

상수관망해석을 위한 도학의 적용

Application of Graph Theory for the Pipe Network Analysis

박 재 홍* / 한 건 연**

Park, Jae Hong / Han, Kun Yeun

Abstract

There are many methods to calculate steady-state flowrate in a large water distribution system. Linear method which analyzes continuity equations and energy equations simultaneously is most widely used. Though it is theoretically simple, when it is applied to a practical water distribution system, it produces a very sparse coefficient matrix and most of its diagonal elements are to be zero. This sparsity characteristic of coefficient matrix makes it difficult to analyze pipe flow using the linear method. In this study, a graph theory is introduced to water distribution system analysis in order to prevent from producing ill-conditioned coefficient matrix and the technique is developed to produce positive-definite matrix. To test applicability of developed method, this method is applied to 22 pipes and 142 pipes system located nearby Taegu city. The results obtained from these applications show that the method can calculate flowrate effectively without failure in converge. Thus it is expected that the method can analyze steady state flowrate and pressure in pipe network systems efficiently.

Keywords : pipe flow analysis, graph theory, linear method

요 지

대규모의 배수관망 시스템에서 유량해석을 위한 기법들이 많이 있지만 가장 널리 사용되고 있는 기법은 선형화 기법이다. 이 방법은 연속방정식과 에너지방정식을 연립하여 해석하므로 이론적으로는 간단하나 실제 시스템에 적용을 위해서는 연립방정식 해석시 생성되는 계수매트릭스의 대각행렬에 '0'이 발생하는 등 매우 큰 이산화된 계수 매트릭스의 처리가 문제가 되었다. 본 연구에서는 ill-condition 계수매트릭스의 발생을 배제하기 위해 도학이론으로부터 선형독립적인 폐합회로를 찾는 기법을 상수관망해석에 적용하여 선형화기법의 positive-definite 계수매트릭스를 만드는 기법을 개발하였다. 개발된 알고리즘의 적용성을 시험하고자 22 개 가상관로 및 142 개 관로를 가진 대구 인근의 실제 관망자료를 이용하여 유량해석을 실시하였다. 유량해석 결과 본 알고리즘이 적용된 모형에서는 가상관망 및 실제관로에서 수렴의 실패없이 원활하게 계산이 이루어지고 있었다. 본 연구결과는 관로내 정상상태 유량해석을 위해 효율적으로 이용될 것이 기대된다.

핵심용어 : 상수관망 해석, 도학 이론, 선형화 기법

* 세명대학교 토목공학과 전임강사

** 경북대학교 공과대학 토목공학과 교수

1. 서론

상수관망에서의 정상상태 유량 및 압력해석은 시스템의 설계, 유지관리를 위해 매우 중요한 작업이다. 상수시스템의 정상상태 해석을 위해 여러가지 기법들이 개발되어 왔으나 일반적으로 많이 사용되고 있는 방법은 선형화기법이다. 선형화기법은 절점에서의 연속방정식과 폐합회로내에서 비선형방정식인 에너지방정식을 선형화한 에너지방정식을 연립하여 반복적으로 해석하는 기법이다. 이러한 선형화기법을 이용하여 관로내 유량을 해석할 경우 연속방정식의 적용을 위해 각 절점에 연결된 관로들의 정보와 에너지방정식에 적용되는 폐합관로에 대한 정보가 입력자료로 필요하게 된다. 이때 유량해석 프로그램에 입력되는 관로 연결정보에 따라 관로망의 기하학적 연결상태가 계산기에 제공되어지며 프로그램 실행시 선형화된 연립방정식을 해석하기 위해 생성되는 계수매트릭스는 주어진 관로망의 연결상태에 따라 크기와 성질이 결정되어진다. 대개 사용자에게 의해 임의로 입력된 관로연결 정보를 사용하여 계수매트릭스가 구성될 경우 이산도(sparsity)가 매우 큰 매트릭스가 구성되어지게 되어 일반적인 선형해석기법으로 해석하기 어려운 ill-condition인 매트릭스를 만들게 된다.

또한 상수관로설계를 위한 최초 관로배치(layout)작업시 설계자는 가능한 모든 관로배치 대안들에 대해 유량해석을 통해 기여도가 낮은 관로 즉 유량이 상대적으로 작거나 유속이 느린 관로를 제거하거나 작은 관경을 선택하여 유량해석을 다시 수행하는 반복적인 작업을 통하여 관로의 최적화를 추구하게 된다. 이 경우 반복되는 유량해석 단계에서 절점 및 폐합회로에 대한 정보를 입력자료로 새로이 요구하게 되어 시간소모적인 작업이 되며 특히 사용자에게 의해 임의로 주어진 폐합회로의 정보는 매트릭스 구성시 선형독립적인 보장이 없게 된다.

본 연구에서는 최소량의 입력정보를 사용하여 유량해석 모의시 필요되는 관로연결상태에 대한 입력정보를 자체적으로 해결할 수 있고 그와 연관되어진 계수매트릭스의 효율적인 구성을 위하여 매트릭스의 크기가 합리적이며 ill-condition을 방지할 수 있도록 도학(graph theory)을 도입하였다. 도입된 도학을 이용하여 선형 독립적인 폐합회로를 찾고 찾아진 폐합회로를 이용하여 관로연결정보를 제공할 수 있는 알고리즘을 개발하고자 하였다. 기존에는 프로그램 사용자가 절점

에 연결된 관로정보 및 폐합회로에 대한 자료입력이 필요하였으나 연구된 알고리즘을 이용하여 폐합회로 및 절점에 연결된 관로에 대한 정보가 프로그램내에서 자동적으로 구성되게 하여 작업자가 쉽고 빠르게 상수관망의 유량해석이 가능하도록 하였다.

관련된 기존의 연구로서는 주로 전기회로망 해석 및 가스관망 해석 분야에서 주로 도학을 이용하여 연구되어 왔다. Tutte(1963)는 망모양의 그래프에서 서로 독립적인 회로를 구성하는 수학적 기법을 개발하였고 Osiadacz(1987)는 가스관망이나 기름유송을 위한 관로망의 독립회로를 찾기위한 여러 가지 기법들을 소개하였으며 Chen(1990)은 매트릭스를 이용한 독립회로를 발견하는 기법을 연구하기도 하였다. Kutija(1995)는 복잡한 망을 형성하고 있는 개수로의 부정류해석을 위해 도학을 이용하여 수지상 하도와 폐합 하도를 구분하여 1차원 부정류해석을 실시하였다.

상수관로분야에서의 관련된 연구로는 Wood(1981) 등이 관로 해석을 위해 관로 연결상태를 고려한 기본식을 도입하였고 Potter와 Wiggert(1991)가 가상회로를 사용하여 회로망을 구성하였으나 상수관망에서 독립폐합회로를 생성하는 알고리즘에 관한 발표된 연구는 거의 없다. 국내의 상수관망에 관한 연구로는 최적화기법을 이용한 상수관망의 최소비용을 관경의 최적화를 위한 연구가 주로 이루어졌으며 박재홍과 한건연(1996)이 선형화기법의 해석시 계수매트릭스의 효율적 계산을 위해 Frontal 기법을 도입하였고 박재홍 등(1996)이 선형화기법을 이용한 수리학적 지배인자 결정을 위한 수학적 기법도 제시된 바 있다.

본 연구에서는 복잡한 상수관망 흐름해석을 위해 해석시 구성되는 계수매트릭스의 ill-condition을 방지하고 서로 독립적인 폐합관로망을 구성하는 기법을 개발하여 기존의 흐름해석모형에 적용함으로써 보다 해석결과가 안정적이고 편리하며 빠른 시간에 경제적인 상수관로 흐름해석을 수행할 수 있도록 하였다.

2. 상수관망해석의 기본식

상수관망은 일정한 단면을 가지는 많은 관들로 구성되어 있다. 관 단면의 끝은 집합절점이나 고정수두절점으로 표시된다. 집합절점, 고정수두절점, 폐합관로가 구성되어지면 다음과 같은 관계식으로 표시될 수 있다 (Wood, 1981).

$$P = J + L + F - 1 \quad (1)$$

여기서 P 는 관의 수, J 는 접합절점의 수, L 은 폐쇄관로의 수, F 는 고정수두절점의 수이다. 관의 수와 폐쇄관로, 접합절점과 고정수두절점와의 관계를 나타내는 연속방정식인 식 (1)은 관로 시스템을 나타내는 연립방정식의 형태를 만드는 기초를 제공한다. 각 관에서의 미지의 유량의 향으로 나타난 연속방정식과 에너지방정식은 관망에서 관의 수와 동일하게 구성될 수 있다. 각 접합절점에 대해 접합점으로 유입되는 유량 (Q_{in})과 유출되는 유량 (Q_{out})의 관계는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sum (\pm)_j Q_j - Q_e = 0 \quad (2)$$

여기서 첨자 j 는 노드에 연결된 관로들을 나타내고 Q_e 는 접합절점에서의 외부 유입이나 유출을 나타낸다. (\pm) 부호는 가해진 흐름방향에 따라 결정되고 (+) 부호는 절점으로의 유입을 나타내며 (-) 부호는 절점에서의 유출을 의미한다.

각각의 폐합관로에 대한 에너지 보존식은 다음과 같다.

$$\sum (\pm)_i W_i = 0 \quad (3)$$

여기서 첨자 i 는 폐합회로를 구성하는 관로들을 나타내고 W_i 는 i 번째 관에서의 수두강하를 나타낸다. 식 (3)은 각각의 폐쇄경로에 대하여 에너지 관계식이 주어질 수 있다. 만약 관로에서의 흐름이 시계방향이면 (+) 부호가 사용되어지고 반대방향이면 (-) 부호가 사용되어진다.

연속방정식과 에너지 방정식은 관망내에서의 정상류상태로 나타내는 1 개조의 P 개의 연립 비선형 대수방정식으로 구성된다. 폐합관로방정식에 기초한 정상류는 각 관로에서 유량에 대한 이 방정식들의 해를 필요로 한다. 이식을 해석하기 위해서 에너지 방정식내의 항들이 유량의 향으로 표시되어야 하고 에너지 방정식이 유량향에 대해 비선형 방정식이기 때문에 경사기법 (gradient method)을 이용한 반복기법이 도입되어야 한다. 여기서 비선형항들의 기울기항을 도입하여 폐합관로에 대한 선형화된 에너지방정식을 구성할 수 있다.

이제 연속방정식과 선형화된 에너지 방정식을 이용하여 P 개의 연립방정식을 구성할 수 있고 이때 생성되는 계수매트릭스를 나타내면 식 (4)와 같다.

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{j1} & C_{j2} & \cdots & C_{jn} \\ E_{j+11} & E_{j+12} & \cdots & E_{j+1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E_{n1} & E_{n2} & \cdots & E_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_j \\ Q_{j+1} \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \vdots \\ K_j \\ L_{j+1} \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서 K_j 는 절점 j 에서 외부 유출입량이며 C_{ij} 는 0, ± 1 의 값을 가지며 절점에 연결되지 않은 관은 0, 절점에 유입될 경우는 1, 유출될 경우는 -1의 값을 가진다. $E_{j+k,i}$ 는 k 번째의 폐합관로에 포함된 i 번째 관에 대한 에너지방정식의 기울기 값으로 폐합관로에 포함되지 않을 경우 '0'의 값을 가지며 L_{j+k} 값은 폐합회로 내에서의 수두차를 나타낸다.

식 (4)의 왼편항에서 나타나는 계수 매트릭스는 특수한 경우를 제외하고는 분산도(sparsity)가 크며 ill-condition 매트릭스이다. 이 경우 Gauss 소거법과 같은 일반적인 선형해석 기법으로 매트릭스 해석이 어려우며 컴퓨터의 기억용량을 필요이상으로 많이 차지하게 된다. 이러한 매트릭스 발생을 피하기 위해 도학이론을 도입하여 최소량의 입력 정보량으로서 가우스 소거법과 같은 선형매트릭스 해석기법으로 해석가능한 매트릭스가 구성되도록 하였다.

3. 도학을 이용한 폐합회로의 구성

선형화기법을 이용한 관로해석을 위해서는 주어진 상수관망에 대하여 연속방정식의 적용을 위한 절점과 연결된 관로들의 정보와 에너지방정식을 위한 폐합회로를 구성하는 관로들의 정보가 요구된다. 그러나 절점에 연결된 관로들에 대한 정보는 사용자에게 의해 주어진 관로정보를 이용하여 각 관로와 연결된 절점을 검색하면 쉽게 해결될 수 있도록 자료를 구성할 수 있으나 사용자에게 의해 임의로 구성된 폐합관로 정보는 폐합관로들이 서로 독립적인 보장이 없으며 계수매트릭스 구성시 ill-condition 매트릭스 발생의 원인이 된다. 본 연구에서는 도학이론을 이용하여 에너지방정식의 이용을 위해 서로 독립적인 폐합회로 관로망을 찾는 방법을 제시하고자 한다.

3.1 도학의 기본이론

도학이론(graph theory) 용어의 이해를 위해 가장 단순한 형태의 그래프를 그림 1에서 나타내었다. 주어진 그래프를 통하여 정점(vertex)의 집합 V 와 집합 V 원소들 한쌍으로 이루어진 집합들의 부분집합인 모서리(edge)의 집합 E 로 구성된 그래프 집합 $G(V,E)$ 의 구성을 파악할 수 있다.

$$V = \{ 1, 2, 3, 4 \}$$

$$E = \{ \{ 1, 2 \}, \{ 1, 4 \}, \{ 2, 4 \}, \{ 2, 3 \} \}$$

$$G = \{ \{ 1, 2, 3, 4 \}, \{ \{ 1, 2 \}, \{ 1, 4 \}, \{ 2, 4 \}, \{ 2, 3 \} \} \}$$

여기서 V 는 정점의 집합, E 는 모서리의 집합, $G(V,E)$ 는 그래프를 나타낸다.

어떤 형태의 그래프일지라도 숫자로 나타내어질 수 있으며 그래프를 나타내는 일반적인 방법은 결합매트릭스(incidence matrix)이다. 임의의 그래프에서 정점(vertex)의 수가 n , 모서리(edge)의 수가 m 이라면 결합매트릭스 A 는 $(n \times m)$ 의 크기로 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$A = A(G) = \{ a_{ij} \} \quad (5)$$

여기서 a_{ij} 는 정점 i 가 모서리 j 의 정점이면 1, 정점이 아니면 0이다.

그러므로 그림 1의 결합매트릭스는 다음과 같다.

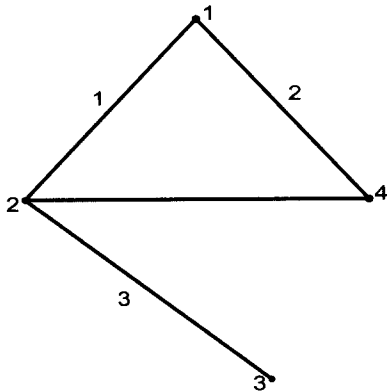


그림 1. 간단한 그래프

$$A = \begin{matrix} & i & 1 & 2 & 3 & 4 \\ j & 1 & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (6)$$

결합매트릭스의 각 열은 모서리를 나타내며 각 모서리는 양단을 가지고 있기 때문에 한 열에서 모든 요소의 합은 2와 같다. 이러한 성질은 입력 자료를 검사하는데 사용되어질 수 있다. 각 행은 정점을 나타내며 한 행에서 모든 요소의 합은 정점의 차수(degree)라고 불린다. 이 차수는 정점과 연결된 모서리들의 수이다. 정점 3과 같이 1의 정점 차수를 가진 것은 端貞點(end vertex)이다. 두 모서리가 교차하지 않고서 평면에 그려질 수 있는 그래프는 평면 그래프(planar graph)라고 불린다. 배수관망의 구성은 배수관망의 1 차원적인 성질로 인해 평면 그래프로 취급될 수 있다. 본 연구에서는 일반적인 목적을 위해서 수학적 용어인 정점과 모서리를 사용하였다. 이 용어는 쉽게 특정분야에 사용되어지는 실제적 용어들로 변환될 수 있으며 상수관망분야에서는 정점은 보통 절점, 모서리는 관로로 대체될 수 있다.

도학을 이용하여 폐합회로를 찾는 연구는 전기, 전자분야에서 많이 이루어져 왔다. 그림 2와 같은 회로망에 Kirchhoff의 전류 및 전압방정식을 그림 3과 같은 그래프를 구성하여 적용하여 각 선로의 전류 및 전압을 해석하였다(Alan과 Aldous, 1993).

마찬가지로 상수관망에도 동일한 과정의 해석방법을 도입하여 적용할 수 있으며 그림 4와 같은 간단한 급수관망에 대해 그래프를 그리면 그림 3과 같은 그래프가 얻어질 수 있고 연속방정식과 에너지방정식을 적용할 수 있다.

그림 3과 같은 그래프에 방향성을 도입한 결합매트릭스는 식 (7)과 같이 나타낸다.

$$A = \begin{matrix} & AB & AF & BC & BE & CD & CE & DE & EF & FA \\ A & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (7)$$

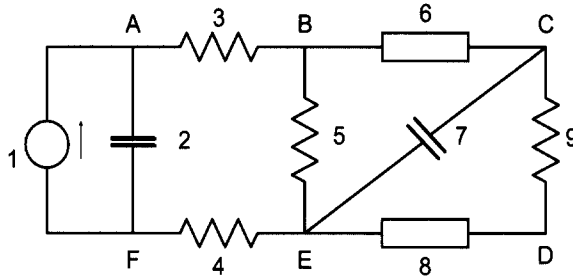


그림 2. 간단한 전기회로망

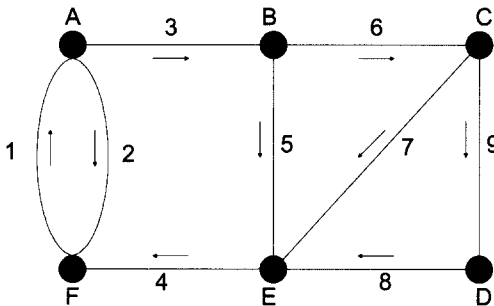


그림 3. 그림 2에 대한 방향그래프

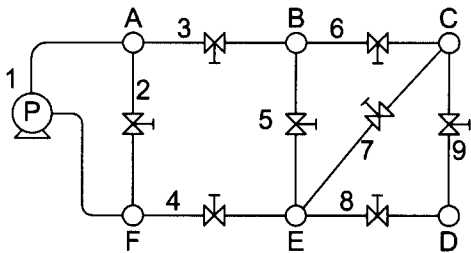


그림 4. 간단한 수리화적인 급수관망

여기서 결합메트릭스의 요소 a_{ij} 는 만약 모서리 j 가 정점 i 에서 바깥쪽으로 투사되어지면 1, 모서리 j 가 정점 i 에서 안쪽으로 투사되어지면 -1, 정점에서 투사되지 않을 경우 0이 된다.

결합메트릭스의 각 열은 만약 각 행이 합해지면 합이 '0'이 되는 하나의 1과 하나의 -1로 구성되어 있다. 즉 각 행은 다른 모든 행들의 합에 (-)값을 취한 것과 같다. 이와 같은 결과는 방향그래프에 대한 결합메트릭스를 임의적으로 사용할 수 없음을 뜻한다. 결합메트릭스의 각 행중 하나는 나머지 행들을 더하거나 뺌으로써 얻어질 수 있다면

선형독립적이지 않다. 그러므로 결합메트릭스 A 가 독립적이기 위해서 하나의 행을 제거해야 한다. 이러한 제거된 행을 가진 메트릭스를 감소결합 메트릭스(reduced incidence matrix)라 부르고 제거된 행에 해당되는 정점은 기준정점이 된다.

만약 감소결합메트릭스 A_0 가 주어졌다면 제외된 행에 대해 A_0 의 각행들의 합에 (-)값을 취한 값들을 추가함으로써 원래의 결합메트릭스를 구성할 수 있다. 그러나 연결된 두 개의 정점을 연결하는 모서리에게 할당된 방향을 알수 있는 방법이 없기 때문에 2 개 이상의 제외된 행을 대체할 수는 없다.

3.2 폐합회로의 생성

감소결합 메트릭스를 이용하여 독립적인 폐합회로를 생성하기 위해 먼저 방향그래프의 spanning tree가 결정되어져야한다. spanning tree는 어떤 그래프의 모든 정점을 포함하고 있는 수직상을 이루고 있는 부분 그래프로 정의될 수 있으며 spanning tree의 구성은 컴퓨터를 이용하여 prim 알고리즘, greedy 알고리즘 등 여러 가지 기법을 사용하여 구성할 수 있다. 주어진 임의의 기법을 사용하여 spanning tree를 구성하였다면 spanning tree를 이루고 있는 모서리의 집합과 이루고 있지 않은 모서리 집합으로 감소결합 메트릭스를 분할할 수 있으며 각 분할된 부분을 메트릭스로 나타내면 식 (8)과 같이 A_t 와 A_c 로 구성된 분할 메트릭스(partitioned matrix)로 나타낼 수 있다.

$$A_0 = [A_t \mid A_c] \quad (8)$$

여기서 A_t 는 spanning tree의 모서리를 이루고 있는 부분이며 A_c 는 모서리를 이루고 있지 않은 부분

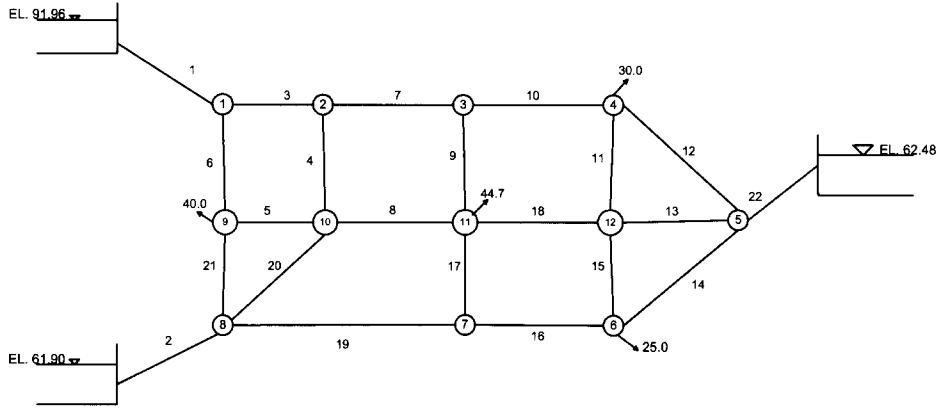


그림 5. 22개 관로에 대한 관망도

이다. A_0 매트릭스 열의 순서는 자연히 spanning tree를 구성하고 있는 모서리가 앞쪽에 위치하게 되고 나머지 모서리의 부분이 나중에 오게된다. 이 과정에서 정점과 대응하는 모서리의 열들이 정점의 순서대로 분할매트릭스의 열에 위치하게 되며 이것은 열 교환(column exchange) 효과를 나타내어 자연적으로 연속방정식 구성시 대각행렬에 '0'이 존재하는 것이 방지되어 진다.

식 (8)의 분할 매트릭스로부터 식 (9)과 같이 기초 회로 매트릭스(fundamental circuit matrix) C_f 를 생성할 수 있는데 이 기초회로 매트릭스는 독립폐합회로를 직접적으로 생성할 수 있다(Tutte, 1963).

$$C_f = [-(A_t^{-1}A_c)^T | I_{m-n+1}] \quad (9)$$

여기서 T 는 전치행렬, I_{m-n+1} 는 $m-n+1$ 개의 단위

표 1. 22 개 관로에 대한 적용 결과

관로번호	관로길이 (m)	관경 (cm)	본 연구모형		KYPE2	
			유속 (m/s)	유량 (l/s)	유속 (m/s)	유량 (l/s)
1	1000.0	28.0	0.442	27.229	0.44	27.23
2	1000.0	28.0	0.423	26.025	0.42	26.03
3	400.0	28.0	0.126	7.770	0.13	7.77
4	350.0	28.0	0.119	7.350	0.12	7.35
5	420.0	28.0	0.153	9.404	0.15	9.40
6	240.0	28.0	0.316	19.458	0.32	19.46
7	300.0	28.0	0.007	0.420	0.01	0.42
8	300.0	28.0	0.130	7.974	0.13	7.98
9	400.0	28.0	0.161	9.923	0.16	9.92
10	400.0	28.0	0.154	9.503	0.15	9.50
11	420.0	28.0	0.107	6.574	0.11	6.57
12	600.0	28.0	0.535	32.928	0.53	32.93
13	850.0	28.0	0.435	26.757	0.43	26.75
14	850.0	28.0	0.439	27.061	0.44	27.06
15	550.0	28.0	0.068	4.217	0.07	4.22
16	400.0	28.0	0.102	6.278	0.10	6.27
17	550.0	28.0	0.181	11.137	0.18	11.14
18	400.0	28.0	0.259	15.966	0.26	15.96
19	300.0	28.0	0.079	4.859	0.08	4.86
20	550.0	28.0	0.163	10.029	0.16	10.03
21	760.0	28.0	0.181	11.137	0.18	11.14
22	80.0	28.0	1.409	86.746	1.41	86.74

행렬을 나타내며 이 단위행렬로 인해 계수매트릭스의 대각행렬에 위치되는 에너지방정식이 적용되는 관로가 결정되어질 수 있다.

일단 기초회로매트릭스가 구해지면 매트릭스의 행은 모서리수 각각의 독립폐합회로의 수 만큼 이루어지며 매트릭스의 요소는 0, 1, -1로 이루어진다. '0'은 폐합회로와 관계가 없음을 나타내며 1과 -1은 각 관로가 폐합회로를 구성하게 되며 (+)값은 폐합회로의 방향에 따라 결정되어 진다.

4. 실제 관망에의 적용

4.1 22개 관망에의 적용

본 연구에서 제시된 알고리즘을 선형화기법에 적용하여 상수관망해석 프로그램을 작성하였다. 작성된 프로그램의 적용성을 검토하기 위하여 그림 5와 같은 22개 관로를 가진 관망에 적용되었다. 관로번호와 절점번호는 임의로 주어졌고 Hazen-Williams 마찰계수는 120으로 동일하게 주었으며 각 관로의 길이, 직경 등은 표 1에서와 같다. 본 연구에서 제시된 알고리즘의 효용성을 입증하기 위해 임의로 주어진 절점 및 관로 정보에 대해 폐합회로 발생기법이 적용된 프로그램과 적용되지 않은 프로그램을 서로 비교하였다. 폐합회로 발생기법이 적용되지 않은 모형은 22개 관로에 대해 유량해석을 수행하고자 하였으나 계수매트릭스의 대각행렬에 존재하는 '0'으로 인하여 해석이 수행되지 않았다. 이때 생성된 계수매트릭스는 그림 6(a)와 같다. 그림 6(a)에서와 같이 계수매트릭스의 대각행렬에 존재하는 '0'과 매트릭스의 이산적인 특성으로 인하여 선형연립해석 기법이 수렴에 실패하였다.

본 모형에서 제시된 폐합회로 발생기법이 적용된 모형에 역시 22개 관로가 적용되었다. 본 연구기법이 적용된 유량해석과정에서는 수렴의 실패없이 계산이 가능하였다. 본 연구에서 개발된 모형에서 생성된 22개 관로에 대한 계수매트릭스가 그림 6(b)에서 주어졌다. 그림 6(b)의 매트릭스에서는 대각행렬에 '0'이 존재하지 않고 있음을 확인할 수가 있어 계산이 원활하게 이루어지고 있음을 알 수 있다.

4.2 실제 142개 관망에의 적용

본 모형을 대구 인근의 택지개발지구에 대한 실제 상수관로에 적용하였다. 여러 배수관망에 대해 선형화기법을 적용하여 본 결과 계수매트릭스의 이산성은 관

```

* 0 * 0 0 * 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 * * 0 0 * 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 * 0 * * 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 * * * 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 * * * 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 * * * 0 0 0 0 0 0
0 * 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 * * * 0
0 0 0 0 * * 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 * *
0 0 0 * * 0 * 0 * 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 * *
0 0 0 * * 0 * 0 * 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 * *
0 0 0 0 0 0 0 0 * * 0 0 0 0 0 0 0 0 * * 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 * * 0 0 0 0 0 0 0 0 * * 0 0
0 0 * * * 0 0 0 * * 0 0 0 0 0 0 0 0 * * 0 0
0 0 * * * 0 0 0 * * 0 0 0 0 0 0 0 0 * * 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 * * * 0 0 0 0 0 0 0 0 * * 0
0 0 0 0 0 0 0 0 * * * 0 0 0 0 0 0 0 0 * * 0
0 0 0 * 0 0 * * 0 * 0 * 0 * 0 * 0 * 0 * 0 * 0
0 0 0 * 0 0 * * 0 * 0 * 0 * 0 * 0 * 0 * 0 * 0
* * * 0 0 0 * 0 0 * 0 * 0 * 0 * 0 * 0 * 0 * 0
* * * * 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 * 0
* * * * 0 0 0 0 * 0 0 * 0 * 0 0 0 0 0 0 0 *
    
```

(a) 적용 전

```

* * 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 * 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 * * 0 0 0 0 0 0 0 * 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 * * 0 0 0 0 0 0 0 * 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 * * 0 0 0 0 0 0 0 * 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 * * 0 0 0 0 0 0 0 * 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 * * 0 0 0 0 0 0 0 * 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 * * 0 0 0 0 0 0 0 * 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 * * 0 0 0 0 0 0 0 * 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 * * 0 0 0 0 0 0 0 * 0 0 0 0
0 * 0 0 0 0 0 0 * * 0 0 0 0 0 0 0 * 0 0 0
0 * 0 0 0 0 0 0 * * 0 0 0 0 0 0 0 * 0 0 0
0 0 * 0 0 0 0 0 * * 0 0 0 0 0 0 0 * 0 0 0
0 0 0 * * 0 0 0 * * 0 0 0 0 0 0 * 0 0 0 0
0 0 * * * 0 0 0 * * 0 0 0 0 0 * 0 0 0 0 0
0 0 * * 0 0 0 0 * * 0 0 0 0 0 0 * 0 0 0 0
* * * * * 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 * 0 0 0
* * * * * 0 0 0 0 * 0 0 0 0 0 0 0 0 * 0 0
* * 0 0 0 0 * * 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 * 0 0
* * * * * 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 *
    
```

(b) 적용 후

그림 6. 본 연구기법 적용 전·후의 계수매트릭스

로의 수가 증가할수록 증가하여 이산성이 크다고 판단되는 관로의 수가 많은 대규모 관망시스템에 본 모형을 적용하고자 하였다. 실제 적용대상 구역의 관망도가 그림 7에서 나타나 있다. 관로의 수가 142개, 절점의 수가 103개, 고정절점인 저수지가 2개로 이루어져 있으며 비교적 큰 상수관망 시스템이었다. 142개 관로에서도 관로와 절점에 대한 번호는 임의로 주어 유량해석을 실시하였다. 본 모형에서 개발된 폐합회로 발생기법이 적용되지 않은 유량해석모형은 계산에 실패하였으나 폐합회로 발생기법이 적용된 모형은 성공적으로 계산이 가능하였다. 폐합회로 발생기법을 이용한 142개 관로에 대한 계산결과가 표 2에 나타나 있다. 표 2에서 보는 바와 같

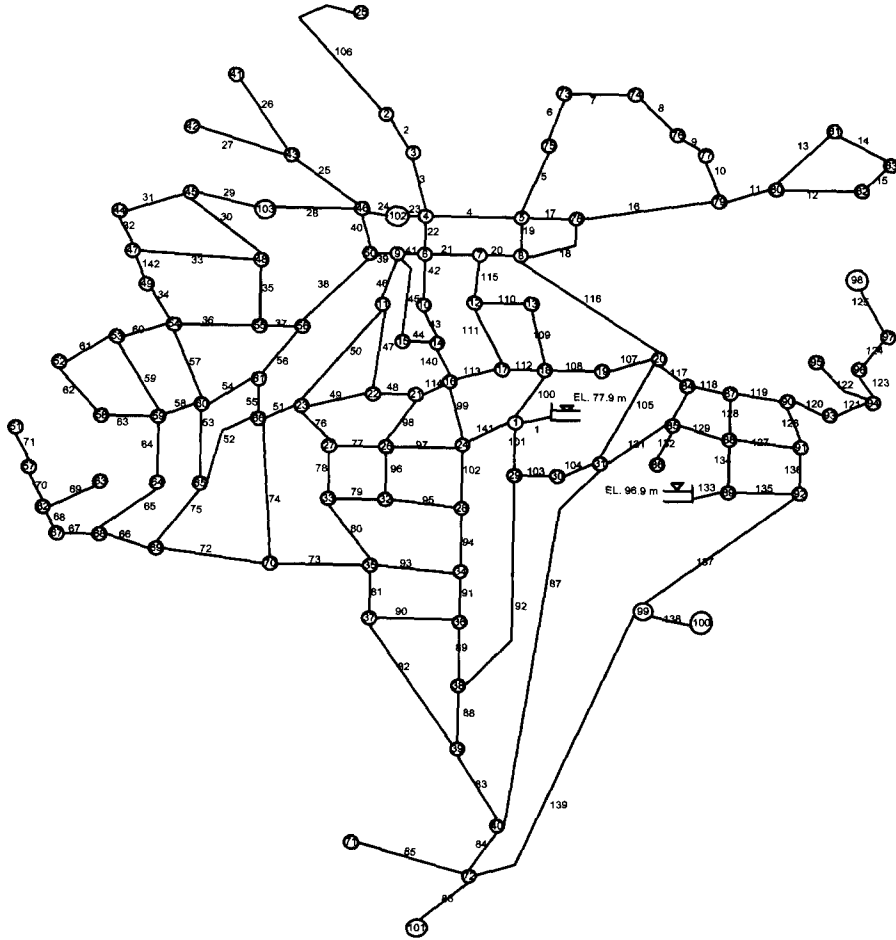


그림 7. 실제 142개 관로시스템의 관망도

이 본 연구에서 개발된 기법은 상용프로그램인 KYPIPE2(Haestad Methods, 1993) 결과와 비교하여 작은 오차값을 가지고 계산가능하였고 이 오차는 수렴한계로 인한 수렴과정에서 발생한 것으로 기인된다.

142 개 관로에 대한 독립폐합회로 생성시간은 약 0.49 초로써 빠른 시간에 폐합회로를 구성할 수 있었으며 전체 계산시간은 9 초 정도 소요되었다. 이는 22 개 관로에 대한 전체 계산시간이 0.9 초 인것에 비해 상대적으로 긴 계산시간이나 이는 계수매트릭스의 크기로 증가로 인한 것으로 선형방정식의 해석방법이 Gauss 소거법인 것을 감안하면 효율적인 것으로 판단된다.

5. 결 론

대규모의 배수관망 시스템에서 유량해석을 위한 기법들이 많이 있지만 가장 널리 사용되고 있는 기법은 선형화된 에너지 방정식과 절점에서의 연속방정식을 연결방정식으로 해석하는 기법이다. 이 방법은 연속방정식과 에너지방정식을 연결하여 해석하므로 이론적으로는 간단하나 실제 시스템에 적용을 위해서는 연결방정식 해석시 발생하는 대각행렬이 '0'이 발생하는 매우 큰 이산화된 계수매트릭스의 처리가 문제가 되었다.

(1) 본 연구에서는 이산화된 계수매트릭스의 발생을 배제하기 위해 도하이론으로부터 선형독립적인 폐합회로를 찾는 기법을 상수관망에 적용하여 대각행렬에 '0'이 발생하지 않는 positive-definite 계수매트릭스를

표 2. 실제 142 개 관로시스템에 대한 부분결과

관로번호	관로길이 (m)	관 경 (cm)	본 연구모형		KYPIPE2	
			유 속 (m/s)	유 량 (l/s)	유 속 (m/s)	유 량 (l/s)
1	524.0	20.0	0.762	23.929	0.76	23.99
2	660.0	35.0	0.057	5.468	0.06	5.47
3	700.0	35.0	0.149	14.357	0.15	14.36
4	375.0	20.0	0.827	25.978	0.83	25.97
5	775.0	20.0	0.534	16.780	0.53	16.78
6	375.0	20.0	0.387	12.162	0.39	12.16
7	580.0	15.0	0.378	6.676	0.38	6.68
8	380.0	10.0	0.114	.895	0.11	0.89
9	170.0	10.0	0.062	.488	0.06	0.49
10	330.0	10.0	0.504	3.960	0.50	3.96
11	530.0	20.0	0.606	19.048	0.61	19.05
12	270.0	5.0	0.625	1.227	0.62	1.23
13	530.0	15.0	0.469	8.290	0.47	8.29
14	290.0	10.0	-0.711	-5.582	-0.71	-5.58
15	500.0	10.0	-0.167	-1.308	-0.17	-1.31
16	450.0	25.0	0.582	28.546	0.58	28.55
17	580.0	25.0	0.488	23.971	0.49	23.97
18	540.0	15.0	1.010	17.857	1.01	17.86
19	435.0	25.0	1.431	70.253	1.43	70.25
20	200.0	15.0	-1.357	-23.989	-1.36	-23.98
21	276.0	16.8	-1.098	-24.343	-1.10	-24.34
22	428.0	35.0	0.273	26.312	0.27	26.32
23	130.0	20.0	0.993	31.180	0.99	31.18
24	140.0	20.0	0.993	31.180	0.99	31.18
25	600.0	15.0	0.621	10.972	0.62	10.97
26	420.0	10.0	0.294	2.309	0.29	2.31
27	360.0	10.0	0.588	4.618	0.59	4.62
28	380.0	20.0	0.585	18.377	0.58	18.38
29	130.0	20.0	0.585	18.378	0.58	18.38
30	210.0	15.0	-0.515	-9.099	-0.51	-9.10
31	324.0	20.0	0.240	7.542	0.24	7.54
32	168.0	10.0	0.960	7.542	0.96	7.54
33	370.0	10.0	0.563	4.425	0.56	4.42
34	430.0	15.0	0.940	16.609	0.94	16.61
35	540.0	10.0	0.214	1.680	0.21	1.68
36	380.0	20.0	0.523	16.415	0.52	16.40
37	110.0	20.0	0.778	24.449	0.78	24.44
38	260.0	20.0	-0.756	-23.751	-0.76	-23.75

생성하는 기법을 개발하였고 이를 선형화기법에 적용하였다.

(2) 개발된 알고리즘의 적용성을 시험하고자 22개 관로를 가진 가상관망 및 141개 관로를 가진 대구 인근 택지개발지구의 실제 관망자료를 이용하여 유량해석을 실시하였다. 유량해석 결과 본 알고리즘이 적용된 모형에서는 가상관망 및 실제관로에서 수렴의 실패없이 원활하게 계산이 이루어지고 있었으나 본 알고리즘이 적용되지 않은 모형에서는 계수매트릭스의

'ill-condition' 조건으로 인해 적용대상 모두에서 계산에 실패하였다.

(3) 본 연구 알고리즘이 적용된 모형의 계산결과 또한 상용프로그램인 KYPIPE2의 결과와 비교하여 소수점 두자리 이하에서 오차를 발생하고 있었으며 이 오차는 반복과정시 주어지는 허용한계로 인한 오차로 생각되었다. 유량해석과정에서 두 적용대상 모두 계산시간을 측정하였고 비교적 합리적인 계산시간으로 계산이 이루어지고 있었다.

(4) 본 모형에 연립방정식 해석을 위한 반복계산시 매트릭스 용량감소기법이 부가된다면 보다 짧은 계산시간으로 계산이 이루어질 수 있으리라 예상되었다.

본 연구결과는 앞으로 많은 실제 관로시스템에서의 적용을 통해 본 모형의 안정성이 검증된다면 관로내 정상상태 유량해석을 위한 전처리과정으로써 효율적으로 이용될 것이 기대된다.

참 고 문 헌

박재홍, 김상현, 한건연 (1996). "상수관망의 수리학적 지배인자 결정기법", 한국수자원학회지, 제29권, 제6호, pp. 217-224.

박재홍, 한건연 (1996). "Frontal 기법을 이용한 상수관망의 흐름해석 모형." 한국수자원학회지, 제29권, 제1호, pp. 129-139.

Alan, D., and Aldous, J. (1993). *Networks and algorithms: An introductory approach based on the open university course graphs, networks and design*. John Wiley & Sons.

Chen, W.K. (1990). *Theory of Nets: Flows in networks*. John Wiley & Sons. pp. 1-98.

Kutija, V. (1995). "A generalized method for the solution of flows in networks." *J. of Hydraulic Research*. Vol. 33, No. 4, pp. 535-554.

HAESTAD Methods (1993). *KYPIPE2 version 1.0 User's guide*.

Osiadacz, A.J. (1987). *Simulation and analysis of gas network*. E. & F.N. SPON. pp. 35-82.

Potter, M.C., and Wiggert, D.C. (1991). *Mechanics of fluids*. Prentice-Hall, pp. 505-548.

Tutte, W.T. (1963). "How to draw a graph." *Proc. London Math Soc.*, Vol. 13, pp. 743-767.

Wood D.J., and Rayes, A.G., (1981), "Reliability of algorithms for pipe network analysis." *J. of Hydraulics Division, ASCE*, Vol. 107, No. HY10, pp. 1145-1161.

(논문번호:98-019/접수:98.04.07/심사완료:98.06.08)