

## 초기 인장력을 고려한 파이프계의 자유진동 시뮬레이션

### A Simulation for the Free Vibration of Pipe Systems Considering Initial Tension

최명진\*, 김재영\*\*

Myung Jin Choi, Jae Young Kim

#### Abstract

Using finite elements, a simulation is performed for the pipe systems to investigate free vibrational characteristics, that is natural frequencies, considering the initial tension due to the velocity and the pressure of the inside fluid flow. To confirm the program developed in this study, the results are compared with the results of commercial software ANSYS. When the initial tension is neglected in curved pipes, the natural frequencies are reduced as flow velocity increases, and the rapid decreases of the natural frequencies took place. However, when the initial tension is taken into account, the natural frequencies are not changed with the change of the flow velocity. In free vibrational simulation of pipe systems, it is necessary to calculate the initial state force due to the velocity and the pressure of the fluid flow from the equilibrium first, then the force should be included in the equation of motion of the systems to get more accurate natural frequencies.

\* 경희대학교 공과대학

\*\* 경희대학교 대학원 기계공학과

## 1. 서론

유체가 흐르는 파이프의 동역학적인 해석이론은 현대 산업 여러 분야에 응용되고 있다. 유체를 포함한 파이프의 진동은 오일이나 가스 파이프라인, 항공기, 미사일등의 연료 파이프라인등에 직접적으로 적용되고 있고, 해석이론에 약간의 수정을 가해서 다양한 물리적 문제의 해결에 사용되고 있다. 유체 유동 파이프의 해석은 1947년에 Goldenblatt[8]가 유체의 압력을 무시하고 파이프라인을 연구한 것을 시작으로 보면, 이후에 직선유체유동파이프에 대한 진동특성에 대한 연구[4,14,17]는 많이 이루어 졌으나, 굴곡 파이프에 대한 연구[5,6,16]는 최근와서 활발히 수행되어 왔다. 산업현장에서 실제 사용되고 있는 파이프계는 엘보나 티와 같은 결합부품과 그밖의 연결 부품 등으로 구성된 복잡한 3차원 파이프계이므로, 재래의 해석적 방법으로는 접근에 용이하지 않으므로 유한요소법과 같은 수치적인 방법으로 해석이 이루어지고 있다.

Kohli와 Nakra[10]는 일정한 유속과 휨진동을 받는 것으로 가정된 유한길이의 직선과 굴곡 파이프를 직선보요소로 고유진동수 해석을 하였다. 유한 요소법에 의한 파이프의 해석은 Motel[12]의 공로가 크며, Thomas와 Wilson[15]은 직선 보요소를 이용하여, 곡관을 해석하였다. Everstine[7]은 유체가 꽂찬 파이프가 보로 모델링되는 당위성과 유한 요소법의 장점을 기술하였다. 이경구[2]는 유한요소를 이용하여, 자동차 연료 분사파이프의 진동해석을 고찰하였다. 그러나 파이프의 초기 변형상태의 힘과 내부압력은 고려하지 않았다.

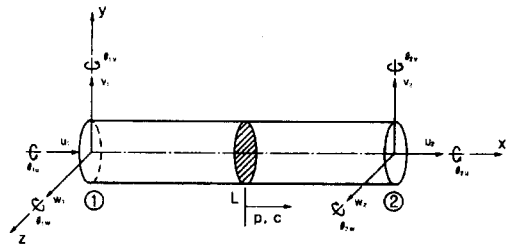
본 논문에서는, 대부분의 발표논문에서 파이프계의 동적해석시에 다루어지지 않은, 초기 변형상태의 힘과 파이프내부의 압력에 의한 연성을 고려 하였다. 진동특성해석전에 정적해석을 통해서 얻어진 힘을 운동방정식에 추가하여, 유한 요소에 의해 시물레이션을 수행함으로써, 내부유체 유동속도와 압력에 따른 고유진동수의 변화를 고찰하였으며, 이런 초기상태의 힘이 파이프계의 진동특성에 어떤 영향을 미치는지를 알아 보았다.

파이프는 보로 모델링을 하였다. 배관계의 형상

이 단순한 2차원적 모델 형상을 가지는 것이 아니라 여러개의 엘보로 구성된 복잡한 계이므로 보는 각 절점당 6개의 자유도를 가지는 일반적인 보를 선택 하였다. 엘보부분은 직선파이프가 서로 맞물려 있다는 가정하에서, 엘보의 길이는 직선파이프에 비해서 그 길이가 작다고 생각하여, 강체라 가정하였으며, 엘보의 굽힘특성은 고려하지 않았다. 파이프내의 유체는 파이프내에서 완전히 꽂 차 있고, 유체는 비압축성이라는 가정하에 유체 점성에 의한 압력강하와 유체 운동의 미세한 부분의 운동인 난류유동, 중력의 영향과 파이프재료의 구조뎀핑 및 전단력에 의한 변형을 무시하였다.

## 2. 운동방정식

유체를 포함하는 일반적인 파이프의 운동방정식을 유도하기 위해서, <그림 1>과 같은 파이프를 도입한다. 좌표계는  $x, y, z$ 의 좌표계이며,  $y, z$ 축은 단면에 대해서 항상 주축이다.



<그림 1> 유체가 가득차 있는 파이프요소

파이프의 운동방정식은 내부 압력과 파이프의 관성 영향, 그리고 유동하는 유체의 영향을 포함하기 위해서 탄성 보의 평형방정식을 변화해서 얻어지게 된다. 여기서 굴곡부와 압력을 받고 있는 유체 때문에 발생하는 초기 변형 상태를 고려 한다. 이러한 초기 변형 상태때문에 파이프에서는 초기 힘과 초기 모멘트가 발생하게 된다. 이 들 힘 중에서 파이프의 동적 특성에 영향을 주는 것은 초기 인장력으로, 초기 인장력은 내평면과 외평면의 변형에서 굽힘 강성을 증가 시키는 역할을 한다. 초기 인장력은 굴곡 파이프의 경우 유체의 유동속도와 내부 압력에 의해서

굴곡부에 직접적으로 영향을 미치는 경우와 내부 압력에 의해서 파이프에 반경방향으로 가해지는 힘이 연성에 의해서 파이프에 축방향으로 힘이 가해지는 경우 두가지를 고려할 수 있다.

변형된 파이프내에 유체가 흐르면 일정속도의 유체라 하더라도 파이프의 변형으로 인해서 유체에 가속도가 생기며 이것으로 파이프에 힘이 작용하게 된다. 어떤 임의의 함수  $f(x,t)$ 에 대해서, 전미분은 다음과 같이 나타난다.

$$\frac{D}{Dt} f(x,t) = \frac{\partial f(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial f(x,t)}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = f_t + f_x \frac{\partial x}{\partial t} \quad (1)$$

변형된 중앙축의 좌표를  $s$ 라고 하고,  $x, y$  평면에서  $y$ 방향으로의 변위를  $v(s,t)$ 라 하면, 유체의 속도는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} v(s,t) &= \frac{\partial v(s,t)}{\partial t} + \frac{\partial v(s,t)}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial t} \\ &= v_t + v_s \frac{\partial s}{\partial t} \\ &= c_v \end{aligned} \quad (2)$$

마찬가지로  $x, z$  평면에서  $z$ 방향으로의 유체의 속도는 다음과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} w(s,t) &= \frac{\partial w(s,t)}{\partial t} + \frac{\partial w(s,t)}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial t} \\ &= w_t + w_s \frac{\partial s}{\partial t} \\ &= c_z \end{aligned} \quad (3)$$

한편,  $x$  방향으로의 유체의 속도를 나타내기 위하여, 작은 운동의 계라는 가정에서 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} u(s,t) &= \frac{\partial u(s,t)}{\partial t} + \frac{\partial u(s,t)}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial t} \\ &= \frac{\partial u(s,t)}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial t} \\ &= u_t + \frac{\partial s}{\partial t} \\ &= c_x \end{aligned} \quad (4)$$

이제 다시 윗식을 전 미분하고, 유체에 대해서  $ds/dt = c$ 의 관계를 도입하면 다음과 같은 유체의 가속도 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} a_{fs} &= \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ a_{fv} &= \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + 2c \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial s} + c^2 \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} \\ a_{fw} &= \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2c \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial s} + c^2 \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \end{aligned} \quad (5)$$

파이프의 자체의 가속도는 다음식과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \alpha_{px} &= \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \alpha_{py} &= \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ \alpha_{pz} &= \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (6)$$

파이프의 내부에 작용하는 압력의 효과는 세로 변형을 일으키는  $y, z$  축 방향으로 작용하는 힘을 생성하는 것을 알 수 있다. 내부 압력에 의한 외부의 힘의 항은 다음과 같다[14].

$$\begin{aligned} P_y &= -pA_f \left( \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} \right) \\ P_z &= -pA_f \left( \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서,  $A_f$ 는 유체가 흐르는 방향으로의 단면적이다.

탄성론에서의 평형방정식[9,11]은 유체의 속도와 압력의 항이 없는 식이므로,  $x, y, z$  축에 대한 힘의 합력과  $z$  축에 대한 모멘트의 합력에, 초기 인장력과 유체의 가속도, 압력의 항을 추가하고, EI를 굽힘강성, EA를 축 강성, GJ를 비틀림 강성, A를 파이프의 단면적,  $m_f$ 를 파이프에 흐르는 유체의 질량,  $m_p$ 는 파이프의 질량,  $T_0$ 를 유체의 속도와 압력에 의한 초기 인장력이라고 하면, 다음의 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned}
 & -EI \frac{\partial^4 v}{\partial s^4} + T_0 \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} - (m_f c^2 + pA_f) \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} \\
 & = m_p \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + m_f \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + 2m_f c \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial s} \quad (8)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -EI \frac{\partial^4 w}{\partial s^4} + T_0 \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} - (m_f c^2 + pA_f) \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \\
 & = m_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + m_f \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2m_f c \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial s} \quad (9)
 \end{aligned}$$

$$EA \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} = m_f \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + m_p \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (10)$$

$$GJ \frac{\partial^2 \beta}{\partial s^2} = \frac{m_p J}{A} \frac{\partial^2 \beta}{\partial t^2} \quad (11)$$

식 (8)과 식 (9)은 각각 y축과 z축에서의 가로진동에 대한 식이다. 식 (10)은 x축에 대한 세로진동의 식이다. 식 (11)는 x축에 대한 비틀림진동의 식이다. 위의 식을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 EI \frac{\partial^4 v}{\partial s^4} + (m_f c^2 + pA_f - T_0) \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} \\
 + (m_p + m_f) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + 2m_f c \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial s} = 0 \quad (12)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 EI \frac{\partial^4 w}{\partial s^4} + (m_f c^2 + pA_f - T_0) \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \\
 + (m_p + m_f) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2m_f c \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial s} = 0 \quad (13)
 \end{aligned}$$

$$(m_f + m_p) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - EA \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} = 0 \quad (14)$$

$$GJ \frac{\partial^2 \beta}{\partial s^2} - \frac{m_p J}{A} \frac{\partial^2 \beta}{\partial t^2} = 0 \quad (15)$$

식 (12)에서 좌변의 첫 번째 항은 파이프의 굽힘강성 때문에 나타나는 항이고, 두 번째에서 네 번째 항은 파이프를 따라 흐르는 유체의 관성과 내부압력 및 초기인장력에 의한 효과를 나타낸 항이며, 다섯 번째 항은 파이프의 세로 방향의 가속도에 따른 유체와 파이프의 질량의 관성력이다. 마지막 항은 유체와 파이프의 상대적 운동으로 인한 코리올리효과를 나타낸 항으로, 유체와 파이프의 질량비  $m_f/(m_f+m_p)$  에 관계되는 항이다. 이 질량비를 무시하였을 때, 계의 고유진동수에 미치는 영향은 파이프의 구속조건이 양단 지지된 경우,  $m_f/(m_f+m_p) \ll 0.5$  에 대해 2.6% 정도의 오차를 가지는 것으로 알려져 있다[3]. 그러므로 본 연구에서는 이 항을 무시하

였다. 식 (13)도 식 (12)과 마찬가지로 같은 설명을 할 수 있으며, 식 (13)이 식 (12)와 다른점은 식 (12)은 s-y축에 대한 가로진동을 나타내고, 식 (13)은 s-z축에서의 가로진동, 식(14)은 세로진동, 식 (15)은 비틀림진동을 각각 나타낸다. 파이프의 진동 중에서 비틀림 진동은 단독으로는 큰 영향을 주는 일은 없지만, 굴곡 파이프의 각 부분에서 굽힘진동과 연성이 되며, 유체의 영향은 무시하였다.

### 3. 유한요소 방정식

형상함수는 요소의 변위함수를 절점의 변위와 연관시키는 함수로서, 본 연구에서는 좌표변위를 다항식으로 가정하여, 각 절점에서의 조건으로부터 결정된다.

$$\begin{aligned}
 u(s,t) &= A(s)U_e(t) \\
 v(s,t) &= B(s)V_e(t) \\
 w(s,t) &= C(s)W_e(t) \\
 \beta(s,t) &= D(s)\beta_e(t) \quad (16)
 \end{aligned}$$

A(s), B(s), C(s), D(s)는 형상함수로 이루어진 항이고,  $U_e(t)$ ,  $V_e(t)$ ,  $W_e(t)$ ,  $\beta_e(t)$ 는 시간에 따라 변하는 절점변위로 이루어진 항이다. 식에서 아래첨자 e는 요소울 의미한다. A(s)와 D(s)는 일차 함수, B(s)와 C(s)는 3차 함수의 형상함수이다.  $U_e(t)$ ,  $V_e(t)$ ,  $W_e(t)$ ,  $\beta_e(t)$ 는 다음과 같은 행렬이다.

$$\begin{aligned}
 U_e(t) &= (u_1, u_2)^T \\
 V_e(t) &= (v_1, \theta_{v1}, v_2, \theta_{v2})^T \\
 W_e(t) &= (w_1, \theta_{w1}, w_2, \theta_{w2})^T \\
 \beta_e(t) &= (\theta_{u1}, \theta_{u2})^T \quad (17)
 \end{aligned}$$

식 (12)에서 단일 파이프요소에 대한 에너지는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 T_e &= \frac{1}{2} \int_0^L \left[ m_p \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + m_f \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + c^2 \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] \right] ds \\
 U_e &= \frac{1}{2} \int_0^L \left[ EI \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 + T_0 \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] ds \\
 W_e &= \frac{1}{2} \int_0^L \left[ pA_f \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] ds \quad (18)
 \end{aligned}$$

$T_e$ 는 파이프요소계에서 파이프와 유체의 운동에너지이고,  $U_e$ 는 파이프의 포텐셜에너지, 그리고  $W_e$ 는 압력에 의한 일이다. 이 에너지들을 다음식에 대입하고, 정리하면,  $y$ 축 방향의 굽힘변위  $v$ 를 가지는 파이프요소계에서의 질량, 강성 행렬을 구할 수 있다[1].

$$\int_0^L (T_e - U_e + W_e) dt = 0 \quad (19)$$

정리하면, 요소의 관성행렬과 강성 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} [M_1] &= (m_f + m_p) \int_0^L B(s)^T B(s) ds \\ [K_1] &= \int_0^L [E I \{B'(s)^T B'(s)\} - F \{B(s)^T B'(s)\}] ds \\ F &= (m_f c^2 + p A_s - T_0) \end{aligned} \quad (20)$$

식 (13)에서도 마찬가지로  $[M_2], [K_2]$ 를 얻는다.

식 (14)에서는 다음의 식에서[13],

$$\begin{aligned} T_e &= \frac{1}{2} (m_p + m_f) \int_0^L \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 ds \\ U_e &= \frac{1}{2} E A \int_0^L \left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)^2 ds \end{aligned} \quad (21)$$

이 에너지식을 풀면, 다음의 행렬이 얻어진다.

$$\begin{aligned} [K_3] &= E A \int_0^L A'(s)^T A'(s) ds \\ [M_3] &= (m_f + m_p) \int_0^L A(s)^T A(s) ds \end{aligned} \quad (22)$$

식 (15)에서도 마찬가지로, 질량 관성 행렬  $[M_4], [K_4]$ 을 구할 수 있다. 전체 파이프 요소의 질량, 강성행렬은 식(12), 식(13), 식(14), 식(15)으로부터 위의 과정을 통해서 구한 질량, 강성행렬을 결합시키면 된다. 이 조합된 행렬은 요소 좌표계에 대한 것으로, 만약 전체의 파이프계 해석을 위해서는 이 요소 좌표계를 전체 좌표계로 변환해야 한다. 요소좌표계를 전체 좌표계로 변환한 다음에는 각각의 요소 질량행렬과 요소 강성행렬을 가지고 전체 계의

질량행렬과 강성행렬을 구성하여 얻어진 질량행렬과 강성행렬을 가지고, 파이프의 고유진동수를 얻게 된다.

## 4. 시뮬레이션 결과

### 4.1 프로그램검증

프로그램의 검증을 위해서, Nakra[10]의 모델을 기준으로 하여, 비교 검증을 하였다. 유체가 가득찬 직선 파이프에 대해서 유속의 변화에 따른 파이프의 고유진동수 변화를 구하였다. 단순 직선 파이프의 물리적 특성은 다음 <표 1>과 같다.

<표 1> Nakra의 직선파이프의 물리적 특성

	Fluid	Pipe
Young's modulus		208GPa
Poisson ratio		0.3
Density	1,000Kg/m <sup>3</sup>	8,000Kg/m <sup>3</sup>
Outer diameter		9.54mm
Wall thickness		0.5mm
Length of straight		0.125m

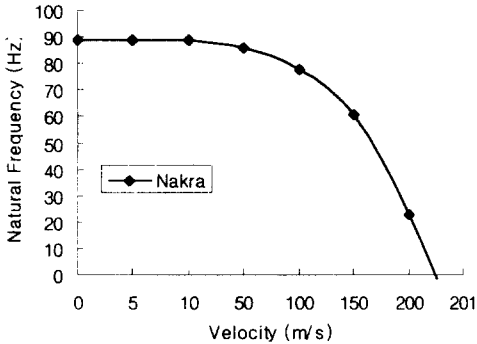
이 파이프는 양단이 고정된 단순 직선 파이프이다. 파이프안의 속도가 0일 때, 본 연구의 결과와 상용 유한요소해석 패키지인 ANSYS와 고유진동수를 비교하면 <표 2>와 같다. ANSYS와 비교해서 거의 오차가 없음을 알 수 있다.

<표 2> ANSYS와 프로그램의 결과 비교

Order	Present study(Hz)	ANSYS(Hz)	Error(%)
1	88.73	88.59	0.16
2	201.80	200.59	0.52
3	358.82	357.41	0.40
4	565.06	559.48	1.00
5	885.63	883.71	0.22

<그림 2>는 파이프 안의 유체의 속도 변화에 따라 첫 번째 고유진동수를 나타내 것이다. 속도가 증가함에 따라서, 유체의 속도가 약 50m/s일때까지는 거의 고유진동수가 속도에 무관하다가 50m/s보다 커지면, 급격히 감소하기 시작함을 알 수 있다. 속도가 200m/s를 넘어서면, 고유진동수가 0이 됨을 알 수

있는데, 이 때의 속도를 임계속도라 하며, 파이프는 불안정하게 된다. 이와 같이 파이프 내의 유체의 작동속도를 조정함으로써, 고유진동수를 조정할 수 있다.



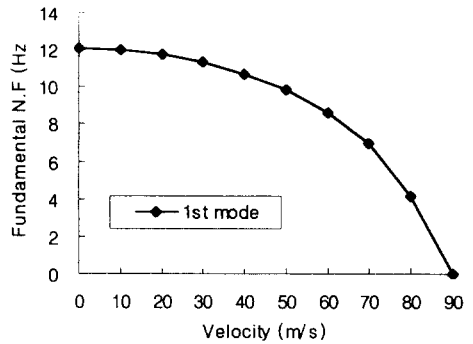
<그림 2> Nakra의 직선파이프에서 유속의 증가에 따른 첫 번째 고유진동수 변화

### 4.2 직선파이프

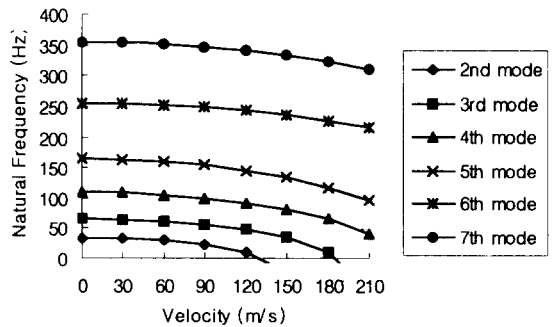
양단이 고정-고정인 파이프의 물리적 특성이 <표 3>에 나타나 있다. 내부의 압력이 없을 때, 유체의 속도변화에 따른 첫 번째 고유진동수의 변화를 <그림 3>에 나타내었다. 유속이 임계속도에 가까워지면 고유진동수는 급격히 줄어들어 파이프는 좌굴을 일으키게 된다. 속도가 90m/s가 되면, 첫 번째 고유진동수는 0이됨을 알 수 있다. <그림 4>에서 보면, 고주파 영역으로 갈수록 유속의 증가에 따른 고유진동수의 변화가 적어져 감을 알 수 있다.

<표 3> 양단고정인 직선파이프의 물리적 특성

	Fluid	Pipe
Young's Modulus		124.11GPa
Poisson ratio		0.34
Density	1000Kg/m <sup>3</sup>	8,900Kg/m <sup>3</sup>
Outer diameter		19.05mm
Wall thickness		0.9mm
Length of straight for 2Dim. Pipe		2.4m



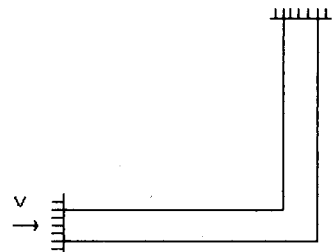
<그림 3> 양단고정 직선파이프에서 유속의 증가에 따른 첫 번째 고유진동수 변화



<그림 4> 양단고정 직선파이프에서 유속의 증가에 따른 고유진동수 변화

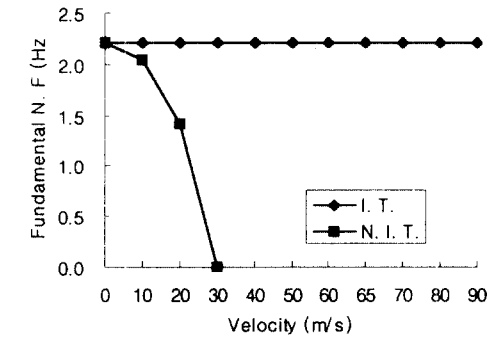
### 4.3 굴곡 파이프

<그림 5> 와 같은 90°의 엘보를 가진 파이프에서 유체의 속도변화에 따른 첫 번째 고유진동수의 변화를 고찰하였다.



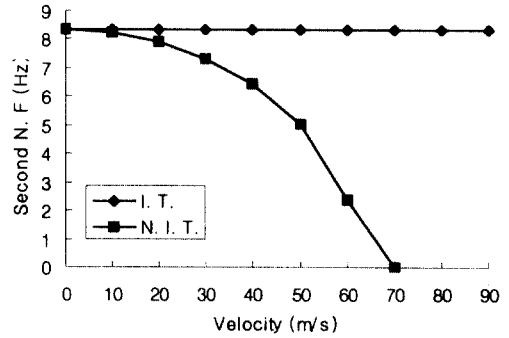
<그림 5> 90°의 엘보를 가지는 굴곡파이프

<그림 6>의 I. T.는 초기 인장력(Initial Tension)이 있을 때, N. I. T.는 초기 인장력이 없을 때를 나타낸다. 유체의 압력이나 속도등에 의해 나타나는 초기 인장력은 유체의 유동 속도가 변함에 따라서 그 효과가 매우 크게 나타남을 알 수 있다. 초기 인장력을 고려 했을 때에는 속도 변화에 대해 거의 변화를 나타내지 않았으나, 고려하지 않았을 경우에는 속도가 30m/s가 되면, 거의 0으로 접근하여, 파이프의 임계속도에 도달함을 알 수 있다. 초기 인장력이 유체를 포함하는 파이프에서의 진동특성에 중요한 인자임을 나타낸다.



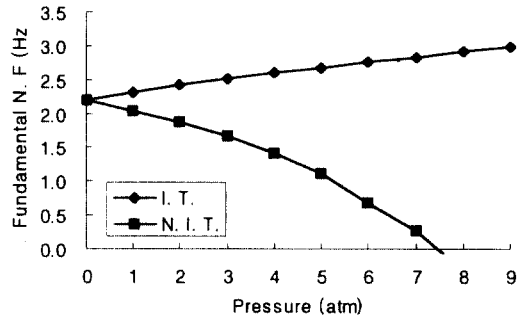
<그림 6> 양단고정 굴곡파이프에서 유속의 증가에 따른 첫 번째 고유진동수 변화

<그림 7>은 두 번째 고유진동수를 유속의 변화에 따라 나타낸 그림이다. 첫 번째 고유진동수의 경우와 마찬가지로 초기 인장력을 고려했을 때에는 속도의 변화에 대해서 변화가 없으나, 초기 인장력을 고려하지 않을 경우에는 유체의 속도가 70m/s되는 점 부근에서 고유진동수가 0이 됨을 알 수 있다. 첫 번째 고유진동수의 경우와 비교해 볼 때 초기 인장력을 고려하지 않았을 경우, 유체의 속도에 따른 고유진동수의 감소속도가 덜 급격함을 알 수 있다.



<그림 7> 양단고정 굴곡파이프에서 유속의 증가에 따른 두 번째 고유진동수 변화

<그림 8>은 동일한 굴곡 파이프에서 압력변화에 따른 고유진동수의 변화를 나타낸 것이다. 내부의 유체의 속도가 0일 때를 나타낸 그림이다.

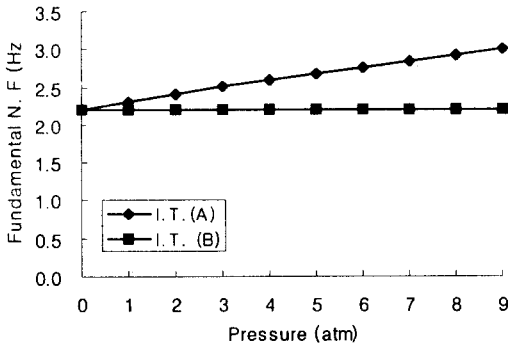


<그림 8> 양단고정 굴곡파이프에서 파이프 내부압력의 증가에 따른 첫 번째 고유진동수 변화

<그림 8>에서와 같이 파이프 내부 압력증가시의 첫 번째 고유진동수는 초기 인장력을 고려했을 경우, 압력이 0atm 일 때는, 2.2Hz였던 것이 9atm이 되면, 2.9Hz까지 점차적으로 증가하는 것을 알 수 있다. 파이프의 굴곡부가 받는 초기인장력에 파이프 축방향으로 받는 초기인장력이 내부 압력에 의해서 연성되어 더해져서 나타나는 힘까지 고려한 것으로, 내부압력이 파이프의 강성을 크게하여, 파이프의 고유진동수 값을 커지게 함으로써, 나타나는 형상이라고 볼 수 있다. 초기 인장력을 고려하지 않았을 경우

에는 압력이 증가함에 따라 고유진동수가 거의 0으로 감소해 감을 알 수 있었다.

<그림 9>는 내부 압력에 의해서 연성되어 파이프 축방향으로 받는 초기인장력을 고려한 경우(I. T. (A))와 내부압력의 연성에 의한 초기인장력을 고려하지 않았을 경우(I. T. (B))를 비교 한 것이다. 전자의 경우는 내부 압력에 의한 연성항이 파이프의 강성을 증대시켜, 고유진동수를 증가시킨다는 것을 확실히 알 수 있다. 후자의 경우는 압력이 0atm에서 9atm까지 변할 때, 고유진동수가 2.2Hz로 거의 변화가 없이 유지되는 것을 볼 수 있다.



<그림 9> 양단고정 굴곡파이프에서 내부압력에 의한 연성에 따른 첫 번째 고유진동수 변화

## 5. 결론

본 연구를 통하여 자유진동 해석에 앞서, 정적 평형상태에서의 파이프에 걸리는 힘을 구하고, 이 힘을 자유진동해석시에 운동방정식에 포함시켜 해석함으로써, 좀더 정확한 고유진동수를 구하는 과정이 필요함을 알 수 있었으며, 결과를 요약하면 다음과 같다.

- 1) 직선파이프의 경우, 유체의 속도가 증가함에 따라 고유진동수가 감소하는 경향을 나타내었다.
- 2) 굴곡 파이프의 경우에는 초기 인장력을 고려했을 경우 유체의 속도의 변화에 따라 고유진동수의 변화가 거의 없음을 알 수 있었다. 초기 인장력을 고려하지 않았을 경우에는 유체 속도가 증가함에 따라 급격하게 고유진동수가 감소하는 것을 알 수 있었다.
- 3) 파이프내부의 압력의 변화에 따른 결과에서는 연성을 고려함으로써, 고유진동수가 증가하는 경향을 볼 수 있었다.



## 참 고 문 헌

- [1] 박용석, "내부유동을 포함한 3차원 굴곡된 파이프의 진동해석", 「석사학위논문」, 인하대학교, 1988
- [2] 이경구, "유한요소법을 이용한 연료분사 파이프의 자유진동 해석에 관한 연구", 「석사학위논문」, 경희대학교, 1995
- [3] 이동명, "전달행렬법에 의한 파이프계의 유체 유발진동 및 동적거동에 관한 연구", 「박사학위논문」, 경희대학교, 1997
- [4] Ashley, H. and Haviland, G., "Bending Vibrations of a Pipe Line Containing Flowing Fluid", *Journal of Applied Mechanics*, Trans. ASME, Sep. 1950, pp. 229-232
- [5] Chen, S.S., "Vibration and Stability of a Uniformly Curved Tube Conveying Fluid", *Journal of Acoust. Soc. Am*, Vol 51, No. 1, Part 2, 1972, pp. 223-232
- [6] Chen, S.S., "Out of Plane Vibration and Stability of Curved Tube Conveying Fluid", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 40, 1973, pp. 362-368
- [7] Everstin, G.C., "Dynamic Analysis of Fluid Filled Piping Systems using Finite Element Technics", *Journal of Pressure Vessel Technology*, Trans. ASME, Vol. 108, Feb. 1986, pp. 57-61
- [8] Goldenblatt, I.I., "*Modern Problems of Vibrations and Resistance in Engineering Construction*", Strozdat, 1947
- [9] Hill, J.L., "The Effect of Initial Forces on the Hydroelastic Vibration and Stability of planar Curved Tubes", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 41, 1974, pp. 355-359
- [10] Kohli, A.K. and Nakra, B.C., "Vibration Analysis of Straight and Curved Tubes Conveying Fluid by Means of Straight Beam Finite Elements", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 93, No. 2, 1984, pp. 307-311
- [11] Love, A.E.H., *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*, Dover, 1944
- [12] Mote, C.D., "Nonconservative Stability by Finite Element", *Journal of Mechanical Engineering Division, ASCE*, Vol 97, No. EM3, June 1971, pp. 645-656
- [13] Petyt, M., *Introduction to Finite Element Vibration Analysis*, Cambridge, 1990
- [14] Stein, R.A. and Torriner, M.W., "Vibration of Pipes Containing Flowing Fluids", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 92, 1970, pp. 906-916
- [15] Thomas, C. and Wilson, S., "The Accoustic Simulation and Analysis of Complicated Reciprocation Compressor Piping System Part I and Part II", *Journal of Sound and Vibration*, Vol 96, No. 2, 1984, pp. 175-205
- [16] Unny, T.E., Martin, E.L., and Dubey, R.N., "Hydroelastic Instability of Uniformly Curved Pipe-Fluid Systems", *Journal of Applied Mechanics*, Trans. ASME, Sep. 1970, pp. 817-822
- [17] Weaver, D.S. and Unny, T.E., "On the Dynamic Stability of Pipes Conveying Fluid", *Journal of Applied Mechanics*, Trans. ASME, March 1973, pp. 48-52

## ● 저자소개 ●



최명진

1973년 경동고 졸업  
 1984년 경희대학교 기계공학과 학사  
 1987년 North Carolina State Univ. 기계공학 석사  
 1992년 North Carolina State Univ. 기계공학 박사  
 1992년~1993년 한국 원자력 연구소 선임연구원  
 1993년~현재 경희대학교 기계공학과 조교수, 부교수  
 관심 분야 기계공학 관련 현상에 대한 시뮬레이션



김재영

1997년 경희대학교 기계공학과 학사  
 1997년~현재 경희대학교 기계공학과 석사과정