

제5힘과 중성자성의 구조

송 두 종

한국표준과학연구원 부설 천문대

이 해 심

충남대학교 물리학과

ON THE FIFTH FORCE AND THE STRUCTURE OF NEUTRON STAR

D. J. Song

Korea Astronomy Observatory, Taejeon 305-348

H. S. Lee

Chungnam National University, Taejeon 305-764

(Received May 24, 1994; Accepted June 15, 1994)

요 약

구성물질에 영향을 받는 제5힘이 존재할 경우 별의 특성과 구조를 중성자성을 대상으로 살펴보았다. 중성자만으로 이루어진 축퇴된 중성자성의 크기, 질량 및 구조는 변형된 토마스-페르미 방정식의 해로서 계산할 수 있고, 제5힘이 없을 경우와 같이 새로운 중성자성의 크기, 질량 및 구조가 제5힘의 상수와 중력상수 α 에 영향을 받고 있음을 알았다. 극히 상대론적인 경우 새로운 중성자성의 특성 질량인 찬드라세카르 질량, $M_{ch} \simeq (1 - \alpha)^{-3/2} m_{pl}^3 / m^2$ 은 물리법칙의 상수만으로 결정되는 것을 확인할 수 있었다. 그러나 실험 결과의 한계안에서 새로운 중성자성의 크기와 질량의 변화량은 각각 $\alpha/2$ 와 $3\alpha/2$ 정도였다.

ABSTRACT

In the framework of Thomas-Fermi equation, we have examined the properties of neutron star by assuming the existence of a new intermediate force which is composition dependent. We have found that the structure, size and mass of neutron star are affected by the strength and range of this new force. In the ultrarelativistic limit, we have also confirmed that Chandrasekhar mass,

$M_{ch} \simeq (1 - \alpha)^{-3/2} m_{pl}^3 / m^2$ is determined by the constants of classical physical laws, which take part in the selfgravitating processes on neutron star as well as the constant of hypothetical fifth force. In the experimental limits of the fifth force, the changes of size and mass of a neutron star are in the order of strength parameter α .

1. 서 론

우리가 살고 있는 모든 자연현상은 네가지 기본적인 힘에 의하여 지배되고 있다. 그 중에서도 우주와 그 안의 천체들의 천체물리적 현상은 중력에 의하여 대부분 결정되고 있다. 지금까지 질량과 질량 사이의 상호작용인 중력은 인력만이 존재하는 것으로 알려져 있으나, 최근에 발표된 한 연구 결과는 척력의 존재를 주장하고 있다 (Fischbach and Aronson 1986).

1922년에 발표된 Eotvos 와 공동 연구자들의 실험 자료들을 다시 분석한 결과에 의하면 (Fischbach and Aronson 1986) 물질의 조성 원소에 민감한 새로운 힘을 발견하고 이를 제5힘이라고 부르고 있다. 새로 발견된 제5힘은 중간거리 상호작용인 척력으로서 바리온들 사이 혹은 초전하 사이의 상호작용으로, 질점 m_i 와 m_j 사이에 작용하는 중력에너지는

$$V(r) = V_N(r) + V_5(r) = -\frac{G_\infty m_i m_j}{r} \cdot (1 + \alpha e^{-r/\lambda}) \quad (1)$$

처럼 쓸 수 있다 (Fishbach and Aronson 1986, Fischbach and Talmage 1988). 여기서 $G(r) = G_\infty(1 + \alpha e^{-r/\lambda})$ 와 같이 쓴다면, 제5힘의 존재로 인한 상호작용 상수의 거리에 따른 의존도를 볼 수 있다. 상수 α 는 제5힘의 중력에 대한 상대적 세기를 나타내고, λ 는 힘이 미치는 범위를 보여주고 있다. Fishbach and Aronson(1986)의 결과에 의하면 $\alpha = (7.2 \pm 3.6) \cdot 10^{-3}$ 이고 중거리 상호작용의 범위는 $|k|^{-1} = \lambda = 200 \pm 50m$ 이다.

특히 제5힘의 상호작용 범위를 중성자성의 크기 (여기서 크기는 폴리트로프적 모형으로 계산한 결과를 이용하였다. (Chandrasekhar 1967)) 와 비교할 경우,

$$|k|R_N \sim 15 \left(\frac{\lambda}{1km} \right)^{-1} \left(\frac{\rho_c}{10^{15}g/cm^3} \right)^{-1/6} \quad (2)$$

와 같아서 밀도가 높은 중성자성과 같은 고밀도 천체의 내부 구조나 크기 및 질량에 중요한 영향을 미칠 것으로 생각되고, 특히 입자들의 중력적 평형에 따라 결정되는 자체중력계의 한계질량인 찬드라세카르 질량, $M_{ch} \sim m_{pl}^3 / m^2$ 이 진적으로 평형에 관계하는 상호작용력의 상수들로서 결정된다는 것에서, 제5힘이 존재할 경우, 제5힘의 상수로서 찬드라세카르 질량을 다시 써야 할 것이라는 것을 예상할 수 있다. 최근에 중간 거리 상호 작용력이 밀도가 일정한 별에 미치는 영향은 일반상대론에 의한 효과와 비슷한 정도라는 연구 결과 (Glass and Szamosi 1987) 도 있다. 이 논문에서는 밀도가 특히 높은 중성자성을 대상으로 하여, 제5힘이 존재할 경우, 내부 구조와 별의 질량 및 크기에 미치는 영향을 Thomas-Fermi 방정식을 사용하여 살펴 보기로 한다.

2. 변형된 THOMAS-FERMI 방정식

중성자성을 완전히 축퇴된 중성자들이 만드는 자체중력계라고 생각한다면, 그들의 평형상태는 정역학적 평형방정식 혹은 토마스-페르미(Thomas-Fermi) 방정식을 통하여 간단히 살펴볼 수 있다. 원래 토마스-페르미 방정식은 원자 주변 전하들의 분포를 공부하기 위하여 만들어졌지만, 질량이 있는 축퇴된 중성미자들로서 이루어진 중성미자성의 기술에 사용된 적이 있어서 (Gao and Ruffini 1980) 축퇴된 자체 중력계에도 잘 적용이 됨을 알고 있다 (Landau 1932). 그렇지만 제5힘이 존재할 경우 중성자들의 자체중력계는 먼 거리 작용력인 인력과 중간거리 작용력인 척력의 상호작용 아래서 평형 상태에 있다고 할 수 있어서, 인력과 척력을 모두 고려하는 새로운 평형방정식이 요구된다.

중력 포텐셜 ϕ_m 은 뽀아송 방정식, $\nabla^2\phi_m = -4\pi G\rho_m$ 을 만족하고, 새로운 제5 힘을 포텐셜 ϕ_5 로 표시하고 헬름홀츠 방정식을 만족한다고 가정한다. 그러면 두가지 힘의 작용으로 결정되는 새로운 평형 체계는 평형 방정식

$$\nabla^2\Phi(r) = -4\pi G(1 - \alpha)mn(r) + \frac{q_5}{m} \cdot \kappa^2\phi_5 \quad (3)$$

의 해로서 결정이 된다 (부록 참조). 여기서 포텐셜 $\Phi(r) = \phi_m(r) + (q_5/m)\phi_5(r)$ 처럼 정의하였다. 여기서 G 는 뉴턴의 중력상수, ρ_m 은 정지질량 밀도로서 중성자의 수밀도가 n 이면 $\rho_m = mn$ 으로 쓸 수 있다.

척력을 제5힘 전하 (혹은 초전하)가 관계된 중거리 상호작용으로 생각하고 (Fischbach and Aronson 1986, Glass and Szamosi 1987), 중거리 상호작용과 관련된 스칼라 포텐셜장, ϕ_5 는 Helmholtz 방정식,

$$\nabla^2\phi_5 + k^2\phi_5 = -4\pi G_5\rho_5 \quad (4)$$

을 만족하고 (Glass and Szamosi 1987), 그린 함수를 이용하면, 반경 R 인 중성자성의 내부 ($0 \leq r \leq R$)에서 포텐셜, ϕ 는

$$\phi_5(r) = 4\pi G\alpha \frac{m^2}{q_5} \left[\frac{e^{-\kappa r}}{\kappa r} \int_0^r n(r') \sinh \kappa r' r' dr' + \frac{\sinh \kappa r}{\kappa r} \int_r^R nr' e^{\kappa r'} r' dr' \right] \quad (5)$$

과 같다 (Afken 1985). 여기서 중거리 상호작용의 범위를 결정하는 $k = i\kappa$, G_5 는 초전하의 결합상수, 초전하의 밀도는 $\rho_5 = q_5 n$, q_5 는 정지한 한 초전하의 크기이다. 편의상 중력과 중거리 상호작용 상수 사이에, 상대적인 세기로서, $G_5 q_5^2 = -\alpha G m^2$ 와 같은 관계가 있다고 정하였다 (Glass and Szamosi 1987). 식(3)에 보인 변형된 토마스-페르미 방정식은, 식에 포함된 중성자들의 상태 함수 즉 중성자들의 수밀도, $n(r)$ 과 식(5)의 제5힘 포텐셜 장을 이용하면 차원이 없는 미분방정식으로 고칠 수 있다.

먼저 중성자성의 모형으로써 축퇴된 중성자 기체가 이루는 평형상태를 가정하면, 중성자 수 밀도는 축퇴된 페르미-디랙 통계에서

$$n = \frac{m^3}{3\pi^2\hbar^3} \left(\frac{p_F}{m}\right)^3 \quad (6)$$

처럼 페르미 운동량, p_F 만의 함수임을 보일 수 있다. 운동학적으로 중성자의 페르미 운동량은 특수 상대론적 효과를 고려할 때 결합된 포텐셜, $\Phi(r)$ 을 이용하면

$$p_F^2 = 2m^2\Phi(r) \left[1 + \frac{1}{2}\Phi(r)\right] \quad (7)$$

과 같이 나타낼 수 있다. 좀 더 간단히 식을 표시하기 위하여 포텐셜 $\Phi(r)$ 을 중성자성이 가지는 총 중성자수 N 으로

$$\Phi(r) = 2 \left(\frac{N}{N_c}\right)^{4/3} \theta(r) \quad (8)$$

와 같이 정의하고, 중성자성의 반경을 매개변수 ξ 를 도입하여 $r = a_\xi\xi$ 와 같이 정의하면, 식 (5), (6), (7) 과 (8) 에서 변형된 토마스-페르미 방정식은 다음과 같은 차원이 없는 방정식으로 고칠 수 있다.

$$\nabla_\xi^2 + (1 - \alpha)\theta^{3/2} \left[1 + \left(\frac{N}{N_c}\right)^{4/3} \theta\right]^{3/2} = \alpha(\kappa a_\xi)F[N, \xi, \xi_b] \quad (9)$$

$$F[N, \xi, \xi_b] = \alpha(\kappa a_\xi) \left[\frac{e^{-(\kappa a_\xi)\xi}}{\xi} G[N, \xi] + \frac{\sinh[(\kappa a_\xi)\xi]}{\xi} G[N, \xi, \xi_b] \right]$$

여기서 $G[N, \xi]$ 과 $G[N, \xi, \xi_b]$ 는 각각

$$G[N, \xi] = \int_0^\xi d\xi' \xi'^3 \theta^{3/2}(\xi') \left[1 + \left(\frac{N}{N_c}\right)^{4/3} \theta(\xi')\right]^{3/2} \sinh[(\kappa a_\xi)\xi'] \quad (10)$$

$$G[N, \xi, \xi_b] = \int_\xi^{\xi_b} d\xi' \xi'^3 \theta^{3/2}(\xi') \left[1 + \left(\frac{N}{N_c}\right)^{4/3} \theta(\xi')\right]^{3/2} e^{-(\kappa a_\xi)\xi'} \quad (11)$$

이고, 크기인자 a_ξ 는

$$a_\xi = a_0 \left(\frac{N}{N_c}\right)^{-1/3} \quad (12)$$

로서 별의 특성 크기를 결정하는 a_0 와 중성자의 갯수 N 에 따라 결정된다. 여기서 $a_0 \equiv (1/2) \cdot (3\pi/4)^{1/2} (\hbar/m)(m_{pl}/m) \simeq 2.1km$ 이고, N_c 는 중성자 질량 m 과 플랑크 질량, $m_{pl} \equiv (\hbar c/G)^{1/2}$ 으로서

$$N_c = \left(\frac{3\pi}{4}\right)^{1/2} \left(\frac{m_{pl}}{m}\right)^3 = 3.38 \times 10^{57} \quad (13)$$

처럼 정의된 중성자 기체들로 이루어진 중성자성이 가질 수 있는 최대 중성자수를 결정해 준다. 식 (6), (7) 과 (8)에서 중성자성의 밀도 $\rho(\xi)$ 는, 미분방정식 (9)의 해 $\theta(\xi)$ 의 함수로서 관계식

$$\rho(\xi) = \rho_0 \theta^{3/2}(\xi) \frac{[1 + (N/N_c)^{4/3} \theta]^{3/2}}{[1 + (N/N_c)^{4/3}]^{3/2}} \quad (14)$$

과 같이 표현할 수 있다. 따라서 $\theta(\xi)$ 의 거리에 따른 윤곽은 중성자성의 구조를 대표하고 있다. 중심밀도 ρ_0 는 특별한 중성자 수 N_c 를 이용하면

$$\rho_0 = \rho_c \left(\frac{N}{N_c}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{N}{N_c}\right)^{4/3}\right]^{3/2} \quad (15)$$

와 같고, $\rho_c = (8m^4)/(3\pi^2\hbar^3) = 4.85 \times 10^{16} gcm^{-3}$ 이다.

3. 새로운 중성자성

제5힘이 있을 경우에 구해진 변형된 토마스-페르미 방정식 식 (9)를 이용하면 새로운 중성자성의 윤곽, 즉 중심으로 부터 거리에 따른 밀도 변화와 중성자성의 크기와 질량을 계산할 수 있다. 비선형 미분방정식, 식 (9)의 해를 구하기 위한 경계 조건은, 토마스-페르미 방정식에서 처럼, 별의 중심에서 밀도가 일정하고 거리에 대한 기울기는 영이라는 조건과 표면에서 밀도가 영이되는 조건

$$\theta(0) = 1, \quad \frac{d\theta}{d\xi}(0) = 0, \quad \theta(\xi_b) = 0 \quad (16)$$

과 같다. 이 경계조건을 사용하여 적분이 포함된 미분방정식을 해결하면, 새로운 중성자성의 크기, 질량 및 구조를 연구할 수 있다. 제5힘이 존재할 경우에 얻어지는 그린 함수의 적분이 포함된 불균질한 적분-미분방정식은 해석적으로 풀기는 어렵고, 수치해석적으로 해 $\theta(\xi)$ 를 살펴보는 것이 효과적이다. 다음에 미분방정식 식 (9)를 해결함으로써 얻을 수 있는 새로운 중성자성의 크기, 질량 및 구조를 제5힘이 없을 경우와 비교하였다.

표 1(a). 주어진 제5힘의 세기 α 에 대하여 상대성 정도 N/N_c 를 따른 중성자성의 크기 매개인자 ξ_b 와 질량 매개인자 $m(\xi_b)$ 의 값.

α	0.0		10E-5		10E-4	
	ξ_b	$m(\xi_b)$	ξ_b	$m(\xi_b)$	ξ_b	$m(\xi_b)$
1.00e-6	3.6540	2.714054	3.6540	2.714095	3.6540	2.714446
1.00e-5	3.6540	2.714054	3.6540	2.714095	3.6540	2.714468
1.00e-4	3.6540	2.714043	3.6540	2.714088	3.6540	2.714485
1.00e-3	3.6536	2.713818	3.6540	2.713874	3.6536	2.714381
1.00e-2	3.6508	2.708966	3.6508	2.709043	3.6508	2.709739
1.00e-1	3.5844	2.608838	3.5844	2.608916	3.5848	2.609616
2.50e-1	3.4328	2.389058	3.4328	2.389129	3.4332	2.389764
5.00e-1	3.1604	2.027430	3.1604	2.027489	3.1604	2.028021
7.50e-1	2.9040	1.724517	2.9040	1.724566	2.9040	1.725011
1.0	2.6752	1.482679	2.6752	1.482721	2.6756	1.483095
2.5	1.7756	7.549356e-1	1.7756	7.549536e-1	1.7756	7.551163e-1
5.0	1.1136	3.976528e-1	1.1136	3.976600e-1	1.1136	3.977291e-1
7.5	0.8044	2.675853e-1	0.8044	2.675899e-1	0.8044	2.676312e-1
1.00e1	0.6276	2.012733e-1	0.6276	2.012765e-1	0.6276	2.013059e-1
2.00e1	0.3316	1.008640e-1	0.3316	1.008654e-1	0.3316	1.008792e-1
3.00e1	0.2248	6.719405e-2	0.2248	6.719507e-2	0.2248	6.720424e-2
4.00e1	0.1700	4.968770e-2	0.1700	4.968853e-2	0.1700	4.969552e-2
5.00e1	0.1364	3.762020e-2	0.1364	3.762088e-2	0.1364	3.762668e-2
1.00e2	0.0688	5.835840e-2	0.0688	5.836040e-2	0.0688	5.837850e-2

3.1 크기

먼저 새로운 중성자성의 반경을 $R = \alpha_\xi \xi_b$ 라고 정하고 (ξ_b)는 중성자성의 표면의 크기를 결정하는 값 (식 (16) 참조), 제5힘이 없을 경우에 크기를 $R_0 = \alpha_\xi \xi_b^0$ 라 정하고, 평형에 관계하는 물리법칙의 상수만으로 결정되는 특성크기를, 식 (12)를 이용하여 $R_c = a_0$ 라고 정한다.

다음에 변형된 토마스-페르미 방정식 식 (9)를 경계조건 식 (16)을 이용하여 수치해석적으로 ξ 에 대한 $\theta(\xi)$ 를 계산하였다. 표 1(a)와 표 1(b)에 제5힘 상수 α 와 상대론 매개변수 N/N_c 에 따른 새로운 중성자성의 크기와 질량을 결정하는 x_b 와 $m(x_b)$ 를 보였다 ($m(x_b)$ 의 정의를 위해서는 부록 (A13) 참고). 표 1에서 우리는 중성자성의 크기와 질량은 결정하는 양, x_b 와 $m(x_b)$ 는 상대성의 정도가 심해지면 (N/N_c 의 값이 증가하면) 각각 감소하고 있음을 쉽게 알 수 있다.

한편 제5힘의 세기에 따른 변화도 살펴볼 수 있는데, 힘의 세기를 증가하여 보면, x_b 와 $m(x_b)$ 가 따라서 증가하고 있다는 것을 볼 수 있으나, 우리가 선택한 모형 값의 한계안 ($10^{-5} \leq \alpha \leq 10^{-1}$)에

표 1(b). 주어진 제5힘의 세기 α 에 대하여 상대성 정도 N/N_c 를 따른 중성자성의 크기 매개인자 ξ_b 와 질량 매개인자 $m(\xi_b)$ 의 값.

α	10E-3		10E-2		10E-1	
	ξ_b	$m(\xi_b)$	ξ_b	$m(\xi_b)$	ξ_b	$m(\xi_b)$
1.00e-6	3.6556	2.718146	3.6724	2.755423	3.8512	3.180300
1.00e-5	3.6556	2.718200	3.6720	2.755974	3.8496	3.186610
1.00e-4	3.6556	2.718467	3.6720	2.758777	3.8468	3.218919
1.00e-3	3.6556	2.719461	3.6736	2.770957	3.8636	3.367500
1.00e-2	3.6536	2.716713	3.6824	2.787931	3.9916	3.685022
1.00e-1	3.5880	2.616630	3.6210	2.688547	4.0056	3.638326
2.50e-1	3.4360	2.396136	3.4672	2.461513	3.8356	3.324400
5.00e-1	3.1632	2.033355	3.1920	2.088059	3.5300	2.809171
7.50e-1	2.9068	1.729471	2.9332	1.775173	3.2440	2.376881
1.0	2.6780	1.486848	2.7024	1.525344	2.9892	2.030864
2.5	1.7772	7.567473e-1	1.7936	7.734170e-1	1.9880	9.867090e-1
5.0	1.1144	3.984169e-1	1.1236	4.054180e-1	1.2312	4.905370e-1
7.5	0.8052	2.680445e-1	0.8108	2.722420e-1	0.8748	3.217605e-1
1.00e1	0.6280	2.016000e-1	0.6320	2.045828e-1	0.6752	2.392720e-1
2.00e1	0.3320	1.010179e-1	0.3336	1.024224e-1	0.3516	1.185026e-1
3.00e1	0.2248	6.729602e-2	0.2260	6.822537e-2	0.2376	7.882844e-2
4.00e1	0.1700	4.976553e-2	0.1708	5.047424e-2	0.1792	5.853493e-2
5.00e1	0.1364	3.768468e-2	0.1372	3.827184e-2	0.1440	4.494282e-2
1.00e2	0.0688	5.856030e-2	0.0692	6.041160e-2	0.0724	8.276050e-2

서는 현저한 변화는 볼 수 없었다. 이런 정도는 상대성의 정도가 작은 비상대론적 영역에서 x_b 와 $m(x_b)$ 가 변화하는 정도와 비슷하다고 평가할 수 있다 (Glass and Szamosi 1987). 그렇지만 제5힘의 세기가 중력에 비견할 정도가 되면 (참고, 표 1에서 $\alpha = 0.0$ 과 $\alpha = 10^{-1}$ 비교) x_b 와 $m(x_b)$ 에 현저한 변화를 가져올 수 있다는 것을 볼 수 있다 (그림 1 참조). 그렇지만 이런 경우는 중성자성의 평형이 문제가 되고, 실험적으로 평가한 제5힘의 세기 $\alpha = (7.2 \pm 3.6) \cdot 10^{-3}$ 를 벗어나므로 고려의 대상에서 제외하여도 좋을 것 같다. 참고로 실험치 $\alpha = (7.2 \pm 3.6) \cdot 10^{-3}$ 에 해당하는 x_b 와 $m(x_b)$ 의 변화량을 살펴보면 제5힘이 없을 경우와 비교하여 $\delta x_b/x_b \simeq 3.5 \times 10^{-3}$ 과 $\delta m(x_b)/m(x_b) \simeq 1.09 \times 10^{-2}$ 정도가 되고, 이것은 변화량이 각각 $\delta x_b/x_b \simeq \alpha/2$ 와 $\delta m(x_b)/m(x_b) \simeq 3\alpha/2$ 정도임을 보여주고 있다.

상대성의 정도와 제5힘의 세기에 따른 새로운 중성자성의 크기 변화를 보기 위해, 반경 $R(x_b)/R_c$ 의 중심밀도 ρ_0/ρ_c 에 대한 그림을 그림 1에 보였다. 밀도의 증가(상대성의 증가)에 따른 크기의 감소를 명확히 볼 수 있으나, 제5힘의 세기에 따른 반경의 변화는 우리가 선택한 모형에서

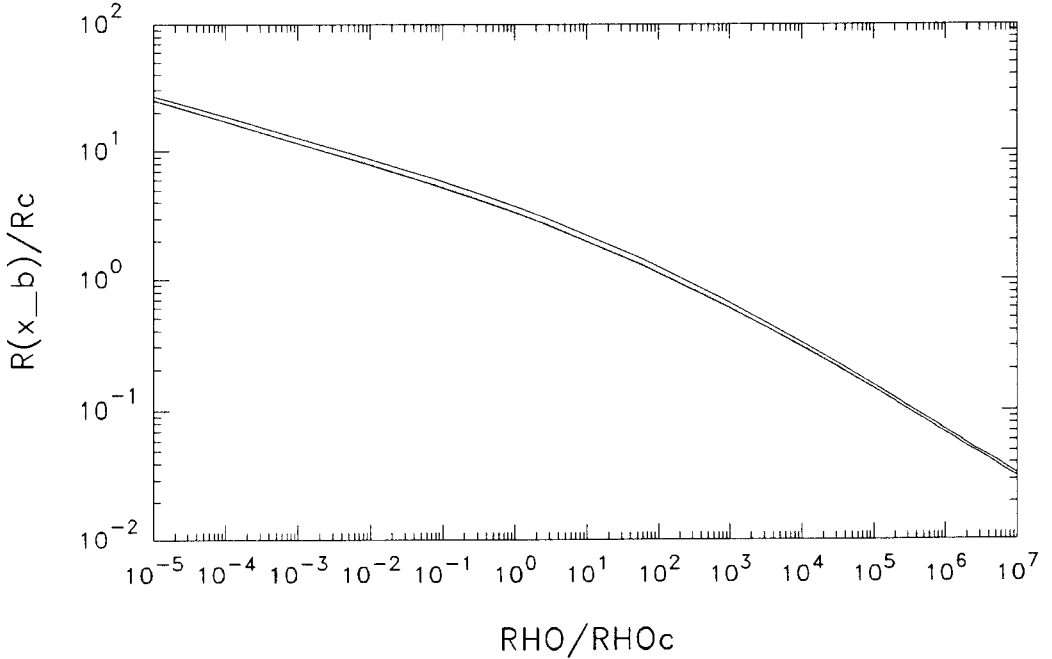


그림 1. 제5힘의 세기 매개변수, α 의 값에 따른 중성자성의 크기 $R(\xi_b)/R_c$ 의 상대성 정도를 매개하는 중심 질량밀도, ρ_0/ρ_c 에 따른 값을 그림으로 그렸다. 그림에서 $\alpha = 0.0, 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}$ 와 10^{-2} 에 해당하는 곡선은 아래 곡선으로 겹쳐 보이고 있고, 윗 곡선은 $\alpha = 0.1$ 에 해당하는 것이다. 상호작용 거리는 $\lambda = 0.5km$ 로 고정하였다.

$\alpha \leq 10^{-2}$ 까지는 볼 수가 없고, $\alpha = 0.1$ 에서 전체적인 증가현상을 볼 수 있다. 여기서 우리가 분명히 언급하고 지나가야 할 것은, 비상대론적인 경우 ($N/N_c \ll 1.0$)에 식 (9)는 지수 $n = 3/2$ 인 Lane-Emden 방정식에 대응하고 있다는 것을 알 수 있고 (부록 식 (A8) 참조), 따라서 중성자성의 크기와 질량을 결정하는 x_b 와 $m(x_b)$ 의 값이 각각 $x_b \simeq 3.654$ 와 $m(x_b) \simeq 2.71405$ 로서 고전적인 Lane-Emden 방정식의 값과 같다는 것을 알 수 있다 (참고 $\alpha = 0$ 인 경우). 그렇지만 극히 상대론적인 경우 ($N > N_c$), 식 (9)는 지수 $n = 3$ 인 Lane-Emden 방정식으로 근사할 수 있지만 (부록 식 (A8) 참조), x_b 와 $m(x_b)$ 의 값은 고전적인 값 각각 $x_b \simeq 6.89685$ 와 $m(x_b) \simeq 2.01824$ (Weinberg 1972)와 같은 짝을 얻을 수 없다는 것이다. 표 1에서 $m(x_b) \simeq 2.01824$ 에 해당하는 값은 상대성 정도 $N/N_c = 0.5$ 부근에서 나타날 것으로 예상할 수 있는데, 여기에 해당하는 $x_b \simeq 3.1600$ 이다. 여기서 우리가 예측할 수 있는 것은 상대론적인 영역에서 지수 $n = 3$ 인 Lane-Emden 방정식으로 별의 평형을 계산한다면, 별의 크기를 실제보다 크게 평가한다는 것이다.

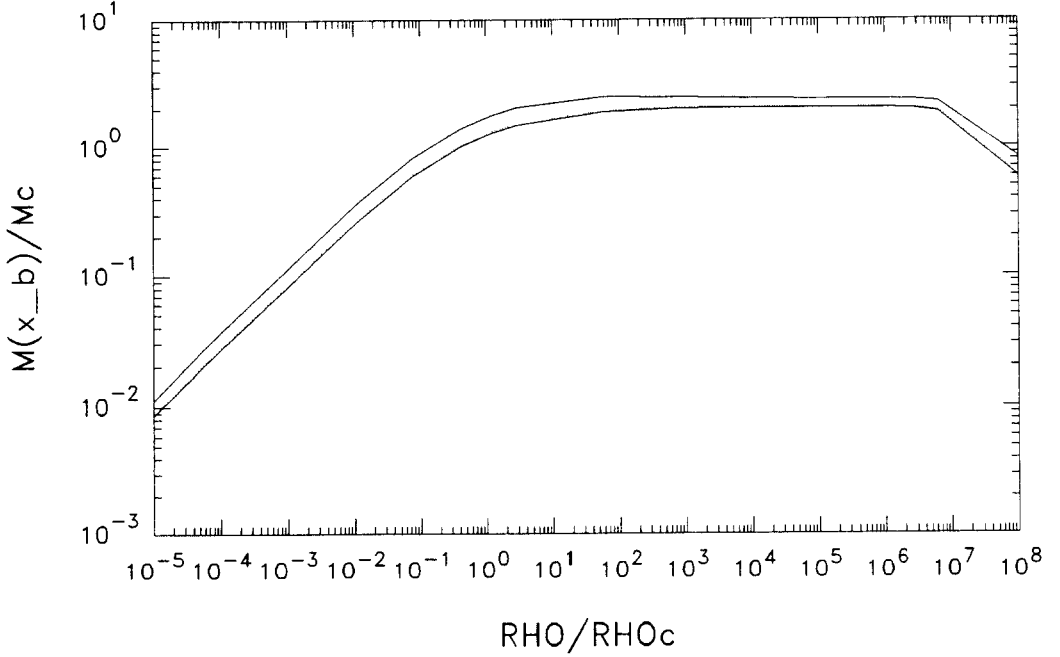


그림 2. α 값에 따른 질량, $M(\xi_b)/M_c$ 의 중심 질량밀도, ρ_0/ρ_c 에 따른 값을 그림으로 그렸다. 그림에서 $\alpha = 0.0, 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}$ 와 10^{-2} 에 해당하는 곡선은 아래 곡선으로 겹쳐 보이고 있고, 윗 곡선은 $\alpha = 0.1$ 에 해당하는 것이다.

3.2 질량

중성자성의 반경이 $R = a_\xi \xi_b$ 이므로 반경 안에 포함된 중성자들의 총질량은 $M(R) = 4\pi \int_0^R \rho(r)r^2 dr$ 과 같이 정의할 수 있다. 식 (14)의 밀도를 이용하면 중성자성의 질량은 (부록 식 (A13)과 (A16) 참조)

$$M(x_b) = M_c \left(\frac{N}{N_c} \right) m(x_b) \tag{17}$$

$$m(x_b) = \int_0^{x_b} \theta^{3/2}(y) [1 + (N/N_c)^{4/3} \theta(y)]^{3/2} y^2 dy$$

과 같고, M_c 는 중성자성의 특성 질량으로서 임계 중성자 갯수, N_c 로서

$$M_c = mN_c = \left(\frac{3\pi}{4} \right)^{1/2} m \left(\frac{m_{pl}}{m} \right)^3 \simeq 2.85 M_\odot \tag{18}$$

와 같다.

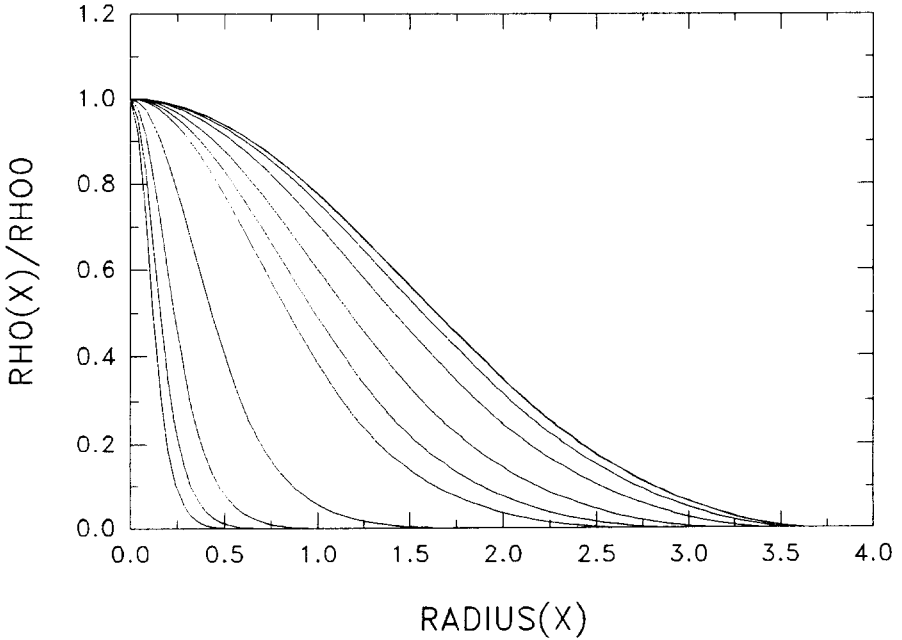


그림 3. $\alpha = 10^{-3}$ 으로 고정하고, 새로운 중성자성의 구조를 밀도 윤곽, $\rho(x)/\rho_0$ 의 차원이 없는 반경에 따른 변화를 그렸다. 곡선은 아래에서 위 쪽으로 각각 상대성 정도, $N/N_c = 10, 7.5, 5.0, 2.5, 1.0, 0.75, 0.5, 0.25, 0.1, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}$ 에 해당하는 것이다. 상대성 정도의 범위 $10^{-6} \leq N/N_c \leq 10^{-2}$ 에 속하는 곡선은 왼쪽에 하나로 겹쳐보이고 있다.

식 (9)의 미분방정식으로 계산한 결과를 모은 표1에서 보면, 질량 매개인자, $m(x_b)$ 의 값은 상대성의 정도에 따라 감소하고 제5힘의 세기에 따라 증가하고 있다는 것을 짐작할 수 있다. 비상대론적인 영역에서 변화량은 우리가 택한 모형의 한계안에서 제5힘에 의한 변화량과 비슷한 정도를 가진다는 것을 알 수 있고 (그림 2 참조), 식 (A13)와 (A16)에서 질량의 변화량의 정도는 $\delta M/M \simeq \delta m/m \simeq 3\alpha/2$ 정도라는 것을 알 수 있다.

정상적으로 상대성의 정도와 제5힘의 세기에 따른 질량의 변화를 보이기 위하여 $M(x_b)/M_c$ 의 변화를 중심밀도 ρ_0/ρ_c 에 따라 그림 2에 그렸다. 밀도가 작은 비상대론적인 영역에서 질량은 중심 밀도에 따라 부드럽게 증가하다가 극히 상대론적인 영역 ($\rho_0/\rho_c > 1.0$)에 들어가면 증가를 멈추고 일정한 값을 유지하다가 감소한다는 것을 확인할 수 있다. 따라서 이런 영역에서 $(N/N_c)m(x_b)$ 의 값은 일정하게 된다. 제5힘의 세기에 따른 질량의 증가는 $10^{-5} \leq \alpha \leq 10^{-2}$ 범위에서는 뚜렷한 변화를 볼 수 없으나, $\alpha = 0.1$ 이 되면, 갑자기 증가한다는 것을 짐작할 수 있다. 그림 1과 그림 2에서 같이 볼 수 있는 이런 증가 현상은 제5힘이 중성자성의 크기와 질량의 결정에 근본적인 영

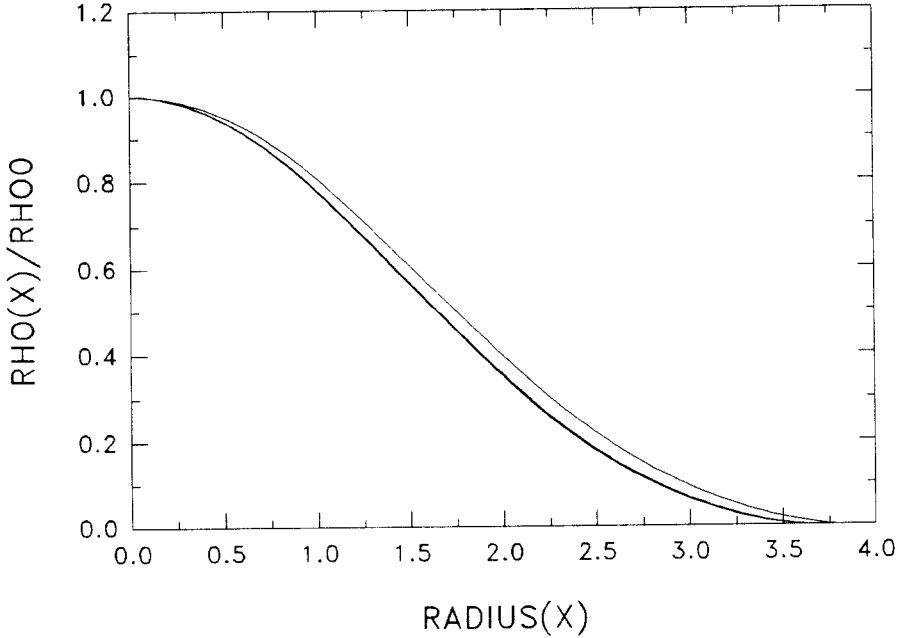


그림 4(a). 상대성 정도가 $N/N_c = 10^{-4}$ 인 비상대론적인 경우 제5힘의 세기에 따른 밀도윤곽, 반경에 따른 변화를 그렸다. 그림에서 $\alpha = 0.0, 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}$ 와 10^{-2} 에 해당하는 곡선은 아래 것으로 겹쳐 보이고 있고, 윗 곡선은 $\alpha = 0.1$ 에 해당하는 것이다.

향을 주고 있다는 것을 보여주고 있다. 따라서 식 (17)과 식(18)의 결과와 극히 상대론적인 근사 식 (A16)을 이용하면, 제5힘이 존재할 경우 계산될 수 있는 새로운 중성자성의 한계질량은,

$$M_{lim} = (1 - \alpha)^{-3/2} m N_c \tilde{m}(x_b) = \left(\frac{3\pi}{4}\right)^{1/2} (1 - \alpha)^{-3/2} m \left(\frac{m_{pl}}{m}\right)^3 \tilde{m}(x_b) \quad (19)$$

처럼 쓸 수 있고, 따라서 고전적인 중성자성의 한계질량인 찬드라세카르 질량, $M_{ch} = (3\pi/4)^{1/2} m_{pl}^3/m^2 \tilde{m}(x_b)$ 을 윗 식처럼 다시 써야한다. 여기서 $\tilde{m}(x_b) = (N/N_c)m(x_b)$ 처럼 정의하면 극히 상대론적인 경우에 식 (17)과 그림 2에서 일정함을 알수 있다.

식 (19)는 α 에 따른 새로운 중성자성의 한계질량은, 새로운 중성자성의 특성 질량은 질량을 가진 페르미 입자가 형성하는 별의 전형적인 질량 크기 m_{pl}^3/m^2 과 제5힘의 상수 α 로서 결정이 되고 있음을 볼 수 있다. 이 결과는 별의 질량이 별을 구성하는 페르미 입자의 질량 m , 빛의속도 c , 플랑크 상수 \hbar 와 중력상수 G 에 더하여 제5힘의 상수 α 의 결합으로 결정된다는 것이다. 이런 결과는 별의 질량과 크기가 우연히 생겨나는 것이 아닌, 별의 평형에 관계하는 물리법칙의 작용에

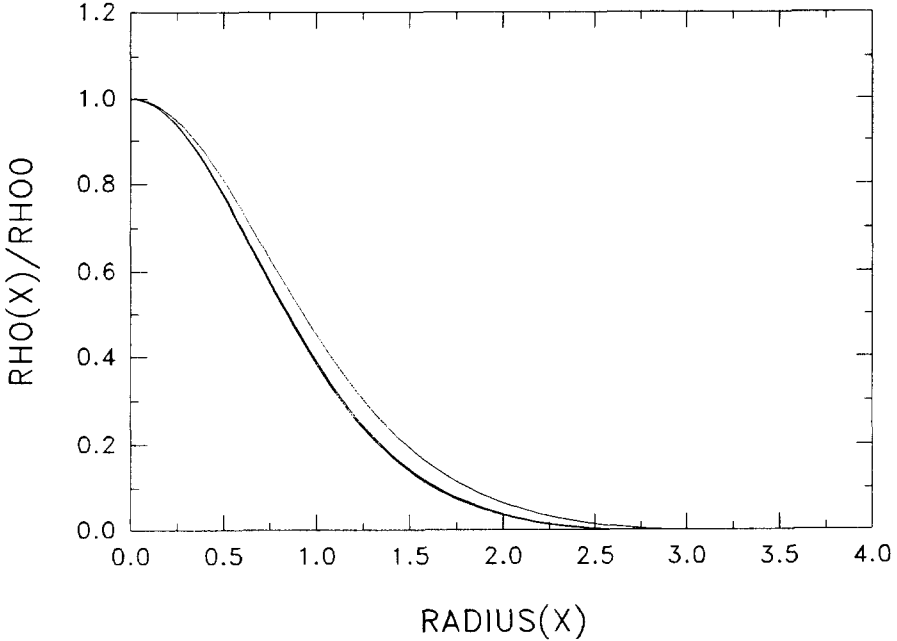


그림 4(b). 상대성 정도, $N/N_c = 1.0$ 일 경우에 그림 4(a)와 같이 그린 그림이다.

따라 결정되고 있다는 것을 확인하고 있다.

3.3 구조

상대성의 정도와 제5힘의 존재로 인한 새로운 정역학적 평형 상태에 있는 중성자성의 구조는 식 (14)에 보인 밀도윤곽을 계산함으로써 살펴볼 수 있다. 밀도윤곽은 전적으로 상대성의 정도, N/N_c 와 변형된 토마스-페르미 방정식 식 (9)의 해, $\theta(x)$ 의 함수로서 결정이 된다. 수치해석적으로 구한 밀도 윤곽, $\rho(x)/\rho_0$ 와 길이 매개변수 x 의 함수 관계를 그림 3에 그렸다. 그림 3을 위한 모형은 제5힘의 세기로 $\alpha = 10^{-3}$ 으로 택하였고, 상대성 정도 N/N_c 는 표 1에 기준하였다.

우리가 택한 모형에서 상대성 정도 매개변수, N/N_c 가 증가함에 따라 그림에서 곡선은 아래 쪽에 위치하게 되고, $10^{-6} \leq N/N_c \leq 10^{-2}$ 범위에서는 곡선들이 맨 윗 쪽에 하나로 겹쳐져 나타나서 변화의 폭이 매우 작다는 것을 보여주고 있고, $N/N_c \geq 0.1$ 이 되면 상대론적 효과가 현저하게 나타남을 볼 수 있다. 전체적으로 상대성 정도에 따른 변화는 N/N_c 가 증가하면 밀도 윤곽이 변하는 정도는 급격해지고 있고, 중심에서 바깥으로 변화하는 정도는 부드럽게 변화한다는 것을 짐작할 수 있다.

제5힘의 세기에 따른 윤곽의 변화를 보기 위해 상대성 정도를 비상대론적인 경우, $N/N_c =$

10^{-4} 와 상대론적 경우, $N/N_c = 1.0$ 의 두 모형과 제5힘의 세기를 매개변수 값, $\alpha = 0.0, 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}$ 와 10^{-1} 을 택하여 계산한 밀도윤곽을 그림 4(a) (비상대론적 경우)와 그림 4(b) (상대론적 경우)에 그렸다. 비상대론적과 상대론적인 경우 모두 우리가 택한 모형의 한계안에서 밀도윤곽은 부드럽게 중심으로부터의 거리에 따라 감소하고 있음을 볼 수 있다. 제5힘의 세기가 10^{-2} 보다 작은 범위에서는 다섯 개의 곡선이 겹쳐서 나타남을 볼 수 있는데, 이것은 제5힘의 세기가 Fischbach and Aronson (1986)의 측정 범위 부근에서는 중성자성의 밀도윤곽이 현저하게 변화하지 않는다는 것을 보이고 있다. 단지 제5힘의 세기가 이상할 정도로 큰 모형에서는 ($\alpha = 0.1$ 부근) 그림 4(a)와 그림 4(b)에서 처럼 현저한 밀도윤곽의 증가를 볼 수 있다.

4. 논의 및 결론

극히 상대론적인 경우 결정되는 밀집성의 질량과 크기는 별의 평형에 관계하는 물리법칙들의 상수들에 의해서 결정됨이 일찌기 밝혀졌고, 대표적인 것이 백색왜성과 중성자성의 질량 한계에 관한 찬드라세카르 질량이다. 밀집성의 질량이 찬드라세카르 질량보다 커지면 불안정하다는 것이 알려져 있다. 이와 같이 제5힘이 존재할 경우 여기에 관계하는 물리상수, $G_5 q_5^2 = -\alpha G m^2$ 도 별의 질량과 크기를 결정하는데 기여하고 있음을 변형된 토마스-페르미 방정식을 연구함으로써 알 수 있었고, 새로운 중성자성의 한계질량을

$$M_{lim} = \left(\frac{3\pi}{4}\right)^{1/2} (1-\alpha)^{-3/2} m \left(\frac{m_{pl}}{m}\right)^3 \tilde{m}(x_b)$$

과 같이 쓸 수 있었다.

먼저 식 (12)와 부록 식 (A12)과 (A15) 및 그림 1에서 우리는 제5힘의 존재는 새로운 중성자성의 크기가 α 에 따라 증가한다는 것을 알 수 있고, 제5힘이 없을 경우와 비교하면, $R(x_b)/R_{\alpha=0}$ 는 비상대론적인 경우와 극히 상대론적인 경우에 관계없이 크기가 $(1-\alpha)^{-1/2}$ 과 같이 변화함을 알 수 있었고, 제5힘이 기본적인 척력인 경우, 중성자성의 크기 결정에 중요한 결과를 보여주고 있었다. 잘 알려진 바와 같이, 상대성의 정도 N/N_c 에 따라 중성자성의 반경은 비상대론적인 경우와 상대론적인 경우에 각각 $\propto (1-\alpha)^{-1/2} \rho_0^{-1/6}$ 과 $\propto (1-\alpha)^{-1/2} \rho_0^{-1/3}$ 과 같은 근사식을 얻을 수 있었다.

중성자성의 질량도 크기와 같이 제5힘의 존재에 따라 부록 식 (A13)과 식 (A16)처럼 제5힘의 세기를 포함하는 식으로 표현할 수 있고, 표 1과 그림 2에서 볼 수 있는 바와 같이, 제5힘의 세기에 따라 증가하고 있다는 것을 알았다. 그렇지만 실험치의 한계안에서 뚜렷한 질량의 증가는 없었다. 상대성 정도와 제5힘의 세기에 따른 질량의 함수 꼴은 비상대론적인 경우에, 부록 식 (A14)에서 $M(x_b) = (1-\alpha)^{-3/2} m N_c (N/N_c) m(x_b) \propto (1-\alpha)^{-3/2} \rho_0^{1/2}$ 와 같고, 극히 상대론적인 경우, 부록 식 (A16)를 이용하면, $M(x_b) = (1-\alpha)^{-3/2} m N_c \tilde{m}(x_b) \propto (1-\alpha)^{-3/2}$ 처럼 단지 제5힘의 세기에만 영향을 받고 있다는 것을 알 수 있었다. 따라서 상대성의 정도와는 무관하게 제5힘은 하나의 기본적인 상호작용으로 작용하고 있다.

제5힘과 상대성의 정도에 따른 밀도윤곽은 새로운 중성자성의 구조를 잘 보여주고 있다. 우리가 택한 모형의 한계안에서 밀도 윤곽의 제5힘의 세기에 따른 변화는 중심에서 바깥으로 갈수록 부드러운 변화를 보이고 있고, $\alpha = 0.1$ 에서 가시적인 밀도윤곽의 전체적인 증가를 볼 수 있었다. 잘 알려진 바와 같이 상대성의 정도에 따라 밀도윤곽의 기울기는 급격해진다는 것을 그림 3에서 쉽게 볼 수 있었다.

상대성의 정도가 낮은 영역($N/N_c \ll 1.0$)에서 우리가 유도한 변형된 토마스-페르미 방정식은 지수 $n = 3/2$ 인 Lane-Emden 방정식과 잘 맞고 있으나 극히 상대론적인 영역($N/N_c > 1.0$)으로 갈수록, 거리인자 x_b 의 값이 고전적인 지수 $n = 3$ 인 Lane-Emden 방정식의 값과는 차이가 난다는 것을 알 수 있었다. 반면에 질량에 관한 인자, $m(x_b)$ 는 아직도 고전적인 값과 잘 부합하고 있음을 볼 수 있었다. 제5힘의 존재는 크기인자, x_b 와 질량인자, $m(x_b)$ 를 증가시키고 있으나, 계산에 따르면, Fishbach and Aronson (1986)의 실험치 안에서는 새로운 중성자성의 질량과 크기에는 현저한 변화가 보이지 않는다는 결론을 내릴 수 있었다. 제5힘의 존재로 인한 크기와 질량의 변화 정도는 각각 $\delta x_b/x_b \simeq \frac{1}{2}\alpha$, $\delta m(x_b)/m(x_b) \simeq \frac{3}{2}\alpha$ 와 같았다.

감사의 글 : 본 연구는 교육부 연구비 지원 (BSRI-93-231)에 의한 결과입니다.

참 고 문 헌

- Afken, G. 1985, *Mathematical Methods for Physicists*(Academic Press: Florida), 897
 Chandrasekhar, S. 1967, *An Introduction to the Study of Stellar Structure*(University of Chicago: Dover)
 Fischbach, E. & Aronson, S. H. 1986, *Phys. Rev. Lett.*, 56, 3
 Fischbach, E. & Talmadge, C. 1988, in *5th Force, Neutrino Physics*, ed. O. Fackler & J. Tran Thanh Van(Editions Frontieres: Paris)
 Glass, E. N. & Szamosi, G. 1987, *Phys. Rev. D.*, 35, 1205
 Gao, J. G. & Ruffini, R. 1980, *Phys. Lett.* 97B, 388
 Landau, L. 1932, in *Neutron Stars, Black Holes and Binary X-Ray Sources*, ed. Gursky, H. & Ruffini, R., 271
 Weinberg, S. 1972, *Gravitation and Cosmology*(John Wiley & Sons: USA)

부 록

변형된 토마스-페르미 방정식 식 (9)는 중성자성을 이루는 중성자들의 개수와 제5힘의 유무에 따라 네가지의 근사식으로 표현할 수 있다. 다음에 여기에 관한 근사식을 정리하였다.

1. 제5힘이 없을 경우 ($\alpha = 0$)

변형된 토마스-페르미 방정식 식 (9)는

$$\nabla_{\xi}^2 \theta + \theta^n = 0 \quad (\text{A.1})$$

처럼 근사할 수 있고, 비상대론적인 경우($N/N_c \ll 1.0$)는 지수 $n = 3/2$ 인 Lane-Emden 방정식, 상대론적인 경우($N/N_c > 1.0$)는 지수 $n = 3$ 인 Lane-Emden 방정식이 된다. 비상대론적인 경우, 중성자성을 결정하는 물리량들은 다음과 같고,

$$\text{Radius} : R = a_{\xi} \xi_b, \quad a_{\xi} = \frac{1}{2} \left(\frac{3\pi}{4} \right)^{1/2} \frac{\hbar}{m} \frac{m_{pl}}{m} \left(\frac{N}{N_c} \right)^{-1/3} \quad (\text{A.2})$$

$$\text{Mass} : M(\xi_b) = -M \int_0^{\xi_b} d\xi \xi^2 (\nabla_{\xi}^2 \theta), \quad M = mN \quad (\text{A.3})$$

$$\text{Density} : \rho(\xi) = \rho_0 \theta^{3/2}(\xi), \quad \rho_0 = \frac{8m^4}{3\pi^2 \hbar^3} \left(\frac{N}{N_c} \right)^2 \quad (\text{A.4})$$

중성자성의 질량은 중심밀도 ρ_0 에 따라 $M \propto \rho_0^{1/2}$ 과 같은 관계를 가지고 증가하고, 반경은 $R \propto \rho_0^{-1/6}$ 과 같이 감소한다.

극히 상대론적인 경우, 크기인자는 $a_{\zeta} = (N/N_c)^{-1} a_{\xi}$ 와 같고, 중성자성의 물리량들은

$$\text{Radius} : R = a_{\zeta} \zeta_b, \quad a_{\zeta} = (N/N_c)^{-1} a_{\xi} \quad (\text{A.5})$$

$$\text{Mass} : M(\zeta) = -M_c \int_0^{\zeta_b} d\zeta \zeta^2 (\nabla_{\zeta}^2 \theta), \quad M_c = mN_c \quad (\text{A.6})$$

$$\text{Density} : \rho(\zeta) = \rho_0 \theta^3(\zeta), \quad \rho_0 = \frac{8m^4}{3\pi^2 \hbar^3} \left(\frac{N}{N_c} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{N}{N_c} \right)^{4/3} \right]^{3/2} \quad (\text{A.7})$$

와 같다. 중성자성의 질량은 중심밀도와는 무관하고, 반경은 $R \propto \rho_0^{-1/3}$ 처럼 변한다.

2. 제5힘의 존재를 가정할 경우 ($\alpha \neq 0$)

변형된 토마스-페르미 방정식 식 (9)는 다음과 같은 방정식군,

$$\nabla_x^2 \theta + \theta^n = \frac{\alpha}{(1-\alpha)} (\kappa a_x) F[x, n] \quad (\text{A.8})$$

$$F[x, n] = \left[\frac{e^{-(\kappa a_x)x}}{x} G[x, n] + \frac{\sinh[(\kappa a_x)x]}{x} G[x, x_b, n] \right] \quad (\text{A.9})$$

$$G[x, n] = \int_0^x dy y \theta^n(y) \sinh[(\kappa a_x)y] \quad (\text{A.10})$$

$$G[x, x_b, n] = \int_x^{x_b} dy y \theta^n(y) e^{-(\kappa a_x)y} \quad (\text{A.11})$$

을 이룬다.

비상대론적 경우 ($N/N_c \ll 1.0$)는 지수 $n = 3/2$ 인 Lane-Emden 방정식에 대응하고, 크기 인자는 $a_x = (1-\alpha)^{-1/2} a_\xi$ 처럼 제5힘 상수가 포함되는 꼴로 된다. 새로운 중성자성에 관한 물리량, 즉 크기와 질량은 다음과 같고,

$$\text{Radius} : R = a_x x_b, \quad a_x = (\sqrt{1-\alpha})^{-1} a_\xi \quad (\text{A.12})$$

$$\text{Mass} : M(x_b) = M m(x_b), \quad M = (1-\alpha)^{-3/2} m N_c \left(\frac{N}{N_c} \right) \quad (\text{A.13})$$

$$\text{Density} : \rho(x) = \rho_0 \theta^{3/2}(x), \quad \rho_0 = \frac{8m^4}{3\pi^2 \hbar^3} \left(\frac{N}{N_c} \right)^2 \quad (\text{A.14})$$

여기서 $m(x_b) = \int_0^{x_b} dx x^2 \theta^n(x)$ 이다. 그 질량과 크기는 중심밀도 ρ_0 에 대하여 각각 $M_c \propto (1-\alpha)^{-3/2} \rho_0^{1/2}$ 및 $R \propto (1-\alpha)^{-1/2} \rho_0^{-1/6}$ 처럼 변화한다.

극히 상대론적인 경우 ($N/N_c > 1.0$)는 지수 $n = 3$ 인 Lane-Emden 방정식에 대응하고, 크기 인자는 $a_x = (1-\alpha)^{-1/2} (N/N_c)^{-1} a_\xi$ 와 같다. 극히 상대론적인 경우 새로운 중성자성의 물리량 들은

$$\text{Radius} : R = a_x x_b, \quad a_x = (1-\alpha)^{-1/2} \left(\frac{N}{N_c} \right)^{-1} a_\xi \quad (\text{A.15})$$

$$\text{Mass} : M(x_b) = M_c m(x_b), \quad M_c = (1-\alpha)^{-3/2} m N_c \quad (\text{A.16})$$

$$\text{Density} : \rho(x) = \rho_0 \theta^3(x), \quad \rho_0 = \frac{8m^4}{3\pi^2 \hbar^3} \left(\frac{N}{N_c} \right)^4 \quad (\text{A.17})$$

과 같고, 질량과 반경은 각각 $M_c \propto (1-\alpha)^{-3/2}$ 및 $R \propto (1-\alpha)^{-1/2} \rho_0^{-1/3}$ 과 같다.