확히 묘사하기 위해서는 인장강화효과가 반드시 고려되어야 함을 알 수 있다.

5. 유한요소 이상화

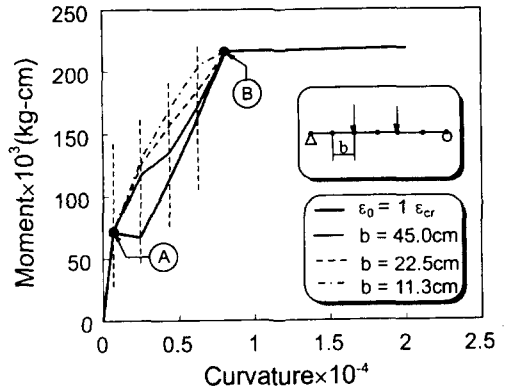
해석에 사용한 보이론은 변형 후 단면은 직선인 평면을 유지하지만 전단변형의 영향을 고려함으로써 중립축에 대해서 수직을 이루지 않는 Timoshenko 보 이론을 토대로 하여 구성방정식을 유도하였다²⁾. 또한 유한요소로 구조물을 이상화함에 있어 각 절점에서의 축방향 변형과 비선형 거동에서 콘크리트의 전단에 따른 영향은 고려하지 않았으며 하중의 증가에 따라 발생하는 비선형 거동은 휨강성의 변화에 기인한 것으로 가정하였다.

이와 같은 가정에 따라 보요소의 임의의 위치에서의 평면 응력-변형률 관계로부터 내력인 모멘트 M과 전단력Q를 산정한 후 가상일의 원리를 적용하면 변형에너지와 외력 q에 의한 에너지 평형관계를 식 (11)로 정리할 수 있다.

$$M = \left(\int_{-1/2}^{1/2} \int_{|z|}^{b(1/2)} z^2 E \, dy \, dz \right) \left(-\frac{d\theta}{dx} \right) = EI \left(-\frac{d\theta}{dx} \right) \quad (9)$$



(a) 적층단면법에 의한 단면 해석



(b) 비층상화 해법에 의한 단면 해석

그림 5 단면의 모멘트-곡률 관계

$$Q = \left(\int_{-1/2}^{1/2} \int_{|z|}^{b(1/2)} G \, dy \, dz \right) (\beta) = GA\beta \quad (10)$$

$$\int_v \left(\frac{d(\delta\theta)}{dx} EI \frac{d\theta}{dx} + \delta\beta GA\beta - \delta\beta GA\beta - \delta w q dx \right) dx = 0 \quad (11)$$

여기서 $\beta = \gamma_x = -\theta + dw/dx$, z , w 는 중립축으로부터 연직방향의 거리와 변위를, θ 는 중립축에서의 회전변위를 각각 의미한다.

가상일의 원리를 토대로 구성된 지배방정식

(11)로부터 구성된 평형방정식은 다음 식 (12)로 나타낼 수 있다.

$$[K_t + K_s]\phi - f = \left[\int_{x_1}^{x_2} [B_t]^T (EI) B_t dx \right. \\ \left. + \int_{x_1}^{x_2} [B_s]^T (GA) B_s dx \right] \phi - f = 0 \quad (12)$$

여기서 $\phi = [w_1, \theta_1, w_2, \theta_2]$, $f = \left[\frac{ql}{2}, 0, \frac{ql}{2}, 0 \right]$ 를 의미하여 두 절점 사이의 변위장을 1차의 형상함수를 사용하고 1점 Gauss-Legendre rule에 따른 적분을 수행하면 휨강성 K_t 와 전단강성 K_s 는 다음의 식으로 각각 정리된다.

$$K_t = \left(\frac{EI}{l} \right) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ K_s = \left(\frac{GA}{l} \right) \begin{bmatrix} 1 & \frac{l}{2} & -1 & \frac{l}{2} \\ \frac{l}{2} & \frac{l^2}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{l^2}{4} \\ -1 & -\frac{l}{2} & 1 & -\frac{l}{2} \\ \frac{l}{2} & \frac{l^2}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{l^2}{4} \end{bmatrix} \quad (13)$$

나아가 부재의 변위가 산정되면 결정된 변위장으로부터 부재의 내력인 모멘트와 전단력을 산정하게 되는데 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$M = (EI) B_t \phi = (EI) \left[0, \frac{1}{l}, 0, -\frac{1}{l} \right] [w_1, \theta_1, w_2, \theta_2]^T \\ = \left\{ \frac{EI}{l} \right\} (\theta_1 - \theta_2) \quad (14)$$

$$Q = (GA) B_s \phi = (GA) \left[-\frac{1}{l}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{l}, -\frac{1}{2} \right] \phi^T \\ = (GA) \left\{ \left(\frac{w_2 - w_1}{l} \right) - \left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \right) \right\} \quad (15)$$

이 때

$$B_t = \left[0, -\frac{dN_1}{dx}, 0, \frac{dN_2}{dx} \right], B_s = \left[\frac{dN_1}{dx}, -N_1, \frac{dN_1}{dx}, -N_2 \right]$$

$N_1 = \frac{x_2 - x}{l}$, $N_2 = \frac{x - x_1}{l}$ 를 나타내며 전단력은 부재의 길이를 따라 선형으로 변화하므로 $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ 위치에서 산정한다.

모멘트 M 과 전단력 Q 에 의해 요소 내에 발생하는 내력은 다음과 같이 나타내어진다.

$$p = \int_{x_1}^{x_2} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{l} \\ 0 \\ -\frac{1}{l} \end{bmatrix} M dx + \int_{x_1}^{x_2} \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} \\ \frac{x - x_2}{l} \\ \frac{1}{l} \\ \frac{x_1 - x}{l} \end{bmatrix} Q dx \\ = \left[-Q, M - \frac{QL}{2}, Q, -M - \frac{QL}{2} \right]^T \quad (16)$$

앞에서 언급한 바와 같이 다우얼작용 (dowel action)과 골재맞물림 (aggregate interlocking) 등 균열발생 이후의 전단에 의한 변형효과를 무시하였으므로 휨부재인 보 부재의 모멘트-곡률 관계가 정의되면 하중상태에 따른 모멘트-곡률 관계의 기울기인 EI 값을 토대로 강성행렬의 구성에서 내력의 산정에 이르기까지 하중상태에 따른 구조거동 파악을 용이하게 할 수 있다.

6. 해석과정

이 논문에서는 하중 증가에 따른 구조거동을 파악함에 있어 하중조절방법 (load control method) 가운데 철근콘크리트의 비선형 해석에서 널리 채택하고 있는, 하중단계를 구분하고 각 단계에서의 정확한 결과를 얻기 위해 반복법을 사용하는 복합법 (combined incremental-initial method)을 적용하였다. 이 방법은 잘 알려진 바와 같이 첫 번째 반복해석에서만 강성행렬을 재구성하고 반복해석과정 중에는 강성행렬을 구성하지 않는다. 한

반 반복과정에서의 수렴여부는 전체 에너지의 오차 또는 전체 변위의 오차 등을 사용하여 결정하게 되는데 여기서는 발생한 전체 변위의 제곱합에 대한 변위증분의 제곱합이 오차한계 이하일 경우 수렴하는 것으로 한 다음 관계식 (17)을 사용하여 구성된 강성행렬과 채택한 해석법을 사용한 반복해석 과정을 설명하면 그림 6과 같다²⁾.

$$E_d = [\sum (\Delta d_i)^2]^{1/2} / [\sum_{i=1}^n (\Delta d_i)^2]^{1/2} \leq \text{TOLER} \quad (17)$$

7. 철근콘크리트 보의 해석

이 논문에서 제안한 모멘트-곡률 관계에 기초한 해석방법의 적용성을 검토하기 위해 실험으로 거동이 검증된 3개의 철근 콘크리트 보에 대한 해석을 수행하여 그 결과를 비교하였다. 비교에 이용한 구조계는 Gaston, Siess 그리고 Newmark

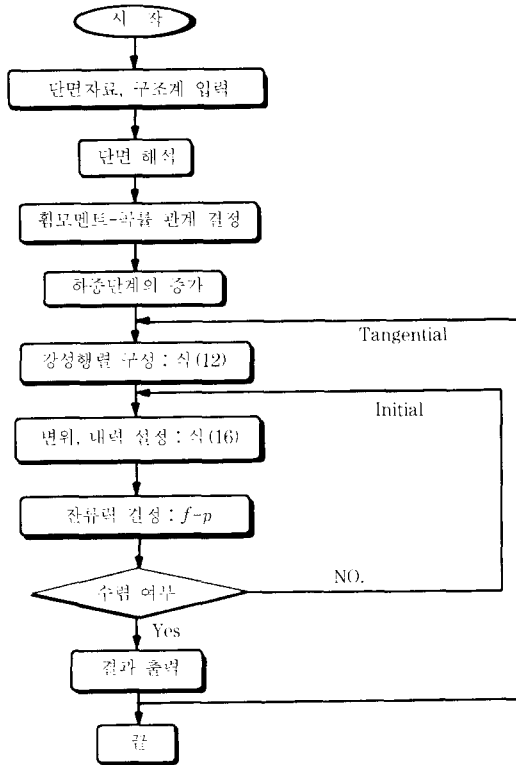


그림 6 해석흐름도

가 실험한 T1MA¹³⁾, NJIT에서 실험한 B5¹⁴⁾ 및 Burns와 Siess가 실험한 J4¹⁵⁾ 구조계로, 구조물의 제원과 재료 성질 등 세부사항은 표 1, 2와 같다.

또한 콘크리트에 발생하는 주균열의 평균적인 발생 간격이 피복두께의 3배 정도라고 볼 때 요소의 길이가 이 값보다 작아지더라도 더 이상 요소 세분화에 따른 정확도의 개선을 기대할 수 없으므로 이를 고려하여 수치해석에서 사용한 최대 요소수를 결정하였다¹⁶⁾.

7.1 T1MA 보

4.3절의 모멘트-곡률 관계에서 언급한 과정과 식(4)에 의해 인장강화효과를 고려한 T1MA 보 단면에 대한 모멘트-곡률 관계를 구성하면 그림 8과 같다. T1MA 보 부재는 과소철근 부재인 관계로 그림에서와 같이 균열영역에서 인장강화효과에 따른 영향이 작지 않음을 볼 수 있다.

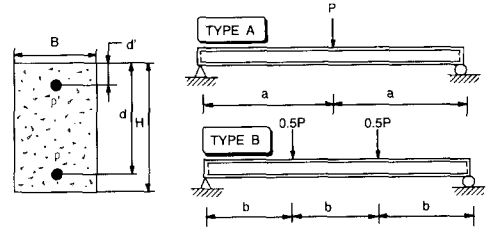


그림 7 해석 구조물의 형태

표 1 해석 구조물의 재료 성질

보	E_c (kg/cm ²)	E_s (kg/cm ²)	f_c (kg/cm ²)	f_s (kg/cm ²)	$\rho = A_s/Bd$	$\rho' = A_s'/Bd$
T1MA	271578.6	1984067.4	323.6	3236.4	0.0062	0
B5	274135.0	2040000.0	334.0	5623.0	0.015	0.0075
J4	267178.0	2074145.0	340.0	3157.0	0.0099	0

$\nu = 0.167, G_c = E_c/2(1 + \nu), G_s/f_s = 0.0075\text{mm}$

표 2 해석 구조물의 제원

보	B (cm)	H (cm)	d (cm)	하중형태	a 또는 b (cm)
T1MA	15.24	30.48	27.230	B	90.00
B5	17.78	38.10	32.385	B	91.44
J4	33.02	50.80	45.720	A	180.0

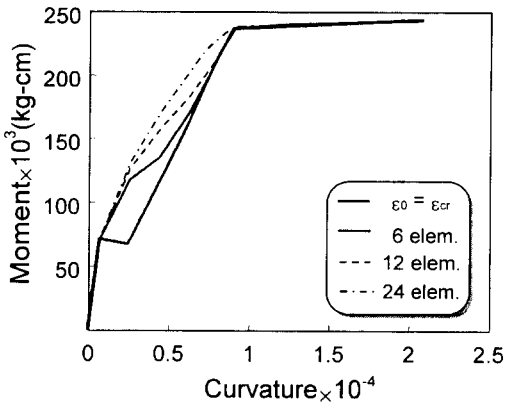


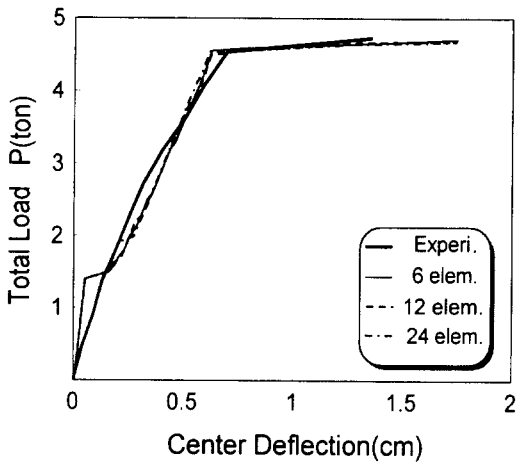
그림 8 T1MA 단면의 모멘트-곡률 관계

그림 9(a)에서 인장강화효과를 무시할 경우($\epsilon_0 = \epsilon_c$) 요소의 크기에 따른 거동의 차이는 없으나 균열 발생 후 균열과 균열 사이 콘크리트 부분의 저항력을 무시함으로써 균열이 발생하는 즉시 실제보다 낮은 저항력을 보이고 있다. 한편 그림 9(b)의 인장강화효과를 고려한 경우는 균열 발생 후부터 항복에 이르기까지 상당한 에너지 흡수 능력을 보여 실험치보다도 강성이 크게 평가되어 높은 저항력을 나타내고 있는데 이는 실제 상황에서 일어나는 철근과 콘크리트 사이의

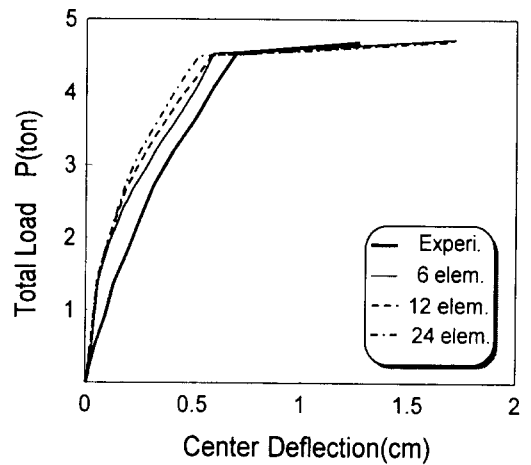
부착슬립, 또는 결합력의 약화현상을 고려하지 않아 저항력을 과대평가한 데서 기인한 것으로 보인다. 이 때 하중재하 초기의 탄성영역에서 실험치와 해석결과 사이에 차이가 나타나고 있는데 Bashur와 Darwin¹⁷⁾의 해석적 연구에서도 동일한 차이를 보이는 것으로 볼 때 실험결과의 초기 수정에 오류가 있는 것으로 판단된다. 나아가 요소의 크기에 따른 영향을 살펴보면 그림 3에서와 같이 변형연화영역을 선형으로 가정할 때 해석상 간편성은 있으나 변형이 큰 구간에서 실제보다 다소 과다한 에너지 흡수능력을 갖는 것으로 묘사되는 현상에 기인한 것으로 생각된다. 따라서 보다 효과적인 구조거동의 묘사를 위해서는 변형연화영역을 변형을 증가에 따라 응력의 감소폭이 상대적으로 큰 곡선형태를 갖는 것으로 정의하는 것이 타당할 것이다. 그러나 알려진 바와 같이 선형감소로 정의할 경우라 할 지라도 사용요소의 크기에 따른 효과가 현격히 감소하므로 수치해석상의 편의를 감안하면 선형의 변형연화로 정의하는 데 큰 문제는 없을 것으로 판단된다.

7.2 B5 보

그림 10에 나타낸 과다철근비를 갖는 B5 보 부재의 모멘트-곡률 관계를 살펴보면 T1MA 보



(a) 인장강화효과를 무시할 경우



(b) 인장강화효과를 고려할 경우

그림 9 T1MA 단순보의 하중-처짐 관계

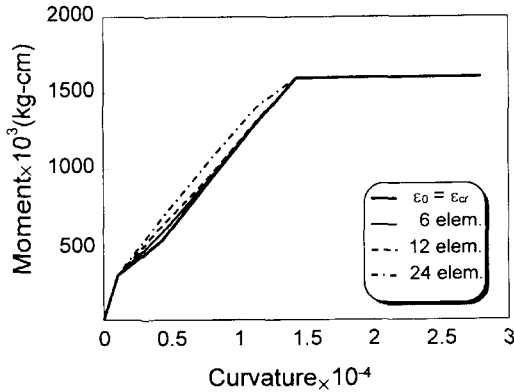


그림 10 B5 단면의 모멘트-곡률 관계

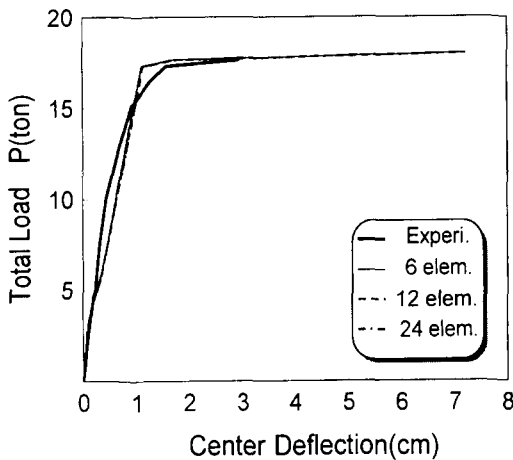
와 달리 요소수에 따른 거동의 차이가 거의 없으며 인장강화효과에 따른 영향이 극히 미미함을 알 수 있다. 즉 과다철근상태인 경우 구조거동이 철근 자체의 거동에 많은 영향을 받으므로 콘크리트에 의한 영향은 극히 작고 취성의 성질이 크게 나타나는 것을 알 수 있다.

한편 그림 11의 해석결과를 살펴보면 실험치와 잘 일치하는 경향을 나타내고 있는데 이는 인장강화효과 자체가 극히 미미하고 구조물의 비선형 거동특성이 비교적 작기 때문으로 판단된다.

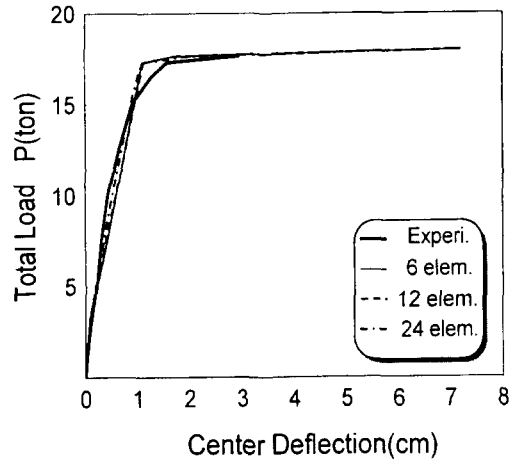
그러나 인장강화효과를 고려하지 않는 경우 취성 거동이 강함에도 불구하고 구조물의 강성을 과소 평가하는 결과를 초래함을 볼 수 있다. 또한 항복이 일어나는 시점 부근에서 해석과 실험결과가 차이를 보임을 알 수 있는데, 해석결과는 항복점을 중심으로 뚜렷한 두 개의 직선 거동이 나타나는 반면 실험결과는 항복점에 접근할수록 비선형성이 다소 증가하는 현상을 나타내고 있다. 이러한 차이는 앞의 예제에서 언급한 바와 같이 수치 해석의 경우 부착슬립을 고려하지 않은 관계로 철근이 항복하는 순간 부재의 극한 저항력에 도달하는 반면 실제 구조물의 경우는 작기는 하나 극한 하중 상태에 도달함에 따라 철근과 콘크리트의 부착슬립이 발생되기 때문인 것으로 판단된다.

7.3 J4 보

J4 보 또한 B5 보 보다 철근비가 크지는 않으나 비교적 큰 철근비를 갖는 관계로 그림 12의 모멘트-곡률 관계에서 보는 바와 같이 인장강화 효과에 따른 영향이 크게 나타나지 않는 것을 볼 수 있다. 나아가 그림 13에 나타난 바와 같이 해석결과 또한 요소의 크기에 따른 인장강화 효과가 뚜렷하다고는 볼 수 없으나, 이 효과를 고려하지 않은 경우 앞의 예제에서와 마찬가지로 구



(a) 인장강화효과를 무시할 경우



(b) 인장강화효과를 고려할 경우

그림 11 B5 단순보의 하중-처짐 관계

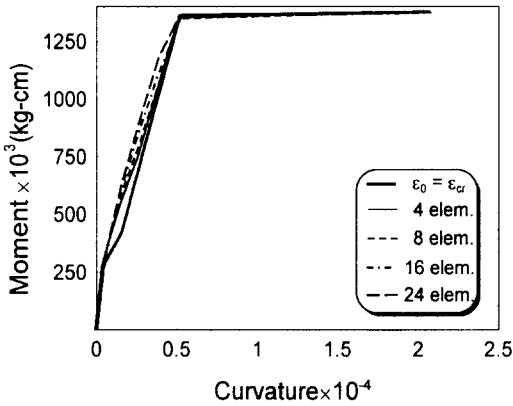


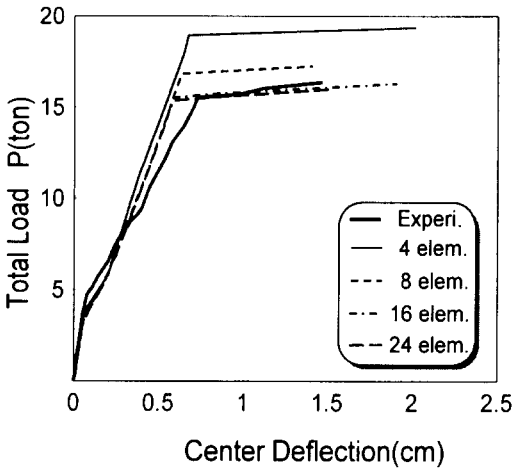
그림 12 J4 단면의 모멘트-곡률 관계

조물의 강성을 작게 평가하는 결과를 초래하고 있음을 알 수 있다.

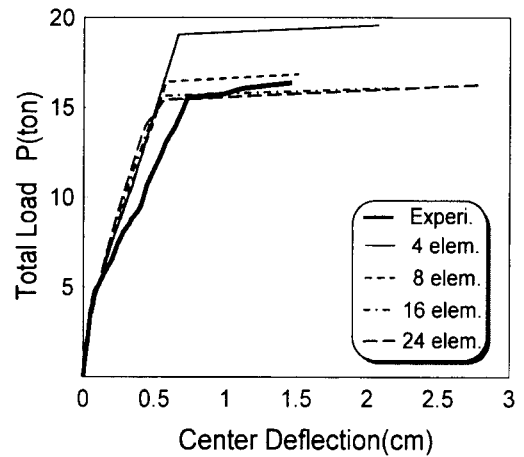
한편 앞의 결과들과는 달리 이 예제 구조물의 경우는 요소의 크기에 따라 구조물의 극한하중이 다르게 산정되는 것을 볼 수 있다. 그림 13에 의하면 인장강화효과를 고려하지 않는 경우 요소수에 따라 균열발생 이후 강성의 변화 양상에 거의 차이가 없으나, 요소의 크기가 급격히 증가하는 4개의 요소분할을 통한 해석 결과의 경우 요소의 평균적인 변형이 과소평가되면서 모멘트-곡률

관계에서 낮은 곡률 구간의 큰 강성값을 이용하게 되어 부재의 강성 또한 크게 나타남을 알 수 있다. 또한 인장강화효과를 고려한 경우 요소수가 증가할수록 인장강화효과가 크게 평가되어 강성이 증가하는 현상은 제대로 묘사하고 있으나 요소수가 작을수록 극한하중이 상대적으로 급격한 증가를 보임을 알 수 있다. 이는 앞의 예제 구조물들의 경우 작용하는 하중이 부재의 1/3지점에 위치하는 반면 이 예제 구조물의 경우는 중앙에 집중하중이 작용하고 있는데, 널리 알려진 바와 같이 보 부재의 경우 하중 증가에 따른 소성변형(plastic deformation)은 최대 부재력이 유발되는 지점에서 일정한 크기의 영역에 집중적으로 발생하게 된다. 따라서 이 영역의 크기를 소성힌지길이(plastic hinge length)로 정의하고 있으며 이와 관련된 많은 실험식이 제안되고 있다¹⁾.

즉 앞의 두 예제 구조물은 중앙부 1/3이 최대 부재력인 순수 모멘트가 동시에 발생하게 되어 소성힌지영역이 넓게 분포하는 반면, J4 보의 경우는 중앙에 집중하중이 작용하므로 최대 부재력은 중앙의 좁은 영역에 위치하게 되어 소성힌지영역이 좁게 나타나게 된다. 따라서 평균적인 변위장을 사용하는 보요소를 사용하여 구조물을 모델링할 경우 요소의 크기가 큰 경우 소성힌지 영역



(a) 인장강화효과를 무시할 경우



(b) 인장강화효과를 고려할 경우

그림 13 J4 단순보의 하중-처짐 관계

의 표현이 효과적으로 이루어지지 않아 구조물의 극한하중을 과대평가하는 결과를 초래하게 된다.

따라서 소성변형영역을 l_p 즉 곡률이 일정하다고 간주할 수 있는 등가의 소성힌지길이(plastic hinge length)로 나타내어 이 길이 부분을 별개의 요소로 설정하면 요소 내 변형의 평균값이 실제 변형을 적절히 반영할 수 있게 된다. 소성힌지길이 l_p 로는 여러 제안식 가운데 비교적 간단한 Sawyer¹⁾의 제안식을 이용하여 $M\sqrt{M_u} = 0.85$ 라는 가정 하에 다음과 같이 설정하였다.

$$l_p = 0.25d + 0.075z \quad (18)$$

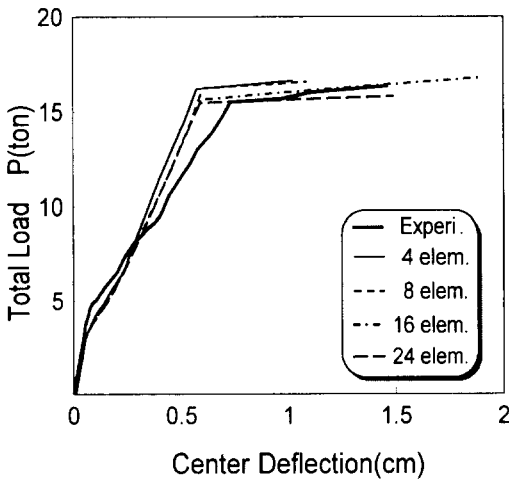
위 식으로부터 l_p 를 구하면 약 25cm의 값을 얻을 수 있는데, 그림 13의 해석결과에서 보듯이 하나의 요소크기가 4개 요소를 사용할 경우 90cm이고 8개 요소를 사용할 경우 45cm²로써 전처거동을 지배하는 부재의 중간 지점에서 변형량이 실제보다 과소 평가 되었음을 알 수 있다. 따라서 콘크리트 구조물의 비선형 해석에서 최대모멘트가 발생하는 지점에 4개 요소를 사용하여 구조물을 모델링할 경우 소성힌지길이를 갖는 요소를 추가하여 구조물을 모델링할 필요가 있다. 이 예제의 경우 계산된 $l_p=25$ cm의 값을 이용하여 최대모멘

트가 발생하는 부재 중간 지점을 중심으로 좌우에 추가적인 요소를 분할하여 동일한 해석을 수행하면 그림 14에 나타난 바와 같이 극한하중을 정확히 예측하는 결과를 얻을 수 있으며 요소크기에 따른 해석상의 오류를 제거할 수 있다.

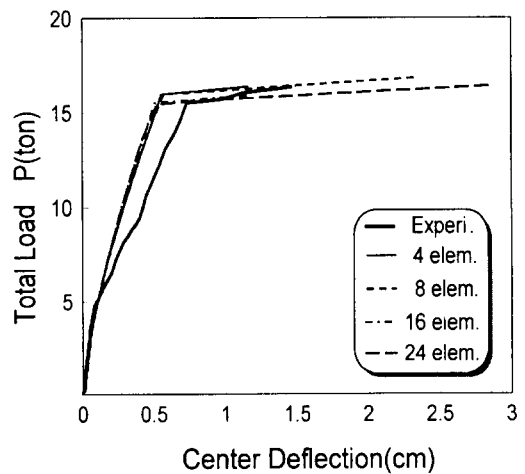
8. 결 론

이 논문에서는 철근콘크리트 보에 대해 비층상화 기법을 적용하여 단면의 인장강화효과와 소성힌지길이를 고려한 모멘트-곡률 관계를 구성하고, 이를 토대로 철근콘크리트 보 부재의 비선형 거동을 효과적으로 예측하기 위한 해석기법을 제안하였다. 특히 연성확보를 위해 일반적으로 과소철근 콘크리트 구조물로 설계되는 점을 감안할 때 구조거동의 효과적인 해석을 위해서는 인장강화효과를 고려해야 하며 비선형의 변형연화를 고려할 경우 보다 개선된 결과를 얻을 수 있으나 수치해석상의 편의를 위해 선형의 변형연화를 고려해도 무리는 없을 것으로 판단된다.

한편 콘크리트 구조물의 비선형 해석에서 일반적으로 등간격의 유한요소로 모델링하게 되는데, 이 논문에서 살펴본 바와 같이 변형이 일부 영역에 걸쳐 집중되는 콘크리트 구조물의 특징으로



(a) 인장강화효과를 무시할 경우



(b) 인장강화효과를 고려할 경우

그림 14 소성힌지길이를 고려한 J4 단순보의 하중-처짐 관계

말미암아 구조물의 극한강도를 정확히 예측하기 위해서는 소성힌지길이의 효과를 반드시 고려해야 할 것으로 판단된다.

감사의 글

이 논문은 1998년도 한국과학재단에서 지원한 한-일 공동연구의 연구결과로 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고 문헌

1. Park, R. and Paulay, T., *Reinforced Concrete Structure*, John Wiley & Sons, New York, 1975.
2. Owen, D.R.J. and Hinton, E., *Finite Elements in Plasticity*, Pineridge Press Limited, 1980.
3. Scott, B.D., Park, R. and Priestley, M.J.N., "Stress-Strain Behavior of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Strain Rates", *ACI*, Vol. 79, No. 1, pp.13~27, 1982.
4. Bazant, Z. P. and Oh, B. H., "Deformation of Progressively Cracking Reinforced Concrete Beams", *ACI*, Vol. 81, No. 3, 1984.
5. Ngo, D. and Scordelis, A.C., "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams", *ACI*, Vol. 64, No. 3, pp.152~163, 1967.
6. Vedo, A. and Ghali, A., "Moment-Curvature Relation of Reinforced Concrete Slabs", *Journal of Structural Division*, ASCE, Vol. 103, No. ST3, pp.515~531, 1977.
7. Rashid., "Analysis of Prestressed Concrete Pressure Vessels", *Nuclear Eng. and Design*, Vol. 7, No. 4, pp.334~344.
8. Bazant, Z.P. and Cedolin, L., "Fracture Mechanics of Reinforced Concrete", *Journal of the Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 106, No. EM6, pp.1287~1306, 1980.
9. Bazant, Z.P. and Cedolin, L., "Finite Element Modelling of Crack Band Propagation", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 109, No. 1, pp.69~93, 1983.
10. Hillerborg, A., Modeer, M. and Petersson, P.E., "Analysis of Crack Formation and Growth in Concrete by means of Fracture Mechanics and Finite Element", *Cement and Concrete Research*, Vol. 6, No.6, pp.773~782, 1976.
11. Kwak, H.G. and Filippou, F.C. "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures under Monotonic Loads", Report No. UCB/SEMM-90/14, Univ. of California, Berkeley, 1990.
12. Welch, G.B. and Haisman, B., "Fracture Toughness Measurements of Concrete", Report No. R42, Univ. of New South Wales, Sydney, Australia, 1969.
13. Gaston, J.R., Siess, C.P. and Newmark, N. M., "A Layered Finite Element Non-Linear Analysis of Reinforced Concrete Plates and Shells", *Civil Engineering Studies*, SRS No. 389, Univ. of Illinois, Urbana, 1972.
14. Laurencelle, R.G., Jr. "Inelastic Behavior of Reinforced Fibrous Concrete Beams", Master's thesis, New Jersey Institute of Technology, 1981.
15. Burns, N.H. and Siess, C.P., "Load-Deformation Characteristics of Beam-Column Connections in Reinforced Concrete", *Civil Engineering Studies*, SRS No. 234, Univ. of Illinois, Urbana, 1962.
16. Chen, W. F., *Plasticity in Reinforced Concrete*, McGraw-Hill Book Company, 1982.
17. Bashur, F. and Darwin, D., "Nonlinear Model for Reinforced Concrete Slabs", *Journal of Structural Division*, ASCE, Vol. 104, No. ST1, pp.157~170.

(접수일자 : 1998. 9. 28)