

신경망 근사 해석 모델에 의한 스터브 거더의 거동 예측

Prediction for the Structural Behavior of the Stub-Girder System Using the Neural-Network-Based Model

이 승 창*
Lee, Seung-Chang

박 승 권**
Park, Sung-Kwon

이 병 해***
Lee, Byung-Hai

요 지

본 논문은 신경망 근사 해석 모델의 원형¹⁾을 스텐브 거더의 거동 해석에 적용하고, 이 과정 중에 발생한 문제점을 파악하여 해결책을 제시함으로써, 앞서 개발한 원형 모델을 스텐브 거더 시스템에 적합하도록 발전시키는데 목적이 있다. 스텐브 거더의 해석 변수는 주어진 시간 내에 시뮬레이션이 가능하게 7개, 해석 결과값은 탄성 처짐뿐만 아니라 응력까지 고려하여 총 4개의 결과값을 동시에 고려하고, 학습 패턴 수는 총 143개를 사용하였다. 근사 해석의 정확도를 향상시키고 학습의 수렴성을 보장하기 위하여 다양한 시뮬레이션을 수행하여 은닉층 뉴런 수, 학습 패턴 그리고 최대 에러의 관계를 규명하고, 이 결과를 바탕으로 신경망 근사 해석 모델 개발 단계를 수정하여 제안하였다.

핵심용어 : 신경망, 근사해석, 스텐브거더 시스템

Abstract

The paper presents how to apply the prototype of the Neural-Network-based model for Approximate Structural Analysis (NNASA)¹⁾ to predict the behavior of the stub-girder system. Many problems appear in the simulation using the NNASA; thus, to solve this problem, the NNASA should be modified or developed for the stub-girder system. In this simulation, the 143 training patterns are generated and desired outputs for each pattern are determined by the vierendeel truss model. Also, the seven analytical variables and the four output values including the maximum deflection and the member forces are considered. Various simulations are repeated with new assumptions in order to improve the accuracy of the approximate structural analysis and the convergence of the training. The relationship of the number of hidden neurons, training patterns, and training errors (maximum error) is discovered by means of analyzing the simulation results. Finally, the paper proposes a step by step procedure for the development of NNASA for the stub-girder system based on the above simulations studies.

Keywords : artificial neural network, approximate structural analysis, stub-girder system

* 정희원·한양대 초대형구조시스템연구센터, 연구조교수
** 한양대 학교 전자통신공학과, 교수
*** 정희원·한양대 학교 건축공학과, 교수

• 이 논문에 대한 토론을 1998년 12월 31일까지 본 학회에 보내주시면 1999년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

지난 수 십년간의 소성 이론과 소성 모델의 개발에도 불구하고, 재료적인 거동의 불확실성으로 인하여 철골 보와 콘크리트 슬래브의 합성보인 스티브 거더 시스템(stub-girder system)의 거동을 수학적인 모델로 정확히 표현한다는 것은 어려운 일이다^{1),2)}. 기존의 해석 모델로는 구조적 거동을 표현하는데 적합한 비렌달 트러스 모델과 실험 결과와 비교적 일치하는 유한 요소 모델이 있다^{2)~4)}. 그러나, 이러한 두 가지 방법은 역학적인 탄성 및 소성 이론 등에 바탕을 두고 있으므로, 복잡한 실험 데이터로부터 단순화한 응력도-변형도 곡선 등을 사용하고 있어, 이것을 적용하는데 충분한 경험과 지식을 요구한다. 따라서, 적용하는 엔지니어의 능력과 지식에 따라 해석 결과가 크게 좌우되므로, 경험이 부족한 엔지니어의 해석 결과에 대해서는 신뢰성이 의문시되고, 정확한 해석 결과를 얻기 위해서는 많은 시간이 소요되는 단점이 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서는 약간의 오차를 포함하지만 적은 시간내에 신뢰할 수 있는 해석 결과를 얻을 수 있는 해석 모델이 요구된다. 그러므로, 확률론적인 절차가 내재되어 있어 불확실성을 다룰 수 있고, 대량의 복잡한 비선형적인 관계도 단순화의 과정 없이 연관 관계를 자기 조직화(self-organization)할 수 있는 인간의 뇌와 가장 유사한 병렬 연산 모델(parallel computational model)인 "인공 신경 회로망(artificial neural network, 이하 '신경망'이라 함)"의 적용이 필수적이다¹⁾.

본 논문에서는 기존 연구¹⁾에서 본 연구자들이 개발한 신경망 근사 해석 모델의 원형을 스티브 거더의 거동 예측에 적용하여 발생하는 문제점을 파악하고 해결책을 제시함으로써, 원형 모델을 스티브 거더 시스템의 거동 해석에 적합한 근사 해석 모델로 발전시키고, 개발한 모델의 해석 결과를 기존 모델인 비렌달 트러스 모델의 해석 결과와 비교함으로써 신경망 근사 해석 모델(Neural-Network-based model for Approximate

Structural Analysis, NNASA)¹⁾의 타당성을 검증하고자 한다.

2. 신경망 근사 해석 원형 모델의 개발 7단계

본 연구자들은 기존 연구에서 단순보의 처짐 문제와 같은 정확해를 구할 수 있는 문제에 대한 다양한 시뮬레이션 결과를 바탕으로, 다변수 비선형 문제에 가장 적합한 대표적인 신경망인 Error Back-Propagation Training Algorithm (EBPTA)^{5~7)}을 적용하여 신경망 근사 해석 원형 모델 개발 7단계¹⁾를 제시하였다. 본 논문에서 이 개발 단계를 사용하였으므로 요약하면 다음과 같다.

[단계 1 : 학습 패턴의 선정]

Hypercube 방법^{8)~9)}을 사용한다. Hypercube 방법은 hypercube를 설계 공간의 중간점을 연결하여 만드는 것으로, 각 코너(n개의 설계 변수에 대하여 2ⁿ개의 점), 각 면의 중앙점(2n개의 점), 설계 공간의 중앙점¹⁰⁾으로 각 점을 선정한다. 각 점은 설계 변수의 세트(set)가 된다.

[단계 2 : 학습 패턴의 기대값 생성]

선정된 학습 패턴에 해당되는 변수값으로 기대값(desired output)을 결정한다.

[단계 3 : 은닉층 뉴런 수]

은닉층의 수는 1로, 은닉층 뉴런 수는 입력과 출력층 뉴런 수의 합을 최소값으로 초기 가정한다.

[단계 4 : 최대 허용 에러 선정]

$$E_{\max} < \frac{1}{2}(\text{기대값 증 최소값})^2$$

[단계 5 : 활성화 함수, 학습 상수(η), 모멘텀 항(α)]

일반적인 문제에 적용 가능하도록 활성화 함수의 경사도 계수(λ)=1.0, η =0.5로 가정하고, α 값은 프로그램 내에서 적응적(adaptive)으로 결정한다.

[단계 6 : 학습 수행]

[단계 7 : 테스트]

처음부터 여러 개의 변수 값이 복잡하게 변화하는 스티브 거더에 상기와 같은 모델을 바로 적

용하기에는 많은 변수로 인하여 과도한 학습 패턴이 생성되어야 하므로 엄청난 시간이 소요되고, 학습의 수렴성과 학습 후의 정확도도 보장할 수가 없다. 이러한 문제점을 해결하고자 입력 공간(input space)을, 혹은, 대상 문제를 적절히 세분화하여, 신경망을 학습시키고, 이것을 조합하여 최적의 결과를 얻고자 하는 모듈화 신경망(modular neural network)에 관한 연구^{10,11)}들이 진행되고 있다. 따라서, 이 개념을 도입하여 입력 변수의 범위와 수를 적절히 제한하여 세 개의 그룹으로 분리하여 시뮬레이션 하였다. 이 중에서 [단계 1]과 [단계 2]의 문제점을 해결하고자 수행한 두 개의 그룹, 즉, 3개의 변수만을 고려한 스테브 거더 시스템의 신경망 근사 해석에 관한 시뮬레이션¹²⁾을 본 논문에서 다루기에는 내용이 많은 관계로 생략하고, 원형 모델 개발 단계의 수정 시 사용한 결과만을 요약하면 다음과 같다.

"3개의 변수만을 고려한 스테브 거더 시스템의 신경망 근사 해석 시, 다른 변수에 비하여 1개의 변수의 영향이 큰 경우에도, 변수의 범위를 적절하게 제한하여, 학습 패턴의 기대값의 변화를 안정적(최대값/최소값의 비 2~20 정도)으로 할 수 있다면 학습 패턴 선정 방법으로 Hypercube 방법을 사용하여도 충분할 것으로 사료된다."

3. 제한된 변수만을 고려한 스테브 거더 시스템의 신경망 근사 해석

3.1 7개의 해석 변수와 4개의 결과값

스테브 거더 시스템은 콘크리트와 철골의 합성 작용으로 인하여, 구조적 거동을 결정하는 해석 변수는 상당히 많으나, 변수값의 범위는 한계가 있다.

학습 패턴 선정 시 Hypercube 방법을 사용하면, n개의 해석 변수를 고려하는 경우에 최소 $2^n + 2n + 1$ 개의 학습 패턴 수가 필요하다. 기존에 충분한 학습 패턴이 존재 하지 않고, 주어진 시간 내에 생성 가능한 학습 패턴 수를 100여 개 정도로 가정할 때, 스테브 거더 시스템의 해석 변수는 7개 정도를 고려할 수 있다. 물론, 많은

인력과 컴퓨터를 동시에 병렬적으로 사용한다면, 7개 이상의 해석 변수를 충분히 고려할 수 있을 것이다.

초기 구조 설계에서 유용하게 사용할 수 있도록 비선형 해석 모델에서 필요로 하는 21개의 해석 변수 값의 범위를 표 1과 같이 한정하였다.

표 1 스테브 거더의 해석 변수

번호	기호	변수명 및 설명	변수값의 범위
*1	UDL	면적 당 분포 하중 (자중 제외)	250~500 (kg/m ²)
2	N _{stub}	스테브의 개수	5개
*3	SL	스테브의 길이	880~1500 (mm)
4	OL	개구부의 길이	스테브 길이와 동일 (OL=SL)
*5	B _s	양측 슬래브의 중심 거리	5000~13500 (mm)
6	L	스테브 거더의 총 길이	스테브 길이의 9배 (9*SL)
7	E _{con}	콘크리트 슬래브의 탄성 계수	2.6×10 ⁵ (kg/cm ²)
8	H _{con}	콘크리트 슬래브의 춤	150 (mm)
9	B _{con}	콘크리트 슬래브의 유효폭	(L/4, B _s , 6*H _{con} +B _{sub}) 중 적은 값
10	ν _{con}	콘크리트 슬래브의 포와송비	0.167
11	ρ _{con}	콘크리트 슬래브의 단위 중량	2400 (kg/m ³)
12	E _{stub}	스테브의 탄성 계수	2.1×10 ⁶ (kg/cm ²)
*13	H _{stub}	스테브의 춤	300~500 (mm)
*14	B _{stub}	스테브의 폭	200~300 (mm)
15	t1, t2	스테브 부재의 두께	스테브의 춤과 폭에 의해 결정
16	ρ _{stub}	스테브의 단위 중량	7850 (kg/m ³)
17	E _{girder}	주 거더의 탄성 계수	2.1×10 ⁶ (kg/cm ²)
*18	H _{girder}	주 거더의 춤	300~500 (mm)
*19	B _{girder}	주 거더의 폭	200~300 (mm)
20	t1, t2	주 거더 부재의 두께	주 거더의 춤과 폭에 의해 결정
21	ρ _{girder}	주 거더의 단위 중량	7850 (kg/m ³)

전술한 바와 같이 주어진 시간 내에 시물레이션이 가능하도록 14개의 변수값을 고정하거나 다른 변수값과 동일하게 가정함으로써 실제 7개의 변수(* 표시)만을 고려하였다.

스테브 거더의 형상은 그림 1과 같이 좌우 대칭으로 하였다.

캐나다 기준¹³⁾에 따르면 스테브 거더의 총 길이는 8.0~13.5(m)가 경제적이므로 스테브 길이의 범위는 0.88~1.5(m)로, 양측 슬래브간 중심 거리는 5.0~13.5(m)로 한정하였다. 이 경우 스테브와 主 거더의 부재 크기는 H 300×200~H 500×300에서 결정되므로 이러한 범위로 한정하였고, H 형강의 춤과 폭에 따라 두께(t1, t2)가 자동 결정되게 하였다.

이상과 같이 결정한 7개의 해석 변수에 대해서 부재 선정시 유용하게 사용할 수 있도록 스테브

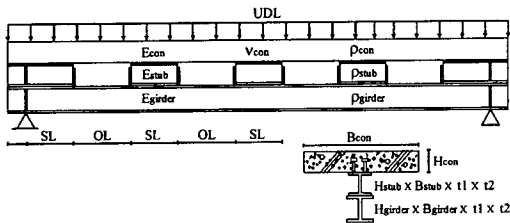


그림 1 스테브 거더의 형상과 기호

거더의 중앙부 최대 처짐(δ_{max}), 최대 휨 모멘트(M_{max}), 최대 전단력(V_{max}), 최대 축력(P_{max})을 해석 결과값으로 고려하였다.

3.2 신경망 근사 해석

초기 제안한 신경망 근사 해석 모델 개발 [단계 1]에 따라 Hypercube 방법을 사용하여 표 2와 같이 143개의 학습 패턴을 생성하였고, [단계 2]에 따라 비선형 모델을 이용한 유한 요소 해석을 실시하여 학습 패턴에 대한 기대값을 결정하였다.

[단계 3]에 따라, 은닉층의 수는 1로, 은닉층 뉴런 수는 입력과 출력층 뉴런 수의 합인 11을 최소값으로 초기 가정하였다. 그림 2는 7개의 입력층 뉴런, 11개의 은닉층 뉴런, 그리고 4개의

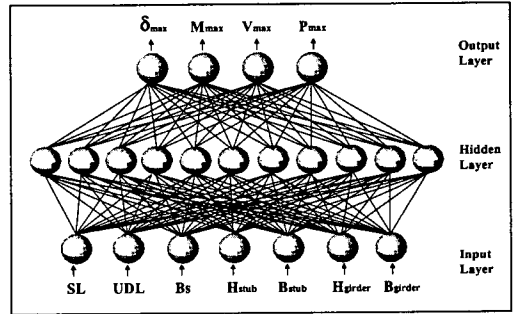


그림 2 신경망 구조

표 2 학습 패턴

패턴	SL	UDL	Bs	H _{stab}	B _{stab}	H _{gider}	B _{gider}	δ_{max}	M _{max}	V _{max}	P _{max}
	mm	kg/m ²	mm	mm	mm	mm	mm	cm	kg-cm	kg	kg
1	880	250	5000	300	200	300	200	0.3205	253400	7854	29200
~
33	880	500	5000	300	200	300	200	0.5161	408400	12620	47010
~
65	1500	250	5000	300	200	300	200	2.721	840700	23950	94260
~
97	1500	500	5000	300	200	300	200	4.219	1302000	37150	146100
~
129	880	375	9250	400	250	400	250	0.3325	628500	16490	47370
~
143	1190	375	9250	400	250	400	250	1.022	1207000	23530	92790

출력층 뉴런으로 구성된 신경망 구조를 나타내고 있다.

[단계 4]에 따라 다음 산정식에 의해 $E_{max}=5.0 \times 10^{-5}$ 으로 최대 허용 에러를 선정하였다.

$$E_{max} < \left\{ \frac{1}{2} (0.010567)^2 = 0.000055 \right\}$$

[단계 5]에 따라 $\lambda=1.0$, $\eta=0.5$ 로 가정하고, α 값은 프로그램 내부에서 적응적(adaptive)으로 결정하도록 하였다.

[단계 6]에 따라 학습을 수행하였으나, 학습이 잘 이루어지지 않거나 발산하였다.

학습이 수행되지 않는 이유는 초기 개발된 신경망 근사 해석 모델 개발 단계 중에 중요한 오류가 내포되어 있는 것으로 판단되기 때문에, 다음 절에서는 다양한 시뮬레이션을 통하여 문제점과 해결책을 제시하고, 신경망 근사 해석 모델을 수정 및 보완하였다.

4. 신경망 근사 해석 모델의 수정 및 보완

4.1 문제점 파악

4.1.1 최대 허용 에러 산정식[단계 4]의 문제
 근사 해석 모델 개발 [단계 4]에서는 출력층 뉴런 수가 1개 ($K=1$)인 경우, 하나의 패턴($P=1$)에서 일어날 수 있는 출력값과 기대값 사이의 최대 에러를 산정하였으므로, 출력층 뉴런 수가 4개인 경우의 시뮬레이션에 적용하는데는 문제가 있다.

4.1.2 은닉층 뉴런 수의 초기 가정[단계 3]의 문제

근사 해석 모델 개발 [단계 3]에 따라 11개의 은닉층 뉴런 수를 초기 가정하였을 경우, 학습 에러가 0.01 이후에는 수렴 속도가 상당히 저하되었고, 은닉층 뉴런 수를 20개, 30개, 40개로 증가시켜도 학습 에러가 0.001 이하로 쉽게 수렴되지 않거나, 수렴이 진행되더라도 최대 허용 에러 ($E_{max}=5.0 \times 10^{-5}$)까지 도달하는데 걸리는 소요 시간이 몇 주일 또는 1달 이상으로 예상되었다.

이것은 초기 근사 해석 모델이 은닉층 뉴런 수에 대한 최대 허용 에러와 학습 수렴성과의 관계를 정확하게 고려하지 못했기 때문이다.

4.2 최대 에러 산정식과 출력층 뉴런 수의 관계

최대 에러 산정식에서 출력층 뉴런 수를 고려하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$E_{max} < \left\{ \frac{1}{2} \times (\text{기대값 중 최소값})^2 \times (\text{출력층 뉴런수}) \right\}$$

따라서, 이 산정식에 의해 다음과 같이 최대 허용 에러를 $E_{max}=2 \times 10^{-4}$ 으로 산정할 수 있다.

$$E_{max} < \left\{ \frac{1}{2} \times (0.10567)^2 \times 4 = 0.00022 \right\}$$

산정한 최대 허용 에러를 검증하기 위해서 $E_{max}=0.1$, $E_{max}=0.01$, $E_{max}=0.001$, $E_{max}=0.0002$ 로 감소 시키며 시뮬레이션을 수행하였다. 학습이 완료된 후에는 근사화 정도를 판정할 목적으로 학습 패턴을 테스트 패턴으로 리콜하였으며, 기대값과 출력값의 오차에 퍼센트 에러를 적용하여, $\pm 10\%$ 이상이 되는 패턴을 위반 패턴으로 표시하고, 표 3에 결과를 정리하였다. 최대 허용 에러가 감소함에 따라 위반 패턴 수가 줄어들어, $E_{max}=0.0002$ 에서 위반 패턴 수가 발생하지 않으므로 학습이 충분히 완료되는 시점임을 알 수 있다. 또한, 상기 출력층 뉴런 수를 고려한 최대 허용 에러 산정식이 적절함을 보여 준다.

4.3 은닉층 뉴런 수에 대한 최대 에러와 학습 수렴성과의 관계

은닉층 뉴런 수에 대한 최대 에러와 학습 수렴성과의 관계를 파악하기 위해서 은닉층의 뉴런

표 3 최대 에러 변화에 따른 근사화 정도 및 위반 패턴 수

E_{max}	0.1	0.01	0.001	0.0002
근사화 정도	1.5×10^{-1}	1.0×10^{-2}	0.9×10^{-3}	1.9×10^{-4}
위반 패턴 수	66	15	10	0

수는 5개씩 증가 시키고 최대 허용 에러는 $E_{max}=0.1$, $E_{max}=0.01$, $E_{max}=0.001$, $E_{max}=0.0002$ 로 감소 시키며 시뮬레이션 하였다. 초기 연결 강도 값이 랜덤하게 결정되므로 동일한 신경망 구조에서도 학습 회수가 달라지기 때문에, 5회 내지 3회의 랜덤한 초기 연결 강도 값을 가지고 학습을 시도하여, 학습 회수의 평균값을 비교하였다.

또한, 은닉층 뉴런 수가 증가하여 학습 회수가 감소하더라도, 계산량이 증가하므로 최적의 은닉층 뉴런 수를 결정하기 위해서는 학습에 소요되는 시간이 중요하다. 특정한 컴퓨터(PC) [Pentium-90]를 기준으로 은닉층 뉴런 수에 따른 단위 학습 소요 시간을 구하여, 학습 회수의 평균값에 곱하여 학습 시간을 산정하였다. 이러한, 단위 학습 시간의 적용으로 다른 기종(Sun server 2000, 각종 Workstation)에서 시뮬레이션한 결과도 기준이 된 컴퓨터로 학습 시간을 변환하였다.

이 시뮬레이션에서 신경망 구조의 다른 변수는 다음과 같이 동일하게 가정하여 학습하였다.

$$[\lambda=1.0, \eta= 0.5, \alpha= 0]$$

표 4부터 표 7까지는 은닉층 뉴런 수에 대한 최대 에러와 학습 수렴성과의 관계를 나타내었다. 표에서 '5+5'라는 것은 은닉층 수가 2개로, 첫번째 은닉층의 뉴런 수가 5개이고, 두번째 은닉층의 뉴런 수가 5개라는 의미이다.

표 4에서 최대 에러가 0.1일때, 학습 시간을 비교하면, 은닉층 수가 2개인 경우보다 1개인 경우가 유리함을 알 수 있으며, 은닉층이 1개인 경우에도 은닉층 뉴런 수가 11개 일때 학습 시간이 가장 적게 소요됨을 보이고 있다. 또한, 초기 근사 해석 모델에서 적용한 은닉층 뉴런 수의 초기 가정 값(11개)이 최대 에러가 0.1일때는 적절함을 보인다.

표 5에서 최대 에러가 0.01일때, 학습 시간을 비교하면, 은닉층 수가 2개인 경우보다 1개인 경우가 유리함을 알 수 있으며, 은닉층이 1개인 경우

표 4 최대 에러가 0.1일때 은닉층 뉴런 수와 학습 수렴성과의 관계

뉴런수	학습 회수				Avg.	학습시간 (초)
	1st	2nd				
5	5000*	5000*			5000*	395*
10	3477	2985			3263	349
11	2542	2947			2921	328
15	2648	2545			2883	357
20	3317	2625			3061	499
25	3348	2963			3220	615
30	3242	2954			3080	674
35	3020	2719			2929	723
5+5	5000*	5000*			5000*	486*
10+10	4619	4620			4494	723
11+11	4495	3575			4280	752
15+15	4179	2932			3664	882
20+20	5000*	5000*			5000*	1676*
25+25	5000*	5000*			5000*	2223*

* : 지정회수 이상의 반복 회수에도 수렴하지 못하거나 느리게 수렴하여 학습에 실패한 것을 의미.

표 5 최대 에러가 0.01일때 은닉층 뉴런 수와 학습 수렴성과의 관계

뉴런수	학습 회수				Avg.	학습시간 (초)
	1st	2nd				
5	60000*	60000*			60000*	4740*
10	60000*	60000*			60000*	6420*
11	57778	60000*			58152	6548*
15	36862	49965			43529	5876
20	33995	23609			30583	4985
25	28452	19325			27260	5207
30	30193	25228			27476	6017
35	25976	27375			24441	6037
5+5	90000*	90000*			90000*	8739*
10+10	90000*	90000*			89821*	14452*
11+11	50939	70954			67840	11926*
15+15	46197	33600			65502	15760*
20+20	43836	47901			68604	22989*
25+25	70383	66597			79089	35163*

* : 표 4와 동일

우에도 은닉층 뉴런 수가 20개 정도 일때 학습 시간이 가장 적게 소요됨을 보이고 있다.

최대 에러가 0.001과 0.0002일때는 시물레이션 시간이 많이 소요되므로, 랜덤한 초기 연결 강도 값으로 시작하는 학습도 3회만 시도하였고, 최대 에러가 0.1과 0.01일때 은닉층의 수가 1개인 경우가 2개인 경우 보다 유리함을 보였으므로 은닉층 1개에 대해서만 비교하였다.

표 6과 표 7에서 학습 시간을 비교하면, 최대 에러가 0.001일때는 은닉층 뉴런 수가 30개 정도, 최대 에러가 0.0002일때는 은닉층 뉴런 수가 35개 정도 일때 학습 시간이 가장 적게 소요됨을 보이고 있다.

상기와 같은 시물레이션은 '학습에 소요 되는 시간을 최소화 하고 수렴성을 보장하기 위해서는 최대 에러가 감소함에 따라 은닉층의 뉴런 수를 적절하게 증가시켜야 함'을 보여 주고 있다.

표 6 최대 에러가 0.001일때 은닉층 뉴런 수와 학습 수렴성과의 관계

뉴런수	학습 회수			학습시간 (초)
	1st	2nd	Avg.	
20	711133	1000000*	903711*	147304*
25	347364	1000000*	580589	110892*
30	359819	269961	288892	63267
35	270407	283436	289374	71475
40	668271	350099	586647	161328

* : 표 4와 동일

표 7 최대 에러가 0.0002일때 은닉층 뉴런 수와 학습 수렴성과의 관계

뉴런수	학습 회수			학습시간 (초)
	1st	2nd	Avg.	
25	1485087	1500000*	1495029	285550*
30	949492	1114486	1108410	242741
35	658039	1023592	916353	226339
40	1146276	867757	999742	274929

* : 표 4와 동일

4.4 학습 상수와 모멘텀 항에 대한 최대 에러와 학습 수렴성과의 관계

학습 상수(η)와 모멘텀 항(α)에 대한 최대 에러와 학습 수렴성과의 관계를 파악하기 위해서 최대 에러에 해당하는 최적의 은닉층 뉴런 수를 가진 경우에, η 값을 0.1에서 0.9까지, α 값을 0.0에서 0.8까지 변화시키고, 최대 허용 에러는 $E_{max}=0.1$ (은닉층 뉴런 수 11개), $E_{max}=0.01$ (은닉층 뉴런 수 20개), $E_{max}=0.001$ (은닉층 뉴런 수 30개), $E_{max}=0.0002$ (은닉층 뉴런 수 35개)로 감소 시키며 시물레이션을 수행하였다. 초기 연결 강도 값이 랜덤하게 결정되므로 동일한 신경망 구조에서도 학습 회수가 달라지기 때문에, 5회 내지 3회의 랜덤한 초기 연결 강도 값을 가지고 학습을 시도하여, 학습 회수의 평균값을 비교하였다.

시물레이션 결과의 비교는 표 8, 표 9, 표 10,

표 8 최대 에러가 0.1일때 학습 상수, 모멘텀 항과 학습 수렴성과의 관계

학습 회수					
η \ α	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9
0.0	5000*	4578	2921	2184	2059
0.2	5000*	3950	2692	2160	1768
0.4	5000*	3085	2152	1415	1304
0.6	4614*	2065	1534	1251	1023
0.8	2702	1242	994	1012	1205

* : 표 4와 동일

표 9 최대 에러가 0.01일때 학습 상수, 모멘텀 항과 학습 수렴성과의 관계

학습 회수					
η \ α	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9
0.0	60000*	48363	30583	22992	15892
0.2	60000*	43122	29533	17395	13845
0.4	60000*	29755	19845	14181	11234
0.6	57175*	19420	11599	10106	8658
0.8	31121	12239	10115	12809	16402

* : 표 4와 동일

표 11과 같으며, 스텔브 거더의 근사 해석에서는 최대 에러가 0.1과 0.01일때, 최적의 α 값은 0.6~0.8에서, η 값은 0.5~0.9에서 분포하며, α 와 η 값이 커질수록 학습이 빠르게 진행함을 보여주고 있다.

또한, 최대 에러가 0.001과 0.0002일때에도 전체적으로는 α 와 η 값이 커질수록 학습이 빠르게 진행함을 보여주고 있으나, 경우에 따라(즉, 초기 연결강도 값이 다른 경우), 수렴 속도가 상당히 떨어지고 있음을 알 수 있다. 또한, $\alpha=0.8$, $\eta=0.9$ 일때는 초기 연결 강도값에 크게 영향을 받지 않고, 수렴 속도가 가장 빠른 것을 볼 수 있다.

초기 근사 해석 모델에서는 α 값을 프로그램 내부에서 적응적(adaptive)으로 결정하도록 하였

다. 그러나, 이러한 방법으로는 $\alpha=0.8$, $\eta=0.9$ 일 경우보다 좋은 결과를 얻지 못하였다.

4.5 신경망 근사 해석 모델의 수정 제안

전술한 시뮬레이션 결과를 바탕으로 스텔브 거더 시스템에 적합한 신경망 근사 해석 모델의 개발 단계를 그림 3과 같이 9단계로 수정 제안하며, 각 단계를 설명하면 다음과 같다.

[단계1 : 입력과 출력층 뉴런 수 결정]

근사 해석하고자 하는 대상 문제의 해석 변수와 결과값으로부터 입력과 출력층 뉴런 수를 결정한다. 해석 변수(입력층 뉴런 수)가 많은 경우에는 현실적으로 생성할 수 없을 정도로 학습 패턴 수가 과도해질 수 있으므로, 변수를 그룹핑(grouping)하여, 적절한 변수만을 고려하는 신경망으로 분리한다. 이러한 경우, 최소 단위의 신

표 10 최대 에러가 0.001일때 학습 상수, 모멘텀 항과 학습 수렴성과의 관계

		학습 회수			
α	η	0.1	0.3	0.5	0.7
		1st	2nd	3rd	Avg.
0.2	0.3	600000*	322972	600000*	507657*
0.4	0.5	534753	134372	600000*	423041*
0.6	0.7	600000*	246918	551266	466061*
0.8	0.9	198447	119766	258971	192394
0.6	0.9	577493	600000*	600000*	592497*
0.8	0.5	330522	313547	600000*	414689*

* : 표 4와 동일

표 11 최대 에러가 0.0002일때 학습 상수, 모멘텀 항과 학습 수렴성과의 관계

		학습 회수			
α	η	0.1	0.3	0.5	0.7
		1st	2nd	3rd	Avg.
0.2	0.3	1000000*	1000000*	1000000*	1000000*
0.4	0.5	1000000*	646101	1000000*	882033*
0.6	0.7	1000000*	1000000*	618804	872934*
0.8	0.9	237504	248270	265276	250350
0.6	0.9	403330	367455	869208	546664
0.8	0.5	302564	323081	615386	413677

* : 표 4와 동일

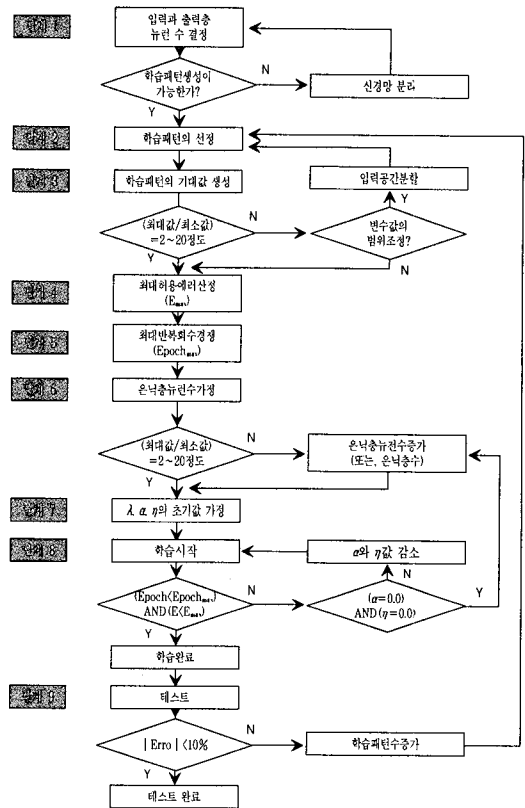


그림 3 수정한 신경망 근사 해석 모델 개발 9단계

경망 구조는 3개의 입력층 뉴런과 1개의 출력층 뉴런을 가진다.

[단계2 : 학습 패턴의 선정]

Hypercube 방법을 사용하여 각 변수의 상하한 값(n개의 설계 변수에 대하여 2ⁿ개의 점), 각 면의 중앙점(2n 개의 점), 설계 공간의 중앙점(1)으로 학습 패턴을 선정한다.

[단계 3 : 학습 패턴의 기대치 생성]

선정한 학습 패턴에 해당하는 변수값으로 구조 해석을 수행하던지 실험 결과를 수집하여 기대값(desired output)을 결정한다. 생성한 기대값 중 최대값(Max.)과 최소값(Min.)의 비(Max./Min.)가 2~20정도 보다 큰 경우에는 변수값의 범위를 조정하여 입력공간을 분할한다. 입력공간을 분할할 수 없을 경우에는 다음 단계를 진행한다.

[단계4 : 最大 허용 에러 선정]

스케일링한 기대값 중 최소값으로부터 다음과 같은 산정식으로 최대 허용 에러를 산정한다.

$$E_{\max} < \left\{ \frac{1}{2} \times (\text{기대값 중 최소값})^2 \times (\text{출력층 뉴런수}) \right\}$$

[단계5 : 최대 반복 회수 결정]

최대 반복 회수는 수렴 속도가 느리거나 수렴하지 못할 경우를 대비하여 학습 반복 회수(epoch_{max})를 제한하는 것으로서, 대상 문제에 따라 다르게 결정한다.

[단계6 : 은닉층 뉴런 수]

은닉층의 수는 1로, 은닉층 뉴런 수는 입력과 출력층 뉴런 수의 합을 최소값으로 초기 가정한다. 그러나, 생성한 기대값 중 최대값(Max.)과 최소값(Min.)의 비(Max./Min.)가 2~20정도 보다 큰 경우에는 단계 4에서 산정한 최대 허용 에러(E_{max})가 0.1보다 적은 정도 만큼 은닉층 뉴런 수를 증가한다. 이러한 경우, 최대 허용 에러에 따라 증가할 가장 적절한 은닉층 뉴런 수는 대상 문제에 따라 차이가 있다.

[단계7 : 활성화 함수(λ), 학습 상수(η), 모멘텀 항(α)]

학습의 반복회수는 활성화함수(unipolar 시그모

이드 함수로 가정)의 경사도 계수 λ, 학습 상수(η), 모멘텀 항(α)에 좌우된다. 본 모델에서는 일반적인 문제에 적용 가능하도록 λ=1.0, 학습의 수렴 속도를 가장 빠르게 하기 위하여 최대값인 α=0.8, η=0.9로 초기 가정한다.

[단계8 : 학습 수행]

단계 1~7로 결정한 신경망 구조로 최대 반복 회수(epoch_{max}) 이내에 학습에 성공하지 못하면, α와 η값을 문제에 따라 경험적으로 적절히 줄여 나간다. α=0.0, η=0.0에서도 학습에 성공하지 못하면 단계 6으로 돌아가 은닉층 뉴런 수를 증가시키거나, 경우에 따라서는 은닉층 수를 증가시킨다. 또한, 학습을 새로 시작할때마다 초기 연결 강도값을 랜덤하게 결정하도록 한다.

[단계9 : 테스트]

학습된 신경망을 학습에 사용하지 않은 테스트 패턴으로 테스트한다. 테스트 결과의 오차가 약 ±10% 이상으로 과도하게 발생하면 단계 2로 돌아가 오차가 많이 발생하는 테스트 패턴을 중심으로 학습 패턴을 증가한다.

5. 수정한 신경망 근사 해석 모델에 의한 스티브 거더 시스템의 해석

5.1 수정한 신경망 근사 해석 모델 개발 9단계의 적용

수정한 신경망 근사 해석 모델 개발 [단계 1]에 따라 입력층 뉴런 수는 7개로, 출력층 뉴런 수는 4개로 결정할 수 있다.

[단계 2]에 따라 Hypercube 방법을 사용하여 [표 2]와 같이 143개의 학습 패턴을 생성하였고, [단계 3]에 따라 버널탈 모델을 이용한 유한 요소 해석을 실시하여 학습 패턴에 대한 기대값을 결정하였다. 최대값과 최소값의 비가 94.63으로 2~20정도를 유지하지 못하므로 입력값의 범위를 조정할 필요가 있으나, 수정한 해석 모델의 개발 단계를 검증하기 위하여 범위 조정이 가능하지 않다고 가정하고 다음 단계를 수행하였다.

[단계 4]에 따라, 산정식에 의해 다음과 같이 최대 허용 에러를 E_{max}=2×10⁻⁴으로 산정하였다.

$$E_{\max} < \left\{ \frac{1}{2} \times (0.010567)^2 \times 4 = 0.00022 \right\}$$

[단계 5]에 따라, 경험적으로 최대 학습 반복 회수는 100만번으로 결정하였다.

[단계 6]에 따라, 은닉층의 수는 1로, 은닉층 뉴런 수는 입력과 출력층 뉴런 수의 합인 11을 최소값으로 초기 가정하였다. 그러나, 생성한 기대값 중 최대값과 최소값의 비가 2~20정도가 아닌 경우이므로, 은닉층 뉴런 수를 증가할 필요가 있다. 단계 4에서 산정한 최대 허용 에러가 0.0002이므로 0.1의 1/500정도이고, 전술한 시뮬레이션 4.3절의 경험으로부터 최대 허용 에러가 1/10씩 감소할때마다 10개의 은닉층 뉴런 수가 필요하므로 총 35개의 은닉층 뉴런 수로 증가하였다.

[단계 7]에 따라 $\lambda=1.0$, $\alpha=0.8$, $\eta=0.9$ 로 초기 가정하였다.

[단계 8]에 따라 학습을 수행하였으며, 반복회수 228356회만에 학습이 완료되었다.

[단계 9]에 따라 학습에 사용하지 않은 10개의 테스트 패턴(표 12)으로 테스트하였다. 6개의 테스트 패턴은 학습 패턴 공간에서 일반적으로 근사화 정도가 떨어지는 학습 범위의 중앙부를 선택하였고, 비교 목적으로 4개의 패턴(* 표시)은 학습 범위를 초과하는 것을 선택하였다.

표 12 10개의 테스트 패턴

패턴	SL	UDL	Bs	H _{stub}	B _{stub}	H _{gider}	B _{gider}
단위	mm	kg/m ²	mm	mm	mm	mm	mm
1	1000	250	8000	300	200	300	200
2	1333	500	10000	500	300	500	300
3	1000	310	8000	300	200	300	200
4	1333	430	10000	500	300	500	300
5	1500	500	13500	450	300	450	300
6	1000	250	8000	350	250	400	300
7*	880	250	5000	350	350*	350	350*
8*	880	250	5000	400	300	350	350*
9*	1500	500	13500	450	300	400	400*
10*	1333	500	10000	400	300	400	400*

* : 학습 범위를 초과하는 패턴

5.2 근사 해석 결과 비교

10개의 테스트 패턴을 리콜한 결과, 즉, 수정한 신경망 근사 해석 모델을 스티브 거더 시스템의 해석에 적용한 결과를 유한 요소 해석 결과와 비교하면 표 13과 같다. 학습 범위 내에서 생성한 6개의 테스트 패턴(1~6)에 대해서는 신경망

표 13 신경망 근사 해석과 유한 요소 해석 결과 비교

패턴	기호	해석 결과(단위 : cm, kg)		
		NNASA	FEM	% 에러
1	δ_{\max}	0.7905	0.7232	9.31
	M_{\max}	464568	454406	2.24
	V_{\max}	13568	13240	2.48
	P_{\max}	54756	53349	2.64
2	δ_{\max}	1.2202	1.1690	4.38
	M_{\max}	2407064	2304004	4.47
	V_{\max}	36549	35589	2.70
	P_{\max}	134620	127798	5.34
3	δ_{\max}	0.8835	0.8431	4.79
	M_{\max}	546446	529905	3.12
	V_{\max}	15654	15429	1.46
	P_{\max}	64321	62190	3.43
4	δ_{\max}	1.0537	1.0350	1.81
	M_{\max}	2073201	2040992	1.58
	V_{\max}	31576	31550	0.08
	P_{\max}	117432	113199	3.74
5	δ_{\max}	3.0614	2.8730	6.56
	M_{\max}	3799143	3736989	1.66
	V_{\max}	54378	56630	-3.98
	P_{\max}	224475	230099	-2.44
6	δ_{\max}	0.3869	0.3612	7.12
	M_{\max}	631567	591910	6.70
	V_{\max}	13016	12820	1.53
	P_{\max}	46517	44499	4.53
7*	δ_{\max}	0.1903	0.1523	24.91
	M_{\max}	306373	329118	-6.91
	V_{\max}	7148	8230	-13.15
	P_{\max}	25460	26179	-2.74
8*	δ_{\max}	0.1780	0.1389	28.15
	M_{\max}	299052	312801	-4.40
	V_{\max}	7703	8206	-6.13
	P_{\max}	23828	24398	-2.34
9*	δ_{\max}	3.3722	2.4590	37.14
	M_{\max}	4309161	3781001	13.97
	V_{\max}	53690	58880	-8.81
	P_{\max}	226320	240400	-5.86
10*	δ_{\max}	1.9755	1.3610	45.15
	M_{\max}	2765925	2352999	17.55
	V_{\max}	37601	37839	-0.63
	P_{\max}	160791	155999	3.07

* : 표 12와 동일

근사 해석 결과가 유한 요소 결과와의 오차가 $\pm 10\%$ 이내로 비교적 만족스러운 결과를 보이고 있다.

또한, 4개의 결과값을 비교하면, 최대 처짐이 상대적으로 다른 결과값에 비하여 비선형성이 강하므로, 오차가 크게 나타남을 볼 수 있다.

일반적으로 신경망은 내삽(interpolation)뿐만 아니라 외삽(extrapolation)에서도 좋은 근사화를 보인다. 그러나, 학습 패턴 선정 방법으로 Hypercube 방법을 사용하였을 경우에는 외삽의 경우 근사화 정도가 떨어질 수 있다. 이와 같은 이유로 1.0 보다 큰 값으로 스케일링한 4개의 패턴(7~10)에 대해서는 $\pm 10\%$ 이상의 상당히 큰 오차가 발생하였다.

6. 결 론

본 논문의 결론은 다음과 같다.

1) 스테브 거더 해석과 같이 출력치가 여러개인 경우, 출력층 뉴런 수를 고려하여 최대 허용 에러(E_{max})를 다음과 같이 산정할 수 있다.

$$E_{max} < \frac{1}{2} \times (\text{기대치 중 최소치})^2 \times (\text{출력층 뉴런 수})$$

2) 스테브 거더의 근사 해석에서 은닉층 뉴런 수는 입력과 출력층 뉴런 수의 합으로 초기 가정하고, 최대 에러가 감소함에 따라 은닉층의 뉴런 수를 증가시키는 것이 바람직하다.

3) 신경망 근사 해석에서는 전체적으로는 α 와 η 치가 커질수록 학습 속도가 증가하나, 최대 에러가 근사화를 보장할 수 있는 최대 허용 에러에 가까워질수록, 초기 연결 강도치의 영향을 많이 받으며, 문제에 따라 최적의 α 와 η 치가 존재한다.

4) Hypercube 방법을 학습 패턴 선정 방법으로 사용하는 신경망 근사 해석은 외삽(extrapolation)의 경우에 근사화의 정도가 매우 떨어지므로 내삽(interpolation)의 경우에만 적용하는 것이 바람직하다.

감사의 글

본 논문은 한양대 초대형 구조 시스템 연구센터의 연구비 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. 이승창, 박승권, 이병해, "신경망을 이용한 근사 해석 모델의 원형 개발", 한국전산구조공학회는문집, 제10권 제2호, 1997. 6, pp.273~281.
2. 백중성, 이승창, 이병해, "경계 조건 변화에 따른 구조적 거동 예측을 위한 스테브 거더 시스템의 해석 모델 개발", 대한건축학회논문집, 제10권 제10호, 1997. 10, pp.243~251.
3. Wang, C. M., Padmanaban K. and Shanmugam, N. E., "Ultimate Strength Analysis of Stub Girders," *J. of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 121, No. 9, 1995, pp. 1259~1264.
4. I. M. Viest, J. P. Colaco, R. W. Furlong, L. G. Griffis, R. T. Leon and L. A. Wyllie, Jr., *Composite Construction Design for Buildings*, ASCE, McGraw-Hill, 1997.
5. Zurada, J. M., *Introduction to Artificial Neural Systems*, Info Access Distribution Pte Ltd., 1992.
6. James A. Freeman, David M. Skapura, *Neural Networks: Algorithms, Applications, and Programming Techniques*, Addison-Wesley Pub. Com., Inc., 1992.
7. 김택완, 이승창, 이병해, "PC 수직 접합부의 극한 전단 내력 예측에 대한 인공 신경 회로망의 적용", 한국전산구조공학회는문집, 제9권 제2호, 1996. 6, pp.93~101.
8. Rogers, J. L., "Simulating Structural Analysis with Neural Network," *J. of Computing in Civil Engineering*, ASCE, Vol. 8, No. 2, 1994, pp.252~265.

9. Mason, R. L., Gunst, R. F., and Hess, J. L., *Statistical design and analysis of experiments*, John Wiley and Sons, 1989.
10. Happel, B. L. M., and Murre, J. M. J., "Design and Evolution of Modular Neural Network Architectures," *Neural Networks*, Vol. 7, 1994, pp.985~1004.
11. Lin, C.-T., and Lee, C. S. G., *Neural Fuzzy Systems : A Neuro-Fuzzy Synergism to Intelligent Systems*, Prentice-Hall International, Inc., 1996.
12. 이승창, 神經網을 利用한 스테브 거더 시스템의 近似 解析 모델 開發, 한양대학교 대학원 박사 학위 논문, 1997. 12
13. Chien, E. Y. L. and Ritchie, J. K., *Design and Construction of Composite Floor Systems*, Canadian Institute of Steel Construction, 1984.

(접수일자 : 1998. 6. 15)