

〈논 문〉

## 불균일 트랜스듀서 감도를 갖는 평면 배열의 빔 설계 기법

### A Beam Design Method for Planar Array with Unequal Transducer Sensitivities

조 치 영\* · 권 오 조\*

Joh, Chee Young and Kwon, O-Cho

(1998년 3월 25일 접수 : 1998년 7월 8일 심사완료)

**Key Words :** Planar Array(평면 배열), Beam Design(빔 설계), Transducer(트랜스듀서), Weighting(가중치)

#### ABSTRACT

In this paper, a beam design method is presented for the planar array with unequal transducer sensitivities. Basically the proposed method consists of two steps. At first, the optimum weightings are designed with the assumption that all array elements have an uniform sensitivity. Next, the compensated weightings for the unequal transducer sensitivities can reversely be determined from an inverse problem utilizing the design beam pattern evaluated by the predetermined optimal weightings. A numerical example is included to illustrate the proposed method.

#### 1. 서 론

음파를 송신 또는 수신하는 음향 트랜스듀서는 하나의 센서만으로는 원하는 특성을 구현하기가 곤란하므로 동일한 센서를 특정한 형태로 배열하여 설계한다. 그리고 각 센서에 크기와 위상이 서로 다른 상대적인 가중치를 부여하여 설계하고자 하는 빔 패턴을 구현한다. 그런데 실제 트랜스듀서의 설계, 제작, 조립 과정에서의 오차뿐만 아니라 모든 센서의 동특성의 불균일에 의해 빔 패턴이 예상치과는 다르게 설계되는 경우가 많다. 이는 이론적으로 계산된 가중치와 위상 지연 값이 모든 진동체의 동특성, 즉 감도가 균일하다는 가정하에서 설계되었는데 감도 불균일 오차에 의해 결국 가중치 오차

가 발생하기 때문이다.

그 동안 많은 학자들이 불규칙한 가중치 및 위상 지연 오차가 평면 및 선배열의 빔 패턴에 미치는 영향에 대한 이론적인 연구를 수행하였다<sup>(1,2)</sup>. 만약 단일 센서의 감도가 균일하지 않다면 대칭성이 파괴되고 빔 패턴의 부엽 준위 수준이 커진다. 따라서 각 센서의 동특성을 측정하여 이들의 영향을 고려할 수 있는 가중치 설계 기법이 필요하다.

임의의 배열형태를 갖는 트랜스듀서의 빔 패턴에 대한 빔 폭, 부엽 준위 수준, 지향성, 잡음 수준 등의 설계 인자를 최대화 또는 최소화시키는 가중치 설계에 관한 이론적인 기법은 많이 개발되어 왔다<sup>(3,4)</sup>. 따라서 만약 모든 센서의 감도가 균일하다면 잘 알려진 해석적인 기법을 통하여 주어진 빔 폭 및 부엽 준위 수준을 구현하는 최적의 가중치를 찾을 수 있다. 그러나 각 구성 센서의 감도가 다를 경우는 기존의 개발된 가중치 설계 기법을 직접 적

\* 정희원, 국방과학연구소 수중음향센서 연구실

용하기는 곤란하다.

본 논문에서는 불균일 센서 감도를 갖는 평면 배열 트랜스듀서의 최적 빔 설계를 위한 가중치 설계 기법을 제시하였다. 제안된 방법은 기본적으로 2단계로 구성되어 있다. 먼저 모든 센서는 같은 감도를 가진다고 가정하고 최적 가중치를 설계한다. 다음 센서의 불균일 감도를 보상하는 보상 가중치는 미리 결정된 최적 가중치로부터 계산되는 빔 패턴을 활용하여 역으로 결정된다. 제안된 방법을 설명하기 위하여 불균일 센서 감도를 갖는 7×7의 평면 배열에 대한 예제 모델에 대해 가중치 설계를 수행하였다.

## 2. 평면배열의 빔 패턴

Fig. 1에 있는 것처럼 XY평면에 L개의 트랜스듀서가 배열된 평면 배열을 고려하자. 원거리 음장 빔 패턴  $p(\phi, \theta)$ 은 다음 식으로 표현된다.

$$p(\phi, \theta) = \sum_{i=1}^L S_i E_i e^{j(k_x x_i + k_y y_i)}$$

$$k_x = \frac{2\pi}{\lambda} (\sin \theta \cos \phi), k_y = \frac{2\pi}{\lambda} (\sin \theta \sin \phi) \quad (1)$$

여기서  $j$ 는 허수단위 ( $=\sqrt{-1}$ ),  $S_i$ 는 각 센서의 감도,  $E_i$ 는 가진 전압,  $(x_i, y_i)$ 는  $i$ 번째 센서의 좌표,  $\phi$  및  $\theta$ 는 극좌표 및 방위각,  $\lambda$ 는 작동 파장을 나타낸다. 그리고 가진전압  $E_i$ 는 복소수 값으로 다음과 같이 표현된다.

$$E_i = E_i^R + jE_i^I = E_m e^{j\tau_i}$$

$$E_m = \sqrt{(E_i^R)^2 + (E_i^I)^2}, \tau_i = \tan^{-1} \left( \frac{E_i^I}{E_i^R} \right) \quad (2)$$

여기서 하첨자  $R$  및  $I$ 는 실수부 및 허수부를 나

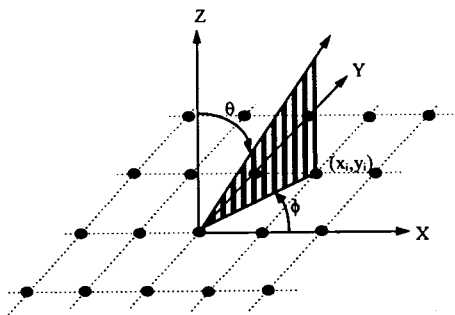


Fig. 1 Geometry and coordinate system of a planar array

타내며,  $E_{mi}$  및  $\tau_i$ 는 각각 크기와 위상 분포를 나타낸다.

만약 모든 센서의 특성이 같지 않다면, 감도  $S_i$ 는 복소 표기법으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S_i = S_i^R + jS_i^I = S_0(1 + \alpha_i)e^{j\beta_i} \quad (3)$$

여기서  $S_0$ 는 센서의 설계 감도이며,  $\alpha_i$  및  $\beta_i$ 는  $i$ 번째 센서의 감도의 크기 및 위상 성분의 편차량을 나타낸다. 여기서 센서간의 크기 및 위상 오차에 대한 상호 관계는 없다고 가정한다.

흔히 빔 패턴의 특성은 빔 폭, 즉 주빔의 -3 dB에 해당되는 각도와 최대 부엽 준위로서 나타낸다. 본 논문에서는 평면 배열의 빔 폭 및 최대 부엽준위 값을 수치적인 시뮬레이션으로 계산하기 위하여 아래에 기술된 방법 및 절차에 따라 컴퓨터 프로그램을 작성하여 수행하였다. 먼저 Fig. 2에서처럼 극좌표  $\phi$ 를  $m$ 등분 하고 즉,  $\phi_i, i=1, 2, \dots, m$ , 또 방위각  $\theta$ 를  $n$ 등분 즉,  $\theta_k, k=1, 2, \dots, n$ 에서의 빔 패턴 값으로부터 빔 폭 및 최대 부엽 준위는 다음 절차에 따라 추정할 수 있다.

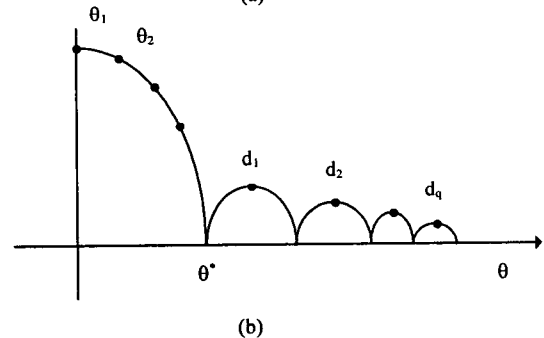
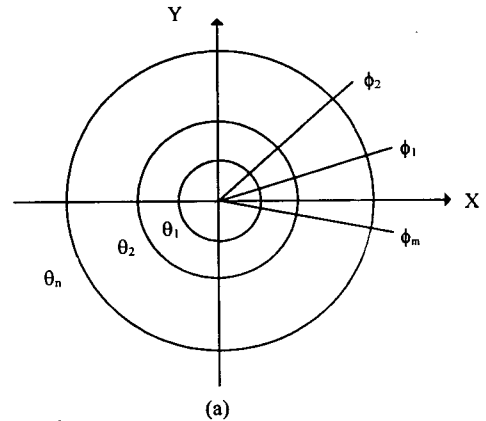


Fig. 2 Samplings for beam pattern simulation (a) XY plane view. (b) XZ plane view

(1) 임의의 각  $\phi_i$ 에서 다음 식과 같이  $p(0, 0)$  값으로 정규화된 빔 패턴을 dB값으로 계산한다.

$$P(\phi_i, \theta_k) = 20 \log_{10} \left| \frac{p(\phi_i, \theta_k)}{p(0, 0)} \right|; k = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

그리고 그 값이 영인 첫번째 방위각  $\theta^*$ 를 찾는다. 그러나 실제 수치계산에서는 정확히 영이 되는  $p(\theta_k, \phi_i)$  위치는 계산하기 곤란하므로 최소점을 찾으면 된다.

(2) 방위각  $\theta^* \leq \theta \leq \theta_n$  범위 내에 있는 모든 부엽 준위 수준  $d_i, i = 1, 2, \dots, q$ 을 찾은 다음 최대 부엽준위  $\tilde{d}_i = \max\{d_1, d_2, \dots, d_q\}$ 를 구한다.

(3) 임의의 각  $\phi_i$ 에 대해 방위각 범위  $0 \leq \theta \leq \theta^*$  내에서 Newton-Raphson 방법 같은 1차원 근 찾는 알고리즘을 이용하여  $P(\phi_i, \theta_k) = -3$ 을 만족하는 빔 폭  $\tilde{\theta}_i$ 을 구한다.

(4) 극좌표  $\phi_i, i = 1, 2, \dots, m$ 에 대해 (1)~(3)의 과정을 반복하여  $m$ 개의 빔 폭 및 부엽준위 수준  $\tilde{d}_i, \tilde{\theta}_i, i = 1, 2, \dots, m$ 을 결정한다.

(5) 마지막으로 모든  $\theta$  및  $\phi$  영역에서의 최대 빔 폭 및 부엽준위 수준을 다음과 같이 결정한다.

$$\begin{aligned} \psi_{\max} &= 2 \times \max\{\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \dots, \tilde{\theta}_m\} \\ d_{\max} &= \max\{\tilde{d}_1, \tilde{d}_2, \dots, \tilde{d}_m\} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 수치 계산을 위한 측정점  $(\phi_i, \theta_k)$  사이의 최대 간격은 빔 폭보다는 커서는 안된다.

### 3. 빔 설계 절차

일반적으로 가장 최선의 빔 패턴 설계는 주어진 배열의 크기, 형상, 센서의 갯수 등의 제약 내에서 최선의 빔 특성을 구현하는 것이다. 그런데 실제적으로 적용되는 목적에 따라 다양한 설계 사양이 있을 수 있다. 예를 들어 최소의 빔 폭, 최대의 출력, 최소의 부엽 준위 등이다. 그러나 이러한 요구조건을 동시에 만족시키기가 쉽지 않다.

모든 센서가 정상적으로 작동을 하면 잘 알려진 해석적인 기법을 통하여 주어진 빔 폭 및 부엽 준위 수준을 구현하는 최적의 가중치를 찾을 수 있다. 그러나 각 센서의 감도가 균일하지 않다면 대칭성이 파괴되고 빔 패턴의 부엽 준위 수준이 커진다.

그런데 모든 센서의 감도가 균일하다면 잘 알려진 해석적인 기법을 통하여 주어진 빔 폭 및 부엽-준위 수준을 구현하는 최적의 가중치를 찾을 수 있지만, 구성 센서의 감도가 다를 경우는 기존의 개발된 가중치 설계 기법을 직접 적용하기는 곤란하다. 따라서 센서 간도의 불균일을 보상할 수 있는 가중치를 찾을 필요가 있다.

본 논문에서 제안된 방법은 기본적으로 2단계로 구성되어 있다. 먼저 모든 센서는 같은 감도를 가진다고 가정하고 최적 가중치를 설계한다. 다음 센서의 불균일 감도를 보상하기 위한 감도는 미리 결정된 최적 가중치로부터 계산되는 빔 패턴을 활용하여 역으로 결정된다.

#### STEP 1 : 균일감도에 대한 최적 가중치 설계

주어진 빔 폭에 대해서 부엽준위를 최소화하는 최적 가중치  $\{E\}$ 를 결정하는 문제는 다음과 같이 비선형 문제로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize } f(x) &= d_{\max} \\ \text{subject to } \psi_{\max} &\leq \psi_0 \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $\psi_0$ 는 최대허용 빔 폭이며,  $d_{\max}$  및  $\psi_{\max}$ 는 임의의 가중치에서 결정된 최대 부엽 준위이며,  $x$ 는 복소수 값을 갖는 가중치의 실수부와 허수부로 구성된 미지수 벡터이다.

가중치의 조합은 다음과 같이 3가지가 가능하다. 크기 성분만, 위상 성분만 또는 크기/위상 둘 다 설계하는 방법이 있다. 뿐만 아니라, 배열의 형상이 대칭인 경우는 단지 몇 개의 요소만 고려하면 된다. 따라서 크기/위상 조합 및 배열 형상에 따라 미지수는 줄어들어 벡터 식 (6)에 있는 벡터  $x$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x = \{E_1^R, E_1^I, E_2^R, E_2^I, \dots, E_N^R, E_N^I\}^T; N \leq L \quad (7)$$

여기서  $N$ 은 미지수 총 갯수이며, 상첨자  $T$ 는 벡터의 전치를 나타낸다.

그런데 식 (6)은 빔 폭에 대해 부등제약 조건을 포함하고 있으므로 벌칙함수(penalty function)를 사용하여 다음과 같이 제약조건이 없는 최소화 문제로 바꿀 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{minimize } f(x) & \\ = \begin{cases} w_d d_{\max} & ; \text{if } \psi_{\max} \leq \psi_0 \\ w_d d_{\max} + w_\psi (\psi_0 - \psi_{\max})^2 & ; \text{if } \psi_{\max} > \psi_0 \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서  $w_d$  및  $w_v$ 는 목적함수에서 상대적인 비중을 조절하는 변수이다. 이런 최소화 문제를 푸는데는 직접 탐색법 또는 미분법 등의 여러 가지 알고리즘을 이용할 수 있다. 본 논문에서는 단순하고 신뢰도가 높은 Hooke-Jeeves 직접 탐색법을 이용하였다.

**SETP 2 : 불균일 감도에 대한 가중치 보상**

만약 감도가 균일한 즉,  $\alpha_i = \beta_i = 0$  인 경우의 최적 가중치  $\{E\}$ 를 얻었다면,  $M$ 개의 측정점에서의 빔 패턴은 식 (1) 및 (3)을 이용하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \{p\} &= [A]\{E\} \\ \{p\} &= \{p_1(\phi_1, \theta_1), p_2(\phi_2, \theta_2) \dots p_M(\phi_M, \theta_M)\}^T \\ \{E\} &= \{E_1^R + jE_1^I, E_2^R + jE_2^I, \dots, E_L^R + jE_L^I\}^T \\ [A] &= S_0 \begin{bmatrix} e^{j\gamma_{1,1}} & e^{j\gamma_{1,2}} & \dots & e^{j\gamma_{1,L}} \\ e^{j\gamma_{2,1}} & e^{j\gamma_{2,2}} & \dots & e^{j\gamma_{2,L}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e^{j\gamma_{M,1}} & e^{j\gamma_{M,2}} & \dots & e^{j\gamma_{M,L}} \end{bmatrix} \\ \gamma_{i,k} &= \frac{2\pi}{\lambda} [x_k \sin \theta_i \cos \phi_i + y_k \sin \theta_i \sin \phi_i] \end{aligned} \quad (9)$$

마찬가지 방법으로 불균일 감도를 갖는 경우 임의의 가중치  $\{\hat{E}\}$ 에 대한  $M$ 개의 측정점에서의 빔 패턴은 빔 패턴은 다음 식으로 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \{\hat{p}\} &= [\hat{A}]\{\hat{E}\} \\ \{\hat{p}\} &= \{\hat{p}_1(\phi_1, \theta_1), \hat{p}_2(\phi_2, \theta_2) \dots \hat{p}_M(\phi_M, \theta_M)\}^T \\ \{\hat{E}\} &= \{\hat{E}_1^R + j\hat{E}_1^I, \hat{E}_2^R + j\hat{E}_2^I, \dots, \hat{E}_L^R + j\hat{E}_L^I\}^T \\ [\hat{A}] &= \begin{bmatrix} S_1 e^{j\gamma_{1,1}} & S_2 e^{j\gamma_{1,2}} & \dots & S_L e^{j\gamma_{1,L}} \\ S_1 e^{j\gamma_{2,1}} & S_2 e^{j\gamma_{2,2}} & \dots & S_L e^{j\gamma_{2,L}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_1 e^{j\gamma_{M,1}} & S_2 e^{j\gamma_{M,2}} & \dots & S_L e^{j\gamma_{M,L}} \end{bmatrix} \\ \gamma_{i,k} &= \frac{2\pi}{\lambda} [x_k \sin \theta_i \cos \phi_i + y_k \sin \theta_i \sin \phi_i] \end{aligned} \quad (10)$$

따라서, 보상 가중치  $\{\hat{E}\}$ 는 빔 패턴  $\{\hat{p}\}$ 에 최적 가중치에 따라 미리 결정된 빔 패턴을 대입하면 다음 식으로 표현된다.

$$[\hat{A}]_{M \times L} \{\hat{E}\}_{L \times 1} = \{\hat{p}\}_{M \times 1} \quad (11)$$

그런데 식 (11)은 over-determined  $M \geq L$ 이기 때문에, 미지 벡터  $\{\hat{E}\}$ 은 직접 구할 수 없다. 그 대신 LMS (최소자승법)에 따라 다음식으로 구할

수 있다.

$$\{\hat{E}\} = \left[ \left( [\hat{A}]^T [\hat{A}] \right)^{-1} [\hat{A}]^T \right] \{\hat{p}\} \quad (12)$$

**4. 수치 예제**

예제 모델은 Fig. 3처럼 각 모서리에서 3개의 센서를 제거하여 총 37개의 센서만 있는  $7 \times 7$  평면 배열을 선택하였다. 센서 중심간의 간격은  $\frac{1}{2}$ 파장이다. 빔 패턴의 설계 사양은  $d_{max} = -40$  dB 및  $\Psi_{max} = 20$  degree이다. 각 센서의 감도 자료는 Table 1에 요약되어 있다.

먼저 모든 센서의 감도가 같다고 가정하고 최적 가중치를 계산하였다. Fig. 3에서 배열의 구조는 수직 및 수평축 뿐만 아니라 대각선 축에 대해서도 대칭임을 알 수 있다. 그런데 대칭구조를 갖는 배열의 경우 위상은 고려하지 않고 크기만을 설계하면 된다. 따라서 8개의 요소 ( $N=8$ )에 대한 가중치만을 결정하면 된다.

$$x = \{V_1, V_2, \dots, V_8\}^T \quad (13)$$

여기서  $V_i$ 는 다음의 요소 그룹에 대한 실수값의 가중치를 나타낸다.

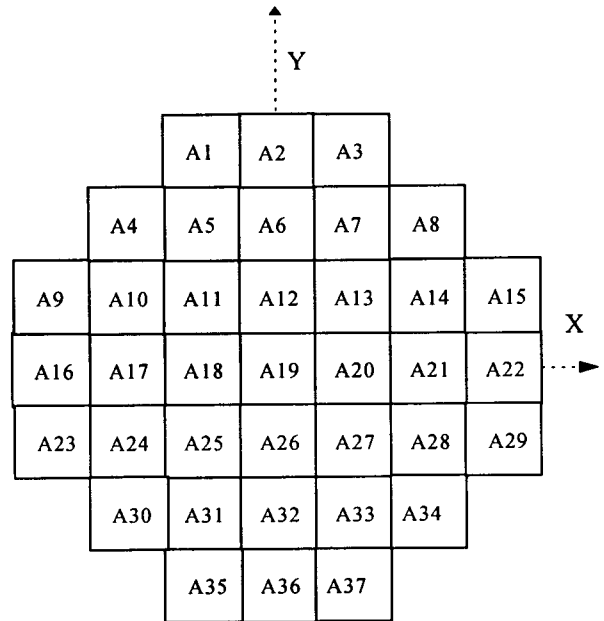


Fig. 3 Example model of a truncated  $7 \times 7$  planar array

**Table 1** Element sensitivity and weighting values of example model

No	Element sensitivity		Optimal weightings		Compensated weightings	
	$S^R$	$S^I$	$E^R$	$E^I$	$E^R$	$E^I$
1	613	-408	0.1734	0	0.1915	0.0142
2	799	-443	0.1438	0	0.1285	-0.0009
3	791	-620	0.1734	0	0.1391	0.0213
4	780	-435	0.3334	0	0.3046	-0.0012
5	801	-572	0.2618	0	0.2158	0.0233
6	624	-486	0.5497	0	0.5604	0.0841
7	522	-313	0.2618	0	0.3503	0.0097
8	775	-581	0.3334	0	0.2785	0.0365
9	665	-353	0.1734	0	0.1878	-0.0047
10	586	-228	0.2618	0	0.3364	-0.0479
11	701	-425	0.7179	0	0.7137	0.0232
12	845	-533	0.6303	0	0.5139	0.0258
13	764	-386	0.7179	0	0.6839	-0.0307
14	573	-385	0.2618	0	0.3085	0.0243
15	665	-569	0.1734	0	0.1586	0.0313
16	620	-673	0.1438	0	0.1220	0.0395
17	626	-540	0.5497	0	0.5315	0.1070
18	850	-373	0.6303	0	0.5515	-0.0549
19	711	-400	1.0	0	1.0	0.0
20	691	-307	0.6303	0	0.6768	-0.0642
21	861	-557	0.5497	0	0.4365	0.0269
22	782	-353	0.1438	0	0.1363	-0.0121
23	745	-501	0.1734	0	0.1571	0.0124
24	710	-458	0.2618	0	0.2523	0.0152
25	869	-530	0.7179	0	0.5748	0.0200
26	776	-384	0.6303	0	0.5933	-0.0314
27	693	-463	0.7179	0	0.7004	0.0535
28	833	-364	0.2618	0	0.2338	-0.0235
29	646	-426	0.1734	0	0.1824	0.0128
30	655	-329	0.3334	0	0.3706	-0.0175
31	646	-287	0.2618	0	0.3007	-0.0285
32	797	-217	0.5497	0	0.5267	-0.1323
33	826	-524	0.2618	0	0.2180	0.0116
34	545	-350	0.3334	0	0.4191	0.0245
35	557	-264	0.1734	0	0.2289	-0.0161
36	654	-52	0.1438	0	0.1623	0.0751
37	811	-481	0.1734	0	0.1500	0.00 34

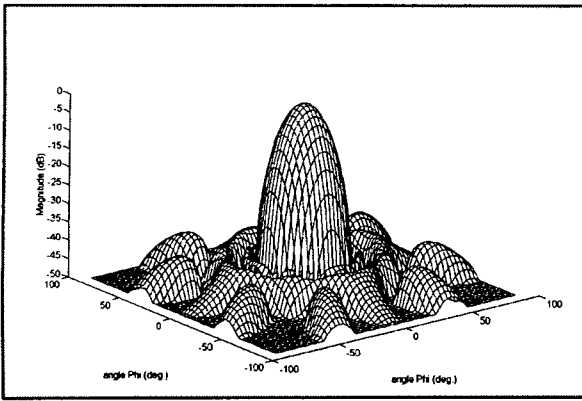


Fig. 4 Beam pattern with optimal weighting neglecting the unequal transducer sensitivities

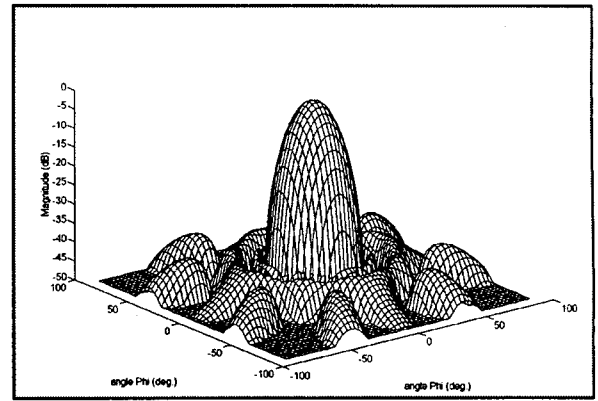


Fig. 6 Beam pattern with compensated weighting considering the unequal transducer sensitivities

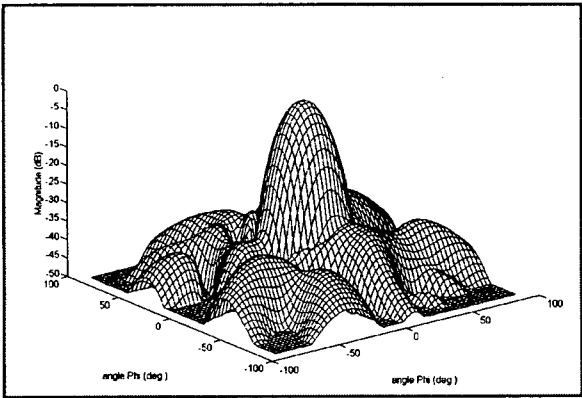


Fig. 5 Beam pattern with optimal weighting considering the unequal transducer sensitivities

$$\begin{aligned}
 V_1 &= E_{19}^R, V_2 = E_{12}^R = E_{18}^R = E_{20}^R = E_{26}^R, \\
 V_3 &= E_6^R = E_{17}^R = E_{21}^R = E_{32}^R, \\
 V_4 &= E_2^R = E_{16}^R = E_{22}^R = E_{36}^R, \\
 V_5 &= E_{11}^R = E_{13}^R = E_{25}^R = E_{27}^R, \\
 V_6 &= E_5^R = E_7^R = E_{10}^R = E_{14}^R \\
 &= E_{24}^R = E_{28}^R = E_{31}^R = E_{33}^R, \\
 V_7 &= E_4^R = E_8^R = E_{30}^R = E_{34}^R, \\
 V_8 &= E_1^R = E_3^R = E_9^R = E_{15}^R \\
 &= E_{23}^R = E_{29}^R = E_{35}^R = E_{37}^R \\
 E_i^I &= 0, i = 1, 2, \dots, 37
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

먼저 센서의 감도가 모두 동일하다고 가정하고, 식 (8)의 비선형 최적화 문제를 풀어 최적가중치를 결정하였다. 본 연구에서는 Hooke-Jeeves 직접 탐색법으로 구하여 그 결과를 Table 1에 요약하였다. Fig. 4는 3차원 빔 패턴을 -50 dB기준으로 그린 것으로 최대 부엽준위 수준이 기준이 -40 dB로 설

계 되었다.

Fig. 5는 Table 1에 있는 불균일 감도에 대해 최적 가중치를 이용하여 계산된 빔 패턴을 그린 것이다. 빔 폭은 크게 변하지는 않았지만 부엽준위는 -26 dB로 증가하였다.

마지막으로 식 (12)에 따라 보상 가중치를 계산하여 그 결과를 Table 1에 요약하였다. Fig. 6은 보상 가중치를 이용하여 불균일 감도에 대해 계산된 빔 패턴을 그린 것이다. 빔 폭의 변화 없이 부엽준위는 -40 dB 수준으로 목표 사양치에 가깝게 설계되었다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 센서의 동특성, 즉 감도 불균일한 평면 배열의 빔 설계에 있어서 가중치 결정방법을 제시하였다. 제안된 방법은 기본적으로 2단계로 구성되어 있다. 먼저 모든 센서는 같은 감도를 가진다고 가정하고 최적 가중치를 설계한다. 다음 미리 결정된 최적 가중치로부터 계산되는 빔 패턴을 활용하여 최소자승법에 의한 보상 가중치 값을 결정하였다. 수치예제를 통한 시뮬레이션 결과 제안된 기법은 불균일 센서 감도를 갖는 평면 배열의 빔 설계에 효과적으로 사용할 수 있음을 보였다.

## 참 고 문 헌

- (1) Azizul H. Quazi, 1972, "Array Beam Response in the Presence of Amplitude and Phase Fluctuations," J. Acoust. Soc. Am. 72(1), pp. 171~180.

- (2) Timothy J. Peters., 1991, "A Conjugate Gradient-Based Algorithm to Minimize the Sidelobe Level of Planar Arrays with Element Failures," IEEE Trans. On Anten. And Propa., Vol. 39, No. 10, pp. 1497 ~1504.
- (3) Fung-T Tseng and David. K. Cheng, 1968,

- "Optimum Scannable Planar Arrays with an Invariant Sidelobe Level," Proc. of the IEEE, Vol. 56, No. 11, pp. 1771 ~1778.
- (4) David K. Cheng, 1971, "Optimization Techniques for Antenna Arrays." Proc. of the IEEE, Vol. 59, No. 12, pp. 1664 ~1674.