

보형상 복합구조물 진동체에서의 파동에너지 전파에 대한 해석

Analysis of Wave-Energy Propagation on Vibrating Coupled Beam-Type Structures

길 현 권*, 홍 석 윤**
(Hyun Gwon Kil*, Suk Yoon Hong**)

※ 본 연구는 수중음향특화연구센터 연구과제의 일부분으로서 국방과학연구소의 지원으로 수행되었습니다.

요 약

보로 이루어진 복합구조물의 진동 에너지밀도와 파워를 구하기 위하여 파워흐름해석법을 수행하였다. 복합구조물인 연성보에서는 구조 연결점에서의 파동변환에 따라 굽힘파, 종파, 비틀림파가 존재한다. 구조연결점에서 파동들의 파워투과와 반사를 고려하기 위해서는 파동전달법을 도입하였다. 이러한 파워흐름해석법을 이용하여 연성보에서 발생하는 여러 특성의 파동들이 전달하는 에너지밀도와 파워의 공간적 분포 값을 엄밀해와 비교하였다. 결과로써 파워흐름해석법은 고주파수 영역에서 진동하는 연성보의 진동에너지와 파워의 공간적 분포를 예측하기 위해서 유용하게 사용될 수 있음을 보였다. 또한 파워흐름해석법의 중주파수 영역에서의 적용 가능성에 대해 검토하였다.

ABSTRACT

The power flow analysis has been performed to predict the vibrational energy density and energy flow of coupled beam-type structures. At the joints of the coupled structures, flexural, longitudinal and torsional waves are coupled together. The power transmission and reflection due to the coupling of those waves are considered by means of the wave transmission approach. The results of the energy density and power for the structures are compared with the exact solution. The comparison shows that the power flow analysis can be an effective tool to predict the spatial variation of vibrational energy and power of the beam-type coupled structures at high frequencies. The usability of the present power flow approach in the mid-frequency range is also discussed.

I. 서 론

복합구조물의 진동을 줄이고 또한 방사되는 소음을 줄이기 위하여서는 진동에너지의 공간적 분포와 에너지 흐름의 경로를 알기 위한 해석이 필요하다. 진동에너지 해석을 위하여 일반적으로 저주파수 영역에서는 유한요소 해석법[1]이 그리고 고주파수 영역에서는 통계적 에너지 해석법(SEA)[2]이 널리 사용되고 있다. 유한요소 해석법의 경우는 진동수가 증가하게 되면 진동장을 형성하는 파동의 파장이 작아지므로 구조체를 더욱 작은 요소로 나누어야 한다. 따라서 고주파수 영역에서의 적용은 많은 계산 시간을 요하게 된다는 단점이 있다. 통계적 에너지 해석법의 경우에는 복합구조물 각 요소의 진동에너지에 대한 공간적인 평균값만을 제공하게 된다는 단점이 있다.

구조물 진동요소의 공간적 에너지 분포를 알기 위해서, Nefske와 Sung[3]은 에너지지배방정식을 이용하는 파워흐름해석법(Power Flow Analysis)을 제안하고 보의 횡진동에 적용하였다. Cho와 Bernhard[4]는 파워흐름해석법을 적용하여 복합구조물의 진동을 해석하기 위하여 파동전달법[5, 6]을 도입하였다. Bouthier와 Bernhard[7, 8, 9]는 보와 평판의 횡진동에 대한 에너지지배방정식을 제시함으로써 파워흐름해석법을 이차원 시스템의 진동해석에 적용하였다.

파워흐름해석법은 고주파수 대역뿐만이 아니라 중주파수 대역에서도 진동에너지 해를 제공 할 수 있는 방법으로도 언급되었다[1]. 그러나 중주파수 대역에서의 적용가능성에 대해서는 연구가 더 이루어져야 한다. 본 연구에서는 보형상의 복합구조물의 진동에너지를 해석하기 위하여 "L"자 형태의 연성보와 세 보가 직각을 이루고 연결되어 있는 연성보에 대해 파워흐름해석법을 적용하였다. 구조연결점에서의 굽힘파, 종파 그리고 비틀림파간의 파동변환을 고려하기 위해서는 파동전달법[5, 6]을 이용하였다. 각 파동의 에너지밀도와 파워들의 결과들을 엄밀해와 비교하였으며, 파워

* 수원대학교 기계공학과

** 서울대학교 조선해양공학과

접수일자 : 1998년 7월 4일

해석법의 중주파수 영역에서의 적용 가능성을 검토하였다.

II. 파워흐름해석법에 의한 진동에너지 전파 해석

2.1 보의 진동에 대한 에너지지배방정식

주파수 ω 의 조화력에 의한 Bernoulli-Euler 보의 진동장은 가진력의 종류에 따라, 굽힘파, 종파 그리고 비틀림 파들의 전파로 형성된다. 이들 각각의 파동에 의해 전달되는 에너지 밀도는, 보의 변위가 작고 내부손실에너지가 작을 경우($\eta \ll 1$), 열전도 방정식과 유사한 형태의 다음 방정식을 만족한다[3, 7].

$$-\frac{c^2}{\eta\omega} \frac{d^2 e}{dx^2} + \eta\omega e = 0 \quad (2.1)$$

여기서 e 는 해당 파동이 갖는 에너지 밀도의 시간 평균값을 의미하며, 굽힘파의 경우에는 시간과 공간(한 파장)에 대한 평균값을 의미한다. η 는 구조감쇠에 의한 내부에너지 손실계수이고, c 는 해당 파동의 군속도이다. 이때 진동에너지는 에너지밀도가 높은 곳에서 낮은 곳으로 전달됨을 고려할 경우, 각 파동에 대한 진동에너지 파워 q 는 다음의 관계식으로 표현된다[3, 7].

$$q = -\frac{c^2}{\eta\omega} \frac{de}{dx} \quad (2.2)$$

2.2 연성보의 에너지흐름해석

그림 1(a)과 같이 조화력 $F(t) = Fe^{i\omega t}$ 에 의해 가진되는 단일보의 경우에는 한 종류의 파동(굽힘파)이 전파하나, 그림 1(b)과(c)의 연성보의 경우에는 연결점에서 파동들간의 연성 때문에 혼합모드 즉 두 종류 이상의 파동이 함께 존재한다. 즉 그림 1(b) 연성보의 진동장의 경우 굽힘파와 종파가 존재하며, 그림 1(c)의 연성보의 진동장에서는 굽힘파, 종파, 비틀림파가 존재한다.

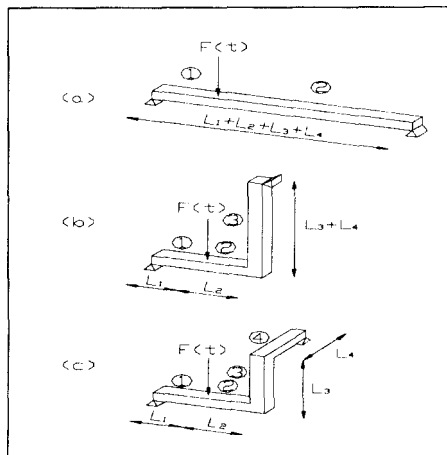


그림 1. 해석 모델 (a) 단순보, (b) "L"자형 연성보, (c) 세 보로 구성된 연성보

본 절에서는 그림 1(c)에서와 같이 세 보가 직각을 이루고 연결되어 있는 연성보의 진동에너지 해를 구하기 위하여 파워흐름해석법을 수행하고자 한다. 이때 전체 연성보를 가진력이 작용하는 위치와 연결점을 기준으로 하여 네 영역, 즉 ①, ②, ③, ④로 표시하면, 각 영역에서는 종파, 비틀림파와 두 종류의 굽힘파가 동시에 존재한다. 이들 네 파동의 종류를 각각 나타내기 위하여 그림 2에서와 같이 l, t, f_1, f_2 를 사용하기로 한다. 같은 종류의 파동이라도 각 영역에서 서로 다른 에너지 해를 갖기 때문에 각 영역에서, 각 파동에 대하여 식(2.1)과 (2.2)의 두 에너지방정식을 고려해야 한다. 에너지 밀도의 일반해는 다음과 같이 표현할 수 있다.

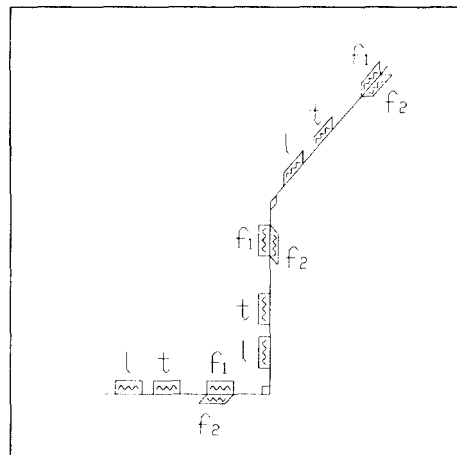


그림 2. 연성보의 진동장을 이루는 종파(l), 비틀림파(t), 두 종류의 굽힘파 (f_1, f_2).

$$e_{nj} = e_{nj}^+ + e_{nj}^- \quad (2.3)$$

여기서

$$e_{nj}^+ = A_{nj}^+ \exp\left(-\frac{\eta\omega}{c_{nj}} x\right), \quad e_{nj}^- = A_{nj}^- \exp\left(\frac{\eta\omega}{c_{nj}} x\right)$$

n 은 영역 ($j = 1, 2, 3, 4$)을 나타내고, j 는 파동의 종류 ($n = l, t, f_1, f_2$)를 나타내며, $+$ 와 $-$ 는 보의 오른쪽 방향으로부터의 에너지 전달을 의미한다. 각 영역에서 각 파동의 파워는 에너지밀도를 이용하여 식(2.2)로부터 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$q_{nj} = q_{nj}^+ - q_{nj}^- \quad (2.4)$$

여기서 $q_{nj}^+ = c_{nj} e_{nj}^+, \quad q_{nj}^- = c_{nj} e_{nj}^-$

따라서 연성보의 에너지 밀도와 파워를 구하기 위해서는, 각 영역에서 각 종류의 파동에 기인한 에너지 밀도 크기를

인 A_{nn}^+ 와 A_{nn}^- 를 구하여야 하므로 총 32개의 미지수를 결정하여야 한다.

연성구조물의 양단에서는 경계조건, 즉 외부로부터 공급되는 입력 파워가 없다는 조건으로부터 다음의 관계식을 얻는다. 네 파동($j = l, t, f_1, f_2$)에 대해서

$$q_{1j} = 0, \quad q_{4j} = 0 \tag{2.5}$$

또한, 가진력이 작용하는 위치에서 각 파동의 에너지 밀도의 연속성은 다음의 식으로 표현되고

$$e_{1j} = e_{2j} \tag{2.6}$$

가진력에 의해 입력되는 파워에 기인한 각 파동의 파워는 파동에 따라 다음의 평형조건을 만족해야 한다.

$$q_{1t} = q_{2t}, \quad q_{1l} = q_{2l}, \quad q_{1f_1} = q_{2f_1} \tag{2.7}$$

$$q_{2f_1} - q_{1f_1} = Q \tag{2.8}$$

여기서 입력파워 Q 는 가진력 작용점 위치에서의 임피던스 Z 를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있으며

$$Q = \frac{1}{2} |F|^2 \operatorname{Re}\left\{\frac{1}{Z}\right\} \tag{2.9}$$

파워흐름해석법에서는 다음과 같이 부한보의 임피던스를 이용한다[5].

$$Z = 2\rho S c_b(1+i) \tag{2.10}$$

여기서 ρ, S, c_b 는 보의 밀도, 단면적 그리고 굽힘파 (f_1)의 전파속도이다. 이상에서와 같은 조건들을 이용하면, 식(2.5)의 조건으로부터 8개의 식, 식(2.6)으로부터 4개의 식 그리고 식(2.7)과 (2.8)로부터 4개의 식을 얻을 수 있다.

연성보의 연결점에서는 파동들간의 연성이 발생하므로 파동들간의 연성에 의한 에너지 투과와 반사 현상을 나타내기 위한 경계조건을 고려하여야 한다. 이를 위하여 파동을 고려한 방법인 파동전달법([4],[5],[6])을 적용할 수 있다. 영역 ②와 ③ 사이의 연결점으로부터 영역②로 전달되는 파동 j 가 갖는 파워는, $j = l, t, f_1, f_2$ 에 대하여,

$$q_{2j} = r_{22f_1} q_{2f_1}^+ + r_{22f_2} q_{2f_2}^+ + r_{22t} q_{2t}^+ + r_{22l} q_{2l}^+ + r_{32f_1} q_{3f_1}^- + r_{32f_2} q_{3f_2}^- + r_{32t} q_{3t}^- + r_{32l} q_{3l}^- \tag{2.11}$$

그리고 영역 ③으로 전달되는 파동 j 가 갖는 파워는

$$q_{3j}^+ = r_{33f_1} q_{2f_1}^+ + r_{33f_2} q_{2f_2}^+ + r_{33t} q_{2t}^+ + r_{33l} q_{2l}^+ + r_{33f_1} q_{3f_1}^- + r_{33f_2} q_{3f_2}^- + r_{33t} q_{3t}^- + r_{33l} q_{3l}^- \tag{2.12}$$

와 같이 표현 할 수 있다. 여기서 r_{mmij} 은 영역 m 에서 입사하는 i 특성 파동이 연결점에서 반사 후 j 특성 파동으로 변환됨을 고려한 파워반사계수를 나타낸다. 또한, r_{mmij} 은 영역 m 에서 연결점을 향하여 입사하는 i 특성 파동이 영역 n 으로 투과한 후 j 특성 파동으로 변환됨을 고려한 파워투과계수를 나타낸다. 따라서 식(2.11)과 (2.12)로부터 네 파동을 각각 고려하면 8개의 식들을 얻는다. 또한 영역 ③과 ④사이의 연결점에서도 파동들의 연성조건을 고려함으로써 식(2.11)과 식(2.12)과 유사한 형태의 식들로부터 8개의 식들을 얻을 수 있다. 파워반사계수와 파워투과계수들은 파동전달법을 이용하여 구할 수 있다. 파동전달법을 이용하여 파워반사계수와 파워투과계수를 구하기 위해서는, 연결점에서의 보들을 (준)무한보로 치환한다. 그리고 주어진 크기를 갖는 특정 파동의 입사를 가정한 후, 연결점의 경계조건을 이용하여 반사파와 투과파의 크기를 구한다. 그리고 입사파의 파워에 대한 반사파의 파워 (혹은 투과파의 파워)의 비로써 파워반사계수 (혹은 파워투과계수)를 구한다. 파동전달법의 적용은 문헌 [5, 6]을 참고 할 수 있다.

식(2.5)-(2.12)들의 경계조건들을 이용하여 총 32개의 미지수를 결정할 수 있다. 따라서 연성보의 각 영역에서 각 파동들이 야기하는 에너지밀도와 파워를 식 (2.3)과 (2.4)로부터 구할 수 있다.

III. 계산 결과 및 고찰

본 연구에서는 그림 1과 같이 양단이 단순 지지된 단순보, "L"자형태의 연성보 그리고 세 보가 직각 형태를 이루는 연성보를 고려하였다. 이들 보들이 단일 주파수를 갖는 조화력 ($F e^{i\omega t}$, $F = 1$)에 의해 가진 될 경우, 2장에서 설명한 파워흐름해석법을 이용하여 구한 에너지밀도와 파워를 엄밀해와 비교하였다. 엄밀해를 구하기 위해서는 보의 종파, 굽힘파, 비틀림파와 관련된 종방향, 횡방향 그리고 비틀림 진동에 대한 운동방정식들을 각각 고려하고, 연성보의 경우 연결점들에서의 경계조건들을 이용하였다. 연성보의 각 보는 길이 $4m$, 가로 및 세로 각각 $0.015m$ 로 고려하였으며, 재료는 철에 대한 밀도 $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$, 탄성계수 $E = 20 \times 10^{10} \text{ Pa}$, 포아송비 $\nu = 0.26$ 를 사용하였다. 계산 결과들은 그림 3-그림 6에서 보여지는데, 각 그림에서 실선은 엄밀해를 뜻하며, 점선은 파워흐름해석법에 의한 근사해를 나타낸다.

그림 3에서는 감쇠계수 $\eta = 0.02$ 를 갖는 단순보(그림 1(a))가 진동수 100 Hz와 2000 Hz로 진동하는 경우 굽힘파의 에너지 밀도를 비교하였다. 엄밀해와 비교하여 볼 때, 파워흐름해석법에 의한 결과가 진동수 2000 Hz에서 에너지 분포를 잘 예측하고 있으나 진동수 100 Hz의 경우 예측 결과의 정확도가 떨어짐을 알 수가 있다.

"L"자 형태의 연성보 (그림 1(b))의 경우에는 단순보와는 달리 굽힘파와 종파가 동시에 존재한다. 그림 4는 이 연성보가 진동수 100 Hz와 2000 Hz에서 진동하는 경우,

감쇠계수 $\eta = 0.1$ 에 대한 각 파동의 에너지 밀도를 보여준다. 굵힘파의 에너지 밀도의 경우 (그림 4(a)와 (c)), 파워흐름해석법의 결과와 엄밀해를 비교하여 볼 때, 감쇠계수가 비교적 큰 경우($\eta = 0.1$) 파워흐름해석법의 결과는 진동수 100 Hz에서도 에너지밀도의 공간 분포를 잘 예측하고 있음을 알 수 있다. 종파의 에너지밀도의 경우 (그림 4(b)와 (d)), 파워에너지흐름해석법은 진동수 2000Hz에서는 비교적 잘 예측하고 있으나, 진동수 100 Hz에서는 큰 오차를 보여주고 있다. 그림 3과 4의 결과로부터, 파워흐름해석법에 의한 예측 결과의 정확도는 감쇠가 작아질수록 그리고 진동수가 낮아질수록 떨어지리라는 것을 알 수 있다. 이러한 현상은 굵힘파보다 파장이 큰 종파의 에너지 밀도의 결과에서 보다 더 뚜렷이 발생한다. 이러한 현상에 대한 원인은 가진력에 의한 입력 파워를 계산할 때 무한보의 임피던스를 사용하고, 또한 연결점에서 파워 투과와 반사 고려를 고려할 때 (준)무한보로 치환하는 파동전달법을 이용하기 때문이다. 유한보를 무한보로 치환할 경우 해석 결과는 엄밀해의 가진 주파수가 속한 어느 정도의 대역 진동수 폭의 평균값으로 고려할 수 있지만[5], 여기서는 파워흐름해석법의 적용범위의 확장을 검토하기 위하여 단일 진동수에 대한 엄밀해를 고려한다.

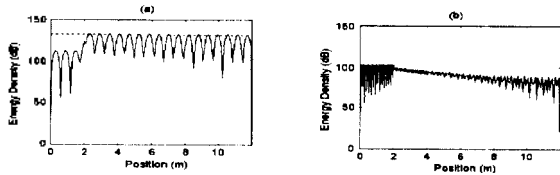


그림 3. 단초보($\eta = 0.02$)에서의 굵힘파의 에너지 밀도, (a) 100 Hz, (b) 2000 Hz

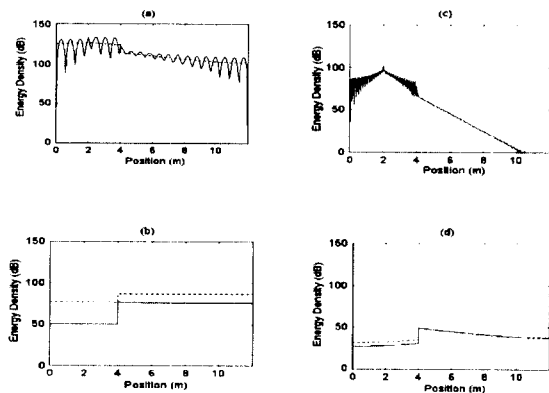


그림 4. "L"자형 연성보($\eta = 0.1$)에서의 각 파동의 에너지 밀도. (a) 굵힘파(100 Hz), (b) 종파(100 Hz), (c) 굵힘파(2000 Hz), (d) 종파(2000 Hz)

새 보로 이루어진 연성보 (그림 1(c))의 경우에는 종파, 비틀림파 그리고 두 종류의 굵힘파(그림 2에서의 t, t, f_1, f_2)가 존재한다. 그림 5와 6은 감쇠계수가 $\eta = 0.05$ 이고 진

동수 2000 Hz일 경우의 결과를 보여준다. 그림 5에서는 파워흐름해석법에 의한 결과가 파장이 큰 종파와 비틀림파에서 오차를 보여주고 있으나, 각 파동의 에너지밀도를 비교적 잘 예측하고 있음을 보여준다. 또한 그림 6에서는 파워흐름해석법의 결과가 각 파동의 파워를 잘 예측하고 있음을 보여준다. 그림 6에서의 파워 값에서 (1)와 (-) 값은 각각 연성보의 해당 위치로부터 양쪽 방향으로 전달되는 파워를 뜻하며, 파워의 값이 영이 되는 불연속 점으로부터 해당 파동이 야기됨을 알 수 있다. 그림 6(a)은 f_1 으로 표시되는 굵힘파는 가진점 위치로부터 발생함을 보여준다. 또한 그림 6에서 종파의 에너지흐름(c)은 첫 번째 연결점으로부터, 비틀림파(d)와 f_2 로 표시되는 굵힘파 (b)는 두 번째 연결지점에서의 파동들간의 연성에 의하여 발생함을 확인할 수 있다.

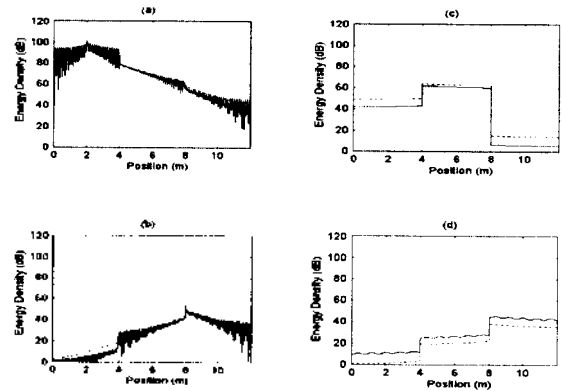


그림 5. 세 보로 구성된 연성보($\eta = 0.05$, 2000 Hz)에서의 각 파동의 에너지밀도 (a) 굵힘파 (f_1), (b) 굵힘파 (f_2), (c) 종파 (t), (d) 비틀림파 (t)

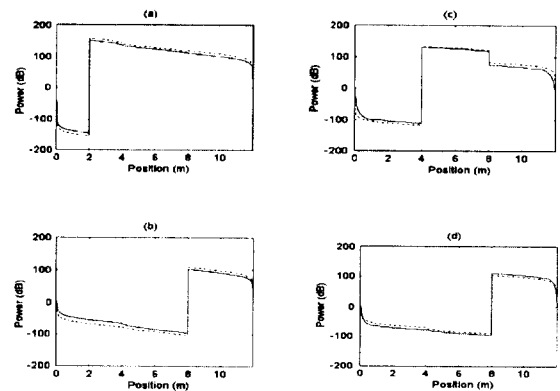


그림 6. 세 보로 구성된 연성보($\eta = 0.05$, 2000 Hz)에서의 각 파동의 파워 (a) 굵힘파 (f_1), (b) 굵힘파 (f_2), (c) 종파 (t), (d) 비틀림파 (t)

IV. 결 론

본 연구에서는 보로 이루어진 복합구조물의 진동에너지

사입도와 파워의 분포를 구하기 위하여 파워흐름해석법을 수행하였다. 구조연결점에서의 파동변환에 따른 파워 투과와 반사를 고려하기 위해서는 파동전달법을 도입하였다. 이러한 파워해석흐름법을 이용하여 연성보에서 발생하는 여러 특성 파동들이 전달하는 에너지분포와 파워의 공간적 분포 값을 얻밀해와 비교하였다. 결과로써 파워흐름해석법은 고주파수 영역에서 진동하는 보로 이루어진 복합구조물 진동 에너지와 파워의 공간적 분포를 예측하기 위해서 유용하게 사용될 수 있음을 보였다. 또한 감쇠가 비교적 큰 경우에는 중주파수영역에서도 사용가능함을 보였다.

참 고 문 헌

1. S.A. Hambric, "Power Flow and Mechanical Intensity Calculations in Structural Finite Element Analysis," J. Vib. Acoustics, pp. 542-549, 1990.
2. R.H. Lyon, Statistical Analysis of Dynamic Systems: Theory and Applications, MIT Press, 1975.
3. D.J. Nefske, S.H. Sung, "Power Flow Finite Element Analysis of Dynamic Systems: Basic Theory and Application to Beams," J. Vib. Acoustics, Stress and Reliability in Design, 111, pp.94-100, 1989.
4. P.E. Cho and R.J. Bernhard, "A Simple Method for predicting Energy Flow Distributions in Frame Structures," 4th International Congress on Intensity Techniques, pp.347-354, 1993.
5. L. Cremer, M. Heckl, E.F. Ungar, Structure-Borne Sound, Springer-Verlag, Berlin, 1973.
6. M.J. Sablik, "Coupling Loss factors at a Beam L-Joint Revisited," J. Acoust. Soc. Am. 72(4), pp. 1285-1288., 1982.
7. O.M. Bouthier, R.J. Bernhard, "Models of Space-Averaged Energetics of Plates," AIAA J., 30(3), pp.616-623, 1992.
8. O. Bouthier, R. Bernhard, C. Wohlever, "Energy and Structural Intensity Formulations of Beam and Plate Vibrations," 3rd International Congress on Intensity Techniques, pp.37-44, 1990.
9. J.C. Wohlever, R.J. Bernhard, "Mechanical Energy Flow Models of Rods and Beams," J. Sound Vib. 153(1), pp. 1-19, 1992.

▲길 현 권(Hyun-Gwon Kil)

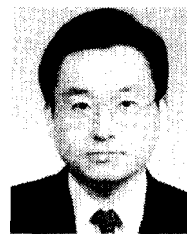


1980년 2월 : 서울대학교 공과대학 조
선공학과(공학사)
1989년 3월 : 미국 Georgia Tech. 기
계공학과(공학석사)
1995년 9월 : 미국 Georgia Tech. 기
계공학과(공학박사)
1995년 8월 ~ 1996년 2월 : 미국 Geor-
gia Tech. Post Doc.

1996년 3월 ~ 현재 : 수원대학교 기계공학과 조교수

※주관분야 : 진동 및 방사소음 해석, 레이저-도플러 진
동측정장치 개발 및 응용

▲홍 석 윤(Suk-Yoon Hong)



1982년 2월 : 서울대학교 공과대학 조
선공학과(공학사)
1992년 12월 : 펜실바니아주립대학교 음
향학과(음향학박사)
1992년 12월 ~ 1997년 2월 : 고등기술
연구원 자동차기술연구
실 책임연구원

1997년 3월 ~ 현재 : 서울대학교 공과대학 조선해양공학과
전임강사

※주관분야 : 소음 진동제어 및 선박방사소음 해석