

## 충격하중을 받는 시스템의 케인 방법을 이용한 다물체 동역학 해석

### Dynamic Analysis of Multibody Systems Undertaking Impulsive Force using Kane's Method

김 상 국\*, 박 정 훈\*\*, 유 홍 회\*\*\*  
S. K. Kim, J. H. Park, H. H. Yoo

#### ABSTRACT

A method for the dynamic analysis of multibody systems undertaking impulsive force is introduced in this paper. A partial velocity matrix based on Kane's method is introduced to reduce the number of equations to be solved. Only minimum number of equations of motion can be obtained by using the partial velocity matrix. This reduces the computational effort significantly to obtain the dynamic response of the system. At the very moment of the impulse, instead of using the numerical integrator to solve the equations of motion, the impulse and momentum principle is used to obtain the dynamic response. The impulse as well as the reaction force acting on the kinematic joints can be easily calculated too.

주요기술용어 : D.A.E.(미분 대수 방정식), Constrained Multibody Systems(구속 다물체 계), Kane's Method(케인의 방법), Partial Velocity Matrix(편속도 행렬), Impulsive Force(충격 하중), Reaction Force(반력)

#### 1. 서 론

충격하중은 짧은 시간 동안에 매우 큰 힘이 작용하는 것으로서 충격하중을 받는 기계 시스템은

짧은 시간동안에 속도 또는 각속도의 급격한 변화를 체험하게 된다. 실제 충격하중을 받는 기계 시스템은 어렵지 않게 주위에서 찾아볼 수 있는데 예를 들어, 포발사 전투차량이나 충돌하는 두 물체로 구성된 시스템이 대표적인 것이다. 이러한 경우 시스템의 변위, 속도, 가속도 등과 같은 정확한 동적 반응과 조인트 부위에 걸리는 충격

\* LG전자 주식회사

\*\* 한양대학교 기계공학부

\*\*\* 정회원, 한양대학교 기계공학부

하중을 예측하는 것은 이러한 시스템들의 좋은 설계를 위해서 매우 중요하다고 할 수 있다.

충격하중을 다루고 있는 기존의 문헌에서는(참고문헌 1~3 참조), 물체간 충돌로 인한 동적 반응을 라그랑지 승수를 이용한 운동방정식을 이용하여 해석하고자 하였다. 이 연구들에서는 충돌로 인해 발생하는 충격하중을 예측하기 위한 정확한 모델링에 그 초점을 맞추고 있다. 이와 더불어 외부로부터 가해지는 충격하중의 경우에는 근사적인 함수를 이용해 시스템의 동적 반응을 구하고 있는데(참고문헌 4 참조) 이는 몇가지 문제를 야기시킬 수 있다. 첫째는 충격하중이 가해지는 시간이 아주 짧은 경우에 시간 적분 프로그램이 이를 감지하지 못하는 경우가 발생하며, 둘째는 급격한 힘의 변화로 인해 시간적분을 안정적으로 수행하지 못하는 경우가 종종 발생한다는 점이다.

본 논문에서는, 시스템 운동방정식의 유도를 위해, 다물체계의 동적 해석을 위해 최근 개발된 케인의 방법을(참고문헌 5 참조) 사용하였다. 이 방법은 기존 상용 프로그램이 사용하는 방법들에 비해(참고문헌 6 참조) 계산의 효율성을 갖는 것으로 알려져 있다. 본 논문에서는 또한 충격하중을 근사적으로 모델링하여 시간적분을 수행하는 기존 방법과 달리, 충격하중이 가해지는 순간 시간적분 대신 다물체계를 위한 운동량-충격량 법칙을 이용하여 시스템을 구성하는 강체의 속도 및 각속도를 새로 계산하는 방법을 제시하였다. 이 방법을 통해 충격하중 힘의 크기가 아무리 크고 짧은 시간에 발생하더라도 동적 반응을 얻는데 아무런 문제가 없도록 하였다. 또한 몇가지 적용 예제를 통해 본 논문에서 제시한 방법의 정확성 및 그 효과성을 보이고자 하였다.

## 2. 강체의 운동 방정식

### 2.1 구속된 시스템의 운동 방정식

구속된 다물체 계의 운동방정식은 라그랑지 승수를(Lagrange multiplier) 이용해 다음과 같은 미분 대수 방정식으로 표현될 수 있다(참고

문헌 7 참조).

$$\begin{bmatrix} M & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서,  $q$ ,  $Q$ ,  $\Phi_q$ , 그리고  $\lambda$ 는 시스템에 사용된 일반좌표, 일반력, 구속조건식의 일반좌표에 대한 자코비안, 그리고 라그랑지 승수를 각각 나타낸다. 또한 이 식에서  $\gamma$ 는 다음을 만족시키는 값이다.

$$\gamma = -(\Phi_{q_d} \dot{q} - 2\Phi_{q_t} \dot{q} - \Phi_{tt}) \quad (2)$$

여기서  $\Phi_{q_t}$ 는 구속조건식의 일반좌표에 대한 자코비안을 시간으로 편미분한 것이고,  $\Phi_{tt}$ 는 구속조건식을 시간에 대해 두 번 편미분한 것을 의미한다. 운동 방정식과 동시에 풀게될 위치 및 속도 해석을 위한 구속방정식들은 다음과 같다.

$$\Phi(q, t) = 0 \quad (3)$$

$$\Phi_{q_t} \dot{q} = -\Phi_t \quad (4)$$

### 2.2 케인의 방법을 이용한 운동방정식

우선 일반좌표들 중에서 독립좌표를 결정하기 위해 구속조건식의 자코비안 행렬을 full pivoting 하면서 Gauss 소거를 수행한다. 위치해석은 좌표분할법과 동일 방법으로 Newton-Raphson 방법을 사용해 다음식을 반복적으로 풀면 종속좌표를 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \Phi_{q_d} & \Phi_{q_i} \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta q_d \\ \Delta q_i \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \Phi(q_d, q_i, t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서  $q_d$ 와  $q_i$ 는 각각 종속좌표, 독립좌표를 나타낸다. 식 (3)을 시간에 대해 미분하고, 종속좌표와 독립좌표를 이용하면 다음과 같은 속도 해석을 위한 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \Phi_{q_d} & \Phi_{q_i} \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_d \\ \dot{q}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\Phi}_t \\ \dot{q}_i \end{bmatrix} \quad (6)$$

일반속력  $u$ 는 독립좌표를 이용하여 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{u} \equiv \dot{\mathbf{q}}; \quad (7)$$

그러면 일반좌표의 시간에 대한 미분값은 일반속력의 함수로서 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{C} \quad (8)$$

여기서  $\mathbf{B}$ 는 편속도행렬로 구속조건식에 대한 자코비안 행렬의 널공간이(Null Space) 된다.  $b_{lm}$ 는 편속도 행렬의 성분으로 다음과 같이 정의된다.

$$b_{lm} \equiv \frac{\partial \dot{q}_l}{\partial u_m} \quad (9)$$

케인의 방법을(참고문헌 8 참조) 이용한 운동방정식은 다음식과 같이 표현된다.

$$\mathbf{F}_r^* + \mathbf{F}_r = 0, \quad (r=1, 2, \dots, f) \quad (10)$$

여기서,  $f$ 는 시스템 자유도를, 또  $\mathbf{F}_r^*$ 와  $\mathbf{F}_r$ 은 각각 일반 관성력과 일반 작용력을 나타내며, 다음 식으로 구해진다.

$$\mathbf{F}_r^* = -\mathbf{B}^T \mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} \quad (11)$$

여기서,  $\mathbf{M}$ 은 구속된 운동방정식에서 구해진 질량 행렬과 동일하다. 일반 작용력 역시 케인의 방법을 이용하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{F}_r = \mathbf{B}^T \mathbf{Q} \quad (12)$$

여기서  $\mathbf{Q}$ 는 구속된 운동 방정식의 일반력과 동일한 형태이다. 식 (11, 12)를 식 (10)에 대입하면, 시스템의 운동방정식은 최종적으로 다음과 같이 표현된다.

$$-\mathbf{B}^T \mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}^T \mathbf{Q} = 0 \quad (13)$$

식 (13)을 관찰해 보면 풀어야 할 미지수의 개수가 방정식 수보다 더 많다. 따라서 일반좌표의 가속도 성분을 획득하기 위해서는 가속도 해석을 위한 구속 방정식과 함께 풀어야 한다. 따라서 가속도 해석을 위한 최종적인 운동방정식을 구성하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}^T \mathbf{M} \\ \Phi_a \end{bmatrix} \{ \ddot{\mathbf{q}} \} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}^T \mathbf{Q} \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (14)$$

### 3. 구속된 시스템에 작용하는 충격 하중

#### 3.1 충격하중에 의한 속도 변화량 계산

이해의 편의성을 위해 식 (14)에 충격력에 의한 일반 작용력을 따로 고려한다면 다음과 같은 형태로 표시할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}^T \mathbf{M} \\ \Phi_a \end{bmatrix} \{ \ddot{\mathbf{q}} \} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}^T (\mathbf{Q} + \mathbf{Q}^*) \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서  $\mathbf{Q}^*$ 는 충격 하중에 의한 일반 작용력이다. 시스템의 일반속도 변화량은 식 (15)를 적분해 구할 수 있다. 먼저 식 (15)의 좌변 첫째 항을 부분적분을 이용하여 적분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{B}^T \mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} dt \\ &= \left\{ \mathbf{B}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}} \Big|_{t_1}^{t_2} - \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{t_1}^{t_2} (\mathbf{B}^T \mathbf{M}) \dot{\mathbf{q}} dt \right\} \\ &= \mathbf{B}^T \mathbf{M}(t_2) \Delta \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (16)$$

여기서,  $t_1 < t_f < t_2$ 이며,  $\Delta t = t_2 - t_1$ 이다. 또한 작용력  $\mathbf{Q}$ 는 일반좌표와 일반속력만의 함수이므로 다음식이 성립한다.

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{Q} dt = 0 \quad (17)$$

충격하중에 의한 일반 작용력  $\mathbf{Q}^*$ 는 충격함수로(Dirac's delta function) 나타낼 수 있으므로 적분하면 다음 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{Q}^* dt \equiv \mathbf{P}^* \quad (18)$$

여기서  $\mathbf{P}^*$ 는 가해진 충격량을 나타낸다. 또, 가속도 관계식은 다음 식으로 처리된다.

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{t_1}^{t_2} \Phi_a \ddot{\mathbf{q}} dt = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{t_1}^{t_2} \gamma dt \quad (19)$$

이 식에서  $\gamma$ 는 일반좌표와 일반속력만의 함수이므로 우변은 0이된다. 그러므로 식 (19)로부터 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\Phi_q(t_1)\Delta\dot{q} = 0 \quad (20)$$

식 (16)과 식 (20)에서 다음 선형방정식을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} B^T M \\ \Phi_q \end{bmatrix} \{\Delta\dot{q}\} = \begin{bmatrix} B^T P^* \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

### 3.2 충격하중을 고려한 적분 알고리즘

step 1.  $t = t_1$  에서 충격하중이 발생하면 그 전까지는 보통의 시간적분 알고리즘을 사용한다. 다음 시간  $t = t_1$  에서 일반좌표와 일반속력을 가지고 식 (21)을 이용하여 속도의 증분치를 구한 후 이를 원래의 일반속력에 더한다. 즉,

$$\dot{q}(t_2) = \dot{q}(t_1) + \Delta\dot{q} \quad (22)$$

식 (22)에서 구해진 속도성분은 속도 구속조건식을 만족시켜야 한다.

step 2.  $q(t_1)$  와 (step 1)에서 계산된 속도성분들을 새로운 초기치로 사용하여 다음 충격력이 가해질 때까지 운동방정식의 적분을 다시 시작한다.

### 3.3 케인방법에 의한 조인트에서의 반력 해석

구속조건을 갖는 다물체계는 다음 같은 운동방정식을 갖는다.(식 (1) 참조)

$$M\ddot{q} + \Phi_q^T \lambda = Q \quad (23)$$

여기서  $\Phi_q^T \lambda$  는 구속조건에 의해 물체의 질량 중심에 발생하는 반력성분을 나타낸다. 그러나 케인방법에 의한 운동 방정식에서는 편속도행렬에 의해 반력항이 사라지므로 이를 바로 구할 수 없으므로 다음과 같은 방법을 사용해 반력을 구한다. 먼저, 라그랑지 승수를 구하기 위해서 식 (23)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \Phi_q^T \lambda &= Q - M\ddot{q} \\ &\equiv b \end{aligned} \quad (24)$$

위 식에서  $Q$  와  $M\ddot{q}$  은 운동방정식을 생성하는 과정에서 구할수 있다. 위식은 구하고자 하는 변수의 수보다 방정식의 수가 더 많다. 기존의 해법은 다음과 같이 구속조건의 자코비안 행렬을 식 (24)의 양변에 곱한다.

$$\Phi_q \Phi_q^T \lambda = \Phi_q b \quad (25)$$

식 (25)는 방정식 수와 라그랑지 승수의 개수가 동일해서 풀릴 수 있다. 그러나 앞서 제안된 케인방법을 이용한 운동방정식 유도과정을 이용하면 이것보다 더 간단히 구할 수 있다.

케인방법에서  $\Phi_{q_d}$  는 속도해석을 위해 다음 같이 LU 분해 된다.

$$\Phi_{q_d} q_d = -\Phi_{q_i} q_i - \Phi_i \quad (26)$$

식 (26)에서 전체 자코비안 행렬을 종속 좌표에 대한 자코비안 행렬과 독립 좌표에 대한 자코비안 행렬로 나누어 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \Phi_{q_d}^T \\ \Phi_{q_i}^T \end{bmatrix} \lambda = \begin{bmatrix} b_d \\ b_i \end{bmatrix} \quad (27)$$

식 (27)에서 종속좌표에 대한 자코비안 행렬은 full rank를 지니므로 라그랑지 승수를 구하기 위한 식을 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\Phi_{q_d}^T \lambda = b_d \quad (28)$$

$\Phi_{q_d}$  는 속도해석을 수행하는 과정에서 이미 LU 분해 되어 있기 때문에  $\Phi_{q_d}^T$  를 다시 LU 분해하는 것보다 계산량이 훨씬 적은 back substitution을 수정하여 사용하면 라그랑지 승수를 간단히 구할 수 있다.

## 4. 수치 해석

그림 1은 편 조인트로 연결된 이중 진자를 나타낸다. 이 시스템에 대한 데이터는 표 1에 나타

나 있다. 그림 1에는 두 번째 진자의 점 G로 표시된 질량 중심 부분에 충격력이 가해지는 것을 나타내고 있다. 기존의 다물체 동역학 프로그램에서는 충격력은 사각파나 삼각파 그리고 계단 함수 등으로 나타내 동적 반응을 구한다. 다음은 0.02초간격에 가해지는 그 세가지 함수들을 나타낸다.

1) 사각파 함수 :  $F = 100$

2) 삼각파 함수 :

$$F = \begin{cases} 200 \times \left( \frac{T-2.59}{0.01} \right) & \text{if } 2.59 \leq T \leq 2.60 \\ 200 - 200 \times \left( \frac{T-2.60}{0.01} \right) & \text{if } 2.60 \leq T \leq 2.61 \end{cases}$$

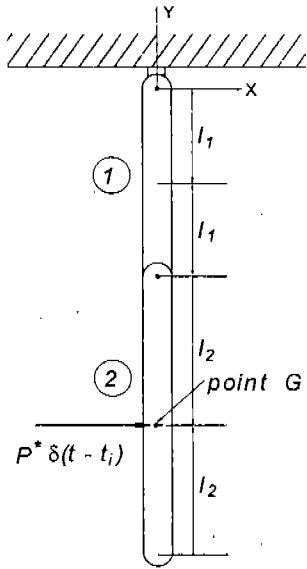


Fig.1 Double pendulum

Table 1 Simulation data for double pendulum

	mass [kg]	inertia [kg · m <sup>2</sup> ]	length [m]
body 1	10.0	20.0	1.0
body 2	10.0	20.0	1.0
$P^*$ [N · sec]	10		
$t_i$ [sec]	2.59		

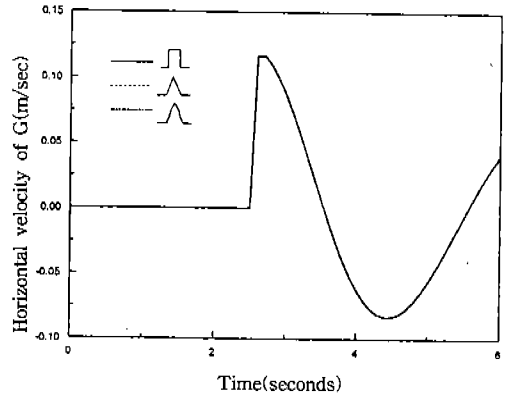


Fig.2 Comparison of dynamic responses by three different shape impulse forces

3) 계단 함수 :

$$F = \begin{cases} 200 \times \left( \frac{T-2.59}{0.01} \right)^2 \times \left( 3 - 2 \times \frac{T-2.59}{0.01} \right) & \text{if } 2.59 \leq T \leq 2.60 \\ 200 - 200 \times \left( \frac{T-2.60}{0.01} \right)^2 \times \left( 3 - 2 \times \frac{T-2.60}{0.01} \right) & \text{if } 2.60 \leq T \leq 2.61 \end{cases}$$

그림 2는 같은 충격량을 갖는 위의 세 함수를 이용하여 G점의 수평방향의 속도에 대한 수치해석을 수행한 결과를 보여준다. 그림에서 보듯이 세 결과는 서로 거의 일치하고 있으며 따라서 함수형태의 선택은 해석결과에 거의 영향을 미치지 않는다는 것을 보여주고 있다.

그림 3은 동일 문제를 본 논문에서 제시한 Momentum 방법을 이용해 해석한 결과와 기존의 Force 적용 방법을 이용한 결과를 비교하고 있는 그림이다. Force 적용 방법은 위에서 얻어진 사각파 함수의 결과를 이용하였다. 이 문제의 경우 충격이 가해진 직후의 속도에 관한 엄밀해가 알려져 있으며, 이 엄밀해는 그림에 직선으로 나타난 본 논문의 방법의 해와 일치하는 것을 알 수 있었다. 여기서 점선은 사각파가 가해지는 시간 길이가 0.1초일 때이고 쇄선은 시간 길이가 0.01초일 때이다. 그림에서 보듯이 시간 길이가 0.01초인 쇄선의 경우는 본 논문의 결과인 직선과 거의 일치하며, 시간 길이가 0.1초인 점선은

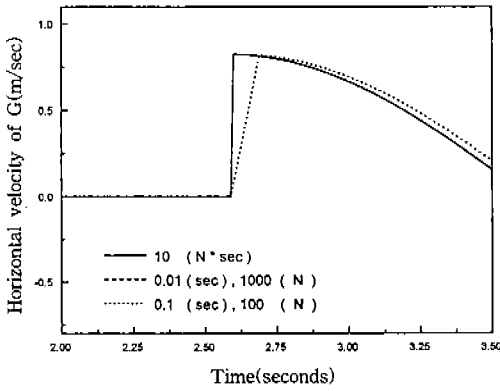


Fig.3 Comparison of horizontal velocities at the mass center of link 2(momentum vs. force approaches)

약간 처진 것을 볼 수 있다. 따라서, 사각파가 가해지는 시간의 길이가 짧으면 엄밀해에 점점 접근하는 것을 알 수 있다.

그러나 충격하중의 경우 그 힘이 작용하는 구간이 아주 짧으면 기존 다물체 동역학 해석방법에 의하면 적분시에 그 힘을 적분기가 인식하지 못하는 현상이 종종 발생한다. 그림 4는 사각파가 작동하는 시간 간격을 원래의 간격과 그의 1/2, 1/4로 줄인 세가지 결과를 비교하였다. 그림에서 보듯이 시간 간격을 0.005초(sec)까지 줄이면 적분기는 작용하는 힘을 인식하지 못한다. 물론 적분기의 Step size를 줄이면 이러한 문제를 극복할 수 있으나 이것은 적분시간 증가를 가져오는 문제점을 갖는다. 충격 함수가 실제 짧은 시간내에 발생하는 경우는 기존의 방법은 이런 문제점에 부딪힐 수 밖에 없다. 그러나 본 논문에서 제시한 방법은 이 문제점을 극복할 수 있다는 점에서 장점을 갖는다고 말할 수 있을 것이다.

그림 5는 앞의 시스템보다 더 복잡한 시스템으로서 포를 발사하고 있는 탱크를 모델링한 것이다. 그림에서 RSDA라고 표시된 부분은 현수 장치의 회전스프링과 댐퍼를 나타내며, REV는 핀 조인트, TRAN은 병진 조인트를 나타낸다. 그림에서 지면에 고정된 핀 조인트는 포가 발사시에 차량이 뒤로 밀리지 않게 하기 위해 설치

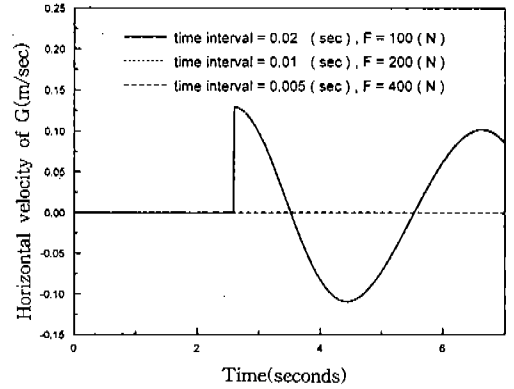


Fig.4 Failure of obtaining accurate results due to short interval impulse

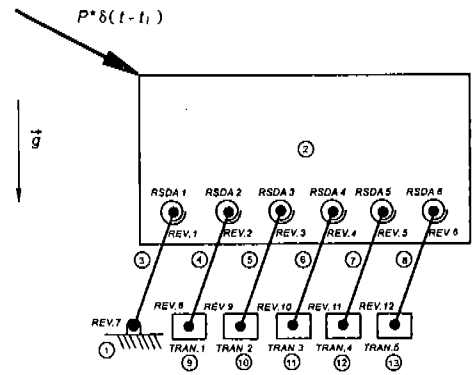


Fig.5 Firing tank model

Table 2 Simulation data for tank model

	mass [kg]	inertia [kg · m <sup>2</sup> ]	length [m]	orientation [rad]
body 2	407,73.36	165,000.22	-	0.0
body 3-8	340.27	280	2	1.3963
body 9-13	500	800	-	0.0
$P^*[N \cdot sec]$	$5000 \delta(t-t_i) \hat{n}_1 - 3000 \delta(t-t_i) \hat{n}_2$			
$t_i(sec)$	38.201			
RSDA	$k [N \cdot m/rad]$	330,000		
	$c [N \cdot m \cdot sec/rad]$	70,000		

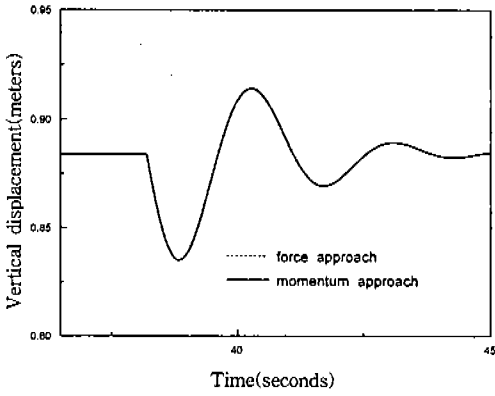


Fig.6 Comparison of vertical displacements of vehicle mass center(momentum vs. force approaches)

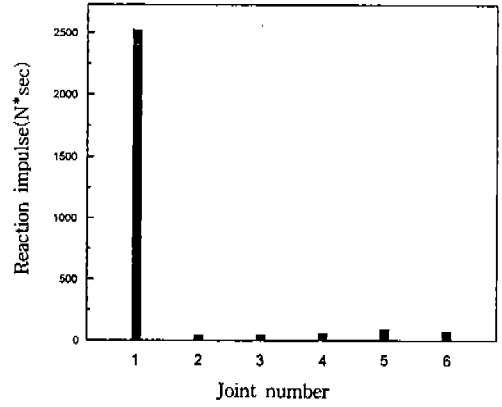


Fig.9 Reaction impulses at 6 pin joints

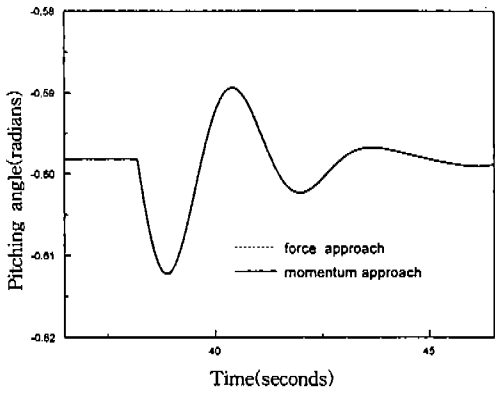


Fig.7 Comparison of pitching angle of the vehicle(momentum vs. force approaches)

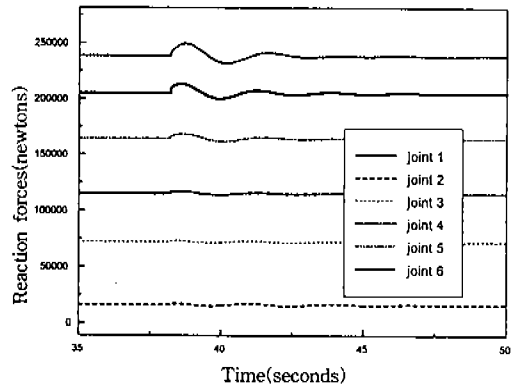


Fig.10 Reaction forces at 6 pin joints

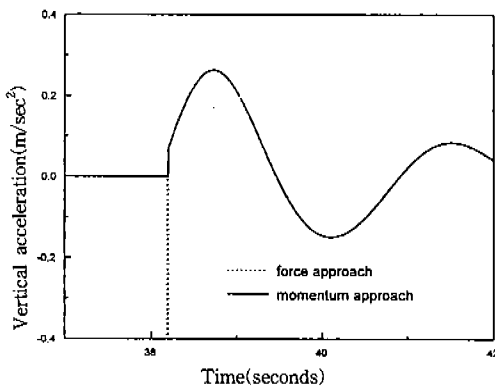


Fig.8 Comparison of vertical acceleration of vehicle mass center(momentum vs. force approaches)

한 것이다. 표 2는 이 시스템에 관한 모든 데이터를 나타내고 있다. 그림 6과 7은 정적 평형 상태에서 포발사에 의한 충격력이 가해질 때, 탱크 몸체의 질량 중심에서의 상하방향 변위와 피칭각도를 보여준다. 그림에서 실선결과는 본 논문에서 제시한 Momentum 변화량 방법에 의한 결과이고 점선은 기존의 Force 적용 방법에 의한 결과이다. 두 결과는 거의 정확히 일치하고 있음을 보여준다.

그림 8은 이 문제에 대하여 두 방법에 의해 구한 상하방향 가속도를 나타낸다. 여기서 보듯이 Force 적용 방법은 충격하중이 가해지는 시간대에서 매우 큰 크기의 가속도가 발생하는 것을 보여준다. 이에 반해 Momentum 변화량 방

법은 단지 충격력이 가해지는 시간 전후의 가속도만을 보여준다. 따라서 두 결과는 충격력이 가해지는 시간대를 제외하고는 거의 일치하는 결과를 보여준다.

그림 9는 포가 발사될 때에 RSDA가 있는 부분의 6개의 조인트에 가해지는 충격량들을 보여준다. 이 경우는 차량의 가장 전방에 위치한 첫 번째 RSDA와 연결된 편 조인트에 걸리는 충격량이 가장 큰 것을 보여준다. 그림 10은 조인트들에 가해지는 반력들을 시간에 따라 나타낸 것이다. 정적 평형상태를 유지하고 있던 조인트들의 반력이 충격량이  $t=38.201$ 초에서 가해짐에 따라 변화하고 있는 것을 관찰할 수 있다. 그러나, 여기서 보듯이 반력의 경우 그 변화량의 최대값은 첫 번째 조인트가 아닌 여섯 번째 조인트에 나타나는 것을 보여주는데, 그림 9에서 보여준 충격량의 크기와 여기에 나타난 작용하는 반력의 변화는 서로 다른 조인트에서 발생함을 알 수 있다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 케인의 방법을 이용해 구축된 다물체계의 운동 방정식을 유도하였으며 각 조인트에 작용하는 충격량 및 반력을 계산할 수 있는 효율적인 방법을 제시하였다. 이러한 방법은 기존의 방법에 비해 충격력이 작용하는 시스템에 적용하기가 적합한데 그 이유는 충격력이 매우 짧은 시간에 전달될수록 기존의 방법은 시간적분시 문제를 갖게 되나 본 논문에 적용한 방법은 그러한 문제를 갖지 않기 때문이다. 또한 본 논문의 방법은, 수치 예제에서 보여주듯이 다물체 동역학 시스템을 구성하는 기구학적 조인트에 작용하는 충격량과 반력을 동시에 계산할 수 있는데, 이는 부품 내구성 설계에 유용하게 사용될 수 있다. 반력이 강도설계에 사용될 수 있다면 충격량은 피로설계에 사용될 수 있을 것

이다. 본 논문에서 제시된 방법은 또한 특별히 강성이 매우 큰 물체간의 접촉시 발생하는 짧은 시간내의 충돌문제에 매우 유용하게 사용될 수 있을 것으로 사료된다.

## 참 고 문 헌

1. Shih C. Wu, Shih M. Yang, and Edward J. Haug, Dynamics of mechanical systems with coulomb Friction, Stiction, Impact, and Constraint Addition-deletion, Technical Report No. 84~19, 1984.
2. Edward J. Haug, Computer-Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems, ALLYN AND BACON, 1989.
3. Javier Garcia de Jalón, Eduardo Bayo, Kinematic and Dynamic Simulation of Multibody Systems, Springer-Verlag, 1993.
4. ADAMS/Solver Subroutines Reference Manual, (Version 8.0), Mechanical Dynamics, 1994.
5. 박정훈, 유홍희, 황요하, 배대성, "Kane 방법을 이용한 구축 다물체계의 동역학 해석" 대한기계학회 논문집(A), 제21권 제12호, pp. 2156~2164, 1997.
6. E. J. Haug, Jeng Yen, "Implicit Numerical Integration of Constrained Equations of Motion Via Generalized Coordinate Partitioning", J. Mechanical Design, Vol. 114, pp. 296~304, 1992.
7. Parviz E. Nikravesh, Computer-Aided Analysis of Mechanical Systems, Prentice-Hall International, Inc., 1988.
8. Thomas R. Kane, David A. Levinson, DYNAMICS : Theory and Applications, McGraw-Hill, 1985.