

<논 문>

불규칙가진의 반발계수 진동-충격 시스템의 수치해석

Numerical Analysis of Randomly Driven Vibro-Impact System With a Coefficient of Restitution Contact Mechanism

이 창 희*

C. H. Lee

(1998년 2월 3일 접수 : 1998년 4월 25일 심사완료)

Key Words : Vibro-Impact(진동-충격), Coefficient of Restitution(반발계수), Random Vibration(불규칙진동), Numerical Analysis(수치해석)

ABSTRACT

Impact response of a vibro-impact system and its contact mechanism was studied. The vibro-impact system is composed of a small secondary system is constrained to move along a slot of fixed length in a large primary system. The contact mechanism is characterized by its coefficient of restitution. Numerical simulation analysis has been used to determine the time-history and the impact statistics of the primary and secondary systems. Input excitation of the primary system was random, and the responses obtained were the velocities of the primary and secondary system, the closing velocity in time axis, and the duration time between impacts. The validity of the numerical simulation method was checked by comparing the results with those obtained by other researchers analytically. It is shown that the results obtained by the numerical simulation analysis showed a good agreement with those for the analytical method.

기 호 설 명

d : 주시스템과 부시스템의 간격
 e : 반발계수
 N : 정현함수의 수
 R : 진폭척도변수
 $S_0(\omega)$: 파워스펙트럼 밀도
 t : 시간
 $x(t)$: 주시스템의 변위
 $y(t)$: 부시스템의 변위
 x_i^* : 주시스템의 무차원변위

y_i^* : 부시스템의 무차원변위
 u_i : 주시스템의 속도
 v_i : 부시스템의 속도
 u_i^* : 주시스템의 무차원속도
 v_i^* : 부시스템의 무차원속도
 u_i : 주시스템의 충돌후 속도
 v_i : 부시스템의 충돌후 속도
 ϕ : 위상각
 σ : Root mean square 속도
 ω : 가진 주파수
 ω_d : 감쇠진동주파수, $\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$

* 정회원, 인천전문대학 기계과

1. 서 론

작은 간격이 있는 2개의 시스템이 진동에 의해 상호 충돌이 일어나면 두 시스템의 접촉점에서는 충격이 생기게 된다. 이와 같이 진동에 의해 반복적으로 충격이 생기는 시스템을 진동-충격 시스템(vibro-impact system)이라 하고 여기서 비교적 큰 질량을 가진 시스템을 주시스템(the primary system), 주시스템 사이를 움직이는 작은 질량의 시스템을 부시스템(the secondary system)이라 한다. 일반적으로 진동은 주시스템에 가해지며 부시스템의 운동은 주시스템과의 접촉점에서의 충돌에 의해 생기게 된다. 이러한 시스템은 일상생활 또는 많은 기계부품 등에서 찾아볼 수 있다. 기차바퀴와 레일간의 상호접촉, 증기발생기에서 판과 판 지지판 사이의 접촉, 피니언과 랙 사이에서의 상호 운동 등이 이들의 예가 된다. 이러한 시스템에서 생기는 반복적인 충격은 접촉점에서의 피로, 마모 등을 야기시키고 궁극적으로는 부품의 오동작, 파손을 만드는 원인이 된다. 처음에는 정상적 맞물림에 의해 작동되던 기어들이 사용으로 인해 간격이 생기고 이러한 간격에 의해 두 기어 사이에 계속적인 충격이 생기고 이 충격으로 마모, 피로가 생겨 궁극적인 파손에 이르게 되는 것이 그 예가 된다.

진동-충격 시스템에서 주시스템에 가해지는 진동입력으로 정현파신호 또는 불규칙신호가 있고, 주시스템과 부시스템은 선형 또는 비선형의 요소로 나눌 수 있다. 대부분의 기계 또는 부품에서의 진동은 불규칙적이고 시스템은 비선형적이거나 지금까지의 많은 연구는 단순화된 선형시스템에서의 정현파 입력의 경우에 대하여 수행되어 왔다⁽¹⁻⁶⁾. 이 경우 시스템의 응답특성을 구하기 위해 선형화된 모델에 대한 운동방정식을 세우고 이 모델에서의 정현파 입력에 대한 일반적 해를 해석적인 방법에 의해 구하는 것이었다. 이러한 해석을 통해 시스템에 가해지는 입력의 크기, 간격, 반발계수 등의 시스템 변수에 따른 주시스템 또는 부시스템의 운동과 상호충돌시의 충격력 등을 구하거나^(2,3,4), 반복적 충돌 운동의 안정성, 비안정성에 대한 해석을 수행하는 것이었다⁽⁵⁻⁶⁾. 가진 입력이 불규칙운동인 경우에 대한 연구도 수행되었는데⁽⁸⁻¹⁰⁾ 많은 경우 주 또는 부시스템을 단순화하거

나, 충돌메카니즘을 단순화한 후 해석적으로 이를 시스템에 대한 해를 구하였다. 이들 시스템을 단순화한 것은 이들 시스템이 복잡해질 경우, 운동의 지배방정식의 비선형성에 의해 그 응답을 구하는 것이 거의 불가능하기 때문이다. 단순화된 충격시스템에 규칙입력이 작용하였을 때의 시스템의 응답을 해석적으로 구한 것으로는 Wood & Byrne⁽⁸⁻⁹⁾의 연구결과가 있다. 이들은 주시스템의 테이블 상에 작은 질량이 부시스템이 수직운동을 하는 단순화된 충격시스템에서 주시스템에 불규칙 입력이 가해질 때 부시스템에서의 충격에 따른 응답을 해석적인 방법으로 구하고 이를 통계적 확률분포곡선으로 나타냈다.

본 연구에서는 단순 충격시스템의 운동을 수치적 방법으로 구하였다. 먼저 주시스템과 부시스템의 운동에 관련된 진행방정식을 세우고 이를 수치적방법을 통해 주시스템과 부시스템의 시간에 따른 변위, 속도 및 이들의 상호충돌시의 충격응답특성을 구하였다. 시스템의 모델은 단순화된 진동-충격 시스템이고 입력신호는 불규칙 가진신호이다. 개발된 수치적 방법의 유효성을 입증하기 위하여 주어진 진동-충격시스템에 불규칙 입력이 주어진 경우에 대해 알려진 Wood & Byrne⁽⁸⁾이 해석적으로 구한 결과값과 비교하였다. 이 비교로서 제시된 수치적 방법이 진동-충격 시스템의 충격응답을 구하는데 있어 알려진 해석적 방법에 비해 보다 실제적이고 유효하게 시스템의 응답을 구할 수 있음을 보이고자 하였다.

2. 시스템의 운동방정식

Fig. 1은 본 연구에서 사용된 단순 진동-충격시스템이다. 여기서 주시스템은 양쪽에 구속력을 가지고 주어진 가진형태에 따라 작동하며, 부시스템은 주시스템의 양 구속력 사이를 반복적으로 충돌하면서 왕복운동을 한다. 부시스템의 운동은 주시스템과의 충돌에 의해 생기며 충돌후의 이들 속도는 반발계수에 의해 정해진다. Fig. 1에서와 같이 주시스템의 변위를 $x(t)$, 부시스템의 변위를 $y(t)$, 주시스템과 부시스템의 간격을 d 로 나타낸다. 또한 주시스템의 속도를 $u(t)$, 부시스템의 속도를 $v(t)$ 로 나타내며 이들 사이의 충돌시의 반발계수를 e 로 한다. Fig. 1의 시스템에서 주시스템

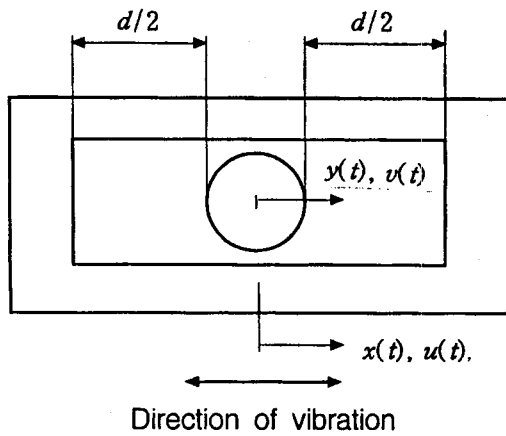


Fig. 1 The simple vibro-impact system studied

의 질량은 부시스템에 비해 매우 커 충돌전후에 주시스템의 속도는 변하지 않는다고 가정한다. i 번째의 충돌이 일어났을 때 부시스템의 충돌후 속도 v_i' 는 주시스템의 속도를 u_i , 부시스템의 충돌 전 속도를 v_i 라 하면 식 (1)과 같이 구해진다.

$$v_i' = -ev_i + (1+e)u_i \quad (1)$$

부시스템의 속도가 주시스템 양벽사이 직선운동, 즉 충돌사이의 운동중에는 변하지 않는다고 보면 부시스템의 $(i-1)$ 번째의 충돌 후 속도, 즉 v'_{i-1} 는 i 번째의 충돌 전의 속도 v_i 와 같으므로 식 (1)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$v_i = -ev'_{i-1} + (1+e)u_i \quad (2)$$

주시스템과 부시스템의 충돌은 이들 변위의 차가 $d/2$ 가 되면 일어나게 된다. 좌 또는 우벽의 충돌 사이에서 부시스템의 속도는 일정하므로 i 번째 충돌이 일어나는 시점에서는 다음 조건식이 만족되어야 한다.

$$|y_{i-1} + v'_{i-1}(t_i - t_{i-1}) - x_i| = d/2. \quad (3)$$

충돌시간 t_i 는 식 (3)으로 부터 정해지고 이 시간에서의 부시스템의 충돌후 속도 v_i 는 식 (2)으로 부터 구할 수 있다. 따라서 주시스템의 변위 및 속도가 주어지면 부시스템의 변위, 속도 등을 식 (2)와 식 (3)으로부터 구하고 이들 값을 다음

충격시간에서의 입력값으로 넣으므로 계속해서 새로운 변위 및 속도를 얻을 수 있게 된다. 이들의 시간에 따른 속도, 변위의 값 즉 시간이력곡선으로부터 충격에 관련된 인자들, 즉 주 및 부시스템의 충돌전후의 속도, 충돌사이의 시간 및 접근속도 등을 구할 수 있게 된다. 여기서 접근속도는 주시스템과 부시스템 사이의 상대속도를 말하는 것으로 충격크기를 나타내는데 사용된다.

3. 운동방정식의 무차원화

수치계산의 편의를 위해 운동의 지배방정식을 무차원화 한다. 속도는 주시스템의 RMS(root mean square)속도 σ 로, 변위는 간격 d 나누고, 시간은 주파수 ω_d 를 곱하여 각각 무차원화 한다. 여기서 ω_d 는 주어진 입력함수가 정현파 운동일 경우 정현파의 주파수이나 불규칙 진동의 경우 주파수 대역폭(frequency band)에서의 최고 주파수로 정의된다. 이들 값으로 식 (2) 및 (3)을 무차원화하여 식 (4) 및 식 (5)을 얻는다.

$$v_i^* = -ev^*_{i-1} + (1+e)u_i^* \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & |y^*_{i-1} + (\sigma/d\omega_d)v^*_{i-1} \cdot \\ & (t^*_i - t^*_{i-1}) - x^*_i| = 1/2. \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 $x^* = x/d$, $u^* = u/\sigma$, $y^* = y/d$, $v^* = v/\sigma$ 및 $t^* = \omega_d t$ 이다.

주시스템에 주어지는 입력으로는 정현파의 경우 일정 진폭과 주기를 가진 정현함수로, 불규칙의 경우 0에서 최대 주파수 ω_u 까지의 주파수 성분을 가진 정현함수의 합으로 주어질 수 있다. 만약 입력속도를 $u(t)$ 라 하면

$$u(t) = \sigma\sqrt{2/N} \sum_{k=1}^N \cos(\omega_k t + \phi_k) \quad (6)$$

가 된다. 여기서 ω_k 및 ϕ_k 는 주파수 및 위상으로 정현입력에서는 일정 값이 되고 불규칙입력의 경우 임의의 무작위(random)의 값이 된다. 또한 N 은 불규칙함수를 만드는데 사용되는 정현함수의 수이다. 입력속도의 식 (6)을 무차원화하면 식 (7)을 얻는다

$$u^*(t^*) = \sqrt{2/N} \sum_{k=1}^N \cos(\omega_k^* t^* + \phi_k) \quad (7)$$

여기서 $\omega^* = \omega/\omega_d$ 이다. 무차원화된 변위에 대한 식은 무차원화된 속도의 식 (7)을 적분하여 식 (8)과 같이 얻는다.

$$x^*(t^*) = (\sigma/d\omega_d)[\sqrt{2/N} \times \sum_{k=1}^N \sin(1/\omega_k^* t^* + \phi_k)] \quad (8)$$

여기서 $\sigma/d\omega_d$ 는 불규칙입력함수의 무차원화 과정에서 생긴 함수로 진폭의 크기에 해당하는 무차원수이다. 이를 식 (9)에서와 같이 R 로 두고 진폭척도변수(amplitude scaling parameter)라 부른다.

$$R = d\omega_d/\sigma. \quad (9)$$

4. 불규칙 입력함수

불규칙입력은 예로서 자동차가 도로상에 운전될 때 자동차에 가해지는 입력의 형태로 주파수 스펙트럼에서 어떤 주파수 구간까지 주파수 성분의 분포가 균일하다. 이러한 형태를 가진 입력 함수를 만들기 위해 주파수 0에서부터 어떤 상한 주파수, ω_u 까지 균일하게 분포된 주파수 스펙트럼을 생각한다.

Shinozuka와 Jan⁽¹¹⁾은 파워스펙트럼 밀도 $S_0(\omega_k)$ 가 주파수 대역폭 $\omega_k = \Delta\omega(k-1/2)$ 에 걸쳐 균일하게 분포된 시간에 따른 불규칙속도 $u(t)$ 를 만드는 다음과 같은 식을 제시하였다.

$$u(t) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^N [S_0(\omega_k)\Delta\omega]^{1/2} \cos(\omega_k t + \phi_k). \quad (10)$$

여기서 $\Delta\omega = \omega_u/N$ 이고 ω_k 항은 $\omega_k = \omega_k + \delta\omega$ 로 표시된다. $\delta\omega$ 는 $\pm 0.05\Delta\omega$ 의 범위 내에서의 불규칙변수(random variables)로 불규칙시간이력곡선을 만들 때 주기성을 없애기 위해 삽입된 값이다. 식 (10)에서의 ϕ_k 도 불규칙변수로 0에서 2π 에 걸쳐 균일하게 분포된 값이다.

만약 구하고자 하는 속도스펙트럼이 어떤 상한 주파수 ω_u 까지 균일하게 분포되었다면 식 (10)

의 $S_0(\omega_k)$ 는 상수가 되고 $\Delta\omega = \omega_u/N$ 이 되므로 식 (10)은 식 (6)과 같이된다. 변위 시간함수를 얻고자 할 때에는 식 (10)을 시간에 대해 적분하면 된다. 불규칙 입력함수로 구해진 속도, 변위 시간이력곡선이 요구되는 스펙트럼 조건을 만족하는가를 확인하기 위해 0에서 어떤 상한주파수 ω_u 까지 균일한 스펙트럼을 가진 시간이력곡선을 만든 후, 이를 Fourier 변환하여 속도와 변위에 대한 파워스펙트럼을 얻었다. 이를 나타낸 Fig. 2의 속도 및 변위스펙트럼을 볼 때 시간이력의 입력함수가 요구되는 주파수 스펙트럼 성분을 가지고 있음을 알 수 있다.

5. 진행방정식의 수치계산

무차원시간에서의 시스템 응답을 수치적으로 구하기 위하여 이상의 진행방정식과 시스템의 충격 조건 등을 이용한 FORTRAN 프로그램을 작성하였다. 프로그램에서 무차원 속도, 변위는 식 (7) 및 (8)로, 충돌후의 운동은 식 (4)로 그리고

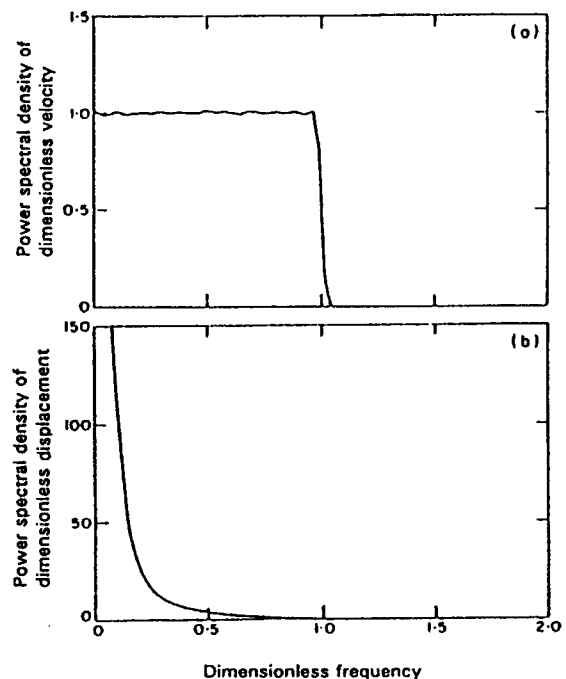


Fig. 2 Power spectral density of the dimensionless velocity (a) and the dimensionless displacement (b) of the randomly driven primary system

충돌시의 시간은 식 (5)의 충돌조건으로부터 각각 구하였으며 이들로부터 충격매개변수인, μ 또는 부시스템의 충돌 전후의 속도, 변위, 충격시간 등을 구하였다. 불규칙속도에 대한 식 (8)에서 정현파 기본주파수의 개수인 N 은 그 수가 증가할수록 불규칙성분이 커지나 N 이 20인 경우 만족할 만한 불규칙 신호를 얻을 수 있었다. 무작위 값으로 주어지는 주파수 ω_k , 및 위상 ϕ_k 는 무작위수 생성서브루틴에서 얻었다.

충격이 일어날 때의 무차원 시간의 값은 반 간격 검색방법(the half-interval search method)에 의해 구하였다. 즉 두 시스템의 접촉점에서의 상대변위의 값이 양수 또는 음수인가에 따라 현재의 시간에서 시간 간격의 반을 더하거나 빼는 방법으로 검색을 계속하다 상대변위가 주어진 허용치에 달하면 충격이 일어난 것으로 하고, 그때 시간에서의 속도와 변위를 구하였다. 그밖에 충돌간의 시간간격, 접근속도, 즉 주시스템과 부시스템의 충돌직전의 상대속도는 시간이력곡선에서의 변위, 속도로부터 계산에 의해 구하였다. 불규칙가진의 경우 유효한 통계적 값을 얻기 위해 각 충돌점에서의 충돌회수를 10,000회로 하였으며 표준 IMSL 프로그램을 이용 이들에 대한 히스토그램을 얻었다. 이상의 과정을 거쳐 얻은 주 및 부시

스템의 시간에 따른 속도 및 변위를 예로서 $e=0.9$, $R=10$ 인 경우에 대해 구한 Fig. 3에 나타냈다.

6. 시스템 응답결과

주시스템에 가해지는 불규칙 속도 및 변위 입력에 대한 부시스템의 운동을 이상의 프로그램을 통

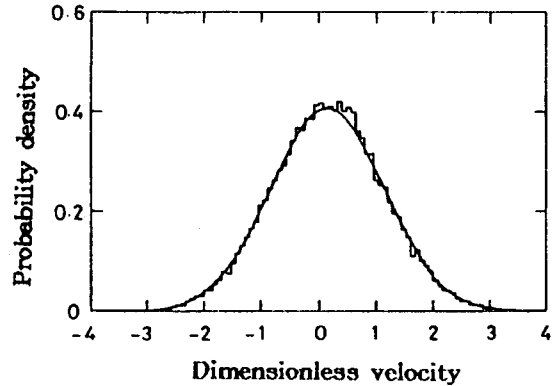


Fig. 4 Normalized frequency of occurrence data and the fitted normal probability density function for the dimensionless velocity of the randomly driven mass at impact $e=0.9$ and $R=10.0$

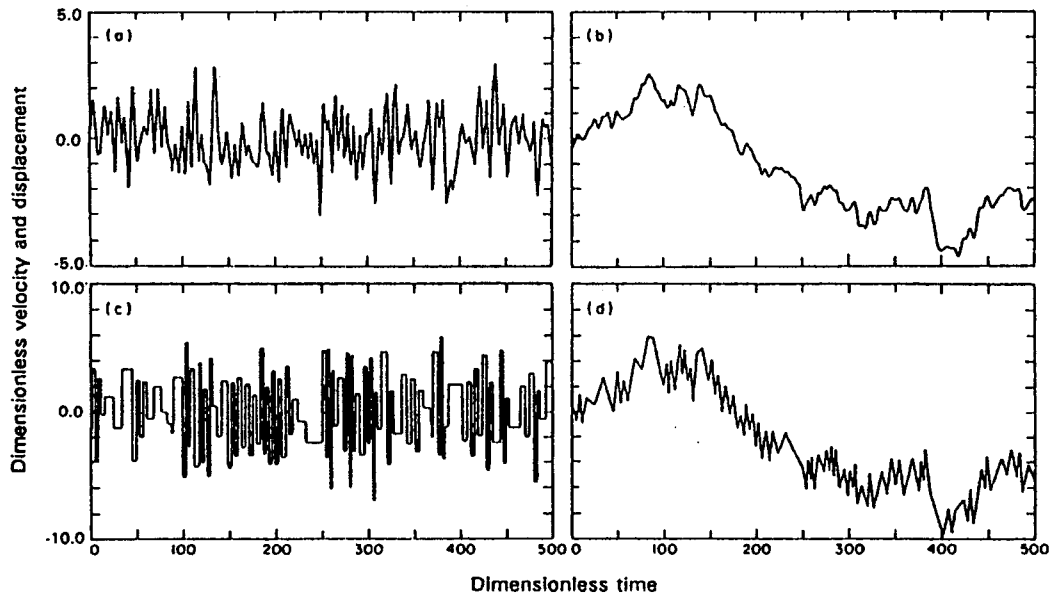


Fig. 3 Sample time histories of the dimensionless velocity and dimensionless displacement of the randomly driven system (a) and (b) and the secondary (c) and (d) $e=0.9$ and $R=10$

해 구하였다. 먼저 시스템의 충돌에 따른 시간이력곡선을 구하고 이로부터 충격에 관련된 변수들 즉, 주시스템의 충돌시 속도, 부시스템의 충돌후 속도, 접근속도 및 충돌간 시간을 구하였다.

Fig. 4의 히스토그램은 수치해석으로 얻어진 주시스템의 충돌시 속도에 대한 한 예를 나타낸 것이다. 이 히스토그램에 대해 근접(fitting)되는 곡선을 찾아본 결과 식 (11)로 표시되는 표준정규분포곡선이 이 히스토그램과 일치함을 얻었다.

$$f(x) = (1/\sigma\sqrt{2\pi})e^{-(1/2)(x-\mu)/\sigma^2} \quad (11)$$

이 히스토그램과 이에 대응하는 표준정규분포곡선을 Fig. 4에서 히스토그램과 함께 나타냈다. 여

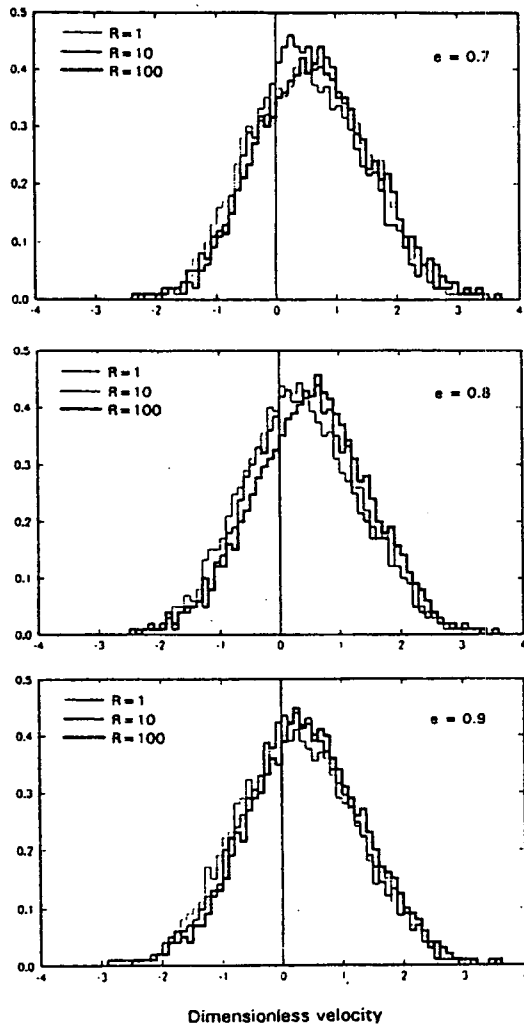


Fig. 5 Standard histogram of the dimensionless velocity of the primary system at impact

기서 이 히스토그램과 근접되는 곡선의 분포가 표준정규분포의 값으로 될 것이라는 것은, 주시스템에서의 입력신호가 표준정규분포의 값으로 주어졌기 때문 충돌시 주시스템 속도도 표준분포가 될 것으로 예기될 수 있다. 그러나 주시스템의 표준분포의 평균속도가 0인데 비해 충돌시의 주시스템의 평균속도는 0이 아닌 어떤 값을 가지고 있는데 이러한 0이 아닌 값 때문에 운동과정이 계속되는 것이다. Fig. 5는 주시스템의 충돌시 속도를 반발계수와 진폭척도변수 R에 따라 나타낸 것이다. Fig. 5(a), (b) 및 (c)의 비교에서 보면 같은 R에서 반발계수가 작을수록 충돌시 주 시스템속도가 커지는데, 이는 반발계수가 작을수록 충돌시 손실에너지가 크고 따라서 주시스템에서의 속도가 커지기 때문이다. 이들의 평균 및 RMS 값은 Fig. 6에 나타나 있다.

부시스템의 충돌후 속도를 반발계수 및 진폭척도변수 R에 대해서는 Fig. 7에, 평균 및 RMS

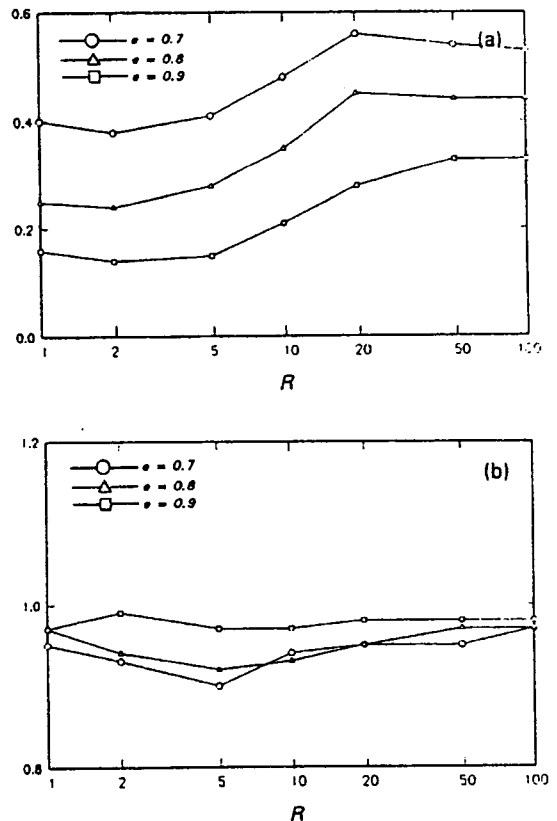


Fig. 6 Mean (a) and standard deviation (b) of the dimensionless velocity of the primary system at impact

값은 Fig. 8에 각각 나타났다. 부시스템 충돌 후 속도의 Fig. 7 및 8에서 보면 속도가 반발계수 e 가 커질수록 증대하는데 이것은 e 가 클수록 충돌 후 속도가 커지고 따라서 부시스템 속도가 증대하기 때문이다. Fig. 8의 평균 및 RMS 값에서 R 의 값이 작을 경우 이것은 간격 d 가 작을 경우에 해당하는 것으로 이때는 부시스템의 속도가 주시스템의 속도가 거의 같아짐을 알 수 있다.

접근속도, 즉 주시스템과 부시스템의 충돌 전 상대속도를 반발계수 및 진폭척도변수로 Fig. 9에 나타냈고 이들의 평균 및 RMS 값은 Fig. 10에 나타났다. Fig. 10에서 보면 접근속도의 평균값과 RMS값은 R 이 크게 되면 일정한 값으로 유지됨

을 알 수 있다. 일정한 값으로 유지되어지는 것은 반발계수 e 의 값에 따라서도 달라지게 되는데 e 가 작을수록 R 의 작은 값에서 수렴되어진다. 또한 평균값과 RMS값은 R 이 50을 넘어서면 크게 변화하지 않는 것을 알 수 있다. 여기서 R 이라는 것은 식 (9)에 정의된 바와 같이 무차원 진폭 또는 간격의 척도로서 간격이 커질수록 R 의 값도 커진다. 따라서 간격 d 가 주시스템의 변위의 측정 척도가 되는 σ/ω_n 의 50배가 되면 부시스템의 운동은 주시스템의 운동과 상관관계가 희박하게 됨을 알 수 있다. 반대로 R 이 0인 경우는 주시스템과 부시스템과의 간격이 0인 경우로 이 때는 주시스템과 부시스템의 운동이 같아진다.

충격간의 시간은 한 충격과 다음 충격이 일어나는 시간을 나타내는 것으로 충격간 시간이 짧을수록 더 많은 충격이 일어나게 된다. 충격간 시간을 반발계수와 진폭척도변수에 대해 나타낸 것은

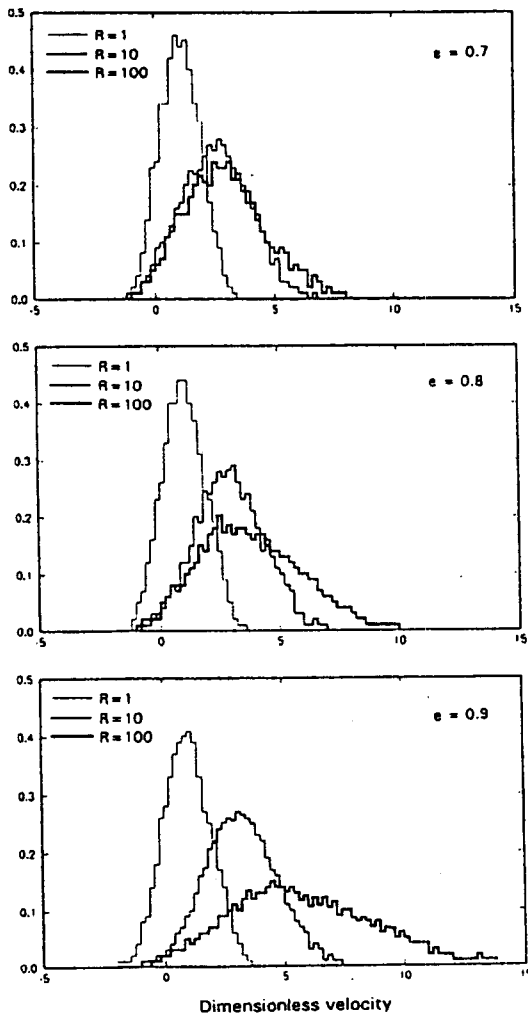


Fig. 7 Standard histogram of the dimensionless velocity of the secondary system after impact

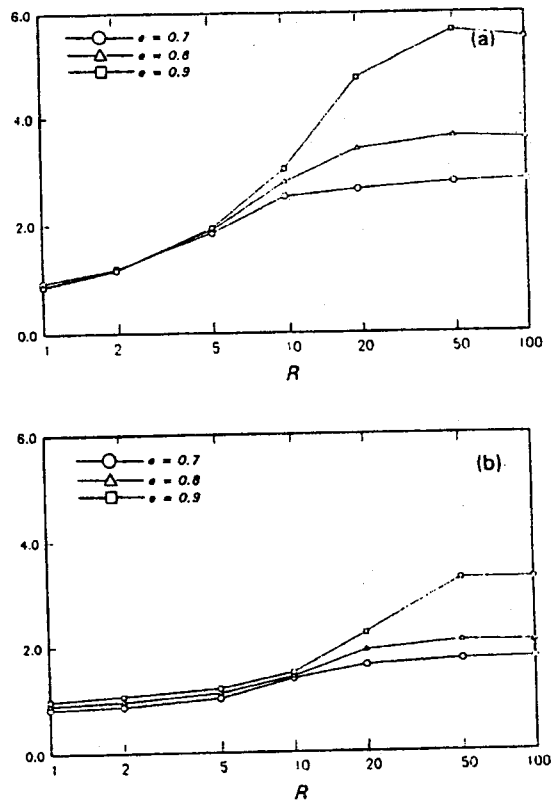


Fig. 8 Mean (a) and standard deviation (b) of the dimensionless velocity of the secondary system after impact

Fig. 11에 평균 및 RMS값은 Fig. 12에 각각 나타냈다. 이들 그림에서 충격간 시간은 반발계수가 작을수록 진폭척도변수 값이 클수록 증가하는 것을 알 수 있다. 이는 반발계수가 작으면 충돌 후 속도가 작아지는 경우로 따라서 충격간 시간의 커지고, 진폭척도변수가 크면 간격이 커지는 경우로 따라서 충격간 시간이 커지게 된다.

충격간 시간의 Fig. 11에서 시간이 매우 작은 구간에서 피크(peak)가 생기는 것은 흥미있는 결과이다. 이것은 실제 부시스템이 주시스템 사이벽을 왕복하는데 걸리는 시간보다 작은 값으로 한 쪽 벽에서 연속적인 충돌이 일어남을 보여주는 것이다. 이 현상은 Fig. 2의 시간이력곡선에서도 발견되는데, 부시스템이 충돌후에도 변위의 방향이 변하지 않고 같은 방향을 진행하는 점이 이 경우

에 해당한다. 이 현상은 Fig. 11에서 보면 반발계수가 작을수록 진폭척도변수 값이 커질수록 많이 나타나는데 이 경우 부시스템의 속도가 작아지게 되고 따라서 주시스템에 의한 반복적 충격이 일어날 확률이 더 높아지기 때문이다.

7. 응답결과의 분석

단순 충격시스템모델에서의 불규칙입력에 대한 시스템의 응답으로 Wood & Byrne⁽⁸⁾이 해석적으로 구한 결과가 있다. 이들은 충돌전후의 속도, 접근속도 등의 충격매개변수에 대하여 통계적 확률분포곡선으로 이들의 크기를 나타냈다. Wood & Byrne의 모델은 본 연구에서의 충격모델에서 진폭척도변수 R 이 무한히 클 경우에 해당하며 따라서 Wood & Byrne의 결과 값과 본 수치해석에서 큰 R 값에 대해 상호 비교한다.

주시스템의 충돌시 속도를 반발계수 $e = 0.7$,

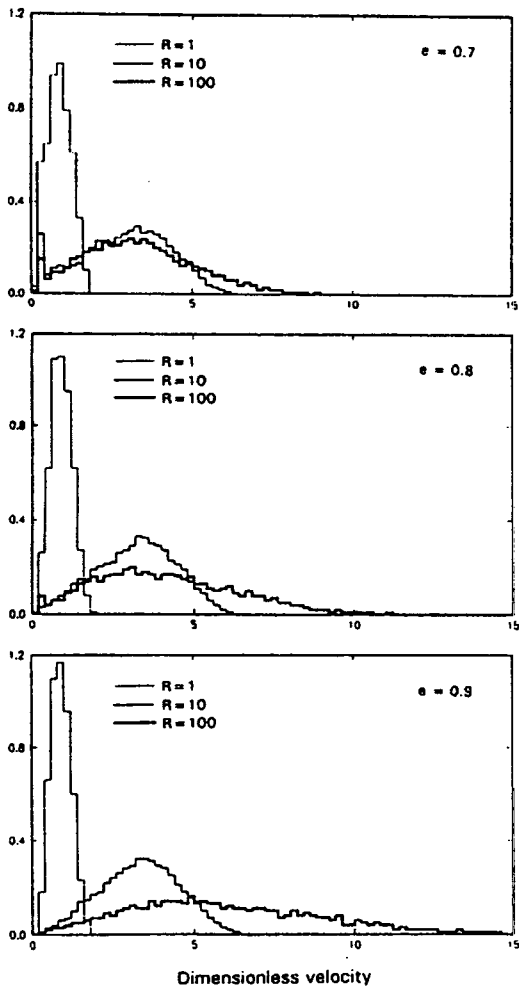


Fig. 9 Standard histogram of the dimensionless closing velocity

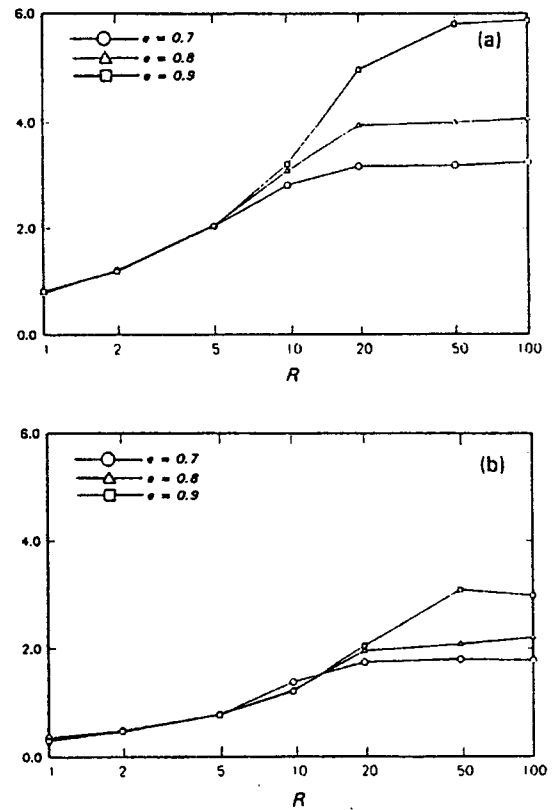


Fig. 10 Mean (a) and standard deviation (b) of the dimensionless closing velocity

0.8, 0.9에 대해 해석적으로 구한 확률분포곡선 (Wood & Byrne 결과)과 본 연구에서의 수치해석으로 구한 히스토그램을 Fig. 13에 함께 나타냈다. Fig. 13에서 수치해석에서의 히스토그램 결과와 해석적으로 얻은 확률분포곡선이 서로 잘 일치함을 알 수 있다. Fig. 14는 부시스템의 충격 후 속도에 대한 비교를 나타낸 것이다. Fig. 14의 해석적인 확률분포곡선에서 음 영역의 속도에 대해서는 값이 나타나 있지 않음을 볼 수 있다. 이는 해석적 풀이를 위해 세운 가정, 즉 충돌 후 부시스템의 속도의 방향이 바뀌고 따라서 주시스템 한쪽 벽에서의 연속적 충격은 일어나지 않는다는 가정 때문에 부시스템의 속도에서의 음의 값이 존재

하지 않기 때문이다. 그러나 수치적인 방법으로 구하는 해에서는 이러한 가정을 하지 않아도 되었으며 따라서 음 속도영역에서의 확률분포곡선을 얻을 수 있다. 음 영역을 제외하고는 해석적인 해와 수치적인 해가 잘 일치됨을 알 수 있다. 접근 속도에 대한 수치 및 해석적 결과의 비교는 Fig. 15에 나타낸다.

Fig. 16은 충돌후 부시스템의 속도를 몇 개의 R 값에 대하여 반발계수의 함수로 나타낸 곡선이다. 여기서 R 은 진폭척도변수로 주 및 부시스템의 무차원 간격을 나타내는 값으로 R 이 커지면 부시스템의 운동이 주시스템의 운동과 상관관계가 없어지는 경우로서 Wood & Byrne에서 정의한 시스템과 같게 된다. 이 비교에서 보면 R 의 값이 100이상 이 되면 Wood & Byrne에서의 충격시스템에 해당하며 이 때의 수치적인 응답 결과는 해석적인 응답결과와 잘 일치함을 알 수 있다.

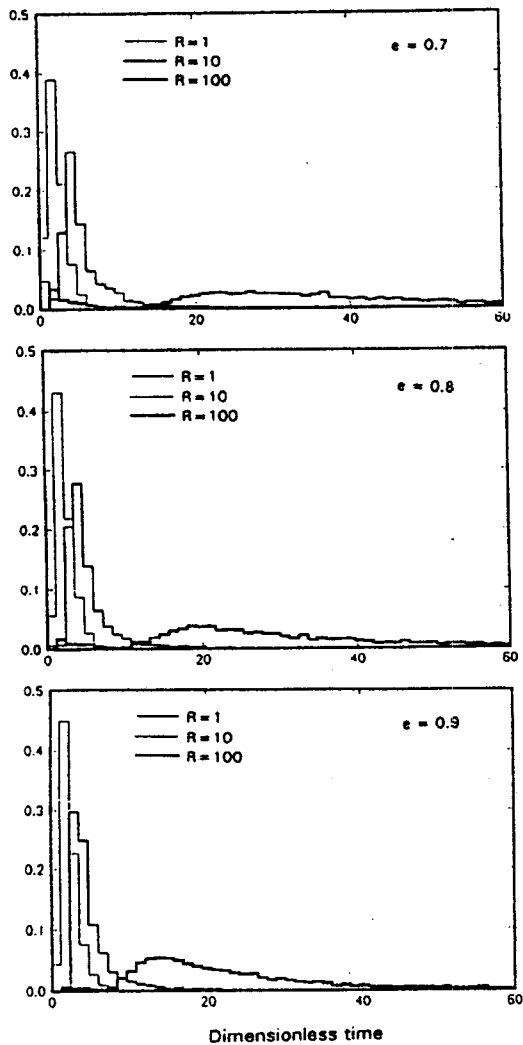


Fig. 11 Standard histogram of the dimensionless time between impacts.

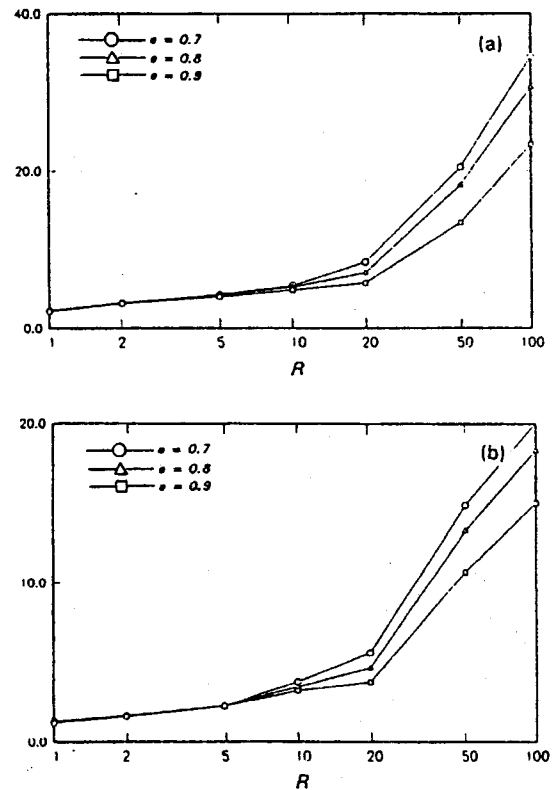


Fig. 12 Mean (a) and standard deviation (b) of the dimensionless time between impacts.

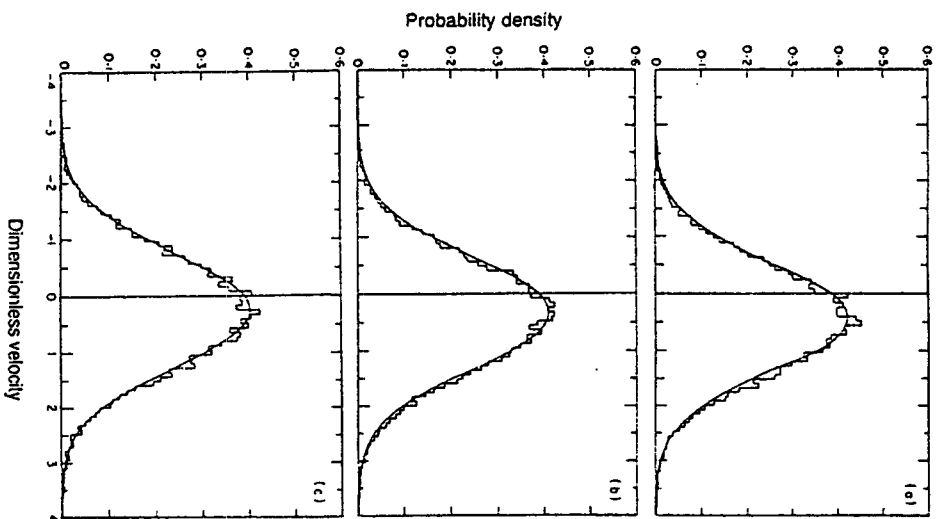


Fig. 13 Comparison of the theoretical probability density functions with the simulation derived standard histograms for the dimensionless velocities of the randomly driven primary system at impact $R=100$ (a) $e=0.7$, (b) $e=0.8$, (c) $e=0.9$

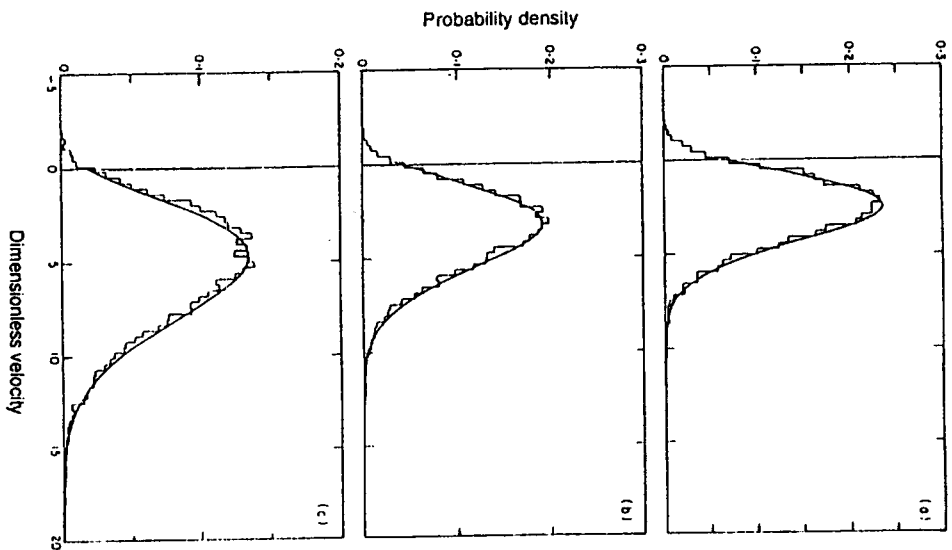


Fig. 14 Comparison of the theoretical probability density functions with the simulation derived standard histograms for the dimensionless secondary velocity after impact $R=100$ (a) $e=0.7$, (b) $e=0.8$, (c) $e=0.9$

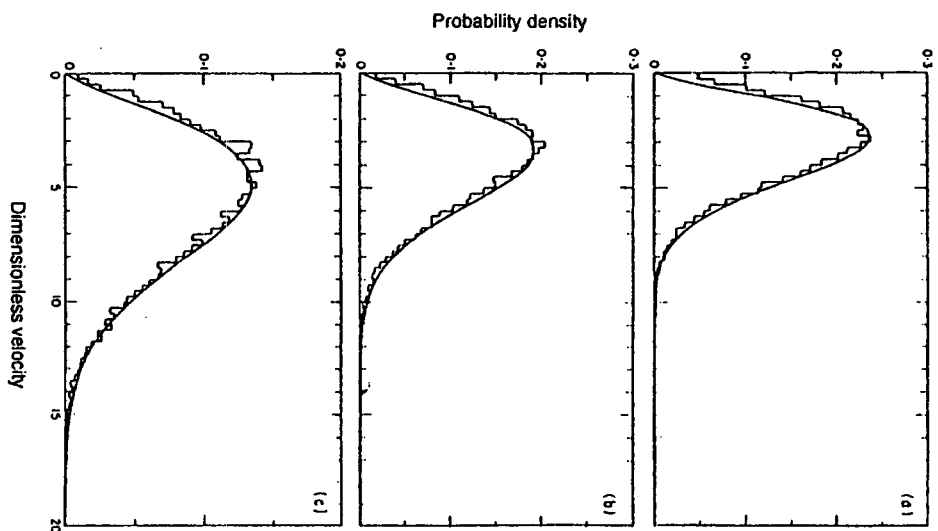


Fig. 15 Comparison of the theoretical probability density functions with the simulation derived standard histograms for the dimensionless closing velocity. $R=100$ (a) $e=0.7$, (b) $e=0.8$, (c) $e=0.9$

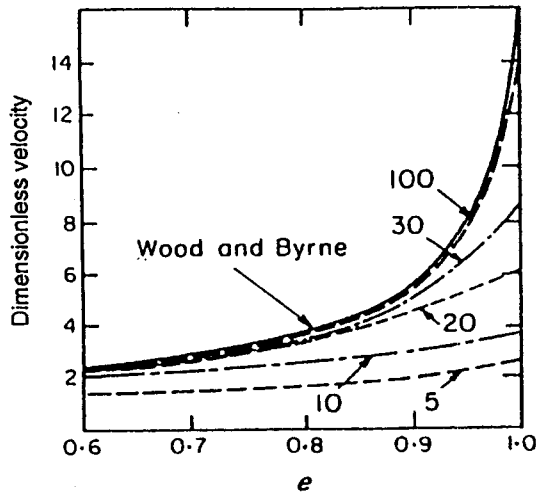


Fig. 16 Dimensionless mean velocities to the secondary system after impact along with the theoretically derived results for various value of R

8. 결 론

단순 진동-충격시스템에서의 불규칙가진에 의한 시스템의 응답을 구하기 위해 이 시스템을 지배하는 운동방정식을 세우고 수치적 방법으로 그 해를 구하였다. 시스템에서 정의되는 변수로서 반발계수 e , 진폭척도변수 R , 주시스템의 속도, 주파수, 및 주시스템과 부시스템의 간격이었고 이들 변수에 대해 불규칙입력이 주어질 때에 대한 응답결과를 구하였다. 수치적으로 구한 응답결과에 대한 분석을 위해 Wood & Byrne⁽⁷⁾이 구한 해석적인 결과와 상호 비교하였다.

Fig. 16에서 볼 때 수치적 응답 특성이 진폭척도변수 R 의 값이 100을 넘을 때 Wood에서 구한 결과와 잘 일치하였다. 이것은 Wood & Byrne의 모델이 본 연구에서의 단순진동시스템모델에서의 R 의 값이 큰 경우에 해당하는 것으로 이들 비교로부터 개발된 수치적 해석프로그램이 불규칙가진의 단순진동시스템의 응답을 구하는데 유효하게 사용될 수 있음을 알 수 있다. 또한 제시된 진폭척도변수 R 의 각각에 대한 시스템의 응답값을 구하므로 Wood & Byrne의 모델에서 구할 수 없었던 임의의 간격을 가진 진동-충격시스템에 대한 충격응답을 구하는 것이 가능하게 되었다. 또한 해석적방법에서 제한된 가정으로 인해 구할 수 없었던 연속충격의 경우에 대한 응답값을 구할 수 있게 되었다. 본 연구에서 구한 응답의 결과는 작은 간격을 가진 두 시스템이 진동에 의해 충격

을 받을 때 접촉점에서의 동적 특성을 구하는데 적용할 수 있다.

참 고 문 헌

- (1) Lieber, P. and Jenson, D. P., 1945, "An Acceleration Damper: Development, Design and Some Applications," Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Vol. 67, pp. 523~530.
- (2) Masri, S. F., 1970, "General Motion of Impact Dampers," *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 47, pp. 229~237.
- (3) Masri, S. F., 1967, "Electric Analog Studies of Impact Dampers," *Experimental Mechanics*, February, pp. 49~55.
- (4) Bapat, C. N. and Popplewell N., 1983, "Stable Periodic Vibro-Impacts of an Oscillator," *Journal of Sound and Vibration* Vol. 87, pp. 41~59.
- (5) Masri, S. F. and Caughey, T. K., 1966, "On the Stability of the Impact Damper," *Journal of Applied Mechanics*, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Vol. 33, pp. 586~596.
- (6) Bapat, C. N. and Popplewell, N. 1983, "Stable Periodic Motions of an Impact-pair," *Journal of Sound and Vibration* Vol. 87, pp. 19~40.
- (7) Masri, S. F. and Ibrahim, A. M., 1973, "Response of the Impact Damper to Stationary Random Excitation," *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 53, pp. 200~211.
- (8) Wood, L. A. and Byrne, K. P., 1981, "Analysis of a Random Repeated Impact Process," *Journal of Sound and Vibration*, Vol 78, pp. 329~345.
- (9) Wood, L. A. and Byrne, K. P., 1982, "Experimental Investigation of a Random Repeated Impact Process," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 85, pp. 53~59.
- (10) Jing, H. S. and Shen, K. C., 1990, "Exact Stationary Solutions of the Random Response of a Single-Degree of Freedom Vibro-Impact System," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 141, pp. 363~372.
- (11) Shinozuka, M. and Jan, C. M., 1972, "Digital Simulation of a Random Repeated Impact Process," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 25, pp. 111~128.