

Membrane Structures의 설계 및 구조해석 (인천대공원 야외음악당 현수막구조)



한 상 을*



이 경 수**

1. 시작하며

막구조물은 건축적인 표현의 다양성과 재료가 갖는 구조적 특성으로 건축구조물로서 자주 이용되고 있다. 외국에서는 이미 영구건축물로서 강도와 내구성능을 인정받고 있으며 소규모의 전시장에서 부터 대규모 스타디움에 이르기까지 다양하게 이용되고 있다.

국내에서는 최근 막구조를 이용한 체육관, 전시장, 레저공간 등 여러 건축물들이 건설되고 있으며, 월드컵경기장 등 스타디움의 지붕구조로써 막구조의 사용이 증가되고 있다. 그러나 막구조의 건설은 단기적인 외국의 기술이 반복적으로 도입되어 수행되어져 왔으며, 이에 따른 로열티 지불, 기술이전의 불가등 많은 어려움이 있었다. 막구조의 건설에는 여러 단계가 있으나, 그중 막구조해석과 재단도해석은 막구조설계와 시공의

근간이 되는 분야로써 자생적인 기술력 확보가 매우 중요하다.

따라서 본고에서는 자체 연구를 통하여 개발된 막구조해석과 재단도해석에 관련된 기술을 토대로 최근 인천대공원에 시공예정인 야외음악당 현수막구조를 설계한 과정을 소개한다.

2. 막구조의 설계과정

막구조는 기하학적으로 발생하는 면내 인장력에 의해 외력에 저항하는 형태저항형 구조물이며, 케이블구조와 함께 휨강성이 작은 연성구조에 속한다. 연성구조인 케이블과 막구조는 초기장력에 의해 구조적인 안전성을 확보하게 되며, 대변형에 의한 기하학적 비선형성을 갖게되고 이러한 특성으로 막구조의 형태를 찾는 것은 매우 어렵다. 막구조의 설계과정은 크게 초기형태탐

* 정회원·인하대학교 건축공학과, 교수

** 인하대학교 건축공학과, 석사과정

색, 응력해석, 재단도해석의 3단계로 구분될 수 있다.

일반적인 라멘구조와는 달리 막구조는 휨강성이 없으므로 형상탐색과정을 통하여 적합한 기하 형태를 찾아야 한다. 이때 막은 유연한 재료이므로 이중곡률을 갖고, 적합한 초기장력이 부여 될 수 있는 유연한 형상을 선택해야한다.

초기형태탐색으로 결정된 막형상에 외력을 고려하여 막구조의 응력 및 변형을 해석한다. 막구조는 외부하중에 대해 초기장력에 의해 저항하는 인장구조인 동시에 연성구조이며, 외부하중에 대해 대변형의 기하학적 비선형 거동특성을 나타내는데, 적설하중이나 풍하중 작용시 국부적 응력집중현상에 의해 초기장력이 상실되어 압축력이 발생하는 주름현상(wrinkling)이 발생하거나 국부 처짐현상(ponding)이 발생하게 된다. 이러한 경우 초기 형상탐색과정부터 다시 시작하여 적절한 형상을 찾아야 한다.

응력-변형해석을 수행한 후 막구조설계의 마지막 단계인 재단도해석이 이루어지게 된다. 재단도 결정은 형태해석을 통하여 얻은 형상을 2차원 평면으로 투영시키고, 신장률, 결합선 두께 및 최소 재단폭을 고려한 재단도를 결정하는 과정을 통해 이루어진다.

3. 해석알고리즘

막구조와 같은 인장구조물의 수치해석에 사용되는 수치해석방법은 여러 가지가 있으며, 이번 인천대공원 야외음악당 막구조 설계에 사용된 수치해석 기법은 뉴튼랩슨법, 동적이완법(dynamic relaxation method), 내력밀도법(force density method)으로서, 위 수치해석기법의 특징을 간략히 소개하면 다음과 같다.

3.1 뉴튼랩슨법

대표적 비선형 수치해석기법인 뉴튼랩슨법 계열의 해석과정은 구조물의 불평형력을 구하고, 불평형력이 제거될 때까지 반복계산을 수행하여 평형상태를 결정하는 것이다. 뉴튼랩슨법계열의

수치해석기법은 높은 수렴성을 나타내는데, 수치해석 과정의 각 단계에서 강성매트릭스의 역행렬에 의해 변위를 구하기 때문에 강성매트릭스를 만드는 시간보다 강성매트릭스의 역행렬을 구하는데 상대적으로 많은 계산시간이 필요하게 된다.

평형방정식에서 불평형력벡터 $\{R\}$ 을 계산하면 다음 식과 같다.

$$\{R\} = \{W\} - [B]^T \{\sigma\} \quad (1)$$

불평형력 $\{R\} \neq 0$ 이면, 불평형력에 의한 구조물의 변위 $\Delta\{u_{i+1}\}$ 에 관한 식은 아래와 같으며,

$$[K]_i \Delta\{u_{i+1}\} = \{R\}_i \quad (2)$$

$$\Delta\{u_{i+1}\} = [K]_i^{-1} \{R\}_i \quad (3)$$

식(3)에서 $[K]_i$ 와 $\{R\}_i$ 는 각각 $i+1$ 스텝에서의 접선 강성매트릭스와 불평형력벡터이다. 전체좌표계의 변위는 다음 식에 의해 계산한다.

$$D_{i+1} = D_i + \Delta\{u_{i+1}\} \quad (4)$$

위의 과정을 통해서 반복계산에 의해 $i+1$ 스텝에서의 $R_{i+1} \simeq \{0\}$ 이 되는 D_{i+1} 를 찾는다.

막구조에서 형상해석 혹은 형상탐색의 단계는 외부하중벡터 $\{W\}$ 이 zero 이므로, 불평형력벡터 $\{R\}$ 은 다음 식과 같다.

$$\{R\} = -[B]^T \{\sigma\} \quad (5)$$

$\{R\}_i \simeq \{0\}$ 일때의 구조물의 절점좌표계를 초기응력(prestress)에 의한 초기형상으로 결정한다.

3.2 동적이완법

동적이완법(dynamic relaxation method)은 뉴튼랩슨법과 달리, 강성매트릭스를 만들지 않고, 차분적 방법에 의해 변위를 구하는 수치해석 기법이다. 따라서, 변위를 구하는데, 상대적으로 적

은 수치해석상의 노력과 시간이 필요하지만, 차분적으로 변위를 계산하기 때문에 수렴성에서 떨어지는 경향이 있다.

Day에 의해 제안된 동적이완법은 시간증분단계 Δt 마다 구조물의 운동상태를 추적해 나가면서, 구조물의 감쇠작용에 의해 구조물이 정적 평형상태에 도달한다는 원리에서 출발한다.

동적이완법에 의한 형상해석방법은 임의의 초기 구조물상태와 초기응력에 의해 발생된 구조물의 운동에 대한 정적 평형상태를 찾고, 응력 변형해석에서는 형상해석을 통해 얻은 평형상태에 임의의 외부하중을 적용시켜 발생한 운동상태를 동적이완법의 수치해석과정을 수행하여 정적 평형상태를 찾는 것이다.

정적 평형상태를 찾아가는 과정은 동적감쇠(kinetic damping)에 의해 자동적으로 조절되는데, 무감쇠 상태에서 구조물의 거동을 추적하면서 각 시간증분마다 구조물의 총 운동에너지를 계산하여, 최대 운동에너지일 때의 시간증분단계를 새로운 기준 상태로 설정하여 반복계산을 수행한다.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{W\} \quad (6)$$

구조물의 운동방정식은 위 식(6)과 같으며, 동적감쇠에 의해 감쇠매트릭스 $[C] = O$ 가 되어 식(6)은 다음 식으로 표현된다.

$$[M]\{\ddot{u}\} = \{W\} - [K]\{u\} \quad (7)$$

식(7)의 오른쪽 항을 불평형력 $\{R\}$ 로 보면, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[M]\{\ddot{u}\} = \{R\} \quad (8)$$

$$\{R\} = \{W\} - [K]\{u\} \quad (9)$$

식(9)의 불평형력은 식(1)과 같은 식이 되며, 결과적으로 동적이완법에서는 강성매트릭스의

계산이 필요 없게 된다. 식(8)을 중앙차분법(central finite difference approximation algorithm)으로 푼다.

3.3 내력밀도법

선형 수치해석기법인 내력밀도법(force density method)은 케이블요소에 의해 막요소를 표현한 수치해석방법으로, 부재내력을 부재길이에 대해 나눈 값인 내력밀도와 부재연결매트릭스간의 매트릭스 연산에 의해 평형매트릭스를 유도하고, 평형매트릭스로 부터, 구조물의 평형상태를 결정하게 된다. 내력밀도법은 반복계산과정이 필요 없기 때문에 비선형 수치해석기법에 비해 상대적으로 적은 수치해석상의 노력이 필요하지만, 막요소를 케이블요소로 대체하였기 때문에 막요소의 응력해석을 수행하기 위해서 별도의 수치해석과정이 요구된다.

평형관계식을 매트릭스로 표현하면 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$[C]\{Q\}[C]\{X\} = \{W\} \quad (11)$$

위 식(11)은 부재의 평형상태를 표현한 식으로, $[C]$ 는 연결매트릭스로서 각 부재의 시작점과 끝점에 대해서 각각 1, -1의 값을 가지며, 그 외에 대해서는 0의 값을 가진다. $[Q]$ 는 내력밀도매트릭스로서 부재 내력밀도값을 표현하며, 이 매트릭스는 대각행렬로 표현된다. 식(11)에서 매트릭스 $[C]$ 와 절점좌표벡터 $\{X\}$ 를 고정절점($\{X_f\}$)과 자유절점($\{X_x\}$)에 대해 각각 분리하여 표현하면 다음 식과 같이 정리할 수 있다.

$$[C] = [C_f : C_x] \quad (12)$$

$$\{X\} = \{X_f : X_x\} \quad (12)$$

식(12)를 식(11)에 대입하면, 다음 식(13)과 같이 표현되며,

$$[C_f : C_x][Q][C_f : C_x]\{X_f : X_x\} = \{W\} \quad (13)$$

위 식 (13)을 다시 정리하여 나타내면,

$$[C_F][Q][C_F]\{X_F\} + [C_F][Q][C_X]\{X_X\} = \{W\} \quad (14)$$

$$[D_F] = [C_F][Q][C_F] \quad (15)$$

$$[D_X] = [C_F][Q][C_X]$$

로 표현할 수 있다. 식 (15)를 식 (14)에 대입하고 정리하면 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$[D_F]\{X_F\} = \{W_X\} - [D_X]\{X_X\} \quad (16)$$

따라서 식 (16)에 의해 식 (15)을 풀면, 자유절점의 좌표벡터를 고정절점을 기준으로 구할 수 있다.

$$\{X_F\} = [D_F]^{-1}\{W_X\} - [D_F]^{-1}[D_X]\{X_X\} \quad (17)$$

4. 초기형상해석

인천대공원 야외음악당 현수막구조의 설계 및 해석은 인하대학교 건축공학과 구조해석 연구실에서 개발한 Hybrid형 복합구조물 전용해석 프로그램인 APHYSS에 의해 진행되었다. APHYSS는 위에서 설명한 뉴튼랩슨법, 동적이완법, 내력밀도법에 의해 만들어진 각각의 해석 모듈과 재단도결정을 위한 모듈이 포함되어 있고, 해석결과는 CAD 데이터로 전환 가능하도록 하였으며, 현재 동적해석을 위한 모듈이 추가될 예정이다.

막구조해석에서 형상해석과 응력-변형해석을 위한 수치해석기법은 동일하다. 다만, 외력의 유무 및 몇 가지 수치해석상의 가정에 의해 동일한 수치해석알고리즘을 이용하여 형상해석과 응력-변형해석을 수행할 수 있다.

인천대공원 야외음악당 현수막구조의 형상해석은 내력밀도법을 이용하였고, 내력밀도법이 가진 수치해석상의 장점 때문에 여러 가지 형상을 빠른 시간 안에 형상해석을 수행 할 수 있었다. 해석을

위한 컴퓨터기종은 Pentium MMX 200MHz, 64M memory 용량의 컴퓨터를 사용하였다. 그림 1, 그림 2는 각각 형상해석모델 1, 2의 형상해석과

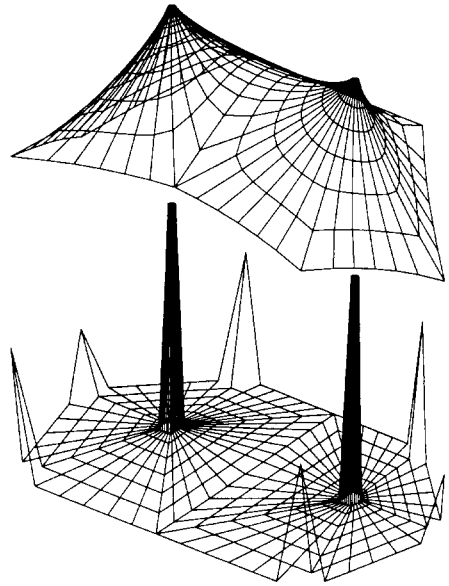


그림 1 형상해석모델 1

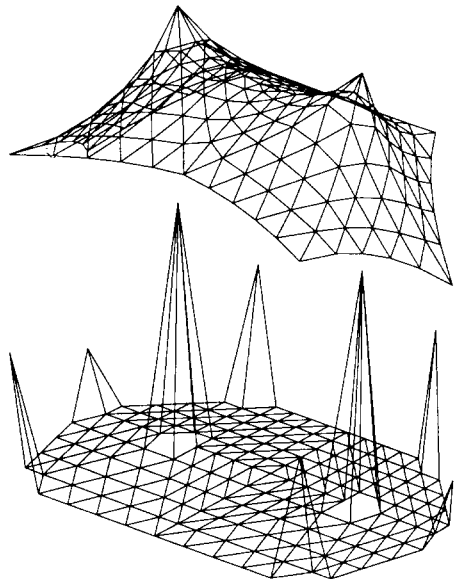


그림 2 형상해석모델 2

정 및 결과에 대한 그림으로, 응력-변형해석의 효율성 및 안정성을 위해 두 개의 형상해석 모델을 시도하였다.

아래 표 1에 해석모델 1, 2에 대해 정리하였는데, 각 항목의 수치는 내력밀도법과 FEM에 의한 뉴튼랩슨법에 의한 수치를 나타낸 것이며, 해석시간은 전체 계산시간을 나타낸 것이다.

표 1에서 알 수 있듯이 선형 해석기법인 내력밀도법은 자유도, band-width, 해석시간을 기존의 FEM에 비하여 획기적으로 줄일 수 있기 때문에 대용량의 컴퓨터기종을 사용하지 않고도, 해석시간에 제약을 받지 않고 PC급 기종으로도 충분히 해석이 가능한 해석기법이다. 따라서, 최적의 형상을 얻을 때까지 반복적으로 해석을 수행해야하는 형상해석기법으로 훌륭히 적용 가능함을 알 수 있었다.

모델 1과 모델 2에 대해 응력-변형해석을 수행한 결과 모델 2가 모델 1보다 구조적으로 유리하여 모델 2의 형상을 선택하였다. 아래 그림 3은 인천대공원 야외음악당 현수막 지붕막구조로 결정된 최종형상이다.

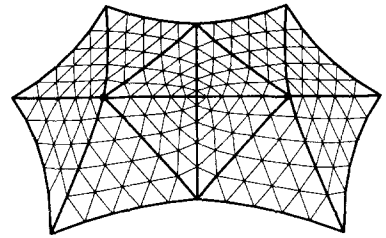
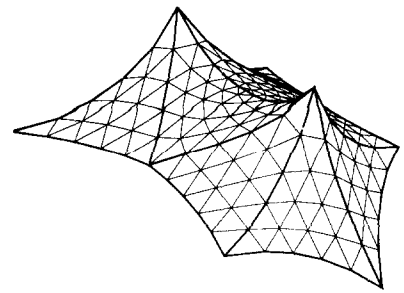


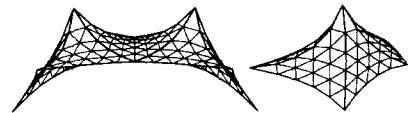
그림 3 인천대공원 야외음악당 최종지붕형상

5. 응력-변형해석

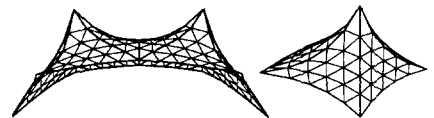
아래 그림 4는 풍하중과 적설하중 상태에서의 변형상태를 나타낸 것으로, 풍하중과 적설하중은

표 1 해석기법에 따른 형상해석비교

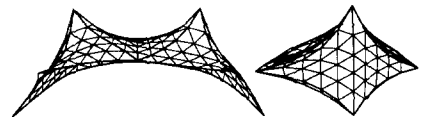
		내력밀도법	FEM
모델1	전체 자유도	485	1445
	band-width	143	431
	해석시간(초)	5.56	495.5
	부재수(케이블)	1068	
	절점수	565	
모델2	전체 자유도	163	489
	band-width	25	77
	해석시간(초)	0.66	7.92
	부재수(케이블)	470	
	절점수	110	



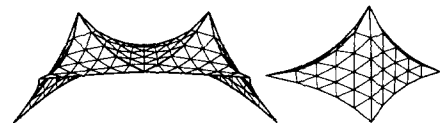
(a) wind-load case 1.



(b) wind-load case 2.



(c) wind-load case 3.



(d) snow-load

그림 4 풍하중 및 적설하중 해석결과

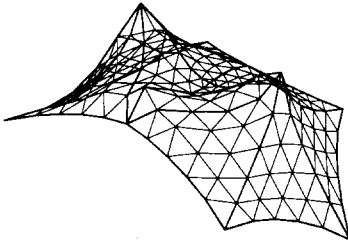
단면적 당 각각 160kg, 18kg으로 가정하였으며, 풍하중 case 1, 2, 3은 3면에 대해서 각각 풍하중을 가하여 해석을 수행한 결과이다. 그림 5는 고유치 해석에 의한 고유모드형상이다.

막구조는 외부하중에 대하여 막과 케이블의 초기장력에 의해 구조적 안정성을 확보하는데, 막과 케이블의 초기장력과 재료적 성질때문에 외부하중에 대하여 대변형이 발생된다. 따라서 기하학적 비선형해석이 필수적인 구조시스템이므로, 본 응력-변형해석에서는 APHYSS의 내장 비선형 수치해석기법인 뉴튼랩슨법과 동적이완법을 사

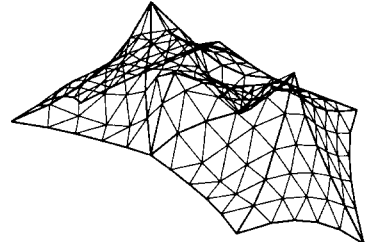
용하였으며, 막과 케이블에 발생하는 주름현상을 고려하였다.

6. 재단도 결정

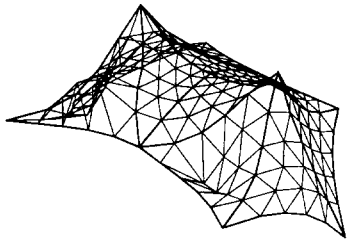
막구조 설계의 마지막단계는 재단도를 결정하는 단계이다. 먼저 막의 형상에 따라 재단하고자 하는 부분을 결정하고, 3차원 형상을 평면상으로 투영시킨 후 막이 최소 폭이 될 때까지 회전을 시킨다. 마지막으로 종 방향과 횡 방향의 신장률 및 결합선 두께 등을 고려하여 재단도를 결정하게 된다. 재단도 결정을 위한 일련의 과정을 도



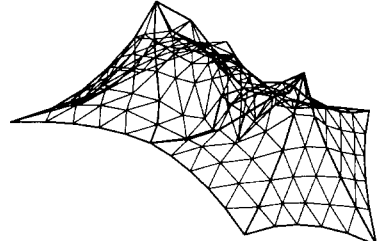
(a) 1차모드형상



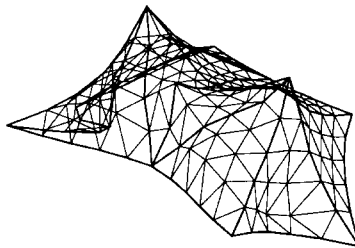
(b) 2차모드형상



(c) 3차모드형상



(d) 4차모드형상



(e) 5차모드형상

그림 5 모드형상해석에 의한 고유모드형상

표로 나타내면 아래와 같다.

아래 그림 7은 인천야외음악당 현수막구조에 대한 재단도 결정 예를 나타낸 것이다.

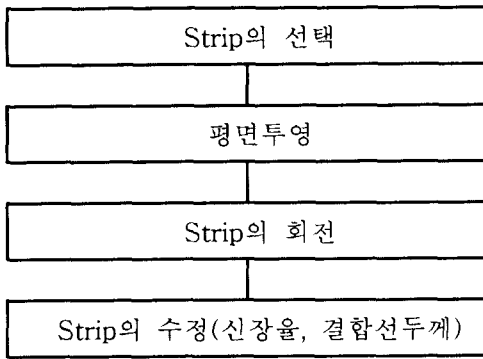


그림 6 재단도결정과정

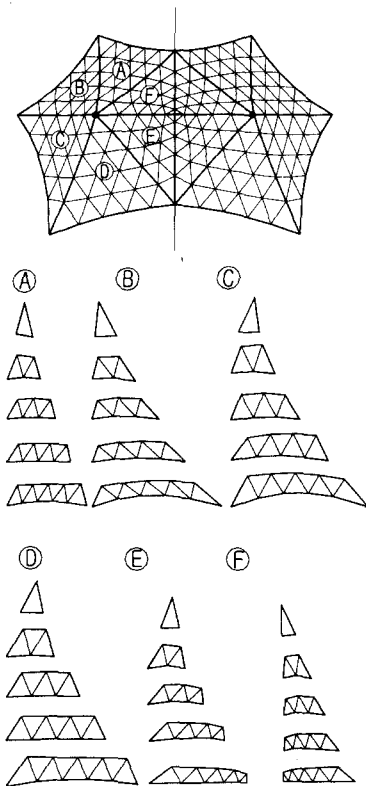


그림 7 재단도 결정 예

아래 표 2는 초기 3차원 상 절점간의 길이와 평면투영 후 길이를 절점번호에 따라 각각 나타낸 것이다. 표에서 알 수 있듯이 평면투영 후의 절점간 길이는 초기 3차원상의 길이와 일치하고 있다.

7. 맺음말

막구조는 라멘이나 스페이스 프레임과 같은 일반적인 구조시스템과 달리 위에서 언급한 상이한 과정에 의해 설계 및 구조해석이 이루어지며, 구조해석을 위한 여러 가지 알고리즘이 제안되어 있다. 따라서, 설계자의 의도에 따라 적당한 해석 기법이 적용될 수 있으며, 각각의 해석기법이 지닌 특징을 잘 이용한다면, 효과적으로 구조해석을 수행할 수 있다.

막구조의 아름다운 3차원 초기형상결정을 결정하는 과정은 본 글에서 예시한 내력밀도법이 효과적임을 알 수 있었고, 응력-변형해석을 위한 비선형 수치해석과정에서는 뉴튼랩슨법과 동적이완법이 각각의 독특한 해석상의 특징이 있음을 알 수 있었다. 따라서, 구조물에 따라 적당한 해석기법을 사용하는 것이 바람직할 것이다. 막구조의 고유모드형상은 막구조의 변형형상을 잘 나타내주고 있었으며, 본 글의 재단도 결정방법으로 효과적으로 재단도를 결정할 수 있었다.

표 2 평면투영전과 후의 막의 길이 비교

절점 번호	초기길이 (cm)	평면투영 길이 (cm)
32-31	390.53456	390.53457
31-43	360.07901	360.07900
43-32	251.89907	251.89906
33-32	351.86111	351.86111
32-44	299.39046	299.39045
44-43	323.58908	323.58908

참 고 문 헌

1. 한상을, 이경수, "막구조의 초기형상 및 재단도 결정알고리즘에 관한연구", 한국전산구조공학회 가을 학술발표회 논문집, 제11권 2집, pp.298~305, 1998.
2. 한상을, 이경수, "동적이완법에 의한 막구조의 등장력곡면 형태해석에 관한 연구", 대한건축학회 추계 학술발표대회 논문집, 제18권 제2호, pp.147~152, 1998.
3. Argyris J H., Scharpf D. W. "Large deflection analysis of prestressed network", J. Struct Div., ASCE 48, pp.633~654, 1972.
4. Schek, H.J., "The force density method for form finding and computation of general networks", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 3, 1974, pp.115~134.
5. Day, A.S., "An Introduction to Dynamic Relaxation", *The Engineer*, London, Vol. 219, pp.18~221, 1960. [R]

한국전산구조공학회 광고게재 안내

사단법인 한국전산구조공학회에서는 학회지 "전산구조공학회"을 정기적으로 연 4회 발행하고 있습니다. 저희 학회지에 광고를 게재하고자 하시는 분을 위하여 다음과 같이 안내합니다.

1. 본 학회의 학회지는 매년 3, 6, 9, 12월에 발행하며 학회지에서는 전산구조공학분야와 관련이 있는 건설분야, 전산기기, 측정기기, 소프트웨어, 전산해석 및 설계용역, 전산자료 및 서적 등의 광고를 게재해 드리고 있습니다.

2. 발행부수 및 판형
 발행부수 : 1,200부
 판형 : 4×6배판(B5용지 Size)

3. 광고게재료(1면 1회당)

1)	표 2(앞표지 내면)	1,200,000 원
	표 3(뒤표지 내면)	1,200,000 원
	표 4(뒤표지)	1,800,000 원
	간지	1,200,000 원
	내지(본문 여백 : 행사안내 및 도서광고)	300,000 원

- 2) 연 4회 이상 게재할 경우의 우대내용(특별회원이 아닌 경우)
 연 4회 이상 광고를 게재할 경우 상기 광고 게재료의 10% 할인 혜택을 드립니다.

- 3) 참여이사급 특별회원의 우대내용
 본 학회의 참여이사급 특별회원이 게재하는 광고는 상기 광고 게재료의 40%할인해 드리며, 연 4회이상 게재할 경우에는 50%를 할인해 드립니다.

- 4) 일반 특별회원의 우대내용
 본 학회의 일반 특별회원이 게재하는 광고는 상기 광고 게재료의 20%를 할인해 드리며, 연 4회이상 게재할 경우에는 30%를 할인해 드립니다.

4. 기타사항
 본 학회 사무국(전화 : (02)565-0035, FAX : (02)565-0036)으로 연락을 주시면 자세한 안내 말씀을 드립니다.